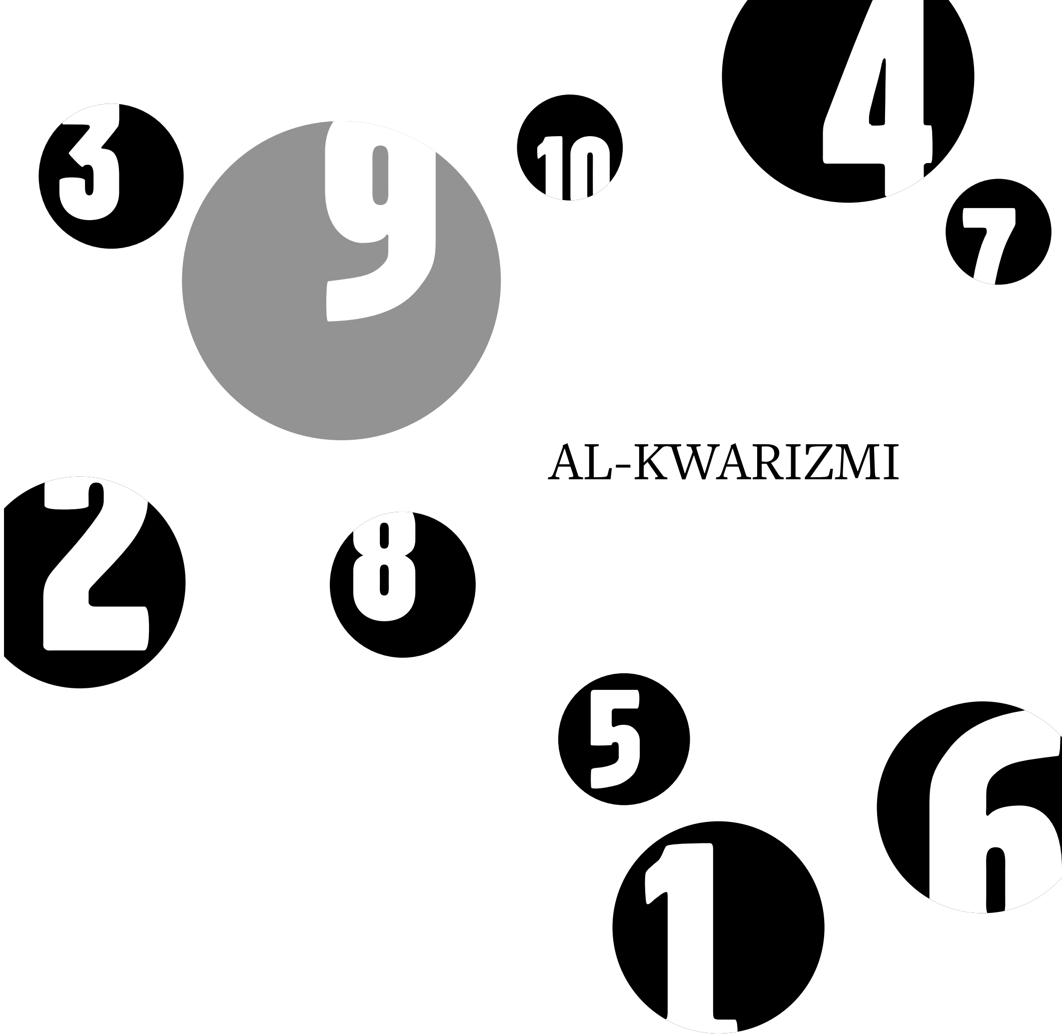
Al-Kwarizmi

Biografia (Bagdade, 780-850).
Al-Kwarizmi, matemático contemporâneo do Califa Al-Rashid, celebrizado no *Mil e uma Noites*, notabilizou-se entre outras coisas pelo seu estudo das equações.
Dos títulos das suas obras obtivémos as palavras “álgebra” e “algoritmo”.



AL-KWARIZMI

10 livros, 10 matemáticos, 10 puzzles para aprender e divertir-se

Fibonacci + Missing Square (12/07/07)
Pitágoras + Pentalfa (19/07/07)
John Conway + Ouri (26/07/07)
Leibniz + GO 9x9 (02/08/07)
Mandelbrot + Torres de Hanói (09/08/07)
Arquimedes + Stomachion (16/08/07)
Pacioli + Anéis Chineses (23/08/07)
Galois + Puzzle 15 (30/08/07)
Al-Kwarizmi + Alquerque (06/09/07)
Euler + Hexágono Mágico (13/09/07)

FICHA EDITORIAL
TÍTULO: A Álgebra + Jogo *Alquerque*
AUTOR: Carlos Pereira dos Santos, João Pedro Neto, Jorge Nuno Silva
REVISÃO: Edimpresa
IMPRESSÃO E ACABAMENTO: Norprint **DATA DE IMPRESSÃO:** AGOSTO 2007
DEPÓSITO LEGAL: 261140/07 **ISBN:** 978–989612270–6

JOGAR COM A MATEMÁTICA DOS GÉNIOS

10 matemáticos, 10 quebra-cabeças, 10 livros de bolso. De Tales a Conway, cada livro contém informação sobre a vida e obra de um dos maiores matemáticos da humanidade, bem como a descrição e análise de um *puzzle*, que é reproduzido em madeira e faz parte desta colecção.

