PROBLEMES PLAISANS ET DELECTABLES, QVI se font par les nombres.

Partie recueillis de diuers Autheurs, partie inuentez de nouueau auec leur demonstration.

Par CLAVDE GASPAR BACHET, Sieur de Meziriac.

Seconde Edition, reueuë, corrigée, & augmentée de plusieurs propositions, & de plusieurs Problemes, par le mesme Autheur.

Tres-vtile pour toutes sortes de personnes curieuses, qui se seruent de l'Arithmetique, & Mathematique.

A LYON,

Chez PIERRE RIGAVD & ASSOCIEZ, ruë Merciere, au coing de ruë Ferrandiere, à l'Enseigne de la Fortune.

M. DC. XXIIII.

A MONSIEVR LE COMTE DE TOVRNON.

MONSIEVR,

Je vous offre des jeux, mais qui sont, à mon aduis, dignes de vostre bel esprit, & capables de luy fournir quelques fois vn aggreable diuertissement. I'ay iuste sujet de iuger ainsi, puis que i'ay eu le bonheur de cognoistre par experience, les belles qualitez que vous possedez, & le plaisir que vous prenez aux Mathematiques, & particulierement en cette sorte de jeux, qui se font par les nombres, dont ie vous en ay veu practiquer plusieurs fort heureusement, & mesme vous m'auez fait l'honneur d'en, *vouloir apprendre de moy quelques-vns. Ces considerations ont esté les motifs, qui m'ont porté à vous dedier ce liure, lequel vous verrez s'il vous plaist, de bon œil, ayant esgard non tant à sa valeur, qu'à l'inuiolable affection que vous a voüée,*

Vostre tres-humble & tres-affectionné seruiteur.

CLAVDE GASPAR BACHET.

A MONSIEVR DE Meziriac, ſur ſon liure de Ieux.

SONNET.

Tout ce que le puiſſant architecte du monde
Par ſa ſeule parole a fait voir à nos yeux
De plus beau, de plus rare, & plus induſtrieux
Dans le ciel, dans la terre, ou dans la mer profonde,
Par des nombres eſgaux d'vne meſure ronde
Se lie, & s'entretient d'vn ordre gratieux,
Et le Chaos confus regneroit en tous lieux,
Si chaſque choſe eſtoit ſans nombre vagabonde.
Imitant cet ouurier (BACHET) *tu nous fais voir*
Que ſur tous les humains tu t'es pleu de ſçauoir.
Des nombres plus cachez l'admirable nature.
Voyre au meſme patron reglant tes actions
Iuſqu'à tes paſſe-temps & recreations,
Tout eſt fait, & dreſſé par nombre, & par meſure.

Charles le Grand, Aduocat au
ſiege Preſidial de Breſſe.

In Nobilissimi C. G. Bacheti lusus Arihtmeticos.

QVeis est ingenij decus, vel artis,
Natura studióve comparatum:
In paruis etiam patere rebus
Possunt, nec modicam referre laudem.
Notus lineola fuit vel vna
Qui cunctos superauit arte pictor.
Syluas si cecinit Maro, gregésque,
Sylua consulibus fuêre digna.
Clades Iliacas Poëta magnus
Qui scribit, simul ac Vlyssis acta,
Dum dicit βατράχων μυῶν τε *pugnas*
Est semper similis sui disertus.
Sic ludens numeris BACHETVS *istis.*
Doctrinæ geniique si feracis
Tantas fundit opes, quid obstupendum?
Lusus non alios daret BACHETVS.

Phil. Coll.

A Mon

A Monſieur de Meziriac, ſur ſes ieux Arithmetiques.

L'Vn prefere au prouffit les douces voluptez,
L'autre n'appreuue rien qui ne ſoit prouffitable.
Mais quand on a meslé l'vtile au delectable
Alors eſgalement tous s'en ſont contentez.
Tes ieux (mon cher BACHET) doctement Inuentez
Sçauent bien accoupler d'vn art inimitable
Le plaiſir au prouffit, & font qu'en meſme table
Chaſcun peut aſſouuir ſes curioſitez.
O que de beaux ſecrets; Mais quoy gentil ouurier
D'vn labeur ſi parfait ſeras tu ſans loyer?
Non, tu ne peux manquer d'vne immortelle gloire.
Car aux ſiecles ſuiuans les plus braues eſprits,
Qui ſe paiſtront ſouuent de tes fameux eſcrits.
Conſacreront ton nom au temple de memoire

Phil. Coll.

Preface au Lecteur.

IL y a onze ans que ce liure fut premierement imprimé, & que ie volus qu'il sortist en lumiere, tant pour faire vn essay de mes forces, que pour sonder quel iugement on feroit de mes œuures, & à fin qu'il seruist comme d'auan-coureur à mon Diophante. Maintenant que i'ay veu, que ce petit ouurage a esté fauorablement accueilly des plus beaux esprits de la France, & qu'auec l'ayde du Ciel, Diophante voit le iour, & me rend aussi la recompence attenduë de mon trauail, il me semble qu'auec plus d'asseurance ie puis publier ce liure de nouueau, & me promettre qu'il sera bien reçeu, puis qu'il est beaucoup plus accomply qu'il

n'estoit

n'estoit auparauant. Il est vray que peut-estre quelqu'vn s'estonnera, de ce qu'apres auoir fait vne œuure si serieuse, & remplie de si profondes speculations comme est le Diophante, ie me suis amusé à des choses de si petite consequence, & de si peu d'vtilité comme sont celles que ce liure contient: mais ie respons premierement à celuy qui fera ceste consideration, que les liures sont les enfans de nos esprits, & qu'outre l'inclinatiõ naturelle, qu'ont tous les peres d'aymer leurs enfans generalement, ils portent encore vne affectiõ particuliere à leurs premiers nez. C'est pourquoy ce liure estant le premier qui soit parti de ma main, & comme l'enfant premier né de mon esprit, c'est auec iuste raison, que ie le cheris particulierement, & que ie ne me contente pas de l'auoir mis au monde, mais ie veux encor prendre le soing de sa conseruation, & de son accroisſance. En outre ie ne crois pas, que ceux qui auront penetré dans ce liure plus auant eue l'eſcorce, le iugent de ſi peu de valeur, que feront ceux-là qui n'en auront leu que le tiltre: car encor que ce ne ſoyent que des ieux, dont le but principal eſt de donner vne honneſte recreation, & d'entretenir auec leur gentilleſſe vne compagnie, ſi eſt-ce qu'il faut bien de la ſubtilité d'eſprit, pour les practiquer parfaictement, & faut eſtre plus que mediocrement expert en la ſcience des nombres, pour bien entendre les demonſtrations, & pour ſe ſçauoir ayder de pluſieurs belles inuentions, que i'ay adiouſtees. Finalement, pour preuuer encore que ce liure n'eſt point du tout inutile, & que la cognoiſſance de ces Problemes peut ſeruir grandement en quelque occaſion, ie ne veux employer que le teſmoignage d'Hegeſippus au troiſieſme liure de la priſe de Hieruſalem. La il rapporte la memorable histoire de Iosephe, ce fameux Autheur qui nous a laissé par escrit la mesme guerre des Iuifs, lequel estãt gouuerneur dans la ville de Iotapata, lors qu'elle fut assiegee, & peu apres emportee d'assaut par Vespasian, il fut contraint de se retirer dans vne cisterne, suiui d'vne trouppe de soldats, pour euiter la premiere fureur des armes victorieuses des Romains. Mais il courut plus de fortune de perdre la vie parmy les siens, que parmy les ennemis : Car comme il eut arresté de s'aller rendre à la mercy du vainqueur, ne pouuant imaginer aucun autre moyen de se garentir de la mort, il treuua ses soldats saisis d'vne telle frenesie, qu'ils vouloient tous mourir, & s'entretuer les vns les autres, plustost que de prendre ce party. Iosephe s'efforça bien de les destourner d'vne si mal-heureuse entreprise, mais ce fut en vain; car rejettãs tout ce qu'il peust leur alleguer

leguer au contraire, & persistans en leur opinion, ils en vindrent iusques là, que de le menacer, s'il ne s'y portoit volontairement, de l'y contraindre par force, & de commencer par luy mesme l'execution de leur tragique dessein. Alors sans doute c'estoit fait de sa vie, s'il n'eust eu l'esprit de se defaire de ces hommes furieux, par l'artifice de mon 23. Probleme. Car feignant d'adherer à leur volonté, il se conserua l'authorité qu'il auoit sur eux, & par ce moyen leur persuada facilement, que pour euiter le desordre & la confusion, qui pourroient suruenir en tel acte, s'ils s'entretuoiét à la foule, il valoit mieux se ranger par ordre en quelque façon, & commençant à conter par vn bout, massacrer tousiours le tantiesme. (l'Autheur n'exprime par le quantiesme) iusques à ce qu'il n'en demeurast qu'vn seul, lequel seroit obligé de se tuer soy-mesme. Tous estans de cet accord,

accord, Iosephe les disposa de sorte, & choisit pour luy vne si bonne place, que la tuerie estant continuee iusques à la fin, il se trouua seul en vie, ou peut estre encore qu'il sauua quelques vns de ses plus affidez: & de ceux desquels il se pouuoit promettre vne entiere & parfaicte obeïssance. Voyla vne histoire bien remarquable, & qui nous apprend assez, qu'on ne doit point mespriser ces petites subtilitez, qui aiguisent l'esprit, habilitent l'hõme à des plus grandes choses, & apportent quelquesfois vne vtilité non preueuë.

Reste que i'aduertisse le Lecteur, que ceste seconde edition est beaucoup plus accomplie, que la premiere: car outre qu'elle est plus correcte, elle est augmentee de plusieurs Problémes, & de la demonstration parfaicte du Probleme, qui estoit le cinquiesme en la premiere edition, & qui est le sixiesme en ceste-cy. A cet effect i'ay tiré vne dixaine de propositions de mes Elemens Arithmetiques, pour les rapporter icy, considerant que ie ne pouuois pas si promptement mettre en lumiere ce liure là des Elemens, & que neantmoins ie ne deuois pas souffrir, que ce petit ouurage demeurast si longtemps imparfaict.

Quant à ce qui est requis pour la parfaicte intelligence, & pour la practique de ces Problemes, ie puis asseurer que tout homme de bon esprit, en pourra comprendre, & practiquer la plus grand'part. Il est vray qu'il y en a quelques vns, qui ne pourront parfaictement estre mis en practique, que par ceux qui sçauent les premieres regles de l'Arithmetique. Pour les demonstrations, elles sont pour les plus doctes: car elles supposent la cognoissance du septiesme, huictiesme, & neufuiesme liure d'Euclide, & encore quelque propositions

tions du ſecond appliquees aux nombres, & quelques definitions, & propoſitions du cinquieſme.

En fin i'admoneſte ceux qui voudront mettre ces ieux en vſage, & en auoir du contentement, qu'ils prennent le ſoing de les faire auec vne telle dexterité, qu'on n'en puiſſe pas aisément deſcouurir l'artifice; Car ce qui rauit les eſprits des hommes, c'eſt vn effect admirable dōt la cauſe leur eſt incognuë. C'eſt pourquoy ſi l'on fait plusieurs fois de ſuitte le meſme ieu, il faut touſiours y apporter quelque diuerſité, le faiſant en differentes façons, ainſi que i'enſeigne aux aduertiſſemens, que ie donne apres les demonſtrations, qui pour ceſte cauſe doiuent eſtre leus diligemment, & & bien conſiderez.

PROPOSITION PREMIERE.

Si vn nombre donné ſe multiplie par vn autre, & le produit ſe diuiſe encor par vn autre, il y aura telle proportion du nombre donné au quotient de la diuiſion, qu'il y a du diuiſeur au multiplicateur.

	A 8.	
B 3.		C 4.
D 24.		E 6.

SOIT le nombre donné A. lequel multiplié par B. produiſe le nombre D; & diuiſant D par C, ſoit le quotient E. Ie dis qu'il y a telle proportion de A. nombre donné au quotient E, qu'il y a du diuiſeur C. au multiplicateur B. Car puis que C diuiſant D, fait le quotient E, il eſt certain que C E multipliez enſemble produiſent D; mais auſſi par l'hypoteſe, A B. multipliez enſemble, produiſent le meſme D. Doncques par la 19. du 7. d'Euclide il y a telle proportion de A, à E, que de C, à B. Ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION II.

S'il y a quatre nombres proportionaux, & qu'on multiplie le premier & le troiſieſme par vn meſme nombre ; le multiple du premier aura telle proportion au ſecond, que le multiple du troiſieſme au quatrieſme.

A 2.	B 4.	E 10.
G 5.		
C 3.	D 6.	F 15.

SOient quatre nombres proportionaux A B. C. D. à ſçauoir qu'il y ait telle proportion de A, à B. que de C. à D. & qu'on multiplie les deux A C. premier & troiſieſme par le meſme nombre G. & ſoient les produits. E F. Ie dis qu'il y a telle proportion de E à B. que de F. à D. Car puiſque il y a telle proportion de A à B que de C à D. il y aura, par la proportion alterne, telle proportiõ de A à C, que de B à D. Or pource que le meſme G multipliant A & C, produit E & F, il y a telle proportion de E à F que de A à C, doncques auſſi il y a telle proportion de E à F que de B à D, & alternatiuement, telle proportion de E à B. que de F à D. Ce qui ſe deuoit demonſtrer.

