

## SEP0571 - Projetos de Investimento

# TAXAS

Prof.<sup>a</sup> Associada Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto

*Email: [daisy@usp.br](mailto:daisy@usp.br)*



# Taxas nominais (in)

- **É a taxa declarada, isto é, contratual.**

## Exemplo 1:

Empréstimo de R\$100.000,00  
a uma taxa de juros de 26%  
a.a. por dois meses.

Taxa nominal

## Taxas proporcionais (ip)

- **Duas taxas são proporcionais quando se verifica que a razão entre elas é a mesma que a razão entre seus períodos.**

---

3% A.M. É PROPORCIONAL A 36% A.A.:

$$3/36 = 1/12$$

---

0,4% A.D É PROPORCIONAL A 12% A.M.:

$$0,4/12 = 1/30$$

---

42% A.A. É PROPORCIONAL A 21% A.S.:

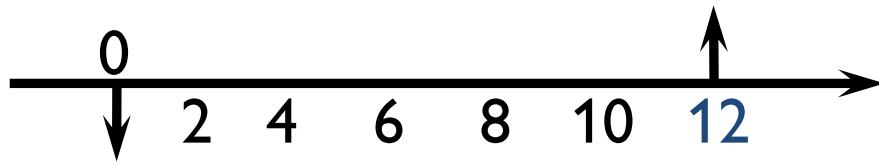
$$42/21 = 2/1$$

---

## Taxas equivalentes (ie)

- Duas taxas expressas em períodos diferentes são equivalentes quando, aplicadas a um mesmo capital e num mesmo intervalo de tempo, produzem o mesmo montante (vf).

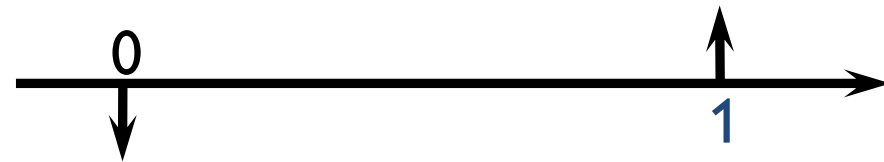
$n = 12$  meses



$i = \text{a.m.}$

$$FV = PV (1 + i)^{12}$$

$n = 1$  ano



$i = \text{a.a.}$

$$FV = PV (1 + i)^1$$

Por definição, os montantes (FV) e os capitais (PV) são iguais.

# Exemplo

## Exemplo 1:

Empréstimo de R\$1000,00 a uma taxa de juros de 3% a.m. por um ano.

$$VF = VP(1 + i)^n$$

$$VF = 1000(1 + 0,03)^{12}$$

$$VF = 1425,76$$

Mas se tentamos usar a taxa proporcional ...

$$VF = 1000(1 + 0,36)^1$$

$$VF = 1360,00$$

???????

**Temos um problema!**

# Taxas equivalentes (ie)

| Períodos (n) | Capital inicial (VP) | Juros (compostos) | Montante (VF) | q    |
|--------------|----------------------|-------------------|---------------|------|
| 0            |                      |                   | R\$ 1.000,00  |      |
| 1            | R\$ 1.000,00         | R\$ 30,00         | R\$ 1.030,00  | 1,03 |
| 2            | R\$ 1.030,00         | R\$ 30,90         | R\$ 1.060,90  | 1,03 |
| 3            | R\$ 1.060,90         | R\$ 31,83         | R\$ 1.092,73  | 1,03 |
| 4            | R\$ 1.092,73         | R\$ 32,78         | R\$ 1.125,51  | 1,03 |
| 5            | R\$ 1.125,51         | R\$ 33,77         | R\$ 1.159,27  | 1,03 |
| 6            | R\$ 1.159,27         | R\$ 34,78         | R\$ 1.194,05  | 1,03 |
| 7            | R\$ 1.194,05         | R\$ 35,82         | R\$ 1.229,87  | 1,03 |
| 8            | R\$ 1.229,87         | R\$ 36,90         | R\$ 1.266,77  | 1,03 |
| 9            | R\$ 1.266,77         | R\$ 38,00         | R\$ 1.304,77  | 1,03 |
| 10           | R\$ 1.304,77         | R\$ 39,14         | R\$ 1.343,92  | 1,03 |
| 11           | R\$ 1.343,92         | R\$ 40,32         | R\$ 1.384,23  | 1,03 |
| 12           | R\$ 1.384,23         | R\$ 41,53         | R\$ 1.425,76  |      |

