# *Leibniz*

**Biografia (Inglaterra, séc. XX-XXI).**
Matemático polivalente e de imaginação ilimitada fez contribuições nas mais diversas áreas da Matemática. Foi o criador da *Teoria de Jogos Combinatórios* que, para além de permitir compreender muitos jogos, está relacionada com os mais fundamentais princípios da Matemática.


LEIBNIZ

## *10 livros, 10 matemáticos, 10 puzzles para aprender e divertir-se*

Fibonacci + Missing Square (12/07/07)
Pitágoras + Pentalfa (19/07/07)
John Conway + Ouri (26/07/07)
Leibniz + GO 9x9 (02/08/07)
Mandelbrot + Torres de Hanói (09/08/07)
Arquimedes + Stomachion (16/08/07)
Pacioli + Anéis Chineses (23/08/07)
Galois + Puzzle 15 (30/08/07)
Al-Kwarizmi + Alquerque (06/09/07)
Euler + Hexágono Mágico (13/09/07)

**FICHA EDITORIAL**
**TÍTULO:** Sucessão de Fibonacci + 'Missing Square'
**AUTOR:** Carlos Pereira dos Santos, João Pedro Neto, Jorge Nuno Silva
**REVISÃO:** Edimpresa
**IMPRESSÃO E ACABAMENTO:** Norprint **DATA DE IMPRESSÃO:** JUNHO 2007
**DEPÓSITO LEGAL:** 261140/07 **ISBN:** 978–989612270–6

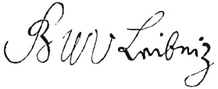


# JOGAR COM A MATEMÁTICA DOS GÉNIOS

10 matemáticos, 10 quebra-cabeças, 10 livros de bolso. De Tales a Conway, cada livro contém informação sobre a vida e obra de um dos maiores matemáticos da humanidade, bem como a descrição e análise de um 'puzzle', que é reproduzido em madeira e faz parte desta colecção.

Veremos que Arquimedes inventou um 'puzzle' diabólico há mais de dois mil anos (Stomachion) ou que o Pentagrama, tão respeitado pelos pitagóricos, também era um jogo de tabuleiro. E ficaremos a saber que Conway desenvolveu uma teoria de jogos, que em África se pratica um complexo jogo aritmético há séculos e que o grande filósofo e matemático Leibniz promovia os jogos de tabuleiro asiáticos. Ou ainda que a teoria dos fractais de Mandelbrot está associada também a 'puzzles', como as Torres de Hanói, que o popular jogo dos 15 é um exercício de Teoria de Grupos e que Euler, há 300 anos, já estudava o percursor do Sudoku. E para além de falarmos sobre alguns dos jogos que os árabes introduziram na Europa há mais de mil anos, neste primeiro livro aprenderemos também que a célebre sucessão de Fibonacci, que nasceu na resolução de um problema sobre criação de coelhos, é útil na concepção de um quebra-cabeças geométrico.
Divirta-se e aprenda matemática com os jogos que desvendam o raciocínio de alguns dos maiores génios da História.

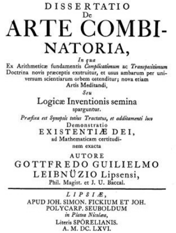
# *LEIBNIZ*



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) nasceu em Leipzig numa família erudita. Seu pai, professor universitário de Filosofia Moral, morreu cedo, deixando ao filho, então com seis anos, uma vasta biblioteca. Aparentemente, foi com recurso a estes livros que Leibniz aprendeu, aos 12 anos, Latim e Grego a um nível superior ao que era ministrado na escola, tendo-se tornado um leitor obsessivo para toda a vida.



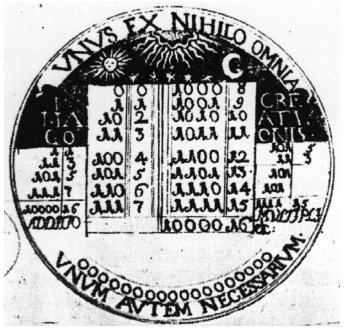
Aos quinze anos entra para a universidade local onde conclui o Bacharelato em Direito ao fim de dois anos e o Doutoramento quando tinha vinte anos de idade. O trabalho que propôs foi Dissertação de arte combinatória onde avança a ideia de tentar reduzir o pensamento a combinações de caracteres básicos de uma nova linguagem universal.



DISSERTATIO
De
ARTE COMBI-
NATORIA,
*In qua*
Ex Arithmeticæ fundamentis *Complicationum* ac *Transpositionum* Doctrina novis præceptis exstruitur, et usus ambarum per universum scientiarum orbem ostenditur; nova etiam
Artis Meditandi,
*Seu*
Logicæ Inventionis semina
sparguntur.
*Præfixa est Synopsis totius Tractatus, et additamenti loco*
Demonstratio
EXISTENTIÆ DEI,
ad Mathematicam certitudinem exacta
AUTORE
GOTTFREDO GUILIELMO
LEIBNÜZIO Lipsensi,
Phil. Magist. et J. U. Baccal.

*LIPSIÆ*,
APUD JOH. SIMON. FICKIUM ET JOH.
POLYCARP. SEUBOLDUM
*in Platea Nicolæa*,
Literis SPÖRELIANIS.
A. M. DC. LXVI.

Leibniz perseguiu esta ideia ao longo da vida: a procura da Characteristica Universalis, que reduziria a argumentação a um exercício algébrico. A própria linguagem, ao ser utilizada como usamos a nosa, explicaria os conceitos que referisse... Se tivesse tido sucesso, em vez de discussões teríamos hoje simples exercícios computacionais na linguagem apropriada! Se bem que hoje nos pareça ideia muito ingénua, não deixou de se concretizar, parcialmente, mais tarde, com o aparecimento da Lógica Simbólica, com George Boole (1815-1864).