PROPOSITION III.

Si trois ou pluſieurs nombres ſe multiplient enſemble, le produit ſera touſiours le meſme, en quelle façon, & par quel ordre qu'on les multiplie.

EVCLIDE ayant demonstré en la 16. du 7. que de deux nombres soit qu'on multiplie le premier par le second, ou le second par le premier, le produit est tousiours le mesme. Ie veux icy preuuer que le semblable aduient en trois, ou plusieurs nombres. Or trois ou plusieurs nombres se disent estre multipliez ensemble, lors qu'on en multiplie deux ensemble, & le produit par vn autre & ce produit derechef par vn autre, & ainsi tant qu'il y aura de nombres.

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F 12.
E 24.	K 24.	G 24.

SOIENT donc premierement proposez trois nombres A. B. C. & multipliant A par B soit fait D. lequel multiplié par C produise E: Puis changeons d'ordre, & multiplions B par C & soit fait F. qui multiplié par A produise G. Changeons derechef d'ordre & multiplions A par C, & soit fait H, lequel multiplié par B produise K (Car voilà toutes les differentes façons que peuuent admettre trois nombres se multiplians ensemble) Ie dis que les trois produits E.K. G. sont vn mesme nombre. Car puisque B multipliant les deux A. C. produit D. F. il y a telle proportion de A. à C, que de D. à F. donc le mesme nombre se produit multipliant A par F, & C. par D. par la 19. du 7. Partant E & G sont vn mesme nombre. Semblablement puisque C multipliant A & B, produit H & F. il y a telle proportion entre A & B, qu'entre H & F. Partant le mesme nombre se faict multipliant A par F & B par H.

Doncques K G ſont vn meſme nombre. Par conſequent tous les trois E.K.G. ſont vn meſme nombre. Ce qu'il falloit preuuer.

Maintenant ſoyent propoſez quatre nõbres A.B.C.D. & multipliant A par B, & le produit par C. ſoit fait E. qui multiplié par D. faſſe K. Puis changeans d'ordre, & multiplians D par C. & le produict par B. ſoit fait F. qui multiplié par A. produiſe H. Ie dis que K. H. ſont vn meſme nombre, & que le meſme nombre ſe produira touſiours en quelque autre façon, qu'on multiplie enſemble les quatre nõbres A.B.C.D. Car puiſque multipliãs enſemble d'vn coſté les trois A. B. C; & d'vn autre coſté les trois D.C.B. nous trouuons les deux B. C. d'vn coſté & d'autre, multiplions B,C. enſemble, & ſoit faict G. Or parce qui a eſté demonſtré en trois nombres le meſme E. qui ſe fait multipliant A par B, & le produit par C, le meſme E, diſ-je, ſe fera auſſi multipliãt B par C, & le produict (à ſçauoir G) par A. ſemblablement nous prouuerons, que F ſe feroit multipliant D par G. Puis donc que le meſme G. multipliãt les deux A.D. produit E F. il y a telle proportion entre A D, qu'entre E F. Partant le meſme nombre ſe fait, multipliant A par F, & D par E. Doncques K.H. ſont vn meſme nombre. Or par ſemblable moyen nous prouuerons touſiours le meſme. Car de quatre nombres, en multipliant trois enſemble d'vn coſté, & trois d'vn autre, il ſe rencontrera touſiours

	E 24.	F 60.	
A 2.	B 3.	C 4.	D 5.
	G 12.		
	K 120.	H 120.	

iours,que de trois pris d'vn coſté & d'autre, il y en aura deux qui ſerõt les meſmes,& par ainſi la meſme demonſtration aura touſiours lieu.

Semblablement ſi l'on propoſe cinq nombres,i'en prendray quatre d'vn coſté, & quatre d'vn autre, & s'en treuuera touſiours trois qui ſeront les meſmes d'vn coſté & d'autre. Ainſi m'aidant de ce qui a eſté demonſtré en trois & en quatre nombres, ie parferay la demonſtration d'vne meſme ſorte. Et ſi l'on propoſe ſix nombres,ie me ſeruiray de ce qui aura eſté demonſtré en cinq, & ainſi touſiours, ſi l'on en propoſe d'auantage. Doncques le moyen de la demonſtration eſt vniuerſel, & applicable à toute multitude de nombres.

ADVERTISSEMENT.

Ce meſme Theoreme d'vne autre façon a eſté demonſtre par Clauius ſur la 19. du 8. Mais de combien ma demonſtration ſoit plus brieſue & plus claire que la ſienne, i'en laiſſe le iugement au prudent lecteur. Certes cette propoſition eſt fort vtile & importante, non ſeulement à cauſe des problemes ſuiuans, mais auſſi pour faciliter la demonſtration de pluſieurs autres beaux Theoremes, comme ie feray voir, Dieu aydant, en mon liure des Elemens Arithmetiques.

PROPOSITION IV.

De tout nombre pairement pair, la moitié eſt vn nombre pair.

A	24.
B.	12.

SOit A nombre pairement pair, dont la moitié ſoit B. Ie dis que B eſt vn nombre pair; Car ſi B eſtoit impair, le nombre A seroit pairement impair seulement par la 33. du 9. Ce qui est contre l'hypotese. Donc il faut que B soit pair. Ce qui se deuoit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

La conuerse de ceste proposition, à sçauoir que tout nombre, dont la moitié est nombre pair, est pairement pair, est trop euidente; car puisque multipliant la moitié d'vn nombre pair par 2. on fait le mesme nombre, si icelle moitié est nombre pair, estant multipliee par 2. qui est aussi pair, infailliblement le produit sera nombre pairement pair par la definition.

PROPOSITION V.

De tout nombre pairement impair seulement, la moitié est vn nombre impair.

A	10.
B	5.

CEste proposition est la conuerse de la 33. du 9. Soit A nombre pairement impair seulement, & sa moitié soit B. Ie dis que B est impair; car si B estoit pair, le nombre A seroit pairement pair par l'Aduertissement de la precedente proposition. Ce qui est contre l'Hypotese. Donques B est impair. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VI.

Tout nombre pairement pair, est mesuré par le quaternaire; & tout nombre que le quaternaire mesure, est pairement pair.

Soit

A . . . . . . C . . . . . . B	
G 4. D 2.	

SOit A B. nombre pairement pair, duquel la moitié soit C B nombre pair, par la 4. de ce liure. & soit G. le quaternaire. Ie dis premierement que G mesure le nombre A B. Car prenant le binaire D, qui est la moitié de G, il est euident qu'il y a telle proportion de D à G, que de C B, à A B. & par la proportion alterne il y a mesme proportion de D. à C. B. que de G. à A B. Mais D mesure C B (car tout nombre pair quel est C B, comme il a esté preuué, est mesuré par le binaire) doncques G pareillement mesure A B.

En apres posons que le quaternaire G. mesure quelque nombre comme A B. Ie dis que A B. est pairement pair. Car en premier lieu il est certain que A B. est pair, d'autant qu'il est mesuré par vn nombre pair quel est G, comme on recueillit de la 21. du 9. Partant prenons la moitié de A B, qui soit C B. Lors comme au parauant il y aura telle proportion de C B à A B, que du binaire D. au quaternaire. G. & alternatiuement telle proportion de C B à D. que de A B. à G; mais A B est mesuré par G par l'Hypotese. Donques aussi C B. sera mesuré par D. Partant C B est nombre pair; Par cõsequent A B est pairement pair par l'aduertissement de la 4. de ce liure. Donques il appert de la verité de ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VII.

Tout nombre qui surpasse du binaire quel-

que nombre pairement pair, est pairement impair seulement.

| A . . C . . . . B |

SOit le nombre A B surpassant du binaire A C, le nombre C B pairement pair, Ie dis que A B est pairement impair seulement. Car en premier lieu que A B soit pair, il est euident par la 21. du 9. d'autant qu'il est cõposé de deux nombres pairs A C. C B. En apres que ledit A B soit seulement pairement impair, ie le preuue ainsi. S'il estoit pairement pair, il seroit mesuré par le quaternaire par la precedente. Or C B. qui par l'Hypothese est pairement pair, est pour mesme raison mesuré par le mesme quaternaire. Doncques le binaire A C restant, seroit aussi mesuré par le quaternaire, chose impossible. C'est pourquoy A B. ne peut estre que pairement impair. Ce qu'il falloit preuuer.

PRPOSITION VIII.

Tout nombre pairement impair seulement, surpasse du binaire quelque nombre pairement pair.

| A . . G . . . . C . D . . . . . B |

C'Est la cõuerse de la precedente. Soit A B nombre pairement impair seulement. Ie dis qu'il surpasse de deux quelque nombre pairement pair. Car puisque A B. est pair, soient ses deux moitiez A C. C B. qui seront nõbres impairs par la 5. de ce liure. Doncques de C B. ostant l'vnité C D. le reste D B.

sera

sera nombre pair. Ie prends le double de D B. qui soit G B nombre pairement pair par l'aduertissement de la 4. de ce liure. Alors d'autant que tout A B a mesme proportion à tout C B. que le nombre osté G B. a l'osté D B. (Car d'vn costé & d'autre il y a proportion double.) Il s'ensuit aussi que le reste A G. au reste D C. a la mesme proportion double, par la 11. du 7. Or C D. est l'vnité par la construction, donc A G est le binaire. Par consequent ayant esté preuué, que G B. est pairement pair; Il est euident que A B. surpasse vn pairement pair G B. du binaire A G. ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION IX.

Si l'on adiouste ensemble deux nombres, l'vn pairement pair, & l'autre pairement impair seulement, le composé sera pairement impair seulement.

| A.... C...... B |

AV nombre pairemét pair A C soit adiousté le nombre C B pairement impair seulement. Ie dis que le composé A B. est pairement impair seulement. Car s'il estoit pairement pair, le quaternaire le mesureroit par la 6. de ce liure. Or d'autant que par l'hypothese A C est pairement pair, le quaternaire le mesure aussi, par la mesme raison. Doncques le mesme quaternaire mesureroit aussi le restant C B. & par consequent C B. seroit pairement pair. Ce qui est impossible, ayant esté supposé qu'il eſt pairement impair ſeulement. Doncques A B. ne peut eſtre que pairement impair. Ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION. X.

Si l'on multiplie vn nombre pairement pair, par quel nombre que ce ſoit, le produit ſera nombre pairement pair.

A 8.	B 3.
C 24.	

LE nombre pairement pair, A. ſoit multiplié par B quel nombre qu'on voudra, & ſoit le produit C. Ie dis que C. eſt nombre pairement pair. Car puiſque A pairement pair meſure C. & le quatenaire meſure A par la 6. de ce liure. Il faut auſſi que le quaternaire meſure C. Doncques C. eſt pairement pair par la meſme propoſition. Ce qu'il falloit preuuer.

PROPOSITION XI.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement pair ſeulement par vn nombre impair, le produit ſera pairement impair ſeulement.

A 6.	B 5.
D 3.	E 15.
C 30.	

SOit vn nombre A pairement impair ſeulement, qui multiplié par B. nõbre impair produiſe C. Ie dis que C eſt pairement impair ſeulement, Ie prends D. la moitié de A & multipliant D par B. ſoit produit E. Il eſt éui-

dent

dent que E. est la moitié de C. Car puis que B multipliant A fait C. le mesme B. multipliant la moitié de A. fera la moitié de C. Or est-il que D. est nombre impair par la 5. de ce liure. Par consequent multipliant ensemble les deux impairs B D. le produit E. est impair par la 29. du 9. Doncques C. (duquel la moitié E. est nombre impair) est necessairement nombre pairement impair seulement par la 33. du 9. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION XII.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement impair seulement par vn nombre pair, le produit sera nombre pairement pair.

CEçy est éuident par la definition mesme du nombre pairement pair : car ce produit est fait de la multiplication de deux nombres pairs.

PROPOSITION XIII.

Tout nombre plus grand que trois est pairement pair, où il surpasse quelque nombre pairement pair de vn, ou bien de deux, ou bien de trois.

A . . . . B.
A . C. . . . . . . .B.
A..C . . . . B
A... C. . . . .B

SOit propoſé le nombre A B plus haut que trois. Ie dis que A B eſt pairement pair, ou vrayement qu'il ſurpaſſe quelque nombre pairement pair, d'vn, ou de deux, ou de trois. Car puis que A B eſt plus haut que trois, il faut qu'il ſoit quatre,ou plus grand que quatre: ſi c'eſt quatre, c'eſt vn nombre pairement pair par la 6. de ce liure: s'il eſt plus grand que quatre,ou quatre le meſure, & par ainſi il eſt pairement pair par la meſme propoſition; ou bien oſtant quatre de A. B. tant de fois qu'on peut,il reſte quelque choſe,comme A C. Or eſt-il que AC. ne peut eſtre qu'vn, ou deux ou trois (car autremét on n'auroit pas oſté quatre tant de fois qu'on pourroit) & CB. eſtant meſuré par quatre,eſt nombre pairement pair par la 6.de ce liure. Doncques A B. ſurpaſſe vn nombre pairement pair, d'vn ou de deux, ou de trois. Partant nous auons entierement preuué ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION XIV.