Veremos que Arquimedes inventou um *puzzle* diabólico há mais de dois mil anos *(Stomachion)* ou que o *Pentagrama*, tão respeitado pelos pitagóricos, também era um jogo de tabuleiro. E ficaremos a saber que Conway desenvolveu uma teoria de jogos, que em África se pratica um complexo jogo aritmético há séculos e que o grande filósofo e matemático Leibniz promovia os jogos de tabuleiro asiáticos. Ou, ainda, que a teoria dos fractais de Mandelbrot está associada também a *puzzles*, como as *Torres de Hanói*, que o popular jogo dos 15 é um exercício de Teoria de Grupos e que Euler, há 300 anos, já estudava o percursor do *Sudoku*. E, para além de falarmos sobre alguns dos jogos que os árabes introduziram na Europa há mais de mil anos, neste primeiro livro aprenderemos também que a célebre sucessão de Fibonacci, que nasceu na resolução de um problema sobre criação de coelhos, é útil na concepção de um quebra-cabeças geométrico.
Divirta-se e aprenda matemática com os jogos que desvendam o raciocínio de alguns dos maiores génios da História.

AL-KWARIZMI

AL-KWARIZMI NUM SELO RUSSO

Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi (780-850) nasceu perto de Bagdade aquando da subida do califa Harun al-Rashid à chefia do Império Islâmico.
Este califa, celebrizado nas *Mil e Uma Noites*, promoveu as artes e as ciências.

AS *MIL E UMA NOITES* AINDA INCENDEIAM A IMAGINAÇÃO...

Quando morreu, em 813, o seu filho mais novo, Al-Mamum sucedeu-lhe, após uma luta fratricida. Al-Mamum, que reinou de 813 a 833, continuou a obra do pai, tendo fundado a Casa da Sabedoria, em Bagdade, onde se estudava e traduzia os clássicos gregos. Fundou também uma biblioteca, que seria a mais importante após a de Alexandria.

Casa da Sabedoria, situação actual

Al-Kwarizmi trabalhou na Casa da Sabedoria, traduzindo e estudando os trabalhos gregos. Escreveu também sobre vários temas, como Álgebra, Astronomia e Geometria.

A sua obra mais importante foi *Hisab al-jabr wal-muqabala*, de cujo título obtivemos a palavra álgebra. É exactamente *Álgebra* o nome pela qual é conhecida esta obra, que al-Kwarizmi dedicou a Al-Mamum.

Duas páginas da *Álgebra*, de al-Kwarizmi

O objectivo desta obra, nas palavras do próprio autor, era ensinar os rudimentos da aritmética, úteis para decidir heranças, partilhas, conflitos jurídicos e comerciais, medições de terras, construção de canais, etc. Tratava-se de um trabalho vocacionado para as aplicações práticas. A Álgebra ocorre aqui como um utensílio para resolver problemas da vida quotidiana do seu tempo.

Al-Kwarizmi começa por introduzir os números naturais. Os primeiros passos do processo de abstracção são visíveis: “Todos os números são compostos por unidades e podem ser divididos em unidades. Cada número de um a dez excede o anterior em uma unidade...”

Depois, introduz as noções e terminologias algébricas básicas. Assim, refere unidade, raiz e quadrado. Em notação moderna, unidades são números genéricos, hoje usualmente representados por letras do princípio do alfabeto; raiz será a incógnita, x; quadrado será o resultado de multiplicar a raiz por si mesma, x^2. Al-Kwarizmi não recorre a símbolos, o seu texto é todo elaborado em palavras, por extenso.

As equações de que se ocupa são lineares (grau um) e quadráticas (grau dois). O seu método passa por reduzir cada equação que se pretenda resolver, a um dos seis casos:

1. Quadrados iguais a raízes ($ax^2=bx$)
2. Quadrados iguais a números ($ax^2=c$)
3. Raízes iguais a números ($bx=c$)
4. Quadrados e raízes iguais a números ($ax^2+bx=c$)
5. Quadrados e números iguais a raízes ($ax^2+c=bx$)
6. Raízes e números iguais a quadrados ($bx+c=ax^2$)

Onde a, b e c representam números positivos genéricos.

Hoje, dado que permitimos que os coeficientes a, b e c possam ser negativos ou nulos, não necessitamos de dividir em casos.