- A frequência da capitalização faz o dinheiro crescer mais!

| Períodos (n) | Capital inicial (VP) | Juros (compostos) | Montante (VF) | q |
|--------------|----------------------|-------------------|---------------|---|
| 0            |                      |                   | R\$ 1.000,00  |   |
| 1            | R\$ 1.000,00         | R\$ 360,00        | R\$ 1.360,00  |   |

## Taxas equivalentes (ie)

$$FV = PV (1 + im/100)^{12}$$

$$FV = PV (1 + ia/100)^1$$

- Isso significa que para obter o mesmo FV, as taxas devem ser distintas...

Surge aqui o  
conceito de taxa  
equivalente!!!

## Taxas equivalentes (ie)

$$\begin{aligned} \cancel{FV} &= \cancel{PV} (1 + im/100)^{12} &= & \cancel{FV} = \cancel{PV} (1 + ia/100)^1 \\ (1 + im/100)^{12} &= (1 + ia/100)^1 \\ \sqrt[12]{(1 + im/100)^{12}} &= \sqrt[12]{(1 + ia/100)^1} \end{aligned}$$

$$(1 + im/100) = (1 + ia/100)^{1/12}$$

$$im/100 = (1 + ia/100)^{1/12} - 1$$

$$im (\%) = \left[ (1 + ia/100)^{1/12} - 1 \right]$$



# Taxas equivalentes (ie)

- **Genericamente**

$$ie = \left[ \left( 1 + \frac{ic}{100} \right)^{nd/nc} - 1 \right]$$

Onde:

**ie** = taxa equivalente;

**nd** = período desconhecido;

**ic** = taxa conhecida (nominal);

**nc** = período conhecido.

# Exemplo

## Exemplo 2:

Qual a taxa mensal  
equivalente a  
213,84% a.a.

$$ie = (1 + ic)^{\frac{nd}{nc}} - 1$$

Período da taxa  
desconhecida

$$ie = (1 + 2,1384)^{\frac{1}{12}} - 1$$

Período da taxa  
conhecida em  
meses

$$ie = 10\% a.m.$$

Com capitalização composta, 10% a.m. é  
equivalente a 213% a.a.

## Taxas equivalentes (ie)

Com capitalização composta, 10% a.m. é equivalente a 213% a.a.

$$VF = 1000(1 + 0,1)^{12}$$

$$VF = 1000(3,1384)^{12}$$

$$VF = 3138,40$$

$$VF = 1000(1 + 2,1384)^1$$

$$VF = 3138,40$$

- As taxas equivalentes produzem o mesmo valor futuro!

## Taxas equivalentes (ie)

- **Cálculo alternativo:**  $(1 + i) = (1 + i)$

205% a.a. é equivalente a qual taxa mensal?

$$(1 + i)^{12} = (1 + 2,05)^1$$

$$(1 + i) = \sqrt[12]{(3,05)}$$

$$i = 9,73\%$$

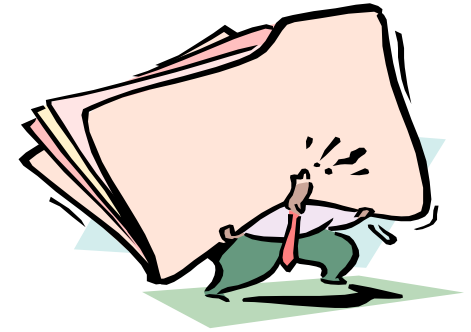
7,2% a.m. é equivalente a qual taxa anual?

$$(1 + i) = (1 + 0,072)^{12}$$

$$(1 + i) = (1,072)^{12}$$

$$i = 130,32\%$$

# Exercícios de fixação



1. Determine a taxa mensal equivalente a 388% a.a.
2. O Banco do Brasil cobra uma taxa de juros de 16,28% a.m. em operações de crédito rotativo e cartão de crédito para clientes com investimentos até R\$ 49.999. Determine a taxa anual equivalente.