S'il y a quatre nombres proportionaux, diuiſant le premier par le ſecond, on aura le meſme quotient,que diuiſant le troiſieſme par le quatrieſme.

A 18.	B 6.	C 12.	D 4.
	E 3	I.	

SOient A B. C D. quatre nôbres porportion portionnaux : c'est à sçauoir, qu'il y ait telle proportion de A.à B.que de C.à D. & diuisant A par B. soit le quotient E.Ie dis que le mesme E se produira diuisantC par D.Car puisque diuisant A par B, le quotient est E, il y a telle proportion de A, à B. que de E, à l'vnité, par la definition de la diuision. Mais par l'hypothese il y a mesme proportion de A à B. que de C.à D. Doncques il y a aussi mesme proportion de C. à D. que de E à l'vnité. Par consequent il appert par la definition de la diuision,que diuisant C par D,le quotient est E Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

On peut tirer d'icy,à cause de la proportion conuerse,que diuisant le second par le premier, on produit aussi le mesme quotient, que diuisant le quatriesme par le troisiesme : & à cause de la proportion alterne, on produit le mesme quotient, soit qu'on diuise le premier par le troisiesme, soit qu'on diuise le second par le quatriesme:& derechef par la proportion conuerse, on produit le mesme quotient diuisant le troisiesme par le premier,& le quatriesme par le second.

PROPOSITION XV.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, le moindre multiple de chacun d'iceux,surpassant de l'vnité l'autre nombre, ou quelque sien multiple, est moindre que le *le plus petit nombre qui ſoit meſuré par les deux nombres donnez.*

A 5.	B 3.	C 10.	D 9.
E.———	F.———	G—	H.

SOient donnez les nombres premiers entr'eux A & B. & ſoit le nombre C. le moindre multiple de A ſurpaſſant de l'vnité le nombre D eſgal a B. ou multiple de B. & ſoit E F. le plus petit nombre meſuré par A & par B. Ie dis que C. eſt moindre que E F. Car s'il n'eſt pas moindre, ou il eſt eſgal a E F. ou il eſt plus grand que E F. Qu'il ſoit eſgal, c'eſt choſe impoſſible: Car cela ſupposé il s'enſuiura que le nombre B meſurera le nombre D C. mais le meſme B. meſure auſſi D. Doncques le meſme B. meſurera l'vnité reſtante, de laquelle C ſurpaſſe D. ce qui eſt impoſſible. Que ſi l'on dit que C. eſt plus grand que E F. ſuppoſons qu'il le ſurpaſſe de F H. tellement que E H. ſoit eſgal à C. En premier lieu ie dis que F H. eſt plus grand que l'vnité, à cauſe que A meſurant tout le nombre E H. qui eſt eſgal à C. & meſurant auſſi E F. le meſme A meſure encor le reſtant F H. dont s'enſuit que F H. eſt plus grand que A. ou pour le moins eſgal à A. Doncques puis que F H. eſt plus grand que l'vnité, retranchons en l'vnité G H. alors le nombre E H. ſurpaſſera de l'vnité le nombre E G. & par conſequent D. ſera eſgal à E G. puis que C eſt eſgal à E H. & B meſurera E G. Partant puis que B. meſure les nombres E G. E F. il meſure auſſi le reſtant F G. mais nous auons preuué que A meſure

auſſi

aussi F H. & il est euident que F H. surpasse F G. de l'vnité. Doncques F H. est vn multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. & neantmoins F H. est moindre que E H. c'est à dire que C. Doncques C. n'est pas le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B contre l'hypothese. La mesme contradition s'ensuiura si on dit que le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A n'est pas moindre que E F. Doncques il appert de la verité de nostre proposition.

ADVERTISSEMENT.

En cette proposition & aux suiuantes, i'appelle vn nombre multiple de l'autre: toutesfois & quantes que l'autre le mesure, suiuant la definition 5. du 7. d'Euclide. Toutesfois ie ne requiers point qu'vn nombre soit plus grand que l'autre, pour estre son multiple: mais il me suffit qu'il luy soit esgal, & ie dis souuent qu'vn nombre est multiple de soy-mesme, à cause qu'il se mesure soy-mesme; c'est à dire, il se contient soy-mesme vne fois iustement.

PROPOSITION XVI.

Deux nombres premiers entr'eux estant donnez, on ne pourra pas trouuer deux differens multiples de l'vn, dont chascun surpasse de l'vnité quelque multiple de l'autre, & qui soient tous deux moindres que le plus petit nombre qui soit mesuré par les deux nombres donnez.

Soient

A 5. B 3. C 15.
E—-K-F.—-G-H.

SOient les nombres donnez A B. & le plus petit nombre qu'ils meſurent, ſoit C. Ie dis qu'on ne peut trouuer deux differents multiples de A. ſurpaſſans de l'vnité quelques multiples de B. & qui ſoient tous deux moindres que C. car s'il s'en peut trouuer deux differens, l'vn ſera plus grand que l'autre. Soit donc le plus grand E H. le moindre E F, tellement que A meſure l'vn & l'autre, & qu'oſtant de l'vn & de l'autre l'vnité G H. & l'vnité K F. les reſtans E G. E K. ſoient multiples de B. cela ſuppoſé, puis que A meſure E H. & E F. il meſure auſſi le reſtant FH. De meſme puis que B. meſure E G. & E K. il meſure auſſi le reſtant K G. ou F H. qui eſt eſgal à KG. à cauſe des vnités eſgales K F. G H. adiouſtées d'vn coſté & d'autre au meſme nõbre F G. Donques A & B. meſurent F H. Ce qui eſt impoſſible, d'autant que F H. eſt moindre que E H. & E H. eſt moindre que C. par l'hypotheſe, & C. eſt le plus petit nombre meſuré par A. & par B. doncques la propoſition eſt veritable.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit que deux nombres eſtans donnez, ſi l'on treuue vn multiple de l'vn d'iceux, ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de l'autre, & moindre que le plus petit nombre meſuré par les deux nombres donnez, iceluy multiple eſt le moindre qui faſſe vn ſemblable effect : car s'il s'en treuuoit encore vn moindre, on en auroit deux differens, & tous deux moindres que le plus

plus petit nombre meſuré par les nombres donnez dont le contraire a eſté demonſtré.

PROPOSITION XVII.

S'il y a deux nombres premiers entre eux, & que du nombre ſurpaſſant de l'vnité, le plus petit nombre qu'ils meſurent, on oſte le moindre multiple du premier ſurpaſſant de l'vnité quelque multiple du ſecond: le reſte ſera eſgal au moindre multiple du ſecond ſurpaſſant de l'vnité quelque multiple du premier.

A 3. B 5.
E---K-F---L-M---G-H.

SOient A & B nombres premiers entre eux, & ſoit E G le plus petit nombre qu'ils meſurent, auquel ſoit adiouſtée l'vnité G H. & de tout le nombre E H ſoit oſté E F le moindre multiple de A ſurpaſſant E K multiple de B de l'vnité K F. Ie dis que le reſte F H eſt le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de A. Car que F H ſoit multiple de B il eſt euident, d'autant, que B meſure les nombres E G. E K, & par conſequent il meſure le reſtant K G, auquel F H eſt eſgal, a cauſe des vnitez eſgales K F. G H adiouſtées d'vn coſté & d'autre au meſme nombre F G. ſemblablement que A meſure F G. qui eſt moindre de l'vnité, que F H, il eſt manifeſte, a cauſe que A meſure les nombres E G. E F. &

A 3. B 5.
E---K-F---L-M---G-H

par conſequent il meſure le reſtāt EG. Or que F H ſoit le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de A, ie le preuue : car s'il y en à vn plus petit que F H, ſoit F M. tellement que F M. ſoit multiple de B. & qu'oſtant d'iceluy l'vnité L M, le reſte F L ſoit multiple de A. Cela ſuppoſé, puiſque par l'hypotheſe, le nombre A meſure les nombres E F. F L. il meſure auſſi tout le nombre E L. ſemblablement puiſque B meſure E K & F M ou bien K L qui eſt eſgal a F M. le meſme B meſure auſſi tout le nombre E L. Doncques A & B meſurent E L. Ce qui eſt impoſſible, d'autant que E L eſt moindre que E G, & EG eſt le plus petit nombre meſuré par A & par B.

On peut demonſtrer ceſte derniere partie plus facilement en ceſte ſorte. Puiſque E H eſt eſgal a K G comme il a eſté preuué, & K G eſt moindre que E G, s'enſuit que F H eſt moindre que E G. Donc F H eſt le moindre multiple de B. ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de A. par le corollaire de la precedente.

PROPOSITION XVIII.

Deux nombres premiers entre eux eſtant donnez, treuuer le moindre multiple de chaſcun d'iceux, ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de l'autre.

Soient

A 7.	B 2.	C 14.
E 8.		D 15.

SOient donnez les nombres A & B premiers entre eux, & qu'il faille treuuer les moindres multiples de chacun d'iceux, surpassans vn multiple, de l'autre nombre de l'vnite. Ie soustrais B le moindre, du plus grand A, tant de fois qu'il se peut faire, & ie dis qu'il doit rester quelque chose: car s'il ne restoit rien, B mesureroit A, & parce que B se mesure aussi soy-mesme, A & B ne seroient pas premiers entre eux contre l'hypothese. Supposons donc premierement, qu'ostant B de A, tant de fois qu'il s'en peut oster, il reste l'vnité. Ie dis que A est le moindre multiple de A que nous cherchons: car on ne sçauroit trouuer vn moindre nombre que A, qui soit mesuré par A & A surpasse B ou quelque sien multiple de l'vnité. Reste a trouuer le moindre multiple de B qui surpasse A, ou sõ multiple, de l'vnité. Ie multiplie donc A par B, & soit le produict C, auquel adioustant l'vnité, soit faict D, & de D ostant le nõbre A, soit le reste E. Ie dis que E est le multiple de B, que nous cherchons. Car puis que A & B sont premiers entre eux, le produict de leur multiplication C est le plus petit nombre mesuré par lesdits A & B, par la premiere partie de la 36. du 7. Dõcques D surpasse de l'vnité le plus petit nõbre mesuré par A & par B. Dont s'ensuit que de D ostant A, qui est le moindre multiple de A; surpassant de l'vnité le nombre B, ou quelque multiple de B: le reste E est esgal au moindre multiple de B, surpassãt de l'vnité quelque multiple de A, par la precedente. Ce qu'il falloit demonstrer.

En apres soient les nombres premiers entre

T 43	M 5	H 3		
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 2881	N 300	K 21	G 8	F 9
Q 2580	O 280	I 12		
R 2880	P 301	L 20		

eux A B. de telle nature, qu'ostant B de A tant de fois qu'on peut, il reste le nombre C plus grand que l'vnité. Alors i'oste semblablement C de B tant de fois qu'il se peut faire, & soit le reste D. lequel i'oste derechef de C tant de fois que ie puis, & soit le reste E. & ie continue ainsi, ostant tousiours le dernier restant du precedent, iusques a ce qu'il ne reste que l'vnité. Car a cause que les nombres A B sont premiers entre eux, continuant ceste substraction, on paruiendra finalement a l'vnité, par la conuerse de la 1. du 7. demonstree par Campanus, & par Clauius aussi. Supposons donç qu'ostant E de D tant de fois qu'on peut, il ne reste que l'vnité. Lors si ie veux trouuer le multiple de A surpassant de l'vnité le multiple de B. Ie considere les nombres restans C. D. E. asçauoir s'ils sont en nombrepair, ou en nombre impair, & s'ils sont en nombre impair, ie prens le moindre multiple de E surpassant de l'vnité quelque multiple de D, par la premiere partie de ceste demonstration. Soit donc F le moindre multiple de E qui surpasse de l'vnité le nombre G multiple de D. Ie diuise F par E, & soit le quotient H, par lequel ie multiplie C. & soit le produit K. Apres par le mesme H ie multiplie le multiple de D, qui joint auec E compose le nombre C. & soit le produit I. & adioustant ensemble G I. soit la somme L. Ie dis que K est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité le nombre L qui est multi-

ple

ple de D. & premierement que K soit multiple de C il appert par la constructiõ, puisque K est produit multipliant C par H. Secondement que L soit multiple de D. il est euident, puisque L est composé des deux nombres G. I. dont chascun est multiple de D par la construction. Troisiesmement que K surpasse L de l'vnité, ie le preuue. Car multiplier C per H, est autant que multiplier par H le nombre E, & le nombre D ou le multiple de D, qui auec E cõpose le nombre C. Par tant K est esgal aux deux nombres I. F. par la 1. du 2. Mais L est esgal aux deux nombres I. G. par la construction, & F surpasse G de l'vnité. Doncques la somme des deux nombres I. F à sçauoir K. surpasse aussi de l'vnité, la somme des deux I. G. à sçauoir L. ce qu'il falloit demonstrer. Finalement que K soit le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de D ie le preuue aussi: Car les deux nombres D E estant premiers entre eux par la 1. du 7. il s'ensuit que le produit de leur multiplication est le plus petit nombre qui soit mesuré par eux, par le 36. du 7. Mais F est moindre que ledit plus petit nombre mesuré par D & par E par la 15. de ce liure. Doncques F est moindre que le produit de la multiplication de D par E. & par consequent H est moindre que D puisque E multipliant H fait F, qui est moindre que le produit de D par le mesme E. Doncques puis que H est moindre que D, multipliant H & D par le mesme C, le produit de C par H à sçauoir K. est moindre que le produit de C par D, Mais a cause que C. D. sunt premiers entre eux, par la 1. du 7. le produit de C par D est le