Vejamos um dos seus exemplos. Pretende-se resolver:

$$x^2+10x=39$$

Al-Kwarizmi soma a ambos os membros 25 para obter:

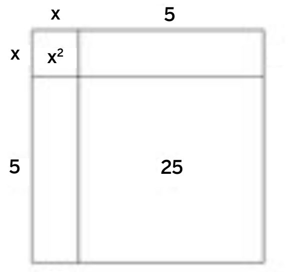
$$x^2+10x+25=39+25$$

Sendo a equação equivalente:

$$(x+5)^2=64$$

Após a extracção da raiz quadrada a ambos os membros, mostra que $x+5=8$, donde $x=3$.

Na ausência de um aparato simbólico apropriado para efectuar deduções algébricas, Al-Kwarizmi recorre ao argumento geométrico:



A JUSTIFICAÇÃO GEOMÉTRICA DE:
$x^2+10x+25=(x+5)^2$

Na ilustração, o quadrado maior, com lado $x+5$, está decomposto em quatro partes, uma de área x^2, duas de área $5x$ que, juntas, contribuem com $10x$, e uma quarta com área 25.

Al-Kwarizmi não organizou o seu trabalho ao estilo de Euclides, e não é certo que conhecesse os respectivos *Elementos*. Onde Euclides fornece dedução lógica irrepreensível baseada em poucos factos, recorrendo a passos seguros, Al-Kwarizmi utiliza a geometria como método de justificação de métodos de resolução de equações. Métodos esses que, pela forma como são expostos, se pretendem gerais.

Al-Kwarizmi também explica como qualquer equação do primeiro ou segundo grau se pode escrever numa das seis formas acima. Isto consegue-se utilizando *al-jabr ou al-muqabala*.

Al-jabr pode traduzir-se como restaurar, estando a respectiva operação associada a uma soma que remova quantidades negativas.

Por exemplo, para reduzir a próxima equação à primeira forma da lista acima, faz-se, de acordo com Al-Kwarizmi, a seguinte transformação.

De:

$$x^2=40x-4x^2$$

Obtém-se, por *al-jabr*:

$$5x^2=40x$$

Este passo consiste em somar a ambos os membros da equação $4x^2$.

O processo de equilíbrio, que Al-Kwarizmi chama de *al-muqabala* e está associado a uma subtracção, é por ele exemplificado da seguinte forma. Dada a equação:

$$50+x^2=29+10x$$

Obtemos, por *al-muqabala*:

$$21+x^2=10x$$

O que correspondeu a subtrair 29 a ambos os membros da equação.

Para além de ensinar a resolver equações, Al-Kwarizmi trata o manuseamento de expressões que hoje chamaríamos de algébricas (que, não esqueçamos, ele escrevia por extenso) como determinar a multiplicação:

$$(a+bx)(c+dx)$$

Esta obra é hoje considerada o primeiro livro de *Álgebra* jamais escrito, devido exactamente ao facto de aqui se encontrar a primeira sistematização da resolução de equações do primeiro e segundo graus, bem como explicada a operatória de expressões típicas nestes processos.

As partes seguintes da *Álgebra* dedicam-se a exercícios resolvidos, a que se seguem cálculos de áreas e volumes.

Al-Kwarizmi escreveu também um livro sobre a numeração hindu-árabe, do qual somente sobreviveu uma tradução latina *Algoritmi de numero Indorum*, de onde surgiu a nossa palavra algoritmo. Nesta obra, o autor expõe como exprimir qualquer quantidade com os numerais 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. Aqui ocorre, talvez pela primeira vez, uma explicação do papel do zero na notação posicional.

Note-se que quando escrevemos o número 203 referimos 3 unidades mais 2 centenas. O zero serviu para nos dizer que nenhuma dezena ocorre.

O zero aqui é um utensílio de escrita e de cálculo, não representando ainda um número com a dignidade dos outros...

Al-Kwarizmi escreveu também uma obra sobre Astronomia, *Sindhind zij*, onde aborda temas importantes na época, como diversos calendários, determinação das posições do Sol, da Lua e dos planetas, Trigonometria e Astrologia.

Ptolemeu, numa gravura do século XVI

Outra obra importante foi sobre Geografia, onde Al-Kwarizmi melhora os cálculos do *Geographia de Ptolemeu (século II)*, obtendo melhores coordenadas de latitude e longitude para centenas de locais no mundo então conhecidos.

Um mapa de Ptolemeu

Estátua de Al-Kwarizmi, em Khiva

EQUAÇÕES

A Mesopotâmia, região entre os rios Tigres e Eufrates, deu ao mundo uma civilização que brilhou entre os séculos XVI e VI a.C.
Vulgarmente designada por Babilónia, uma das suas cidades mais importantes, dela nos chegaram, no século XIX, milhares de tabuinhas de barro em que escreviam com um estilete, enquanto o barro estava mole, a conhecida escrita cuneiforme.

Babilónia, hoje no Iraque

Muitas dessas tabuinhas contêm textos matemáticos. Muitas são simples tabuadas de multiplicação.

Bem, não são tão simples como isso, porque, usando a base 60, a tabuada vai até ao 59x59... enquanto nós, no nosso dia-a-dia, usamos a base 10, dita decimal, para representar números.