Medalhão alusivo à linguagem universal, oferecido por Leibniz a um patrono

Apesar da conclusão do doutoramento, talvez por ser muito jovem, o grau de Doutor foi-lhe negado. Leibniz mudou-se então para a Universidade de Altdorf, onde conseguiu ser admitido sem dificuldade.

Após a obtenção deste grau, recusou posições académicas e dedicou-se à Diplomacia, ao serviço do Eleitor de Mogúncia. Esta ocupação levou-o a viajar muito na Europa, permitindo-lhe contactar pessoalmente com os me-

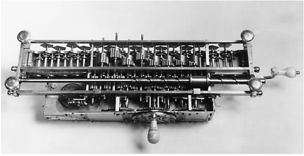


lhores cientistas e filósofos do seu tempo. Leibniz correspondia-se com centenas de eruditos europeus, sendo o seu espólio epistolar imenso, até porque as suas cartas costumavam ser longas e de conteúdo sofisticado.

Mais tarde trabalhou também como conselheiro do Eleitor de Hanover, Duque de Brunswick.

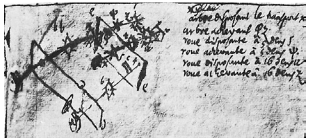
Em 1672 Leibniz deslocou-se a Paris, com a missão de convencer Luís XIV a invadir o Egipto, acalmando assim os povos germânicos que temiam o expansionismo francês. Se bem que a sua missão não foi bem sucedida, pelo menos imediatamente, Leibniz contactou com intelectuais muito importantes, como Huygens (1629-1695), que muito o influenciou matematicamente. Leibniz, que ao longo dos anos promoveu a instauração de academias científicas, foi admitido na Academia de Ciência de Paris.

Em 1973, também em missão diplomática, visitou Londres, tendo apresentado na Real Academia de Ciências a sua máquina de calcular. Esta, para além de somar e subtrair, o que já a pascalina, criada por Blaise Pascal (1623 – 1662), conseguia, efectuava também multiplicações e divisões.



Máquina de calcular de Leibniz

Leibniz tornou-se também membro da Real Academia das Ciências de Londres, onde pode ter tido o primeiro contacto com os trabalhos de Isaac Newton (1643-1727). O Cálculo Infinitesimal, de que nos ocuparemos mais à frente, é descoberta atribuída a ambos, e considerado um dos feitos mais impressionantes da mente humana. de sempre!



Estudo para a máquina de calcular

A Leibniz atribui-se também o desenvolvimento de base de numeração binária. Com o desenvolvimento da



electrónica nos nossos dias, a base 2 difundiu-se, sendo muitas vezes referida por «linguagem dos computadores». De facto, a unidade básica de computação só tem dois estados possíveis (ON e OFF, para usar símbolos muito difundidos). Ora a numeração decimal que usamos diariamente recorre a dez símbolos : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. São estes os coeficientes possíveis que multiplicam as diversas potências de 10. Assim, por exemplo, quando escrevemos 562 queremos dizer 5x100 + 6x10 + 2. Este processo de escrita, introduzido pelos árabes na Europa na Idade Média, facilita muito a escrita dos número e os respectivos cálculos aritméticos (com papel e lápis, claro!).

A numeração binária utiliza somente dois coeficientes: 0 e 1. Como 1 é o elemento neutro da multiplicação (1x1=1, 1x2=2, etc), a escrita nesta base vem simplificada. Por exemplo, 5 como soma de potências de 2 é 4+1 ( já que 22=4 e 20=1 ). Temos então 5 =1x 22 + 0x2 + 1x20 , portanto, em notação binária, 5 escreve-se 101.

Os dois dígitos 0 e 1 bastam para elaborar as tabuadas da soma e da multiplicação:

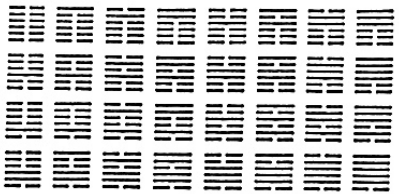
| + | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 10 |

| x | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

TABUADAS EM BASE 2

Leibniz tinha conhecimento do I Ching, que lhe tinha sido transmitido por missionários jesuítas. Este aparato divinatório chinês combina todas configurações possíveis recorrendo somente a dois símbolos (linha cheia e linha partida).

## *I CHING*





Aliás, Leibniz admirava também o jogo oriental conhecido hoje, no Ocidente, por Go, sobre o qual chegou a escrever na revista da Academia de Ciências de Berlim em 1710. Sobre ele nos debruçaremos em baixo.

O apreço que Gottfried Leibniz tinha pelos jogos era de tal ordem, que chegou a escrever «O Homem atinge o máximo de engenho ao inventar jogos».

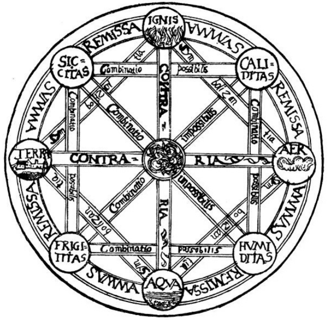
Em 1684 Leibniz publicou a sua versão do Cálculo Infinitesimal , mas Newton desenvolvera o seu, sem o publicar, em 1671. Newton publicou a sua obra-prima, Principia, somente em 1687.

Uma polémica muito amarga foi despoletada, com partidários de ambos a esgrimir argumentos com grande empenho. Leibniz haveria de morrer, em Hanover, amargurado com esta disputa.

Acredita-se que ambos desenvolveram as suas ideias de forma independente. Aliás, se bem que se trate da mesma teoria, esta é desenvolvida de formas diferentes e recorrendo a notações e conceitos diversos.