# Taxa nominal

- É aquela consignada nos contratos relativos a operações financeiras.

**Problema!**

- A unidade de tempo da taxa nominal não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização.

# Taxa nominal

## EXEMPLOS

- 36% a.a., com capitalização mensal;
- 16% a.a., com capitalização semestral;
- 36% a.m., com capitalização diária.

Artifício para fazer com que a taxa pareça mais elevada ou mais baixa

# Taxa efetiva

- A taxa nominal é muito utilizada no mercado, quando da formalização dos negócios.
- Porém, não é utilizada diretamente nos cálculos, por não corresponder, de fato, ao ganho/custo financeiro do negócio.

Aqui reside a maquiagem das taxas...

**Então, como é que se chama a taxa efetivamente utilizada?**

**TAXA EFETIVA**



# Exemplo

## Exemplo 3:

Empréstimo de R\$1000,00  
a uma taxa de juros de  
36% a.a. por um ano.

\*com capitalização mensal

Proporcional ao mês...

$$VF = 1000(1 + 0,03)^{12}$$

$$VF = 1425,76$$

$$VF = 1000(1 + 0,36)^1$$

$$VF = 1360,00$$

# Exemplo

**in**

36% a.a.

capitalizados  
mensalmente

**TAXA NOMINAL**

Está no contrato  
de empréstimo!

**ip**

3% a.m.

**TAXA  
PROPORCIONAL  
MENSAL**

**iE**

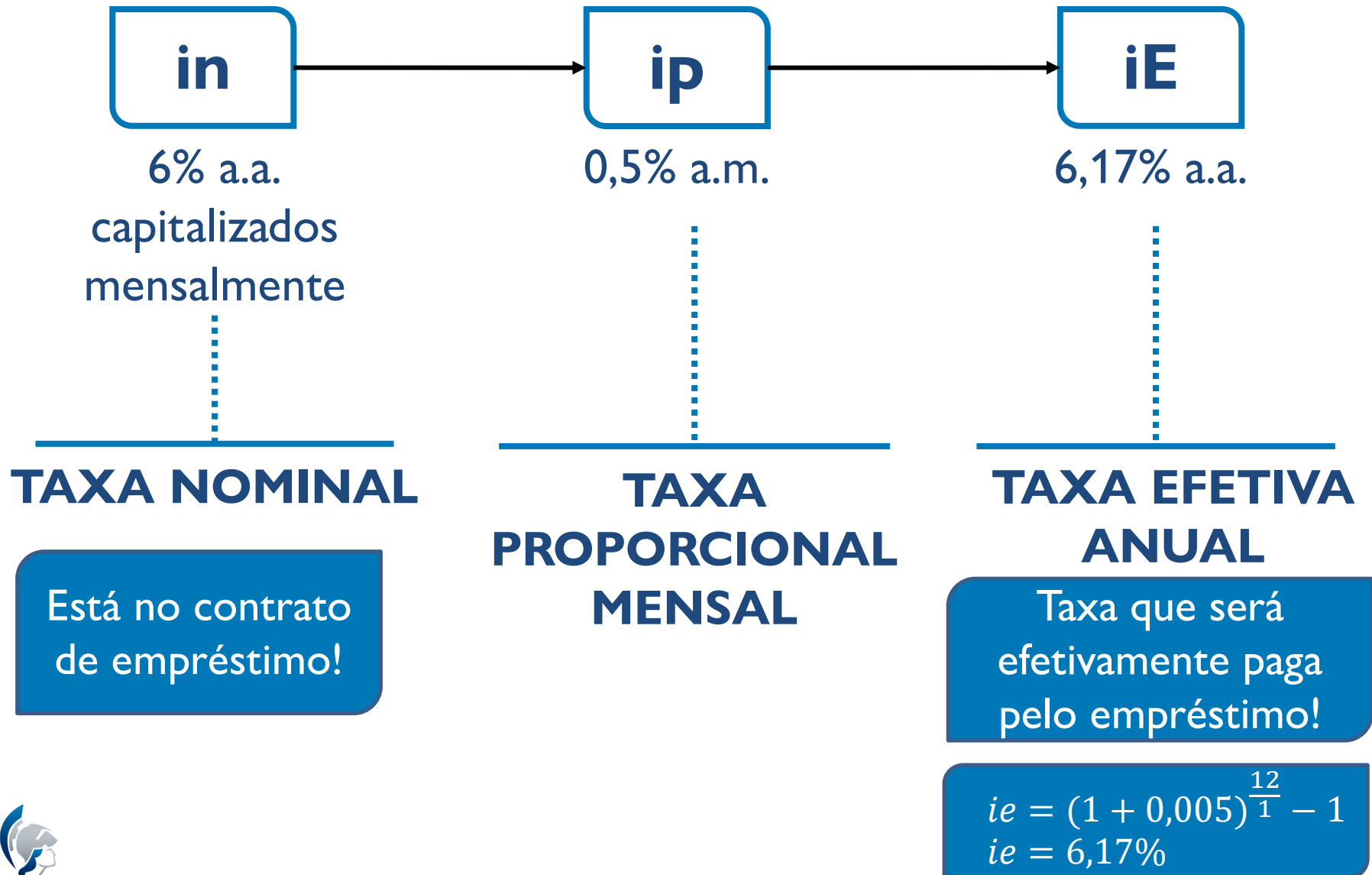
42,57% a.a.