Outras contêm tabelas variadas (de quadrados perfeitos, de cubos, etc.). Muitas estão repletas de problemas e respectivas soluções.

Uma tabuinha de barro com inscrições cuneiformes

Estes textos começaram a ser traduzidos nos anos 1930, revelando que há mais de três mil anos o homem faz matemática sofisticada. Muitas tabuinhas contêm resoluções de equações do primeiro e segundo graus e de sistemas de equações.

Um sistema de equações é um conjunto de equações que as incógnitas devem cumprir ao mesmo tempo.

Vejamos um exemplo, baseado em problemas de uma tabuinha com mais de 2000 anos:

$$x+y=a$$
$$xy=b$$

Onde a e b são números conhecidos.

O escriba resolve este problema, registando todos os passos, mas sem fornecer justificações. O seu processo equivale a resolver a equação:

$$z^2-az+b=0$$

(utilizamos a letra z para a incógnita, porque o x é uma incógnita do sistema acima) por métodos semelhantes aos dos nossos dias!

Acontece que a equação e o sistema são equivalentes, ou seja, têm as mesmas soluções!

Aparentemente, o escriba sabia deduzir do sistema que, se tentasse os valores $x=y=a/2$ e não acertasse na solução, então, somava a x uma quantidade t, subtraindo a mesma quantidade a y, para manter a soma constantemente igual a a:

$$x=a/2+t\ ,\ y=a/2-t$$

Então:

$$xy=(a/2)^2-t^2=b$$

Donde se conclui que:

$$t^2=(a/2)^2-b$$

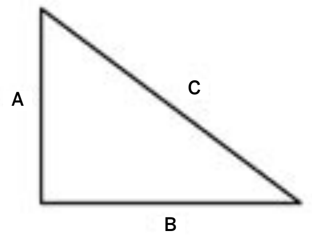
Daqui sai, extraindo a raiz quadrada a ambos os membros, o valor (ou dois valores) para t, que, quando introduzido em:

$$x=a/2+t,\ y=a/2-t$$

nos fornece a solução do problema.

Esta explicação encerra já Matemática muito sofisticada. Foi com surpresa que se recebeu esta lição do passado longínquo.

A origem destes problemas, que conduzem a equações do segundo grau, é um pouco obscura. Outras equações tratadas na Antiguidade têm motivação geométrica evidente, como a relação de Pitágoras dos lados de um triângulo rectângulo:



Teorema de Pitágoras: $A^2+B^2=C^2$

Procurar triplos de números que verifiquem a relação pitagórica é também tentar resolver uma equação, mas de carácter diferente, já que existe uma infinidade de soluções.

Talvez a origem dos problemas que geraram equações do segundo grau tenha a ver com áreas e perímetros de rectângulos, já que a área do rectângulo de lados x e y é xy e o seu perímetro é 2(x+y), expressões muito semelhantes às que ocorrem no sistema acima.

Mudando agora para uma região vizinha, a civilização egípcia desenvolveu-se ao longo de uns quatro mil anos e deixou-nos marcas maravilhosas. As mais conhecidas são, claro, as pirâmides de Gisé e a Esfinge.

A nossa fonte principal é um papiro, contendo problemas de Matemática, escrito por volta de 1650 a.C. Este documento, escrito pelo escriba Ahmes, ficou conhecido pelo nome do historiador escocês que o comprou no século XIX, Rhind.

Ahmes é o matemático mais antigo de que sabemos o nome!

O *Papiro de Rhind*, que se encontra no Museu Britânico, era um texto pedagógico de nível avançado. Os egípcios deste tempo já sabiam que ensinar não é tarefa fácil. Não admira que o hieróglifo usado para a palavra “professor” apresentasse uma pessoa em atitude ameaçadora:

Hieróglifo para professor

Apesar disso, eles preocupavam-se em tornar a aprendizagem da matemática mais agradável, usando matemática recreativa. Alguns dos problemas do papiro não têm qualquer aplicação prática, destinando-se somente a ensinar de forma divertida.

Um exemplo: "Um número mais a sua metade mais o seu terço dá 10. Qual é o número?" Em notação moderna este problema deveria ser escrito assim:

$$x + x/2 + x/3 = 10$$

Ou, o que é equivalente:

$$x(1 + 1/2 + 1/3) = 10$$

Tendo-se de dividir 10 por $(1 + 1/2 + 1/3)$ para obter a solução, e é exactamente isso que o escriba faz. Claro que as notações eram diferentes, assim como a capacidade de cálculo, mas o processo de resolução desta equação do primeiro grau era semelhante ao nosso.

Contudo, para outras equações do mesmo grau, o escriba deu outras formas de resolução. Um delas ficou conhecida por método da falsa posição e foi utilizado durante muitos séculos, até à Idade Média.

Ilustremos com um exemplo de Ahmes: "Um número e o seu quarto dá 15. Qual é o número?"