A classe matemática inglesa uniu-se em apoio a

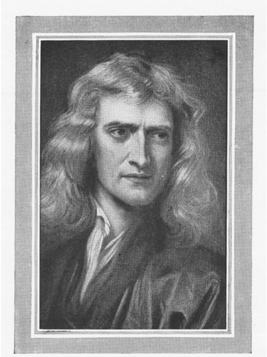
Newton, a continental apoiou maioritariamente Leibniz. Esta divisão teve consequências, já que a notação de Leibniz era mais apropriada ao desenvolvimento da teoria. A Matemática inglesa estagnou umas décadas mercê desta teimosia.




MÁQUINA POÉTICA, DA
DISSERTAÇÃO DE ARTE COMBINATÓRIA



## CÁLCULO INFINITESIMAL



Sir Isaac Newton

Um dos conceitos mais importantes da Matemática, principalmente do Cálculo, é o conceito de função. Este termo foi introduzido por Leibniz em 1673.

No Cálculo uma função é uma relação entre duas variáveis. Usamos este termo porque as respectivas quantidades variam, e usamos habitualmente as letras x e y para as referir. Se para cada valor concreto de x estiver associado um valor de y dizemos que y é função de x. Dizemos que x é a variável independente e que y é a variável dependente.

Por exemplo, se a cada número natural, x, corresponder o seu dobro, y, esta dependência escrever-se-ia y = 2x. Se em vez do dobro considerarmos outro múltiplo qualquer, seja a, obteríamos a função y = ax.

É tradicional a utilização das últimas letras do alfabeto para designar variáveis e das primeiras letras para constantes. Assim, a expressão y = ax+b refere a função que a cada x faz corresponder ax+b em que a e b são constantes.

Outro exemplo, a área de um quadrado é dada pelo produto do respectivo lado por si mesmo. Para exprimir a área em função do lado, seja este representado por x e a área por y. Tem-se então y=x2 .

Uma forma de representar esta dependência consiste em recorrer a uma tabela:

| Lado x | Área y |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 10 | 100 |



Para enfatizar que a variável independente é x usa-se f(x) no lugar de y (f é a primeira letra da palavra função). Assim, para a área do quadrado, escrevemos f(x)=x2 e a tabela pode adaptar-se consistentemente:

| Lado x | Área f(x) |
|---|---|
| 1 | f(1)=1 |
| 2 | f(2)=4 |
| 3 | f(3)=9 |
| 10 | f(10)=100 |

Todos já viram muitos exemplos de funções. O perímetro do quadrado: f(x) = 4x; a área do círculo: f(r) = pr2 ; o volume da esfera: f(r) = ; etc.

O matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650) introduziu um processo de modelar equações com duas variáveis que ainda usamos: o gráfico num referencial cartesiano (“cartesiano” vem de Descartes).

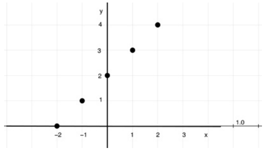
Representamos x na coordenada horizontal --- a abcissa --- e y na vertical --- a ordenada --- e assim define-se um conjunto de pontos no plano, correspondentes aos pares (x,y) que satisfazem a equação.

Vejamos um exemplo. Consideremos a equação y-x = 2.

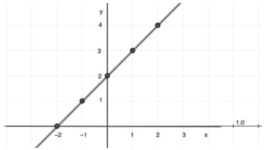
Podemos obter facilmente alguns pares que verificam a equação.

| x | y |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 3 |
| 2 | 4 |
| -1 | 1 |
| -2 | 0 |

Marquemos estes pontos num sistema cartesiano.



Como a imagem sugere, estes pontos estão sobre uma recta.





As rectas correspondem a funções muito simples, da forma y=ax+b, onde a e b são constantes.

A área de um quadrado dá origem a uma função com aspecto visual diferente.

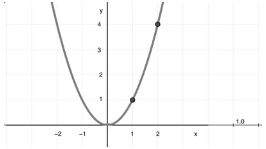
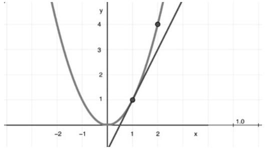


Gráfico da parábola y=x2

Os pontos de abcissa negativa não dizem respeito ao nosso exemplo, já que não existem quadrados com lado negativo, mas a simetria da figura torna a sua representação geral muito simples de obter. Um dos problemas fundamentais do Cálculo consiste na determinação da equação da recta tangente a um gráfico de uma curva. Este problema, que essencialmente herdámos dos gregos antigos, só foi resolvido com a descoberta do Cálculo.



Tangente a y=x2 em (1,1) tem equação y=2x-1

Esta tangente terá uma equação do género y=ax+b, como qualquer outra recta. A determinação da constante a é a parte mais difícil do respectivo processo. O Cálculo fornece regras simples para, partindo da função, neste caso y=x2 , obter a equação da respectiva recta tangente. A regra tem um nome: diferenciação ou determinação de derivadas. Desse conceito, que transcende o alcance deste texto, daremos uma ideia mais abaixo.

Na base do aparato teórico do Cálculo está o conceito de limite. Vamos ilustrá-lo com alguns exemplos.

Uma sucessão numérica é um conjunto de números, ordenados para que saibamos qual é o primeiro, o segundo, etc. Algumas são-nos familiares:

A sucessão dos números naturais: 1, 2, 3, ...

A sucessão dos números pares: 2, 4, 6, ...



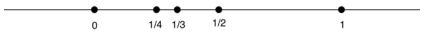
A sucessão dos números ímpares: 1, 3, 5, ...

A sucessão das potências positivas de 2: 2, 4, 8, ...

Outras nem tanto, como a sucessão dos recíprocos dos números naturais: 1, , , , ,...