**TAXA EFETIVA  
ANUAL**

Taxa que será  
efetivamente paga  
pelo empréstimo!

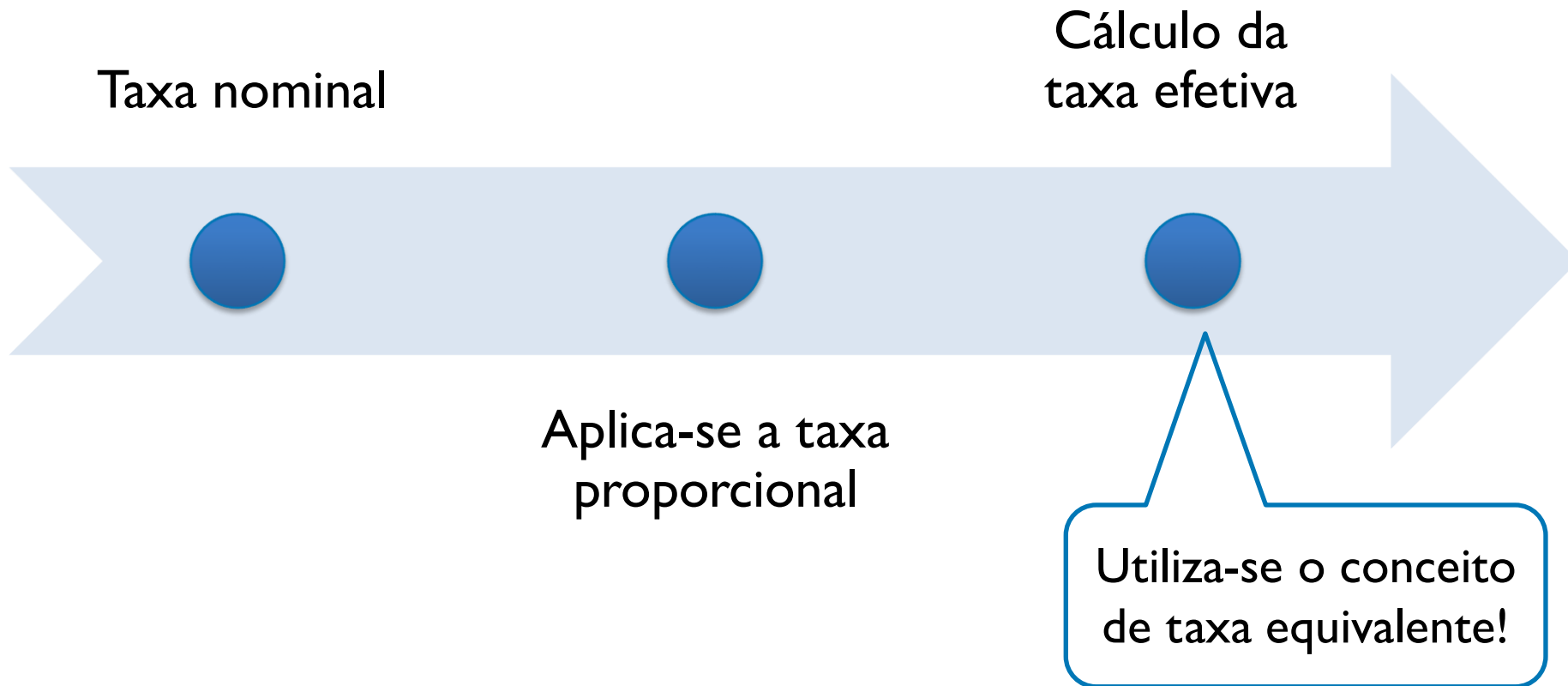
$$ie = (1 + 0,03)^{\frac{12}{1}} - 1$$
$$ie = 42,57\%$$