Em notação moderna:

$$x + x/4 = 15$$

Ou:

$$x(1 + 1/4) = 15$$

Em vez de dividir 15 por $(1 + 1/4)$, Ahmes usa outra estratégia.

A ideia é atacar o problema com um palpite para a solução, provavelmente errado, e depois corrigi-lo. Como aparecerá necessariamente uma divisão por 4 (porque se falou em "quarto") um palpite que facilitará as contas é 4.

Fazendo $x=4$, o lado esquerdo da nossa equação dá $4+1=5$. Queríamos obter 15, o triplo do que obtivemos. Devemos então multiplicar por 3 o nosso palpite para obter a solução correcta. De facto $3x4=12$ e:

$$12 + 12/4 = 15$$

Porque funciona este método? Parece tão frágil...

Bom, ele só se pode aplicar a equações do género:

$$ax=b$$

Onde a e b são números dados. De facto, ao multiplicarmos a incógnita por uma constante, por exemplo 2, a expressão do lado esquerdo vem $a(2x)$ ou seja $2(ax)$, portanto, para termos ainda uma igualdade, temos de multiplicar o lado direito pela mesma constante (neste caso 2, obtendo $2b$). É este facto que viabiliza o bom funcionamento do método da falsa posição.

Se a equação fosse do tipo:

$$ax+b=c$$

este método já não funcionaria.

Para este tipo, mais geral, de equação do primeiro grau, há o chamado método da dupla falsa posição.

Vamos ilustrar a sua utilização antes de reflectirmos um pouco sobre ele.

A equação a resolver é:

$$5x + 40 = 100$$

Este método utiliza dois palpites em vez de um.

Para primeiro palpite, tomemos $x=6$. O lado esquerdo dá 70, o que falha o alvo, por defeito, em 30 unidades. Tentemos agora $x=8$. Neste caso, o lado esquerdo da equação dá 80, resultado curto em 20 unidades.

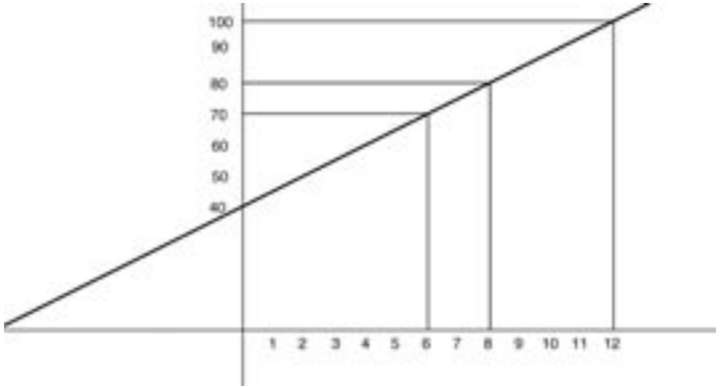
Agora vem o momento mágico. Coloquem-se os palpites e defeitos frente a frente:

Dupla falsa posição

Multiplique-se em cruz, como indicado, obtendo 120 e 240. Ache-se a diferença deste números (240-120=120). Divida-se o número encontrado pela diferença dos erros (30-20=10) e teremos 120/10=12. Esta é a resposta correcta!

Qual será o segredo deste método?

Comecemos por notar que a expressão y = 5x + 40 pode ser representada por uma recta num sistema de eixos em que as abcissas (eixo horizontal) marcam os valores de x e as ordenadas (eixo vertical) marcam os valores de y.



O gráfico da recta y=5x+40

Para conhecer uma recta bastam dois pontos dessa mesma recta. Os nosso palpites fornecem-nos esses pontos: (6, 70) e (8, 80). Estamos à procura de um ponto da recta que tenha ordenada 100, isto é, estamos à procura de um ponto da recta com coordenadas (x, 100).

Ora o declive de uma recta, isto é, a razão entre a variação da ordenada e a variação da abcissa, é sempre o mesmo, não depende dos dois pontos. Podemos utilizar o ponto (x, 100) e cada um dos outros para o obter e igualar os resultados:

$$(100-70)/(x-6) = (100-80)/(x-8)$$

Ou seja:

$$30/(x-6) = 20/(x-8)$$

Fazendo os produtos cruzados, obtemos:

$$30(x-8) = 20(x-6)$$

Simplificando:

$$10x = 120$$

E a solução $x=12$ deduz-se imediatamente.

O processo descrito contém exactamente os mesmos passos que o método da dupla posição. Note-se que a representação de uma equação do primeiro grau por uma recta é conquista do século XVII, sendo o método descrito muitíssimo mais velho.

Como já foi referido atrás e noutro livro da nossa colecção, a resolução de equações algébricas avançou até ao grau 4, sendo que Galois mostrou que, em geral, as equações de grau superior não admitem fórmula resolvente, usando as operações aritméticas usuais e a extracção de raízes.