	T 43	M 5	H 3	
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 2881	N 300	K 21	G 8	F 9
	Q 2580	O 280	I 12	
	R 2880	P 301	L 20	

plus petit nombre mesuré par C & D. par la 36. du 7. Doncques K multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de D, est moindre que le plus petit nombre mesuré par C & par D, & par consequent K est le moindre multiple de C qui fasse vn semblable effet, par le corollaire de la 16. du present liure. Ce qu'il falloit demonstrer. Maintenant, attendu que D mesure L, comme il a esté preuué, diuisons L par D & soit le quotient M, & par M multipliant B soit le produit N. & par le mesme M multipliant le multiple de C qui auec D compose B. soit le produit O. & adioustant ensemble K. O. soit la somme P. Ie dis que P. est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité le nombre N qui est multiple de B. Car en premier lieu N est multiple de B par la construction, & P est multiple de C, à cause qu'il est composé de K & de O, dont chascun est multiple de C. par la construction. En apres que P surpasse N de l'vnite ie le preuue ainsi. Puisque multiplier B par M est autant, que multiplier par M le nombre D, & le multiple de C qui auec D compose B. il appert que N. est esgal aux deux O. L. Mais P est esgal aux deux O. K. par la construction, & K surpasse L de l'vnité comme nous auons demonstré. Doncques P surpasse aussi N de l'vnité. Ce qu'il

falloit

falloit préuuer. Finalement que P soit le moindre multiple de C qui surpasse de l'vnité vn multiple de B. ie le preuue aussi; car puisque K qui surpasse L de l'vnité est moindre que le produit de C par D comme nous auons demonstré, à plus forte raison L est moindre que ledit produit de C. par D. Partant puisque D multipliant M & C. produit deux produits inesgaux & le produit de D par M à sçauoir L est moindre que le produit de D par C, il s'ensuit que M. est moindre que C. Doncques le produit de B par M à sçauoir N est moindre que le produit de B par C. Mais en outre ie dis que le produit de B par C surpasse N d'vn nombre plus grand que l'vnité, car s'il ne le surpassoit que de l'vnité, le nombre B qui mesure ledit produit de B par C, & qui mesure aussi le nombre N, mesureroit encor l'vnité restante de laquelle ledit produit surpasseroit N. Doncques P ne surpassant N que de l'vnité, & le produit de B par C surpassant le mesme N d'vn plus grand nombre que l'vnité, il faut aduoüer, que P. est moindre que ledit produit de B par C. Or le produit de B par C est le plus petit nombre mesuré par B & par C pour les raisons plusieurs fois alleguées. Doncques P est vn multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B, & le mesme P est moindre que le plus petit nombre mesuré par B & par C Par consequent par la corollaire de la 16. du present liure P est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B.

T 43 M 5 H 3
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 2881 N 300 K 21 G 8 F 9
Q 2580 O 280 I 12
R 2880 P 301 L 20

cequ'il falloit demonſtrer. Finalement puis que C meſure P. diuiſant P par C. ſoit le quotient T. & par T multipliant A ſoit le produit S. & par le meſme T multipliant le multiple de B qui auec C compoſe A, ſoit le produit Q, & adiouſtant enſemble N. Q. ſoit la ſomme R. Ie dis que S eſt le moindre multiple de A que nous cherchons, qui ſurpaſſe de l'vnité le nombre R multiple de B. Car en premier lieu S eſt multiple de A, eſtant produit de la multiplication de A par T. en apres R eſt multiple de B. à cauſe qu'il eſt composé des deux nombres N. Q. dont chaſcun eſt multiple de B. Troiſieſmement, pource que multiplier A par T. eſt autant, que multiplier par T le nombre C, & le multiple de B qui auec C compoſe A. il s'enſuit que S. eſt eſgal aut deux nombres N. P. mais R eſt eſgal aux deux N. Q. doncques tout ainſi que P. ſurpaſſe N de l'vnité, de meſme S ſurpaſſe R de l'vnité. En fin que S ſoit le moindre multiple de A ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de B. ie le preuue: Car i'ay demonſtré que P eſt moindre que le produit de B par C. d'ou s'enſuit que diuiſant P par C, le quotient T eſt moindre que B. Doncques

ques multipliant T & B par le mesme A, le produit de T par A asçauoir S sera moindre, que le produit de B par A qui est le plus petit nombre mesuré par A & B. Partant S estant multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B, & estant moindre que le plus petit nombre mesuré par A & B. il s'ensuit que le mesme S est le moindre multiple de A, surpassant de l'vnité vn multiple de B. par le corollaire de la 16. du present liure. Nous auons donc trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. Ce qu'il falloit faire.

Mais si on demande le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A, nous le pourrons trouuer par deux voyes. La premiere, en supposant que nous ayons trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. par la precedente operation. Car si ie multiplie A par B, & qu'au produit i'adiouste vn, & que de la somme, i'oste le nombre S. il est euident qu'il restera le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A par la 17. du present liure.

La seconde voye est semblable a celle par laquelle nous auons trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. par laquelle d'abord nous trouuerons le moindre multiple de B que nous cherchons, sans supposer qu'on ait treuué le moindre multiple de A. Considerant les mesmes restes C. D. E. qui sont en nombre impair, ie

T 17.	M 2.	H 1.		
A 67.	B 60.	C 7.	D 4.	E 3.
S 1139.	N 120.	K 7.14.	F 3.	
Q 1020.	O 112.	L 8.		
R 1140.	P 119.			

prens F moindre d'vne vnité que D, & pour. ce que nous auons ſuppoſé qu'oſtant E de D tant de fois qu'on peut, il reſte l'vnité, s'enſuit que E meſure F. Partant diuiſant F par E ſoit le quotient H, par lequel multipliant C ſoit le produit K. & par le meſme H multipliant le multiple de D qui auec E cõpoſe C, ſoit le produit I. & adiouſtant D auec I ſoit la ſomme L. Ie dis que L eſt le moindre multiple de D ſurpaſſant de l'vnité le nombre K qui eſt multiple de C. Car que K ſoit multiple de C il appert par la conſtruction. Que L ſoit multiple de D, il eſt euident, puiſque L eſt compoſé de I multiple de D, & de D meſme. Que L ſurpaſſe K de l'vnité, ie le preuue. Car multiplier C par H (d'ou ſe produit K) c'eſt autant que multiplier par le meſme H le nombre E (d'ou ſe produit F) & le multiple de D qui auec E compoſe C (d'ou ſe produit I.) Partant K eſt eſgal aux deux nombres I F. Mais L eſt eſgal aux deux I. D. Doncques tout ainſi que D ſurpaſſe F de l'vnité, de meſme L ſurpaſſe K de l'vnité. Reſte a preuuer que L eſt le moindre multiple de D qui ſurpaſſe de l'vnité vn multiple de C. ce que ie preuue ainſi. Puiſque F eſt moindre que D. a plus forte raiſon F eſt moindre que le produit de D par E, & par conſequent diuiſant F d'vn coſté, & le produit de

D par

D par E de l'autre, par le mesme E. le quotient H sera moindre que le quotient D. Doncques aussi multipliant H & D par le mesme C, le produit de C par H, asçauoir k sera moindre que le produit de C par D. Mais en outre ie dis que le produit de C par D surpasse k d'vn nombre plus grand que l'vnité; car puisque C. mesure tant le produit de C par D, que le nombre k. le mesme C mesure aussi le nombre dont ledit produit surpasse k, & partant ledit nombre dont le produit de C par D surpasse k est plus grand que l'vnité. Mais L ne surpasse k que de l'vnité. Doncques L est moindre que le produit de C par D, c'est a dire que le plus petit nõbre mesure par C & par D, & par cõsequent L est le moindre multiple de D surpasãt de l'vnité vn multiple de C par le corollaire de la 16. du present liure. Or passant plus auant, puisque D mesure L, qu'il le mesure par M, & par M multipliant B, soit le produit N, & par le mesme M multipliant le multiple de C qui auec D compose B, soit le produit O. & adioustant emsemble O & k soit la somme P. Ie dis que N est le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de C asçauoir P. Car que N soit multiple de B il appert par la construction. Que O soit multiple de C il est euident, puisque il est composé de k & de O dont chascun est multiple de C. Que N surpasse P de l'vnité ie le preuue: Car multiplier B par M (d'ou se produit N) c'est autant que multiplier par M le nombre D (d'ou se produit L) & le multiple de C qui auec D compose B, d'ou se produit O. Partant N est esgal aux deux nombres O L. Mais P est esgal aux deux O k. & L surpasse k de l'vnité. Donc N

surpass

T 17	M 2	H 1		
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 1139	N 120	K 7	I 4	F 3
Q 1020	O 112	L 8		
R 1140	P 119			

ſurpaſſe auſſi P de l'vnité ; ce qu'il falloit preuuer. En fin que N ſoit le moindre multiple de B qui faſſe vn tel effet, ie le preuue ainſi. Puiſque L eſt moindre que le produit de C par D comme i'ay demonſtré, diuiſant par le meſme D, tant L, que le produit de C par D, le quotient M prouenant du moindre nombre diuisé, ſera moindre que le quotient D prouenant du plus grand ; par conſequent multipliant le meſme B par M & par C, le produit de B par M, aſçauoir N ſera moindre que le produit de B par C, & ainſi par le corollaire de la 16. du preſent liure, N ſera le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de C. Finalement puiſque C meſure F, que ce ſoit par le nombre T. & par T multipliant A, ſoit le produit S, & par le meſme T multipliant le multiple de B qui auec C compoſe A, ſoit le produit Q. & adiouſtant enſemble Q. & N ſoit la ſomme R. Ie dis que R eſt le multiple de B que nous cherchons, aſçauoir qu'il ſurpaſſe de l'vnité le nombre S multiple de A, & que c'eſt le moindre multiple de B qui faſſe tel effet. Car que S ſoit multiple de A, il appert par la conſtruction. Que R ſoit multiple de B, il eſt clair, puiſque il eſt composé de Q & de N, dont chaſcun eſt multiple de B. Que R ſurpaſſe S de l'vnité, ie le preuue : car multiplier A par T (d'ou ſe produit S) c'eſt autant que multiplier par T le nombre C (d'ou ſe produit P) & le multiple de B qui auec C compoſe A, d'ou ſe pro se produit Q. Doncques S est esgal aux deux nombres Q. P. mais R est esgal aux deux Q. N. Donc tout ainsi que N surpasse P de l'vnité, de mesme R surpasse S de l'vnité. Finalement que R soit le moindre multiple de B faisant vn tel effect ie le preuue aussi. Car iay preuué que N est moindre que le produit de B par C, donc à plus forte raison P est moindre que ledit produit. Par consequent, diuisant par le mesme C tant le nombre P; que ledit produit de B par C; le quotient T prouenāt du moindre nōbre diuisé, sera moindre que le quotient B prouenant du plus grand. Doncques multipliant le mesme A par T & par B. le produit de A par T à sçauoir S. est moindre que le produit de A par B. Mais en outre ie dis que le produit de A par B surpasse S de plus que de l'vnité. Car puisque A mesure tant le produit de A par B que le nombre S, le mesme A mesure aussi le nombre restant dont ledit produit surpasse S. par consequent ledit nombre restant dont le produit de A par B surpasse S, est plus grand que l'vnité. Mais R ne surpasse S que de l'vnité. Doncques R est moindre que le produit de A par B, c'est à dire que le plus petit nombre mesuré par A & par B. & par consequent. R est le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de B par le coroll. de la 16. de ce liure.