# Exemplo



# Taxa efetiva

- **Obtenção da Taxa Efetiva**



## Exemplo

- 400% A.A., COM CAPITALIZAÇÃO ANUAL;
- 40% A.M., COM CAPITALIZAÇÃO MENSAL;
- 3% A.D., COM CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA.

**Obs: Quando trabalhamos com taxa efetiva, omitimos o seu período de capitalização.**

# Exemplo

## Exemplo 4:

Qual a taxa efetiva anual, dado uma taxa de 36% a.a. com capitalização mensal?

Proporcional

$$ic = 3\% \text{ a.m.}$$

$$nc = 1 \text{ mês}$$

$$ie = ? \text{ a.a.}$$

$$nd = 12 \text{ meses}$$

Aplicando a fórmula:

$$ie = (1 + 0,03)^{\frac{12}{1}} - 1$$

$$ie = 42,58\%$$

# Exemplo

## Exemplo 5:

Qual a taxa efetiva anual, dado uma taxa de 10% a.a. com capitalização trimestral?

Proporcional

$i_c = 2,5\%$  a.t.

$n_c = 1$  mês

$i_e = ?$  a.t.

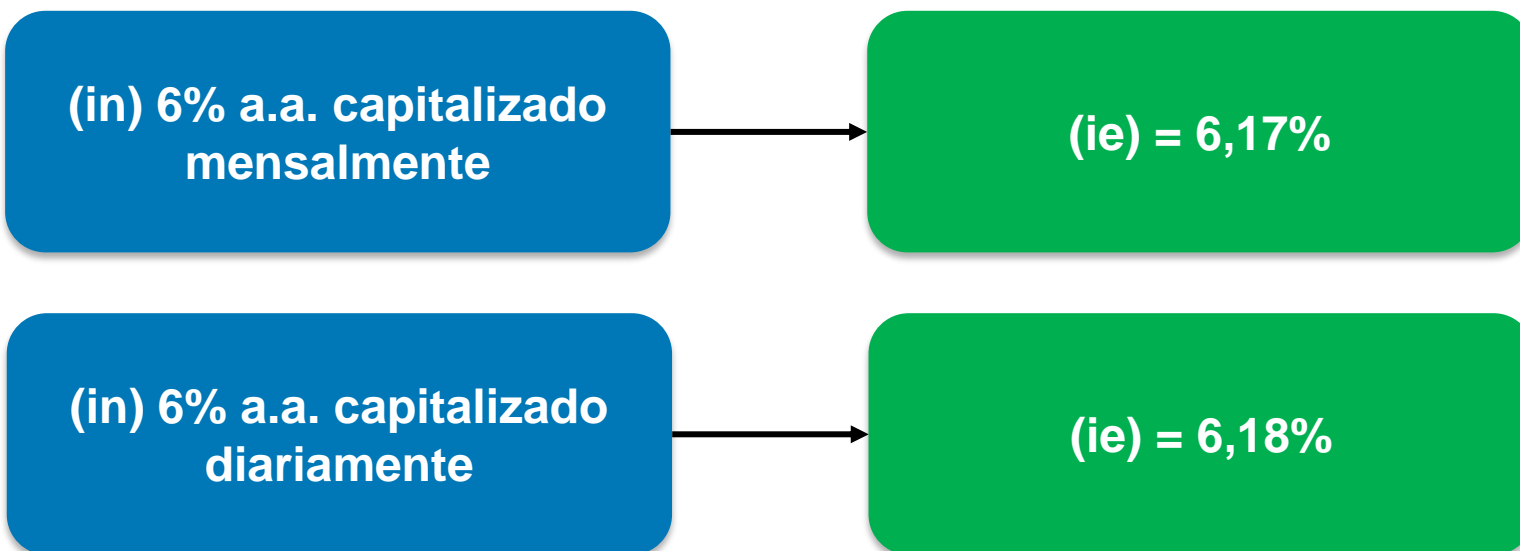
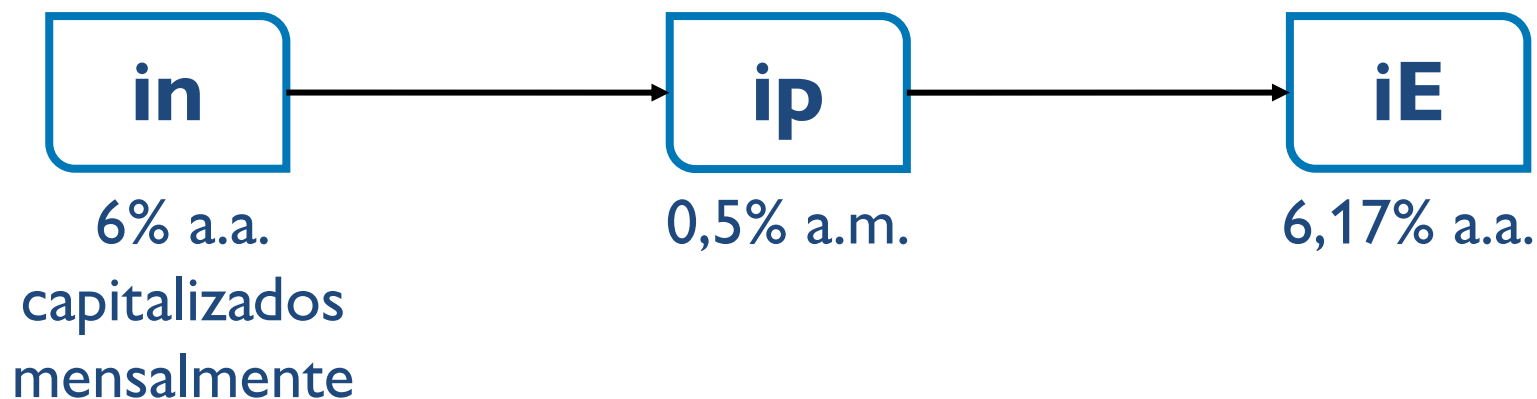
$n_d = 4$  trim.

Aplicando a fórmula:

$$i_e = (1 + 0,025)^{\frac{4}{1}} - 1$$

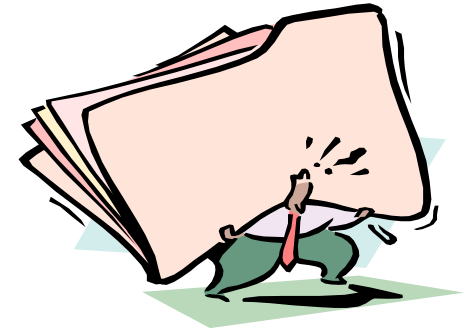
$$i_e = 10,38\%$$

# Capitalização contínua





## Exercícios de fixação



3. Um cliente aplicou R\$ 1.400.000,00 a taxa de 48% a.a., capitalizada mensalmente. Qual o valor do resgate ao final de 2 anos?