Nas escolas secundárias de todo o mundo, aprende-se a resolver as equações do primeiro e segundo graus, porque estas modelam muitas situações da vida, permitindo, assim, encontrar as respectivas soluções. Às vezes, por razões pedagógicas, criam-se problemas para treinar os alunos nestas técnicas. Vejamos alguns exemplos clássicos.

"Um pai diz a um filho: quando tu nasceste eu tinha 20 anos. Hoje tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a idade que tu tens. Qual é a idade de cada um?"

Representemos a idade do pai por x. Então a do filho é x-20. Notemos que foi há 20 anos que o pai teve a idade que o filho tem e que, como sempre, nessa altura, o filho tinha menos 20 anos que o pai.

A equação que traduz o problema é:

$$x = 2(x-20-20)$$

ou

$$x=2(x-40)$$

Que é fácil de resolver, dando x=80 (idade do pai), sendo a idade presente do filho 80-20=60.

"O Manuel diz à Maria: Se me deres um rebuçado ficamos com quantidades iguais, mas se eu te der um a ti, fico com metade dos teus. Quantos rebuçados tem cada um?"

Seja x o número de rebuçados do Manuel. Então, a primeira condição diz-nos que a Maria tem x+2. A segunda frase do Manuel dá então origem à equação:

$$x-1=(1/2)(x+2+1)$$

Isto é:

$$x-1=(1/2)(x+3)$$

Cuja solução é x=5 (número de rebuçados do Manuel), a Maria tem 7.

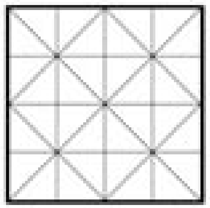
AS REGRAS DO ALQUERQUE

TABULEIRO DE ALQUERQUE NO *LIBRO DE LOS JUEGOS DE ALFONSO X, O SÁBIO (1221-1284)*

O *Alquerque* é um jogo muito antigo de origem desconhecida. Há referências escritas que recuam ao século X nos trabalhos do estudioso árabe Abulfaraj. O primeiro conjunto de regras, ainda que não totalmente especificadas, surge no século XII, no livro dos jogos de tabuleiro do rei Afonso X de Castela.

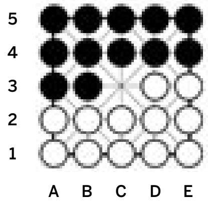
Devido ao facto de as regras não estarem completamente definidas, não se tem a certeza como se jogava o *Alquerque* na Idade Média. As regras aqui descritas não representam, assim, um padrão internacionalmente reconhecido (este padrão não existe, como existe no caso do *Xadrez* ou do *Go*), mas são uma especulação relativamente aceite.

O jogo desenrola-se no seguinte tabuleiro:



Cada jogador possui doze peças (um fica com as peças brancas, outro com as peças negras). As jogadas são alternadas, movendo cada jogador uma peça sua durante o seu turno.

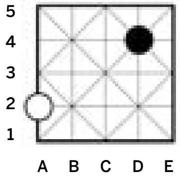
As peças, inicialmente, são colocadas da seguinte forma:



O uso das coordenadas será útil na descrição dos exemplos mostrados neste texto.

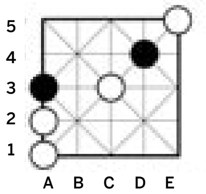
Em cada turno, cada jogador pode:

a) Mover uma peça sua para uma intersecção adjacente (as adjacências são dadas pelas linhas rectas do tabuleiro, ou seja, em certos locais pode-se mover em diagonal, enquanto noutro só é possível fazê-lo na horizontal ou vertical):



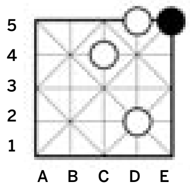
Nesta posição, a peça branca pode mover-se apenas para as intersecções A3, A1 ou B2. Já a peça negra pode mover-se para as oito intersecções vizinhas. Para descrever movimentos, usamos a notação que separa a intersecção inicial da final por um traço. Assim, se a peça em A2 se mover para a intersecção B2, escrevemos A2-B2.

b) Uma peça pode saltar sobre uma outra peça inimiga que lhe seja adjacente, desde que a intersecção seguinte esteja vazia. Quando isto ocorre, a peça saltada é capturada e removida do tabuleiro. Se após a captura, a peça que saltou conseguir capturar outra, o jogador, se quiser, pode continuar a capturar com essa peça.



No tabuleiro anterior o jogador seguinte deve realizar uma captura. Se forem as Negras a jogar, são obrigadas a realizar a captura de C3 através de D4 que salta para a intersecção B2 (em notação, escrevemos D4:B2, isto é, separando a intersecção inicial da final por um símbolo de dois pontos). Se forem as Brancas a jogar, a captura obrigatória seria A2:A4 (saltando e capturando a peça negra em A3).

Os saltos/capturas são obrigatórios e tomam precedência em relação aos movimentos simples, mas não é exigido ao jogador que capture mais do que uma peça adversária. Se, numa dada posição, houver várias oportunidades de captura, o jogador pode escolher a captura que quiser.