Que si du plus grand des nombres donnez ostant le plus petit, & du plus petit ostant le nombre restant, & continuant ceste soustraction comme il a esté dit, iusques à ce qu'on paruienne à l'vnité, la multitude des nombres restans se treuue en nombre pair; il faut prendre la reigle

tout

tout à rebours de celle du cas precedent, c'est à dire que si l'on veut le moindre multiple du plus grand surpassant de l'vnité vn multiple du plus petit des nombres donnez, il faut proceder comme on à fait au cas precedent, quand on cherchoit le moindre multiple du plus petit surpassant de l'vnité vn multiple du plus grand. Mais si l'on veut le moindre multiple du plus petit qui surpasse de l'vnité vn multiple du plus grand, il faut proceder comme on à fait au cas precedent, lors qu'on cherchoit le moindre multiple du plus grand surpassant de l'vnité vn multiple du plus petit. Car soiét les nombres donnez B.C. tellement que les nombres restans D. E. soient en nombre pair; lors s'il faut treuuer le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de C, qu'on se represente la figure de la seconde operation du cas precedent, & l'on verra que nous auons demonstré clairement, que le nombre N est le moindre multiple de B surpassant de l'vnité le nombre P multiple de C. Mais si l'on veut le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B. qu'on se represente la figure de la premiere operatiõ du cas precedent, & on verra que nous auons demonstré que le nombre P est le moindre multiple de C sur

T 43	M 5	H 3		
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 2881	N 300	K 21	G 8	F 9
Q 2580	O 280	I 12		
R 2880	P 301	L 20		

T 17	M 2	H 1		
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 1139	N 120	K 7	I 4	F 3
Q 1020	O 112	L 8		
R 1140	P 119			

C surpassant de l'vnité le nombre N multiple de B. Or les mesmes operations se peuuent continuer à l'infini quelle multitude qu'il y ait de nombres restans, & la demonstration sera tousiours la mesme. Doncques nous auons parfaictement demonstré la façon de treuuer le moindre multiple de chascun des nombres donnez surpassant de l'vnité vn multiple de l'autre. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

Pour facilliter la prattique de ce probleme, il faut remarquer qu'il n'est pas necessaire de treuuer tous les nombres dont nous nous sommes seruis en la demonstration : Car il appert que si on peut trouuer le nombre T, on à tout fait, d'autant qu'en la premiere operation, il ne faut que multiplier A par T, & le produit S est le multiple de A que l'on cherche. Et en la seconde operation, il ne faut que multiplier A par T, & au produit S adiouster l'vnité, & la somme R est le multiple de B que l'on cherche. C'est pourquoy il ne faut que treuuer le nombre T, le plus promptement qu'il se pourra faire. Or nous le trouuerons ainsi fort promptement. En la premiere operation, ie multiplie D par E, au produit i'adiouste vn, de la somme ie soustrais D, le reste sera F, lequel ie diuise par E, le quotient est H, lequel ie multiplie par C, le produit est K, duquel i'oste vn, le reste est L, lequel ie diuise par D, le quotient est M, lequel ie multiplie par B, le produit est N, auquel adioustant vn, la somme est P. lequel diuisé par C, me donne pour quotient T. Autrement ie treuue F comme auparauant, duquel i'oste vn, reste G. Ie diuise F par E,

& G

& G par D, & ie joins les deux quotiens, la somme fait M. Ie prens le multiple de C qui auec D compose B. qui en l'exemple donné, est 56. ie le diuise par C, le quotient est 8. lequel ie multiplie par M, & au produit i'adiouste H, la somme fait le nombre T. En la seconde operation, i'oste vn du nombre D, reste F, lequel ie diuise par E, le quotient est H, que ie multiplie par C, le produit est K, auquel adioustant vn, prouient L, lequel diuisé par D, me donne M, qui multipliant B, fait N, duquel ostant vn reste P, lequel diuisé par C, me donne T. Autrement, ie treuue H comme auparauant, auquel adioustant vn, i'ay M. Apres ie prens le multiple de C qui auec D compose B. à sçauoir 56. ie le diuise par C, le quotient est 8. que ie multiplie par M, & au produit adioustant H, i'ay le nombre T. & ceste regle continue de mesme à l'infini.

X 19.	T 17.	M 2.	H 1.		
V 127.	A 67.	B 60.	C 7.	D 4.	E 3.
Y 2413.	Z 2412.				

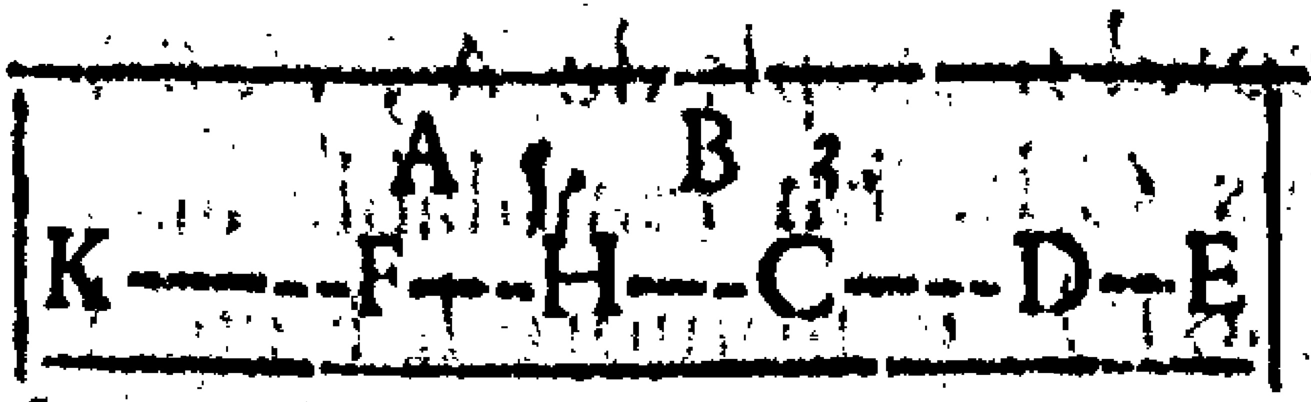
Car soient les nombres donnez V. A. tellemẽt que continuant la soustraction ordonnee, les restes soient B. C. D. E. pour trouuer le multiple de V qui surpasse de l'vnité vn multiple de A ie chercheray T par l'vne des deux façons que i'ay donnees touchant la seconde operation, & suiuant la premiere façon ie diuiseray R par B & soit le quotient X. par lequel multipliant V le produit Y sera le multiple de V que ie cherchois, qui surpasse de l'vnité le nombre Z multiple de A. Par l'autre façon ie treuueray X incontinent: Car ayant treuué T ie pren le multiple de B qui auec C composé A, ie le diuise par B, & le quotient ie le multiplie par T, & au produit i'adiouste M, la somme fait X infalliblement. Le

mesme

meſme ſe peut dire des regles donnees pour la premiere operation.

PRPOSITION XIX.

Deux nombres premiers entre eux eſtant donnez, treuuer par ordre tous les multiples de chaſcun d'iceux ſurpaſſans de l'vnité, vn multiple de l'autre.



Soient donnez A. B. premiers entre eux, & qu'il faille treuuer par ordre tous les multiples de A ſurpaſſans de l'vnité, quelque multiple de B. Soit pris premierement par la precedente C E le moindre multiple de A, ſurpaſsãt de l'vnité le nõbre C D multiple de B, tellemẽt que D E ſoit l'vnité, & au nombre C E ſoit adiouſté F C le plus petit nombre meſuré par A & par B. Ie dis que F E eſt le ſecond multiple de A qui ſurpaſſe de l'vnité le nombre F D multiple de B. Car que F E ſoit multiple de A, il eſt euident, puiſque A meſure les nombres F C. C E deſquels F E eſt compoſé. Semblablement F D eſt multiple de B, à cauſe que B meſure les nombres F C. C D. deſquels F D ſe compoſe. En outre le nombre F E ſurpaſſe F D de l'vnité D E comme on voit. Finalement que F E ſoit le ſecond multiple de A faiſant vn tel effect, c'eſt à dire qu'entre C E, & F E on n'en puiſſe trouuer vn autre, ie le preuue: Car ſi entre C E. & F E il s'en peut treu-

A 5. B 3.

K------F---H---C---D---E

uer vn, soit H E, tellement que H E soit multiple de A, & qu'il surpasse de l'vnité, le nombre H D multiple de B. Cela supposé, puisque A mesure les nombres F E, H E, il mesure aussi le restant F H. semblablement, puisque B mesure les nombres F D, H D, il mesure aussi le restant F H. Doncques tous les deux A & B mesurent, F H. Ce qui est impossible, attendu que F H est moindre que F C, qui est le plus petit nombre mesuré par A & par B. Par consequent F E est le second multiple de A, c'est à dire le plus petit apres C E. En semblable maniere, si on adiouste à F E le nombre K F esgal à F C, on preuuera que K E est le troisiesme multiple de A faisant l'effect desiré; & ainsi à K E adioustant derechef le plus petit nombre mesuré par A & par B, on aura le quatriesme multiple de A, & ainsi à l'infini. Tout de mesme on trouuera tous les multiples de B surpassans de l'vnité quelques multiples de A. Doncques nous auons monstré à faire parfaictement, ce qui estoit proposé.

PROPOSITION XX.

Estant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'iceux soit premier à chacun des autres, treuuer le moindre multiple de tous excepté vn, qui surpasse de l'vnité vn multiple de celuy qui est excepté.

Soient

A 2. B 5. C 7. D 3.	
E 10. F 70.	

SOient donnez les nombres A B C D tels que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, & qu'il faille treuuer le moindre multiple de A B C qui surpasse vn multiple de D de l'vnité. Ie multiplie A par B & le produit soit E, lequel ie multiplie par C, & le produit soit F. Alors si F. surpasse de l'vnité vn multiple de D ie dis que F est le moindre multiple de A B C que nous cherchions : Car que F soit multiple de A B C il est euident, d'autant que A. B mesurent le nombre E, & le nombre E mesure le nombre F, doncques A. B. mesurent F ; mais C mesure aussi F par la construction. Doncques tous les nombres A B C mesurent F, & par consequent F est multiple de A. B. C. Or par l'hypothese F surpasse de l'vnité vn multiple de D, Il ne reste donc qu'a preuuer que F soit le moindre multiple de A B C qui fasse vn tel effect. Mais cela est facile à faire : car puisque A & B sont premiers à C, le produit de A par B, à sçauoir E est aussi premier à C par la 26. du 7. & le mesme E est le plus petit nombre mesuré par A & par B par la 36. du 7. Doncques par la 38. du mesme liure, le produit de E par C, à sçauoir F est le plus petit nombre mesuré par A B C. Doncques F est le plus petit multiple de A B C qui se puisse treuuer. Ce qu'il falloit demonstrer.

Que si le nombre F ne surpasse pas de l'vnité vn multiple de D. Alors parce que chascun des deux nombres A & B est premier à chascun des deux C & D, il s'ensuit que le produit de A par

A 2	B 3	C 5	D 7
E 6	F 30	G 120	
H------			

B, à sçauoir E est aussi premier à C & à D, par la 26. du 7. mais C est aussi premier à D par l'hypothese. Doncques le produit de E par C, à sçauoir F est premier à D. soit donc pris le nombre G qui soit le moindre multiple de F, surpassãt de l'vnité vn multiple de D par la 18. de ce liure. Ie dis que G est le moindre multiple de A B C que nous cherchions: Car puisque G est multiple de F, & F est multiple de A B C comme nous auons demonstré cy deuant, il s'ensuit que G est multiple de A B C; mais G surpasse de l'vnité vn multiple de D par la construction. Donc il ne reste que de preuuer, que G soit le moindre nombre qui fasse vn tel effect. Or cela est facile à faire: car s'il n'est pas le moindre, qu'on en donne vn plus petit, à sçauoir H qui soit multiple de A B C, & qui surpasse de l'vnité vn multiple de D. Alors parce que H est mesuré par A B C. & F est le plus petit nombre mesuré par A B C. le mesme F mesurera H par le corollaire de la 38. du 7. Doncques H qui est moindre que G, est vn multiple de F surpassant de l'vnité vn multiple de D, ce qui est impossible, attendu que nous auons pris G le moindre multiple de F surpassant de l'vnité vn multiple de D. La mesme façon de proceder & de demonstrer aura lieu si on donne plus grande quantité de nombres, comme il est euident. Doncques nous auons fait ce qu'il falloit faire.

COROL

COROLLAIRE.

Si plusieurs nombres sont premiers à quelque autre nombre ; le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres est aussi premier au mesme nombre. Cecy a esté prouué en la seconde partie de la demonstration.

ADVERTISSEMENT.

Ayant treuué le moindre multiple de plusieurs nombres premiers entre eux, surpassant de l'vnité vn multiple d'vn autre, il est bien facile de treuuer par ordre tous les multiples des mesmes nombres, faisans le mesme effect : Car il ne faut qu'imiter l'artifice de la 19. *de ce liure, c'est à dire que si on prend le plus petit nombre mesuré par A B C D & qu'on l'adiouste au nombre G, on aura le second multiple de A B C surpassant de l'vnité vn multiple de D. & si au second multiple, on adiouste derechef le mesme nombre, on aura le troisiesme, & ainsi à l'infini. La demonstration est toute semblable à celle de la* 19. *de ce liure; c'est pourquoy ie n'ay pas volu en faire vne proposition à part.*

PROPOSITION XXI.

Deux nombres premiers entre eux estans donnez, treuuer le moindre multiple de chascun d'iceux, surpassant vn multiple de l'autre, d'vn nombre donné.

A 5 B 9 C 3
D 10 E 9 K 45
F———M--L———H--G

SOient les nombres premiers entre eux A. B. & qu'il faille treuuer le moindre multiple de A ſurpaſſant vn multiple de B, du nombre donné C. Soit par la 18. de ce liure, le nombre D, qui ſoit le moindre multiple de A ſurpaſſant de l'vnité le nombre E multiple de B. & multipliant D par C ſoit le produit F G. duquel oſtant le nombre C ſoit le reſte F H. & ſoit K le plus petit nombre meſuré par les deux nombres donnez A B. Alors ou le nombre F H eſt moindre que K, ou il luy eſt eſgal, ou il eſt plus grand.