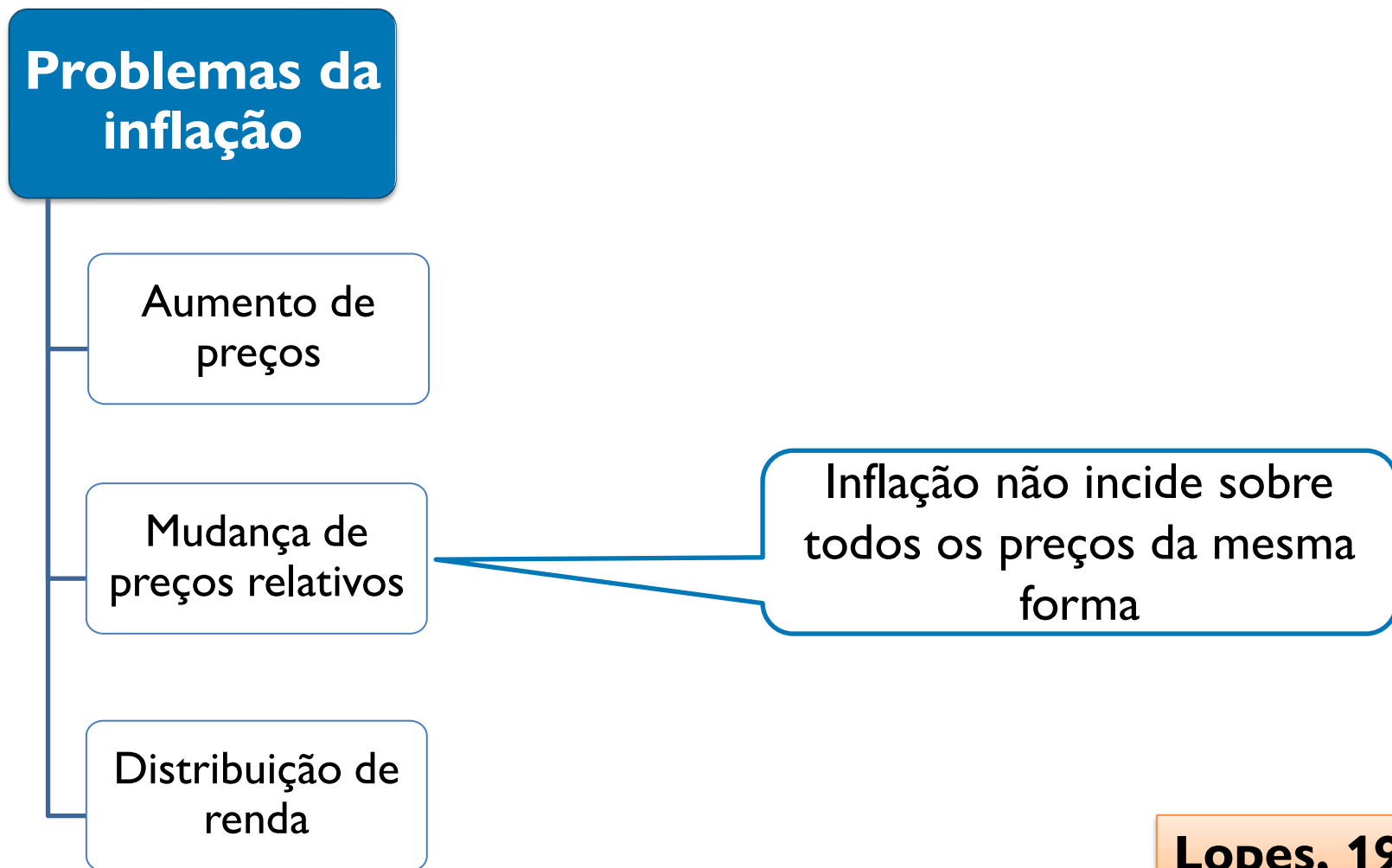
4. Determine a taxa efetiva mensal equivalente a uma taxa nominal de 30% a.m., com período de capitalização diário.

## DEFINIÇÕES DE INFLAÇÃO:

- É a perda de poder aquisitivo da moeda.
- É o aumento da quantidade de dinheiro necessária para se obter a mesma quantidade de produto ou serviço que se obtinha antes do preço estar inflacionado.