É fácil convencermo-nos de que os termos das primeiras sucessões crescem indefinidamente. Por exemplo, se considerarmos a sucessão dos números pares e escrevermos um número muito grande num papel, conseguiremos certamente arranjar um número par maior do que ele. Mas algo diferente sucede com a sucessão dos recíprocos dos naturais: quanto mais avançamos na ordem dos termos, menores quantidades obtemos. Assim, o milésimo termo é 0,001 e o milionésimo 0,0000001.

Uma figura pode ajudar a intuir o comportamento de tal sucessão, que, por comodidade, se representa por 1/n.




Os primeiros termos da sucessão 1/n

Dizemos neste caso que a sucessão 1/n tem limite 0, porque os seus termos se tornam indefinidamente próximos de 0.

A partir de uma sucessão podemos construir uma outra, considerando as somas parciais da primeira. Por exemplo, a partir da sucessão 1/n podemos formar a seguinte:

1, 1 + , 1+ + , ...

Ou seja, vamos somando, de cada vez, um novo termo da sucessão original.

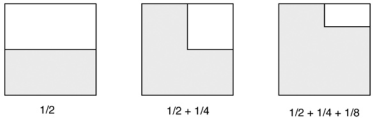
Cada termo desta nova sucessão é uma soma com um número finito de parcelas, mas com cada vez mais parcelas... O seu limite, se existir, corresponderá à soma de uma infinidade de parcelas!

Consideremos a sucessão

, + , + + , ...

Em que vamos somando os recíprocos das potências de 2. Imaginemos um quadrado com área 1. Então representa metade dessa área, + representa metade da área do quadrado mais um quarto, e assim sucessivamente. Os três primeiros termos correspondem às áreas assinalas:






A SUCESSÃO DE ÁREAS SOMBREADAS ESGOTA O QUADRADO?

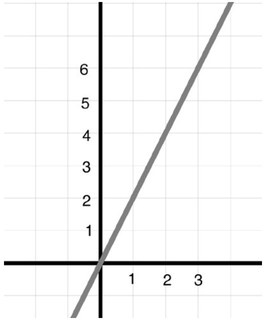
Na realidade, nenhum termo da sucessão corresponde à área total do quadrado, faltará sempre um pouco. Mas, quanto mais avançamos na ordem dos termos, mais próximos da área total nos encontramos. O limite desta sucessão é 1 e escrevemos:

+ + + ... = 1

Uma soma infinita pode ter um valor finito!

Os conjuntos infinitos e os limites são o pão-nosso de cada dia do Cálculo...

Para darmos uma ideia do conceito de derivada, consideremos um atleta que corre à velocidade de 2 metros por segundo (m/s). É fácil representar num gráfico esta situação, marcando nas abcissas o tempo, em segundos, e nas ordenadas o espaço, em metros.

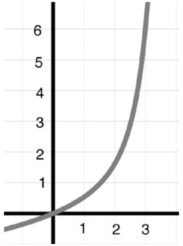



Um atleta percorre 6 m em 3 s
com velocidade constante

Neste caso sabemos a velocidade em cada momento, porque ela é constante: 2 m/s. A função que nos dá o espaço percorrido em função do tempo terá a forma f(t)=2t.

Imaginemos agora que sabemos de outro atleta a lei dos espaços, isto é, sabemos o espaço percorrido após qualquer intervalo de tempo. Até pode ter percorrido os mesmos 6 metros em 3 segundos, mas não o fez a uma velocidade constante, por exemplo:






Outro atleta percorre os mesmos 6 metros
nos mesmos 3 segundos,
mas com velocidade variável

Neste caso a velocidade em cada momento não é sempre a mesma, o atleta começou mais devagar mas terminou o trajecto em passo acelerado.

A velocidade global média foi a mesma para os dois atletas, já que dividindo a distância percorrida --- 6 metros --- pelo tempo gasto --- 3 segundos --- obtemos o valor comum de 2 m/s.

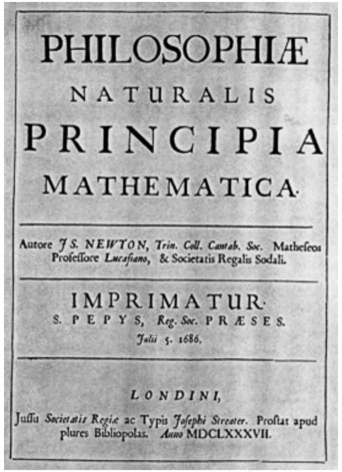
E a velocidade média até se esgotar o primeiro segundo? Para o primeiro atleta a resposta é sempre a mesma: 2 m/s. Mas para o segundo temos de fazer contas: temos de dividir o espaço percorrido (o gráfico mostra que foi

0,5 m) pelo tempo gasto (1 s), obtendo 0,5 m/s. Este valor retrata melhor a situação neste período de tempo do que a média global determinada antes. Se quiséssemos uma ideia ainda mais fidedigna da deslocação do atleta no instante t=1, tomávamos um intervalo de tempo ainda mais pequeno, por exemplo de 0,9 segundos a 1 e calculávamos a velocidade média nesse intervalo. O conceito de velocidade instantânea aparece assim associado ao do limite de velocidades médias... e a velocidade instantânea não é mais do que a derivada da função que nos dá o espaço em função do tempo. O Cálculo fornece regras para a determinação destes limites de forma quase automática.

Noutros modelos, a derivada tem outras interpretações, mas está sempre ligada à ideia de taxa de variação momentânea de uma função.

Por exemplo, se o espaço percorrido por um terceiro atleta for dado pela expressão f(t)=t2-t+1, a sua velocidade instantânea será dada, em cada instante t, por 2t-1, porque a derivada de t2-t+1 é 2t-1.




PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J. S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

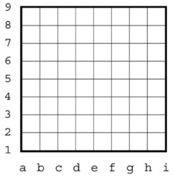
A obra prima de Isaac Newton

# AS REGRAS DO GO

TABULEIRO DE GO ENCONTRADO EM ASTANA - CHINA, 650 D.C.