Soit Premierement F H plus petit que K, ou eſgal à K. Car en ces deux cas l'operation & la demonſtration ſont les meſmes. Ie dis que F G eſt le moindre multiple de A faiſant l'effect deſiré: Car en premier lieu, F G eſtant multiple de D, & D eſtant multiple de A par la conſtruction, il s'enſuit que F G eſt multiple de A. en apres, pource que multiplier D par C (d'ou ſe produit F G) c'eſt autant que multiplier par C, le nombre E & l'vnité, deſquels D ſe compoſe, le nombre F G eſt eſgal aux produits de E par C, & de l'vnité par C: mais le produit de l'vnité par C, eſt eſgal au meſme C, c'eſt à dire au nombre H G. Doncques le reſtant F H eſt eſgal au produit de E par C. Par conſequent F H eſt multiple de E; mais E eſt multiple de B par la conſtruction. Doncques F H eſt multiple de B. Nous auons donc F G multiple de A qui ſurpaſſe F H multiple de B du nombre H G eſgal au nombre donné C. Reſte à preuuer que F G ſoit

le

le moindre multiple de A faisant vn tel effect. Or s'il ne l'est pas soit F L plus petit que F G, & multiple de A surpassant F M multiple de B du nombre M L esgal à C, ou à H G. Alors au mesme nombre L H adioustant les nombres esgaux M L, & H G, les composez M H, & L G seront esgaux. Et parce que A mesure les nombres F G & F L, il mesurera aussi les restant L G, ou son esgal M H. Derechef parce que B mesure les nombres F H & F M, il mesurera aussi le restãt M H. Dõcques tous les deux A & B mesurerent M H. Ce qui est impossible. Car puisque F H est moindre que K ou esgal à K, M H qui est moindre que F H, est tousiours moindre que K, & partant M H ne peut estre mesuré par A & par B, attendu que K est le plus petit nombre mesuré par A & par B.

A 5. B 9. C 3.
D 10. E 9. k 45.
F——M--H--L--G

QVe si quelqu'vn disoit que F L, doit tomber entre F G & F H. Cela supposé, il s'ensuiura tousiours vne semblable contradiction. Car tout ainsi que F L est moindre que F G. de mesme il faut que F M soit moindre que F H, à cause que les nombres M L, H G sont esgaux, estant supposé que l'vn & l'autre est esgal à C. Par consequent, des nombres esgaux M L, H G, ostant le mesme nombre H L, les restans M H, L G seront esgaux. Or pource que A mesure les nombres F G, F L, il mesure aussi le restant L G, ou son esgal M H. De mesme pource que B mesure les nombres F H, F M, il mesure aussi le restant M H. Doncques tous les deux nombres A & B mesurent M H. Ce qui est impossible, par la mesme raison cy deuant alleguee, d'autant que M H est moindre que F H, & F H est moindre que k, ou esgal à K, qui est le plus petit nombre mesuré par A & par B. Nous auons donc trouué en ce cas, le nombre F G qui est le moindre multiple de A surpassant vn multiple de B du nombre C. ce qu'il falloit faire.

A	3	B	9	C	20
D	10	E	9	k	45

F————N——H——G

SEcondemẽt soit le nombre F H plus grand que k. Alors soit osté k du nombre F H tant de fois, qu'il reste N H, moindre que k, ou esgal à k. tellement que F N soit multiple de k. Ie dis que N G est le moindre multiple de A surpassant N H multiple de B du nombre H G esgal au nombre donné C. car comme auparauant, nous prouuerons que F G est multiple de A, & que F H est multiple de B, & que H G est esgal à C. Or parce que F N est multiple de K, & K est multiple de A & de B, il s'ensuit que F N est aussi multiple de A & de B. Par consequent, puisque A mesure les nombres F G, F N, il mesure aussi le restant N G; semblablement puisque B mesure les nombres F H, F N, il mesure aussi le restant N H. Doncques N G est multiple de A surpassant N H multiple de B, du nombre H G esgal au nombre donné C. & parce que N H. est moindre que k ou esgal à k, il s'ensuit que N G est le moindre multiple de A faisant vn tel effet, par ce qui a esté preuué en la premiere partie de ceste demonstration. Doncques

nous

nous auons accompli de tout point, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXII.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuuer par ordre tous le multiples de chascun d'iceux, surpassans quelque multiple de l'autre, d'vn nombre donné.

A 5 B 9 C 3
K-L-F------H-G

Soient les nõbres donnez A & B. & qu'il faille treuuer par ordre tous les multiples de A surpassans quelque multiple de B, du nombre donné C. soit pris par la precedente le nombre F G qui soit le moindre multiple de A, surpassant F H multiple de B, du nombre H G esgal a C. & au nombre F G soit adiousté K F le plus petit nombre mesuré par A & par B. Ie dis que K G est le second multiple de A faisant vn mesme effet, Car à cause que A mesure les nombres K F, F G, il mesure aussi le composé d'iceux K G. semblablement, a cause que B mesure les nombres K F, F H, il mesure aussi K H. Doncques K G, est vn multiple de A surpassant k H multiple de B, du nombre H G esgal au nombre donné C. Reste a preuuer que k G soit le second multiple de A faisant vn semblable effet, c'est a dire qu'entre F G & k G il n'y en à point d'autre, ce qui se preuue ainsi. S'il se peut treuuer vn multiple de A faisant l'effet desiré, &

A 5 B 9 C 3	
K-L-F------H-G	

qui ſoit plus grand que F G, & plus petit que k G, ſoit ce nombre là L G, tellement que L G ſoit multiple de A, & L H multiple de B. Celà ſupposé, puiſque A meſure les nombres k G, L G, il meſurera auſſi le reſtant k L; ſemblablement puiſque B meſure les nombres k H, L H, il meſurera auſſi le reſtant k L. Doncques A & B meſureront k L. Ce qui en impoſſible, attendu que k L, eſt moindre que k F, qui eſt le plus petit nombre meſuré par A & par B. De meſme ſi a k G, l'en adiouſte vn nombre eſgal a k F, on aura le troiſieſmé multiple de A faiſant ce qu'on deſire, & continuant ainſi a adiouſter au dernier multiple trouué, le plus petit nombre meſuré par A & par B, on aura le multiple ſuiuant, comme on peut demonſtrer tout en meſme façon. Doncques nous auons enſegné a treuuer par ordre tous les multiples de A, ſurpaſſans quelque multiple de B, du nombre donné C. ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXIII.

Eſtant donnez pluſieurs nombres premiers entre eux, tellement que chaſcun d'iceux ſoit premier a chaſcun des autres: treuuer le moindre multiple de tous excepté vn, qui ſurpaſſe d'vn nombre donné, quelque multiple de celuy qu'on à excepté.

Soient

A 2	B 3	C 5	D 7
E 2		F 30	

SOient les nombres premiers entre eux A B C D, tellement, que chascun d'iceux soit premier a chascun des autres, & qu'il falle treuuer le moindre multiple de A B C, surpassant vn multiple de D du nombre donné E. Ie prens, F le plus petit nombre mesuré par A B C, & si F surpasse vn multiple de D du nombre E, ie dis que F est le multiple de A B C que l'on cherche, Car il est impossible de treuuer vn moindre multiple de A B C, que F, comme il est euident par la construction.

A 2 B 3	C 5	D 7
E 3 F 30		G 150
	H--	

MAis si F ne surpasse pas vn multiple de D, du nombre donné E, neantmoins parce que F est premier a D a cause que chascũ des nõbres A B C est premier a D, par le corollaire de la 20. de ce liure, soit pris G le moindre multiple de F surpassãt vn multiple de D, du nõbre dõné E par la 21. de ce liure: ie dis que G est le multiple de A B C qu'il falloit treuuer: Car puisque G est multiple de F, & F est multiple de A B C, il s'ensuit que G est aussi multiple de A B C: Mais par la construction G surpasse vn multiple de D, du nõbre dõné E. Doncques il ne reste qu'à preuuer que G soit le moindre nombre qui fasse vn tel effet. Or si cela n'est pas, soit H moindre que G, & multiple de A B C surpassant vn multiple de D, du nombre E. Cela supposé, puisque A B C mesurent H, il s'ensuit que F mesure le mesme nombre H par le corollaire de la 38. du 7. Doncques H est vn multiple de F surpassant vn multiple de D, du nombre E. Ce qui est impossible, à cause que H est moindre

que

que G, & G est le plus petit multiple de F surpassant vn multiple de D, du nombre E par la construction. Il faut donc aduoüer que G est le moindre multiple de A B C faisant l'effet qu'on desire. Ainsi nous auons fait ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

Ayant treuué le moindre multiple, on trouuera tous les autres multiples par ordre, imitant l'artifice de la 22. de ce liure. Car si au nombre G on adiouste le plus petit nombre mesuré par A B C D, on aura le second multiple de A B C faisant l'effet desiré, & si au second multiple, on adiouste derechef le mesme nombre, on aura le troisiesme multiple, & ainsi a l'infiny. La demonstration de cecy est toute semblable, a celle de la 22. de ce liure.

PROPOSITION XXIV.

Plusieurs nombres estant donnez, si l'on prend le plus petit nombre mesuré par eux, on ne pourra pas treuuer deux diuers nombres moindres que luy, desquels ostant chascun des nombres donnez tant de fois qu'on pourra, il reste les mesmes nombres d'vn costé & d'autre.

A 3 B 4 C 5 D 60
E——G——k-L-M-F

SOient les nombres donnez A B C, & soit D le plus petit

petit nombre mesuré par eux. Ie dis qu'on ne peut trouuer deux nombres differens, moindres que D, tellement que d'iceux ostant chascun des nombres A B C tant de fois qu'il se pourra faire, il reste les mesmes nombres d'vn costé & d'autre. Car si cela se peut, soient les nombres E F, G F tous deux moindres que D, tellement que d'iceux ostant A tant de fois qu'on pourra, il reste d'vn costé & d'autre le mesme nombre M F, & ostant des mesmes nombres E F, G F, le nombre B tant de fois qu'on pourra, il reste d'vn costé & d'autre L F: & ostant C des mesmes nombres en mesme façon, il reste d'vn costé & d'autre le mesme nombre K F. Cela supposé, parce que A mesure les nombres E M, G M, il mesure aussi le restant E G. Et parce que B mesure les nombres E L, G L, il mesure aussi le reste E G, & parce que C mesure les nombres E K, G K, il mesure aussi le restant E G. Ainsi tous les nombres A B C mesurent E G. ce qui est impossible, a cause que E G est moindre que E F, & E F est moindre que D, qui est le plus petit nombre mesuré par A B C.

Or on ne peut imaginer aucun cas, auquel n'ait lieu ceste demonstration. Car soit que l'on die que les nõbres E F, G F sont mesurez par tous les nombres A B C, ou par deux d'iceux, ou par vn seulement, on tirera tousiours vne mesme conclusion. Si l'on dit que A B C mesurent E F, & G F, on voit d'abord que cela est impossible, à cause que E F & G F sont moindres que D, qui est le plus petit nombre mesuré par A B C. Mais si l'on dit que A & B mesurent E F, & G F. & que des mesmes nombres ostant C tant de fois

A 3	B 4	C 5	D 60

E-----G---K-L-M-F

qu'il se peut faire, il reste M F. Alors puisque A & B mesurent E F & G F, ils mesureront aussi le restant E G, & parce que C mesure E M, & G M, il mesurera aussi le restant E G, Doncques A B C mesureront E G. Ce qui est impossible, comme i'ay demonstré.

Qui si l'on dit que A seul mesure les nombres E F, G F, & que des mesmes nombres ostant B tant fois qu'on pourra, il reste M F, & que des mesmes nombres ostant C de la mesme sorte, il reste L F. Alors par ce que A mesure E F & G F, il mesure aussi le restant E G. & parce que B mesure E M & G M, il mesure aussi le restant E G, & parce que C mesure E L & G L, il mesure aussi le restant E G, par consequent A B C mesurent E G ce qui est impossible comme auparauant.

Mais si l'on veut dire, qu'ostant chascun des nombres A B C de E F & de G F, ou deux d'iceux seulement, il reste par tout le mesme nombre, on tombera neantmoins en mesme inconuenient: car si ostant A B C de E F, & de G F, on dit qu'il reste par tout le mesme nombre M F, on voit d'abord l'impossibilité, attendu qu'il s'ensuiura, que A B C mesureront E M & G M, chose impossible, à cause que E M, G M sont moindres que D. Et si l'on veut qu'ostant les deux nombres A B tant seulement de E F & de G F, il reste le mesme nombre M F, mais qu'ostant C des mesmes nombres E F, G F, il reste L F. Alors puisque A & B mesurent E M & G M, ils mesureront aussi le restant E G, & parce que C mesure

C mesure E L G L, il mesurera aussi le restant E G, par consequent A B C mesureront F G. Ce qui est impossible, comme il à esté dit plusieurs fois. Doncques en toutes façons, il est impossible de treuuer deux nombres moindres que D, desquels ostant chascun des nombres A B C, tant de fois qu'on pourrà, il reste les mesmes nombres d'vn costé & d'autre. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION XXV.