### Definições:

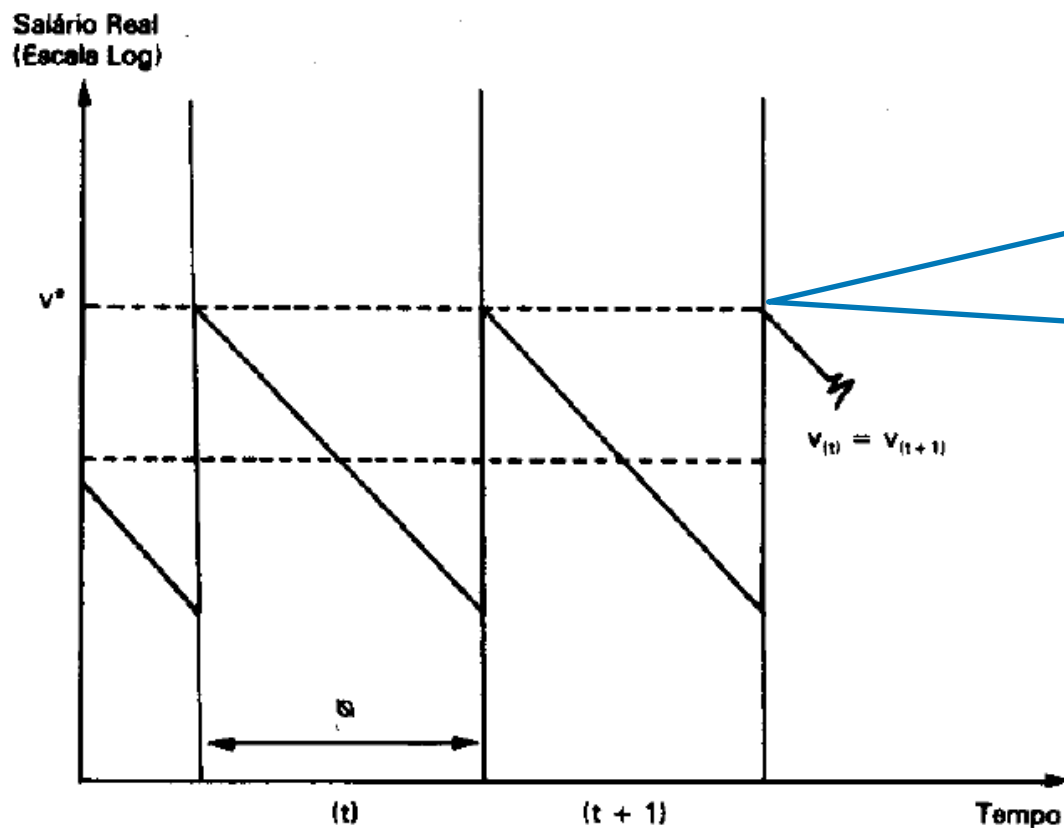
- **Casarotto Filho e Kopittke, 2010;**
  - **Blank e Tarquin, 2008.**



**Lopes, 1985**

# Inflação e Taxa Real

## Distribuição de renda



Assalariados tem mais dificuldades em repassar a inflação e recompor o pico de renda

# Inflação e Taxa Real

- **TAXA REAL (ir) É A TAXA EFETIVA (ie), EXCLUÍDA DOS EFEITOS INFLACIONÁRIOS.**



# Inflação e Taxa Real

- Equação de Fisher (cálculo da taxa de juros real)

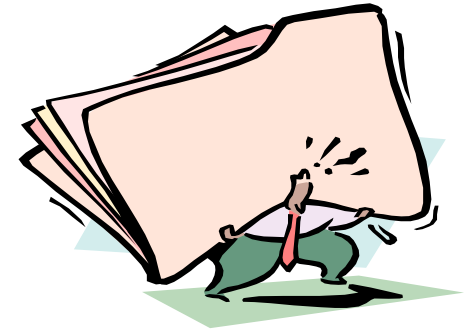
Taxa de inflação

$$(1 + i_a) = (1 + i_r)(1 + \pi)$$

Taxa real

$$i_r = \frac{(1 + i_a)}{(1 + \pi)} - 1$$

## Exercícios de fixação



5. Empréstamos um dinheiro à 24,36%. Se a inflação foi de 25,72% no período, qual a taxa da operação?