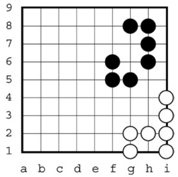
O jogo do Go é jogado nas intersecções de um tabuleiro quadrado. Tradicionalmente a dimensão é de 19 linhas por 19 colunas, sendo também jogado nas dimensões 13x13 e 9x9. Neste texto utilizamos o tabuleiro 9x9 (os números e letras no diagrama serão usados como coordenadas, para identificar certas intersecções):






Cada jogador possui um número suficiente de peças de uma cor (um usa peças negras, outro peças brancas). Por tradição, o primeiro jogador deve ficar com as peças negras.

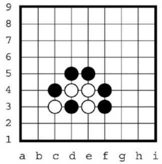
Para entender as regras que se seguem é necessário explicar alguns conceitos. O primeiro diz respeito aos grupos. O que é um grupo? Um grupo é um conjunto de peças da mesma cor que estão conectadas umas às outras horizontal ou verticalmente (no Go, peças na diagonal não se consideram ligadas). No diagrama seguinte mostram-se três grupos, um grupo de sete peças brancas e dois grupos de peças negras (um grupo com quatro peças e outro com três peças):

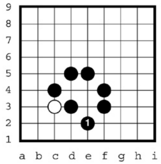


Cada grupo possui um determinado grau de liberdade. A liberdade de um grupo é a soma das intersecções vazias adjacentes (novamente na horizontal ou na vertical) às peças do respectivo grupo. No diagrama acima, o grupo branco tem sete liberdades (as intersecções f1, f2, g3, h3, h1, h4 e i5), o maior grupo negro tem nove liberdades, e o menor grupo negro possui sete liberdades.

É fácil verificar que um grupo que se encontre encostado num dos lados do tabuleiro (como é o caso do grupo branco) tem menos liberdades disponíveis que um grupo no centro do tabuleiro. Este facto vai ter importantes consequências na forma como se joga o Go.

Os jogadores, alternadamente, ou passam a sua vez (não fazendo nada) ou colocam uma peça sua numa intersecção vazia. Se, após a colocação da peça, algum grupo adversário ficar sem liberdades, esse grupo é capturado e retirado do jogo. Vejamos um exemplo (posição inicial no diagrama da esquerda):





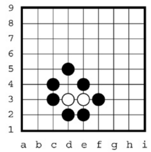
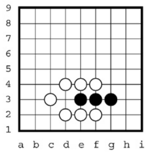

Se forem as Negras a jogar, podem capturar o grupo de três peças branco colocando uma peça em e2 (resultado final no diagrama da direita) já que o grupo branco fica sem liberdade. Se, em vez das Negras, fossem as Brancas a jogar, poderiam tentar salvar o seu grupo, jogando em d2 e capturando a peça d3 pois esta ficaria sem liberdade.

Diz-se que um grupo só com uma liberdade encontra-se em atari (este é um dos muitos termos japoneses inventados para descrever situações e características nas partidas de Go).

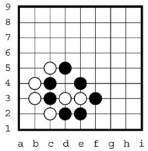
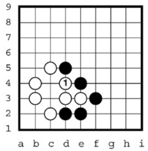
Existem, porém, restrições a colocar peças em intersecções vazias.

Uma destas restrições é que a peça largada não pode cometer suicídio, ou seja, não pode ser colocada numa posição tal que o grupo a que pertence fique sem qualquer liberdade (e, como tal, teria de ser capturado).

No diagrama da esquerda, as Brancas não podem jogar em d4 pois isso deixaria o grupo branco sem liberdade. Já no diagrama da direita, as Negras podem jogar em d3 pois apesar da nova peça em d3 não estar adjacente a uma intersecção vazia, o grupo a que pertence tem ainda três liberdades (respectivamente, g2, h3 e g4).

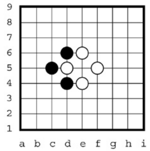
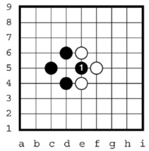
Há, porém, uma possibilidade de colocar uma peça numa situação de (aparente) suicídio. É legal fazê-o se e só se, ao colocar essa peça, o jogador capturar algum grupo adversário, criando, assim, intersecções vazias e liberdades para o seu grupo. Podemos ver, a seguir, uma situação dessas:

Esta é uma situação similar à do diagrama esquerdo anterior. Só que desta vez, as Brancas podem jogar em d4 porque capturam o grupo negro de c3 e c4, criando assim liberdade para o grupo branco (ver à direita o resultado final da jogada).

A segunda restrição em colocar peças no tabuleiro tem a ver com a proibição de repetir uma posição do tabuleiro em turnos consecutivos. Designa-se esta restrição pela regra do Ko.

No diagrama esquerdo que se segue são as Negras a jogar. Se jogarem em e5 capturam a peça branca em d5 (ver diagrama da direita). Na próxima jogada, as Brancas (se não existisse a regra do Ko) poderiam capturar e5 jogando d5. O problema é que regressávamos à posição do diagrama da esquerda. Se os dois jogadores insistissem neste ciclo, o jogo nunca mais terminava.

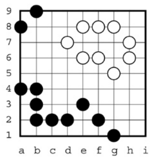
Com a regra do Ko, estas situações são automaticamente resolvidas: as Brancas, após a jogada negra em e5, não podem jogar d5, têm de jogar numa qualquer outra intersecção.

Convém referir que a regra do Ko apenas se aplica à jogada imediatamente a seguir. Se porventura as Negras não ocupassem d5 e jogassem noutro local, as Brancas já poderiam, a seguir, jogar d5 (e, nesse momento, a regra do Ko aplicar-se-ia às Negras).