Plusieurs nombres estant donnez, si on prend quelque nombre moindre que le plus petit nombre mesuré par les nombres donnez, & qu'on oste d'iceluy chascun des nombres donnez tant de fois qu'on pourra, il restera les mesmes nombres, qui resteront si on oste en la mesme sorte les nombres donnez de la somme du nombre pris & de quelque multiple du plus petit nombre mesuré par les nombres donnez. Mais il ne se treuuera qu'vn nombre seul faisant vn mesme effet, entre le dit plus petit nombre mesuré par les nombres donnez, & le double d'iceluy; & vn autre tant seulement, entre le double & le triple; & vn autre encore

core entre le triple & le quadruple, & ainsi à l'infiny.

A 3	B 4	C 5
N--Q--E-P-----G-k-L-M-F		

Soient donnez les nombres A B C, & soit E G le plus petit nombre mesuré par eux, & qu'on prenne G F moindre que E G, & de G F ostât tant de fois qu'on pourra le nombre A qu'il reste M F, tellement que A mesure G M, & du mesme G F ostant B en la mesme sorte, qu'il reste L F, tellement que B mesure G L, & du mesme G F ostant C en mesme façon, qu'il reste K F, tellement que C mesure G K. Ie dis premierement que si au nombre G F on adiouste E G ou quelque multiple de E G comme son double N G. la somme E F ou N F fait le mesme effet que le nombre G F. C'est à dire qui si de E F ou de N F on oste tant de fois qu'on pourra les nombres A B C, il reste les mesmes nombres M F, L F, K F. Car puisque A mesure les nombre E G, G M, il mesure aussi le composé d'iceux E M. Doncques quand de E F on ostera A tant de fois qu'on pourra, il restera M F. Semblablement à cause que B mesure les nombres E G, G L, & par consequent, E L, quand on ostera B de E F, tant qu'on pourra, il restera L F. Par mesme raison, attendu que C mesure E G, & G K, & par consequent E K, si on oste C de E F tant qu'on pourra, il restera K F. Donc il est euident que E F fait le mesme effet que G F. En la mesme façon on preuuera que N F fait le mesme effet que G F, & aussi tout autre nombre com-

posé

posé de G F & de quelque multiple de E G. Donç nous auons suffisamment demonstré la premiere partie de nostre proposition.

Seçondement ie dis qu'entre E G, & son double N G il ne se treuuera point d'autre nombre hors E F qui fasse vn tel effet, & qu'entre N G, & le triple de E G, il ne s'en treuuera point d'autre que N F, & ainsi à l'infiny, qu'entre deux multiples prochains de E G, il ne se treuuera iamais qu'vn seul nombre faisant vn mesme effet. Car si entre E G, & N G il s'en peut trouuer vn autre que E F, ou il sera plus grand que E F, ou plus petit. Qu'il soit premierement plus petit à sçauoir P F, tellement que de P F ostant les nombres A B C en la sorte que i'ay dite, restent les nombres M F, L F K F. Alors puisque A mesure E M & P M, il mesure aussi le restant E P, & puisque B mesure E L, P L, il mesure aussi le restant E P; & parce que C mesure E K; P K, il mesure aussi le restant E P. Doncques A B C mesurent E P. ce qui est impossible, à cause que E P est moindre que E G, qui est le plus petit nombre mesuré par A B C. Que si l'on dit que le nombre tombant entre E G, & N G, est plus grand que E F, à sçauoir que c'est Q F, Alors faisant des argumens tous semblables, on preuuera que A B C mesurent Q E. Ce qui est impossible, pour autant que Q E est moindre que N E qui est le plus petit nombre mesuré par A B C. De la mesme façon on demonstrera qu'il ne peut tomber autre nombre entre N G, & le triple de E G, fors N F qui fasse le mesme effet, & ainsi à l'infiny. Doncques nous auons demonstré tout ce que nous auions proposé.

PROPOSITION XXVI.

Vn nombre estant donné, si l'on adiouste ensemble toutes les figures qui l'expriment, & que de la somme on reiette le nombre de 9. tant de fois que l'on pourra, le reste sera esgal a ce qui reste diuisant le mesme nombre donné, par le nombre de 9.

LA demonstration de ceste proposition ne depend que de la façõ de nostre chiffre, à cause que nous n'auons que neuf figures significatiues despuis 1, iusques à 9. & que voulant passer plus auant pour exprimer 10. on recommence par 1. y adioustant vn zero qui ne signifie rien de soy. C'est pourquoy si l'on prend vn nombre de dizaines iuste comme 60. il appert que la figure significatiue 6. est ce qui reste si l'on diuise 60. par 9. à cause que multiplier 10. par 6. d'ou prouient 60. c'est autant que multiplier 9. & 1 qui composent 10. par le mesme 6. & par consequent, parce que tout nombre qui multiplie l'vnité ne le change point, 60. contient vn multiplie de 9. & d'auantage 6. Doncques diuisant 60 par 9. il reste 6. Que si aux nombres des dizaines on adiouste vn autre nombre, comme si l'on prend 62. il est euident que la somme de 6. & de 2. à sçauoir 8. est ce qui reste diuisant 62. par 9. puisque 60. estant diuisé par 9. il reste 6. comme nous

nous auons prouué. Et si le nombre donné estoit 65. il s'ensuiuroit neantmoins le mesme. Car Car puisque diuisant 60. par 9. il reste 6. il appert qu'y adioustant 5. la somme est 11. dont ostant 9. le reste 2. est necessairement ce qui reste diuisant 65. par 9.

Par les mesmes raisons aux nombres exprimans les centeines iustes, la premiere figure significatiue, monstre tousiours le nombre qui reste diuisant le nombre des centeines par 9. à cause que 99 est multiple de 9. & que passant plus auant pour exprimer cent, on recommence par 1. y adioustant deux zero. Et le mesme se preuue de 1000. & de 10000. & de 100000. & ainsi à l'infiny. Par consequent quel nombre qui soit donné, comme 3562. puisque diuiser ce nombre par 9. est autant que diuiser par le mesme 9. les parties dont il est composé, à sçauoir 3000. 500. & 62. pourueu qu'on prenne tous les restes, & qu'on regarde encor combien de fois neuf y est contenu, & puisque diuisant 3000. par 9. le reste est 3, & diuisant 500 par 9. le reste est 5.& diuisant 62. par 9. le reste est 6.& 2.à sçauoir 8. cõme nous auons preuué il est euident que joignant ensemble tous ces restes, qui ne sont que les figures qui expriment le nombre 3562. pourueu que de la somme desdits restes on oste 9. tant de fois que l'on pourra, le reste sera iustement ce qui reste diuisant le mesme 3562. par 9. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Ceſte propoſition eſt le fondement de la preuue de 9. dont pluſieurs ſe ſeruent aux quatre premieres regles de l'Aritmethique pratique. Laquelle i'ay eſté contraint de rapporter icy, à cauſe que ſans ſon ayde ie ne pouuois parfaictement demonſtrer mon troiſieſme probleme.

PROBLEME PREMIER.

Deuiner le nombre que quelqu'vn aura pensé.

PRemierement fais tripler le nombre pensé,& par apres prendre la moitié du produit, s'il se peut faire sans fraction, & s'il ne se peut faire autrement fais y adiouster 1. puis prendre la moitié de tout, laquelle moitié fais derechef tripler, & demande combien de fois il y a 9. en ce dernier triple. Lors pour chasque 9. pren 2. & tu deuineras le nombre pensé. Pren garde seulement que s'il a fallu adiouster 1. pour prendre la moitié, il te faut aussi adiouster 1. au nombre que tu trouueras prenant 2. pour chasque 9. Par exemple quelqu'vn ait songé 6. qu'il le triple viendra 18. qu'il en prenne la moitié, il aura 9. qu'il le triple, viendra 27. Ou 9. est contenu 3 fois, partant tu prendras 3. fois 2. à sçauoir 6. pour le nombre pensé. Or qu'on ait pensé 5. en le triplant viendra 15. à qui il faut adiouster 1. pour en prendre le moitié, & au lieu de 15. on aura 16,dont la moitié eſt 8.qui triplé derechef, fait 24.Ou 9.eſt contenu 2. fois, partant prenant 2.fois 2.tu auras 4.auquel ſi tu adiouſtes 1.à cauſe de l'vn qu'il a fallu adiouſter pour prendre la moitié,tu trouueras 5. le nombre penſé.

DEMONSTRATION.

Il faut neceſſairement que le nombre penſé ſoit pair , ou impair , ou que ce ſoit l'vnité. Poſons premierement qu'on eut ſongé 1. alors triplant 1.viẽdra 3.à qui il faut adiouſter 1. ſelon la regle donnée , & viendra 4. dont la moitié eſt 2. qui triplé derechef fait 6. Partant ſi tu demandes combien de fois il y a 9.au dernier triple, on reſpondra qu'il n'y eſt point. Dont il s'enſuit qu'on ne peut auoir penſé qu'vn,à cauſe de l'vnité adiouſteé , pour faire la partition. Partant en ce cas la reigle eſt bonne & infallible.

D 36.	A 8.	B 24.
$4\frac{1}{2}$.	1.	C 12.
9.	2.	3.

SEcondement ſoit A. le nombre penſé, nombre pair, lequel triplé faſſe B. qui ſera pair par la 28.du 9. partant la moitié de B.ſoit C. qui triplé derechef, produiſe D. Alors puiſque multipliant A par 3. & diuiſant le produit B.par 2.le quotient eſt C. il faut par la premiere propoſit. qu'il y ait telle proportion de A à C ; que de 2. à 3.& conuertiſſant de C à A,que de 3.à 2. Partant C contient A vne fois & demy.Dõc ſi l'on multiplie C par 3. d'où ſe produit D,c'eſt autant que ſi l'on multiplie par 3. le nombre A pris vne fois & demy. C'eſt donc autant que ſi l'on multiplie A par $4\frac{1}{2}$. (car 3 fois $1\frac{1}{2}$. fait $4\frac{1}{2}$.) Parquoy le nombre D ſe fait multipliãt A par $4\frac{1}{2}$. & partant

par

par la definition de la multiplication, il y a telle proportion de 4 ½. à D. que de 1. à A. Doncques si de ces quatre nombres proportionaux, on double le premier, & le troisiesme, d'où se produisent 9. & 2. l'on couclurra par la seconde proposition qu'il y a telle proportion de 9. à D. que de 2. à A. Partant autãt de fois que 2. est contenu au nombre pair A, autant de fois precisement 9. est contenu en D. dont il appert de la verité de la regle.

Finalement le nombre pensé A. soit impair, dont le triple B sera aussi impair par la 29. du 9. donc adioustant 1. à B. soit fait C, dont la moitié soit D; dont le triple soit E. Je prens G nombre pair moindre que A de 1. & son triple soit H. dont la moitié soit K, dont le triple soit L. Or il appert, puisque A surpasse G de 1. que B surpasse H de 3. (à sçauoir du triple de 1.) & par consequent C surpasse H de 4. Doncques D surpasse K de 2. (à scauoir de la moitié de 4.) Parquoy E surpasse L de 6. (à scauoir du triple de 2.) partant ayant esté demonstré en la premiere partie que L contient 9. autant de fois precisement, que G contient 2. Il est euident que E contient 9. autant de fois aussi, & non pas d'auantage, car il ne surpasse L que de 6. Partant prenant autant de fois 2. que 9. se treuue de fois en E, nous aurons le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle, nous aurons A. le nombre pensé. Doncques nous auons entierement & parfaictement monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

B 21.	
G 6.	A 7.
H 18.	C 22.
K 9.	D 11.
L 27.	E 33.

PROBLEME SECOND.

Faire le mesme d'vne autre sorte.

FAis tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, ou si le nombre est impair adiouster 1. puis prendre la moitié. Fais tripler derechef ceste moitié, puis prendre la moitié de ce triple, ou adiouster 1. comme auparauant si le nombre est impair, à fin de le pouuoir partir en deux. Lors demande combien de fois il y a 9. en la derniere moitié, & pour chasque 9. prens 4. remarquant que si la diuision ne se peut faire la premiere fois sans adiouster 1. il te conuient aussi retenir 1. & si la diuision ne se peut faire la seconde fois, il te conuient retenir 2. Par consequent si toutes les deux fois la diuision ne se peut faire, il te faut retenir 3. Par exemple si l'on auoit pensé 7. le faisant tripler, viendra 21. auquel il faut adiouster 1. pour prendre la moitié qui est 11. dont le triple est 33. auquel aussi adioustant 1. & prenant la moitié, vient 17. Auquel 9. est contenu vne fois seulement. Partāt tu prendras vne fois 4. auquel tu adiousteras 3. à cause que la diuision ne s'est peu parfaire ny la premiere ny la seconde fois, & tu auras 7. le nombre pensé.

On

On peut aussi faire ainsi ce probleme. Fais adiouster au nombre pensé la moitié du mesme nombre, & à ceste somme fais adiouster derechef la moitié de la mesme somme. Puis demande combien de fois il y a 9.& prens 4.pour chasque 9.comme deuant; mais aussi prens garde que si le nombre pensé n'a point d'entiere moitié, il faut faire adiouster 1. & prendre la moitie de ce nombre, & l'adiouster au nombre pensé. Que si le mesme aduient la seconde fois, il faut aussi faire le mesme, & pour la premiere fois retenir 1. pour la seconde 2. pour toutes deux ensemble 3. comme auparauant. Par exemple si l'on auoit pensé 10. luy adioustant sa moitié vient 15. auquel faut adiouster 1. pour auoir la moitié 8. qui adioustee à 15. fait 23. Auquel 9. est contenu deux fois. Partant prenant deux fois 4. tu auras 8. auquel adioustant 2. à cause que la seconde fois il a fallu adiouster 1.pour prendre la moitié, tu auras 10. le nombre pensé.