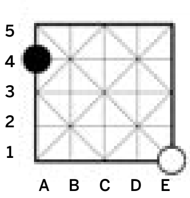


Neste exemplo, se forem as Negras a jogar, podem realizar a seguinte captura múltipla: E5:C5, C5:C3 e C3:E1 (a sequência é realizada no mesmo turno) ou, em notação abreviada, E5:C5:C3:E1. Também seria válido às Negras apenas capturarem uma peça (E5:C5) ou apenas duas (E5:C5:C3).

Começam as Brancas. A seguir, os jogadores realizam, alternadamente, uma jogada legal com uma das suas peças.

O objectivo do *Alquerque* é capturar todas as peças do adversário (no exemplo anterior, as Negras ganhariam após a captura das três últimas peças brancas).

Se se atingir uma situação onde mais nenhuma captura é possível, ganha o jogador com mais peças. Se o número de peças for igual, declara-se um empate. Esta forma de terminar uma partida de *Alquerque* depende do acordo dos dois jogadores que têm de chegar à conclusão que as peças restantes não são capazes de decidir a partida.



Neste exemplo, com jogadores normais, a partida está empatada. Não é possível, a qualquer um dos participantes, encurralar a peça inimiga de forma a capturá-la.

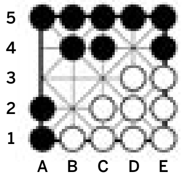
PARA LÁ DAS REGRAS

JOGANDO *ALQUERQUE* (1615)

PISTAS PARA UM BOM JOGADOR DE ALQUERQUE

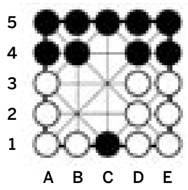
O início de uma partida de Alquerque não permite muitas variações. O primeiro jogador, o que joga com as Brancas, tem somente quatro jogadas possíveis: mover para o centro uma das seguintes peças: B2, C2, D2 e D3.

1) Jogar B2-C3 força as Negras a capturar D4:B2 que por sua vez força A1:C3, A3:A1, C3:A3, A4:A2, obtendo-se a seguinte posição no tabuleiro:



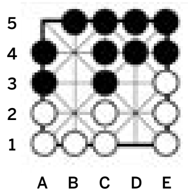
Esta posição é desfavorável às Brancas, as Negras ocupam duas posições no lado adversário (e as duas peças negras não se conseguem capturar a não ser com sacrifícios de peças brancas) e as Brancas não têm jogadas fortes para tentar equilibrar o jogo (qualquer que seja a jogada seguinte, resultará numa captura para o segundo jogador).

2) Jogar C2-C3 resulta na seguinte sequência forçada de capturas: C4:C2, C1:C3, A3:C1, C3:A3, obtendo-se o seguinte tabuleiro:



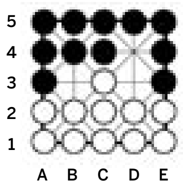
A iniciativa é das Negras apesar não existir uma vantagem óbvia para qualquer um dos lados. A peça negra em C1 (uma intersecção menos forte que no caso anterior onde as peças negras estavam ao canto) pode ser um trunfo ou uma oportunidade para os dois jogadores.

3) Jogar D2-C3 não provoca de imediato uma sequência forçada, dado que as Negras podem optar por D4:D2 ou B4:D2. Com D4:D2 obtemos D1:D3 (forçado), cuja resposta é a captura dupla B4:D2:D4, seguido de B2:B4, cuja resposta negra A5:C3 resulta na seguinte posição:



Esta posição é favorável às Negras que, possuem agora uma peça de vantagem e maior controlo sobre o tabuleiro.

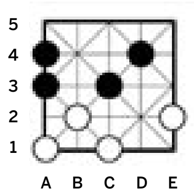
4) Jogar D3-C3 força B3:D3 seguido de E3:C3 e com a provável resposta Negra D4-E3, obtendo-se:



Das quatro aberturas esta é a melhor para as Brancas. Uma continuação possível é C3-D4, D5:D3, D2:D4, E5:C3, B2:D4.

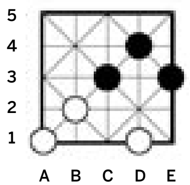
O tabuleiro do *Alquerque* é simétrico mas há diferentes tipos de intersecções. No centro do tabuleiro existem intersecções com quatro e oito vizinhanças. Isto significa que existem diferentes mobilidades consoante o local onde as peças se encontram. Uma peça numa intersecção com diagonais tem um potencial de ataque muito superior que numa intersecção sem diagonais. Peças nos bordos do tabuleiro e especialmente nos cantos são mais difíceis de capturar, mas também são mais susceptíveis a ataques e armadilhas do adversário.