O jogo termina quando os dois jogadores passarem a vez em turnos consecutivos.

Como se define o vencedor? Apesar de parecer um jogo de captura, o Go é na verdade um jogo de território. E o que é território? Um território, no tabuleiro de Go, é um conjunto de intersecções cercadas por peças da mesma cor e, eventualmente, pelos limites do tabuleiro.

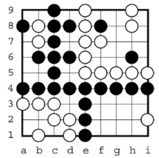
No diagrama que se segue vemos três territórios, um território branco com quatro intersecções (e7, f7, g7, g6), um território negro com nove intersecções, e um outro, mais pequeno, só com uma intersecção (em a9):




É normal que no fim da partida sobrem peças soltas inimigas nos territórios de cada jogador (ou seja, peças que não controlam qualquer território). Essas peças, quando ambos os jogadores passam, devem ser retiradas do tabuleiro, como se fossem capturas.

O vencedor é aquele que possui o maior somatório das peças da sua cor ainda no tabuleiro com a soma dos territórios que controla.

O exemplo seguinte mostra um fim de partida. Ambos os jogadores passaram e obtiveram a seguinte posição:




Primeiro retiram-se as peças soltas em territórios inimigos. Neste caso, são as peças brancas b7, b8, i2 em território negro, e as peças negras f8 e h6 em território branco. A seguir, contam-se quantas peças de cada jogador sobraram (20 peças negras, 19 peças brancas). Depois, contabiliza-se o território de cada jogador. As Brancas têm dois territórios que valem 4 e 13 intersecções, respectivamente no canto inferior esquerdo e no canto superior direito. As Negras também possuem dois territórios de valores 8 e 12. Por fim, fazem-se as somas. As Brancas têm, assim, 19+4+13=36 pontos e as Negras possuem 20+8+12=40 pontos. Venceram as Negras com quatro pontos de vantagem.

É importante que cada jogador só passe a sua vez se não tiver qualquer dúvida sobre quais as peças que poderão ainda controlar territórios. Se, mesmo assim, houver discordâncias entre os jogadores, o jogo deve prosseguir (recomeçando o primeiro jogador que passou) até que estas estejam resolvidas. Este tipo de questões é comum nos principiantes e deve ser abordada com normalidade.

É reconhecido que o primeiro jogador possui uma certa vantagem. Nos torneios e partidas com jogadores mais experientes, é comum associar uma compensação às Brancas para tornar o jogo mais justo. A esta compensação dá-se o nome de Komi e, no caso do tabuleiro 9x9, é de valor 5,5 (a parte decimal faz com que seja impossível haver empates).

Um reparo final sobre o método de encontrar o vencedor. O método descrito (soma das peças no tabuleiro mais territórios) é a contagem chinesa. Existe uma alternativa, designada por contagem japonesa, onde a soma que define o vencedor é entre os prisioneiros capturados e os territórios controlados (as peças do jogador no tabuleiro não contam). Em quase todas as partidas de Go, os dois métodos indicam o mesmo vencedor.



**UM POUCO DE CONTEXTO**

O Go é um jogo de origem chinesa. Porém, ninguém sabe ao certo quando foi inventado. A tradição chinesa atribui ao jogo uma idade de cerca de quatro mil anos mas é quase certo ser este apenas um valor lendário e muito exagerado. Existem referências bibliográficas que referem o Weiqi, o nome chinês do Go, entre os séculos II e IV da nossa era. Os primeiros livros sobre o jogo foram escritos durante a dinastia Tang (618-906 d.C.).

O jogo era considerado um dos quatro marcos civilizacionais pela própria cultura Chinesa (Música, Weiqi, Caligrafia e Pintura). A sua importância estaria também relacionada com o facto do jogo do Go, desde muito cedo, ter sido usado para ensinar estratégia militar na educação da nobreza, dado ser possível utilizar os conceitos de bem jogar Go na arte da guerra.

Japoneses de classe alta ostentando as suas virtudes (Tsunajima Kamekichi, 1876)

Neste contexto há múltiplos provérbios que indicam aos principiantes (e para relembrar mesmo aos mestres) as boas tendências a seguir tanto no jogo como, esperava-se, no campo de batalha.

O jogo expandiu-se para a península da Coreia por volta do século II (sendo conhecido pelo nome de Baduk) e para o Japão por volta do século VI (onde se designa por Go, sendo este o nome usado no Ocidente). Nestes três países, o jogo é parte integrante das respectivas culturas nacionais, existindo milhões de jogadores e milhares de profissionais.

Uma tal massa crítica de interessados possibilita a existência de jornais, revistas, até programas de televisão (quer de ficção quer de notícias sobre campeonatos e eventos relacionados) e ainda uma vasta literatura sobre os mais variados aspectos do jogo, desde como iniciar uma partida (no Japão, as teorias de abertura designam-se por Fuseki), como efectuar sequências de partilha de sectores do tabuleiro (os Joseki), como aprender e usar certos padrões usuais em partidas de Go (os chamados Tesuji) e muitos outros tipos de puzzles e problemas (sendo muito conhecidos e apreciados os Shikatsu, os problemas de vida e morte, que veremos na secção seguinte). Esta riqueza na literatura bem como o número de jogadores profissionais e amadores rivaliza com a do Xadrez.

## *PARA LÁ DAS REGRAS*

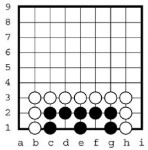
Cortesã praticando Go (Harunobu, 1770)

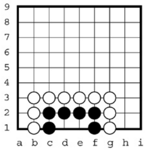
**PISTAS PARA UM BOM JOGADOR DE GO**

O Go não é um jogo com muitas regras. A complexidade do Go deriva não da complexidade das suas regras mas da forma como estas interagem na dinâmica de uma partida (sendo este um critério para avaliar a qualidade de um jogo de tabuleiro). Vamos, a seguir, mostrar algumas tácticas e estratégias que um aspirante a bom jogador deve conhecer.