É difícil elaborar estratégias de médio prazo (a dimensão reduzida do tabuleiro não ajuda), sendo preferível criar situações de armadilha, onde se possa ganhar uma ou duas peças de vantagem para garantir a vitória por maioria de material. Por exemplo, seja o seguinte tabuleiro:



Como podem as Negras ganhar uma peça? Se recuarem a peça D4 para C5, forçam as Brancas a B2:D4 para, de seguida, ser possível capturar duas peças com a jogada C5:E3:E1. A partir desse momento, as Negras possuem três peças contra das Brancas tendo, em princípio, a partida garantida, porque será difícil às Brancas forçar a perda de qualquer outra peça negra. Deste modo, chegando a partida a um impasse, as Negras ganharão por maioria de peças no tabuleiro.

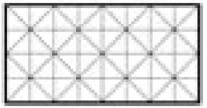
Considere o seguinte *puzzle*. Como podem as Negras jogar de forma a ganhar uma vantagem decisiva na partida?



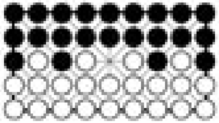
O *Alquerque* tem, como jogo de tabuleiro, falhas sérias. É muito fácil dois jogadores de força similar chegarem ao fim de uma partida com o mesmo número de peças e numa situação de impasse que resulta, normalmente num empate. É um jogo com pouco drama, para lá das armadilhas que permitem a vantagem tangencial e que dificilmente são revertíveis (ao contrário de jogos como o *Xadrez* ou o *Go*, onde um bom jogador consegue muitas vezes "descobrir" soluções elegantes que mudam o resultado da partida).

Fanorona, uma variante do *Alquerque*

Existem variantes do jogo original jogados em vários tabuleiros de *Alquerque*. Um desses exemplos é o *Fanorona*, um jogo tradicional de Madagáscar, com cerca de 300 anos, jogado em dois tabuleiros dispostos lado a lado:



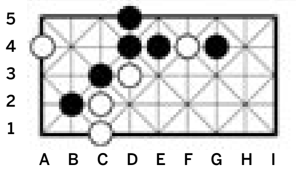
O jogo começa com a seguinte distribuição:



O objectivo do *Fanorona* é capturar as peças do adversário ou impedir que jogue (bloqueando as suas restantes peças).

Já a forma de movimento e de captura é bastante diferente do *Alquerque*. As peças deslizam ao longo de uma linha por uma ou mais intersecções vazias (no *Alquerque* só se pode mover para a intersecção adjacente) e as capturas são por aproximação ou recuo (não há saltos).

Seja o seguinte tabuleiro:



As Brancas podem capturar por aproximação se moverem a peça branca de A4 para C4. Ao ficar adjacente a uma linha de peças negras (neste caso, D4 e E4), na mesma linha onde o movimento foi efectuado, estas são capturadas.

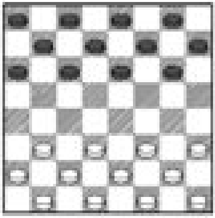
As Brancas, neste mesmo exemplo, também poderiam capturar por recuo ao afastar-se de uma linha de peças inimigas adjacentes (tendo de mover-se nessa mesma linha). Por exemplo, uma captura por recuo seria mover D3 para D2 (ou D1), capturando as peças negras em D4 e D5.

Se numa jogada for possível capturar por aproximação e recuo, o jogador tem de optar por um único tipo de captura. As capturas podem ser múltiplas (como no *Alquerque*, um jogador não é obrigado a continuar a capturar, podendo terminar a sua sequência quando bem entender), mas cada captura tem de ser efectuada numa direcção diferente da captura anterior. Ainda há mais uma restrição à sequência de capturas: a peça que realiza as capturas não pode visitar a mesma intersecção mais do que uma vez. As capturas têm prioridade sobre o movimento simples.

O *Fanorona* possui uma estratégia bastante complexa que resulta num jogo de tabuleiro muito interessante e com grande potencial, existindo até alguma literatura sobre o mesmo.

O Alquerque e as Damas

É aceite que o *Alquerque* e o *Jogo das Damas* têm uma relação histórica na Europa Medieval. O movimento, o salto em captura e o objectivo de ambos os jogos são idênticos. Supõe-se que as *Damas* surgiram, num dado momento, quando se utilizou o tabuleiro de *Xadrez* com as regras (de uma variante?) do *Alquerque*.



Esta ligação torna-se mais complexa se considerarmos que há muitas variantes regionais das Damas e que é possível que tenham havido várias variantes do Alquerque desde a Idade Média. Mas podemos considerar duas diferenças principais entre os jogos: o movimento restrito das peças nas Damas (não é permitido andar e capturar para trás) e o mecanismo da promoção que, aparentemente, o Alquerque não dispunha (a promoção não é referida no livro dos jogos de Afonso X) apesar de certos estudiosos defenderem a sua existência e, como tal, afirmam que as Damas e o Alquerque são, no seu fundamento, o mesmo jogo que apenas mudou de tabuleiro entre os séculos XIII e XVI.