Talvez o conceito mais importante no Go seja a possibilidade de um grupo se tornar imune à captura. Quando isto acontece, diz-se que o grupo está vivo. Da mesma forma, se um grupo está numa tal situação que é impossível deter a sua eminente captura, diz-se que o grupo está morto.

Os seguintes diagramas mostram um grupo vivo (à esquerda) e um grupo morto (à direita):

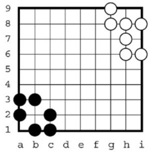


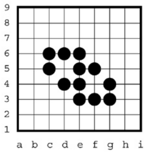




O grupo negro da esquerda está vivo porque as Brancas não podem jogar nem em d1 nem em f1 porque seria um suicídio. Como estão impedidas de jogar duas peças ao mesmo tempo, o grupo negro não pode ser capturado.

Já o grupo negro da direita pode ser capturado pelas Brancas, bastando colocar uma peça em d1 (ou e1, o raciocínio é simétrico). Ao colocar essa peça, ameaçam capturar as peças negras. A única possibilidade das Negras seria capturar d1 jogando em e1. Mas, após essa jogada, o grupo negro ficaria apenas com uma liberdade em d1. As Brancas jogariam aí novamente e capturariam o grupo inteiro.

Outros exemplos de grupos vivos:

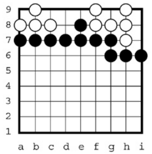


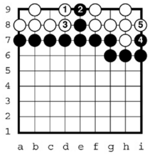




É vital para um jogador de Go saber bem gerir a questão de vida ou morte dos seus grupos e dos do adversário. São eles que estabelecem as bases para a conquista de terrenos. Um grupo que esteja vivo é uma presença muito influente no tabuleiro dado ser impossível capturar as suas peças.

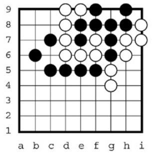
Toda esta questão da vida ou morte de grupos deriva da regra que proíbe os suicídios em conjunção com a noção de liberdade, sendo um excelente exemplo de como a interacção de regras simples pode produzir complexidade táctica e estratégica.

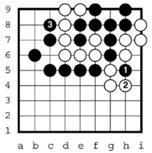
Observe o seguinte exemplo de problema de vida ou morte. No diagrama da esquerda, jogam as Brancas e devem salvar os seus grupos (se quiser resolver o problema, tape o lado direito onde se encontra a resposta). No diagrama da direita encontra-se a primeira jogada (a peça com etiqueta 1) e as respectivas respostas e contra-respostas. Nesta situação, uma boa sequência de jogadas garante a vida aos dois grupos brancos.





É comum ser necessário fazer sacrifícios para obter os resultados desejados. No diagrama seguinte as Negras estão em dificuldade para proteger o seu grupo cercado por peças brancas. Existe uma ameaça de captura pelas Brancas começando por i9 e depois g9.





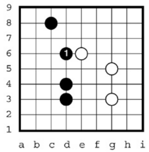
Para impedir isso, as Negras devem jogar em h5. Deste modo, impedem a jogada imediata em i9 (pois, nesse caso, quem seria capturado era o grupo branco) e obrigam ao ataque de h5 jogando em h4.

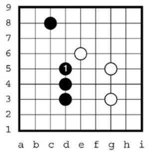
Deste modo, as Negras ganharam um tempo (porque as Brancas ainda precisam de colocar uma peça em i5 para capturar a peça negra em h5), e jogam em c8. A ameaça foi revertida, quem está agora em perigo de captura é o grupo branco!

Estes conceitos relacionados com a vida e morte são tão importantes que no Go de competição, é usual, na fase final da contagem de território, retirar os grupos mortos do tabuleiro, mesmo que estes controlem território.



Outra noção importante é a forma como se estende a influência de um grupo no tabuleiro. Colocar uma peça adjacente ao grupo é uma forma segura mas lenta de aumentar a influência sobre um potencial território. É melhor colocar a peça um pouco mais longe. Mesmo que a ligação seja virtual, os ganhos futuros sobre o domínio do tabuleiro compensam. Observe a diferença entre duas extensões possíveis do grupo negro.

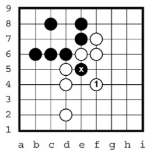


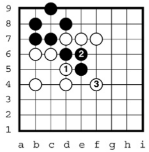


Referiu-se, no fim da secção anterior, que existem certos padrões que surgem no desenrolar da partida e que é útil saber reconhecê-los, o que se designa por Tesuji. Vejamos alguns:

**A REDE**

A rede é o envolver de um grupo cortando-lhe as saídas para potenciais liberdades e garantindo, assim, a sua futura captura. Dois exemplos:



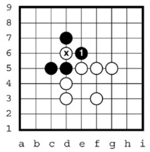


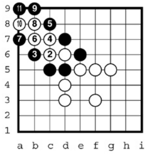
No diagrama da esquerda, as Brancas, ao jogarem em f4 condenaram a peça negra e5 (marcada a X). Se tentarem escapar por f5, as Brancas respondem g5; se tentarem por e4, são detidas por e3.

Já no diagrama da direita, após a jogada branca em d5, obrigando à defesa em e6 (caso contrário, a peça d6 seria capturada), as Brancas envolvem com uma rede o grupo negro jogando em f4.

**A escada**

A escada é outro padrão muito comum e que deve ser bem compreendido para um jogador evitar sofrer um ataque desse tipo (e que facilmente pode levar à decisão de uma partida). Uma escada ocorre quando se reduz sistematicamente um grupo de duas liberdades para uma, mesmo após as respostas do adversário.



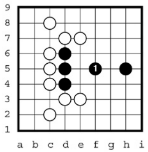

No diagrama da esquerda, as Negras reconhecendo a possibilidade de uma escada jogam em e6. A partir deste momento a peça branca d6 (marcada a X) está condenada. O jogador das peças brancas deve reconhecer a perda da peça e jogar noutro local. Se insistir na sua protecção obteríamos a sequência da direita. Após a jogada da peça 11, o grupo branco seria capturado e as Negras teriam uma influência muito importante no tabuleiro. Uma ideia muito importante no Go é o lema «o que não tem remédio, remediado está». Um dos erros mais

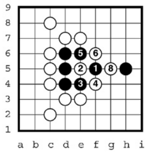


comuns nos principiantes consiste em defender território que já está perdido o que na maioria das vezes se reflecte apenas em perda de tempo.

**O NINHO**

Este Tesuji ocorre em situações em que o grupo de peças cercado num dos flancos tenta fugir usando uma extensão.



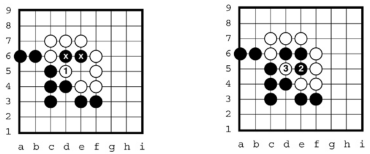




Neste diagrama, as negras tentam impedir a captura do seu grupo através da peça f5. Aqui, a jogada branca deve atacar no centro da simetria para condenar o grupo negro (ver a sequência da direita; a peça preta 7 foi jogada no local da peça 2).

**O volte-face**

Outro padrão comum é quando podemos capturar um grupo, sacrificando uma ou mais peças para forçar certas jogadas do adversário e, assim, reduzir as suas liberdades.

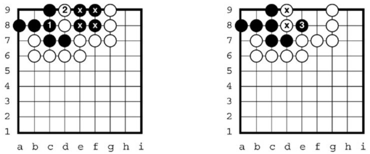
No diagrama que se segue, a peça branca em d5 ameaça capturar as peças negras marcadas a X. Deste modo, se as Negras responderem com e5 (diagrama da direita) capturando d5, as Brancas podem jogar novamente em d5 e capturar o grupo negro.



**JOGAR DEBAIXO DAS PEDRAS**

Este termo significa criar espaço ao deixar o adversário capturar peças. Deste modo é possível usar essas intersecções para dar vida a um grupo de outra forma condenado.

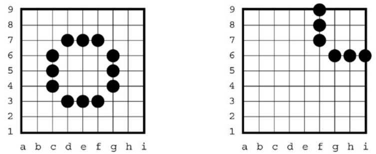
No diagrama seguinte, as Negras dão quatro peças (marcadas a X) para que as restantes peças possam viver. Ao jogar em c8 as Negras forçam as Brancas a jogar em d9, capturando as peças marcadas. Com o espaço assim vazio (diagrama da direita) as Negras jogam em e8 e garantem a captura das duas peças brancas (marcadas a X) bem como a vida do grupo negro.



**COMEÇANDO UM JOGO DE GO**

Há um provérbio que diz «primeiro os cantos, depois os lados e no fim o centro». O que este provérbio indica é a ordem pela qual um jogador deve ganhar influências e territórios. Porquê primeiro os cantos? Porque é mais fácil controlar território nos cantos com menos peças devido aos lados do tabuleiro. Já no centro do tabuleiro é necessário contornar um território por todos os lados.

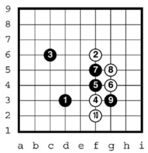
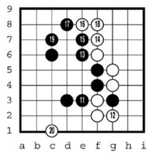
Por exemplo, para controlar um território com nove intersecções, no centro são precisas doze peças, já no canto para obter as mesmas nove intersecções são precisas apenas seis peças.



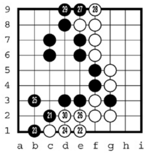
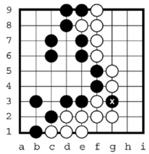
Apesar deste conceito fazer mais sentido no tabuleiro tradicional 19x19, controlar os lados e os cantos do tabuleiro 9x9 continua a ser uma estratégia relevante. É preciso notar que quando se refere a controlar os cantos não se deve iniciar o jogo colocando uma peça na linha limite do tabuleiro nem da linha seguinte, mas sim na 3ª linha (por isso, o provérbio torna-se menos relevante num tabuleiro pequeno, dado que a 3ª linha já é perto do centro).

**UMA PARTIDA DE GO**

Segue-se um exemplo de início de jogo. As primeiras dez jogadas encontram-se no diagrama esquerdo. Após um começo negro na 3ª linha, as Brancas respondem na 4ª linha, procurando ganhar influência no sector superior direito. As Negras procuram então controlar o lado esquerdo do tabuleiro. No entanto, para impedir um excesso de influência do lado direito, as Negras, com a peça em f4, iniciam um confronto que se estende nos turnos seguintes.

No diagrama da direita vemos as seguintes dez jogadas. A influência inicial dos primeiros turnos começa agora a cristalizar. As Negras estão prestes a garantir um maior território e, assim, a ganhar a partida. Para tentar prevenir isso, a 20ª peça em c1 procura obter algum ganho marginal no sector Sul, o que vai desencadear a próxima batalha:

Ao fim de 30 lances, ambos os jogadores passam a sua vez por considerarem que não há nada mais relevante a ser feito. São retirados os prisioneiros (neste caso, apenas um, em g3) e contam-se as peças no tabuleiro mais os territórios conquistados. As Negras somam 14 peças e 27 intersecções em território num total de 41 pontos. As Brancas possuem 15 peças e um território de dimensão 25. Se somarmos o Komi de 5,5 à soma das Brancas (para compensar a desvantagem de ter sido o segundo a começar) obtemos o resultado de 45,5 pontos.

**AS BRANCAS GANHARAM ESTA PARTIDA.**