Quelques vns encore prattiquent autrement ce probleme. Car ils font adiouster au nombre pensé sa moitié, ou bien (s'il est impair) sa plus grande moitié. (Car d'autant que tout nombre impair se peut diuiser en deux nombres, dont l'vn surpasse l'autre de l'vnité, ils appellent le plus grand, la plus grande moitié du nombre impair) & semblablement à ceste somme ils font adiouster sa moitié ou sa plus grande moitié,puis demandent combien de fois il y a 9.& pour chasque 9. prennent 4.mais ils demandent encore si apres auoir osté tous les 9.de la derniere somme, on en peut oster encore 8. & si cela est,ils retiennent 3.Que si 8.ne s'en peut oster,ils demandent si l'on en peut oster 5. & pour cela retiennent 2. Que si 5. ne s'en peut oster, ils en font oster 3. & pour cela retiennent 1.

DEMONSTRATION.

E 18.	A 8.	B 24.
2 $\frac{1}{4}$.	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

IE demonstre la premiere façon de parfaire ce probleme, car les autres deux sont fondees sur les mesmes principes. Il est certain par la 13. proposit. que tout nombre plus grand que 3. est pairement pair, ou surpasse quelque pairement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit donc premierement le nombre pensé A plus grand que 3. & pairement pair qui triplé fasse B qui sera pairement pair aussi par la dixiesme proposition doncques C. la moitié de B. sera nombre pair par la 4. proposit. parquoy triplant C. le produit D sera nombre pair par la 28. du 9. Soit donc sa moitié E. Or nous auons demonstré au precedent probleme que le nombre D. contient A quatre fois & demi. D'où s'ensuit que E la moitié de D contient le mesme A deux fois & quart (car 2 $\frac{1}{4}$ est la moitié de 4 $\frac{1}{2}$) partant multipliant A par 2 $\frac{1}{4}$ prouiédroit E. Doncques il y a mesme proposition de 2 $\frac{1}{4}$ à E que de 1. A. Partant multipliant par 4. tant 2 $\frac{1}{4}$ que 1. d'où se produisent 9. & 4. il y aura telle proportion de 9. à E que de 4. à A. par la 2. proposit. Or est-il que 4 mesure A par la 6. proposit. Doncques 9. mesure aussi E, & au

E 18.	A 8.	B 24.
2 $\frac{1}{4}$	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

& autant de fois que 9. est contenu en E, autant de fois 4. est contenu au nombre pensé A. Donc il appert que de ce costé la regle est infaillible & bonne.

B 27.	
G 8.	A 9.
K 24.	C 28.
L 12.	D 14.
M 36.	E 42.
N 18.	F 21.

Secondement soit A le nombre pensé surpassant de 1. le nombre G pairement pair, & triplant A soit fait B. qui sera impair par la 29. du 9. Partant adioustant 1. à B comme veut la regle, soit fait C & le triple de G soit K. Il est certain (comme nous auons demonstré en la derniere partie de la demonstration du precedent probleme) que C. surpasse K de 4. Parquoy K estant pairement pair par la 10. proposit. il faut aussi que C soit pairement pair, par la 6. proposit. dautant qu'il est mesuré par le quaternaire : soit donc D la moitié de G. qui sera nombre pair par la 4. proposit. Partant E le triple de D sera aussi pair par la 28. du 9. On en pourra donc prendre la moitié F. Ie prens aussi L. la moitié de K, puis M. le triple de L, puis N. la moitié de M. Or puisque, comme il a esté dit, C surpasse K de 4. il faut aduouër que D. surpasse L de 2. (à sçauoir de la moitié de 4.) doncques E surpasse M. de 6. (à sçauoir du triple de 2.) doncques F ne surpasse N. que de 3. (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant ayant esté demonstré cy deuant que N. contient 9. autant de fois precisement, que G pairement pair contient 4. Il est euident que F contiendra aussi 9. autant de fois, & non plus (pource que il ne surpasse N que de 3.) Par consequent prenant 4. pour chasque 9. contenu en F, nous

nous viendrons trouuer le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
	D 45.
M 36.	E 46.
N 18.	F 23.

Troisiesmement soit A. le nombre pensé surpassant de 2. le nombre G. pairement pair. Doncques A. est pairement impair seulement par la 7. proposit. soit donc B. son triple, qui sera aussi pairement impair seulement par la 11. proposit. Partant C. sa moitié sera nombre impair par la 5. proposit. Doncques D le triple de C sera aussi impair par la 29. du 9. Partant adioustant 1. à D. soit fait E dont la moitié soit F. Lors comme auparauant ie prens K. le triple de G, dont la moitié soit L. dont le triple soit M. dont la moitié soit N. Or puisque A. surpasse G de 2. il appert que B surpasse k de 6. (à sçauoir du triple de 2. Par consequent C surpasse L. de 3. (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant D surpasse M de 9. (à sçauoir du triple de 3.) & par consequent E surpasse M de 10. Partant F. ne surpasse N. que de 5. (à sçauoir de la moitié de 10.) doncques ie conclus comme auparauant que F contient 9. autant de fois que N. & non plus (à cause que N. contient 9. quelquesfois precisement, & F ne supasse N que de 5. Partant prenant 4. pour chasque 9. contenu en F nous trouuerons le nombre G. auquel adioustant 2. comme veut la regle ; nous deuinerons

uinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

Quatriesmement soit A le nombre pensé surpassant de 3. le nombre G pairement pair. Et soit K le triple de G, donc la moitié soit L. dont le triple soit M, dont la moitié soit N. & soit aussi B. le triple de A; qui sera impair par la 29. du 9. partant luy adioustant 1. soit fait C. Or il appert puisque A surpasse G de 3. que B. surpasse K de 9. à sçauoir du triple de 3.) partant C. surpasse le mesme K de 10. Doncques K estant pairement pair par la 10. proposit. luy adioustant 10. nombre pairement impair seulement, le composé à sçauoir C, sera pairement impair seulement par la 9. proposit. Soit donc sa moitié D nombre impair par la 5. proposit. qui surpassera L de 5. (à sçauoir de la moitié de 10.) & soit E triple de D, qui estant impair par la 29. du 9. il luy faut adiouster 1. & soit fait F, dont la moitié soit H. Puisque donc, comme nous auons preuué, D surpasse L. de 5. il s'ensuit que E surpasse M de 15. (à sçauoir du triple de 5.) & par consequent F. surpasse le mesme M. de 16.) Partant H ne surpasse N. que de 8. (à sçauoir de la moitié de 16.) Doncques ie conclurray comme auparauant que H ne contient pas 9. plus de fois que fait le nombre N. Par consequent prenant 4. pour chasque 9. contenu en H, on trouuera le nombre G; auquel adioustant 3. comme veut la reigle, on deuinera le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 11.
	B 33.
K 24.	C 34.
L 12.	D 17.
	E 51.
M 36.	F 52.
N 18.	H 26.

Finalement ſoit le nombre penſé moindre que 4. comme 1. ou 2. ou 3. & premierement ſoit 1. dont le triple eſt 3. à qui adiouſtant 1. vient 4. dont la moitié eſt 2. qui triplé fait 6. dont la moitié eſt 3. Où 9. n'eſt point contenu de fois. Partant prenant 1. ſeulement pour l'vnité adiouſtee à la premiere diuiſion, tu deuineras qu'on à penſé 1.

Secondement le nombre penſé ſoit 2. dont le triple eſt 6. dont la moitié eſt 3. qui triplé fait 9. auquel adiouſtant 1. vient 10. dont la moitié eſt 5. où 9 n'eſt point auſſi contenu. Partant tu prendras ſeulement 2. pour l'vnité adiouſtee à la ſeconde diuiſion.

Troiſieſmement le nombre penſé ſoit 3. dont le triple eſt 9. auquel adiouſtant 1. vient 10. dont la moitié eſt 5. dõt le triple eſt 15. auquel adiouſtant 1. vient 16. dont la moitié eſt 8. Qui ſemblablement ne contient point 9. Mais tu prendras 3. à cauſe de l'vnité adiouſtee tant à la premiere qu'à la ſeconde diuiſion, & ainſi deuineras le nombre penſé. Doncques nous auons parfaictement monſtré à deuiner tout nombre penſé. Ce qu'il falloit faire.

Maintenant il eſt aiſé de monſtrer que les deux autres façons de faire ce ieu reuiennent à ceſte cy, & ont les meſmes fondemens. Car quant à la ſeconde nous auons deſia monſtré cy deſſus que tripler vn nombre, & prendre la moitié du produit, c'eſt autant que multiplier ledit nombre par 1 $\frac{1}{2}$. donc c'eſt autant que luy adiouſter ſa moitié. Partant ſi à ceſte ſomme nous adiouſtons derechef ſa moitié, c'eſt autant que ſi nous la multiplions auſſi par 1 $\frac{1}{2}$. Doncques c'eſt autant

que ſi

que ſi nous multiplions le nombre penſé par 2 $\frac{1}{4}$. d'autant que 1 $\frac{1}{2}$. par 1 $\frac{1}{2}$. fait 2 $\frac{1}{4}$. De cecy tu peux aiſement recueillir la demonſtration entiere de ceſte façon de faire, appliquant toutes les parties de la demonſtration donnee à icelle; ce que i'obmets par brieueté.

Quant à la troiſieſme façon, elle ne differe quaſi point de la ſeconde: Car il eſt euident que la plus grande moitié d'vn nombre impair, n'eſt autre que la moitié du nombre pair prochain, plus grand d'vn que ledit impair, & quand à ce qu'à la fin on demande apres qu'on à oſté tous les 9. s'il reſte 8. ou 5. ou 3. la cauſe de cecy appert aſſez par la ſeconde, troiſieſme, & quatrieſme partie de la preſente demonſtration.

ADVERTISSEMENT.

Quiconque comprendra parfaictement la demonſtration de ces deux problemes, il luy ſera facile de forger des regles nouuelles pour deuiner le nombre penſé à l'imitation des precedentes. Car par exemple fay tripler le nombre penſé, puis prendre la moitié du produit, puis multiplier ladicte moitié par 5. & prendre encor la moitié du produit; tu deuineras le nombre penſé, ſi tu demandes combien de fois il y à 15 en la derniere moitié, & ſi pour chaſque 15. tu prens 4. Obſeruant comme cy deſſus, qu'il faut retenir 1. ou 2. ou 3. ſelon que la diuiſion ne ſe peut parfaire la premiere, ou la ſeconde fois, ou toutes les deux enſemble. La cauſe de cecy eſt, que multiplier vn nombre par 3. & partir le produit par 2. c'eſt autant que multiplier ledit nombre par 1 $\frac{1}{2}$. & multiplier vn nombre par 5. & partir le produit

produit par 2. c'est autant que multiplier le mesme nombre par 2 ½. (ces nombres se treuuent en diuisant le multiplicateur par le diuiseur, car diuisant 3. par 2. vient 1 ½. & duiuisant 5. par 2. vient 2 ½.) doncques faire ces deux multiplications, & ces deux diuisions, c'est autant que multiplier le nombre pensé par 3¾. d'autant que 1 ½. par 2 ½. fait 3 ¾. Ie te laisse appliquer tout le reste de la demonstration (qui est chose bien aisee, attendu que 3 ¾. multiplié par 4. fait 15. & tu trouueras que si le nombre pensé surpasse d'vn quelque nombre pairement pair, outre les 15. contenus en la derniere moitié, il y aura encore 5. & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, à la fin il restera 8. & si le nombre pensé passe de 3. quelque pairement pair, il restera 13. à la fin. Partant si tu veux imiter la seconde, ou troisiesme façon de parfaire ce probleme; Tu feras adiouster au nombre pensé sa moitié ou sa plus grande moitié (cela est autant que le multiplier par 1 ½.) puis à ceste somme tu feras adiouster vn nombre esgal à elle mesme, & encore de plus la moitié, ou plus grande moitié de la mesme somme (cela est autant que la multiplier par 2 ½.) puis tu demanderas combien de fois il y a 15. & pour chasque 15. tu prendras 4. retenant aussi 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se pourra parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes deux ensemble. Ou bien apres auoir fait oster tous les 15. de la derniere somme, tu demanderas s'il reste encor 13. ou 8. ou 5. & retiendras pour cela ou 3. ou 2. ou 1.

Ceste mesme regle se pourroit aucunement changer si la premiere fois on faisoit multiplier le nombre pensé par 5. puis partir par 2. puis multiplier par 3. & derechef partir par 2. Car tout cela seroit bien autant que multiplier le nombre pensé par 3 ¾. comme auparauant,

& par

& partant pour chasque 15. il faudroit aussi prendre 4. Mais il y auroit de la difference en cela, que si le nombre pensé passoit d'vn quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire sans fraction ny la premiere, ny la seconde fois, & si le nombre pensé passoit de 3. quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire la premiere fois seulement. Partant en tel cas il faut changer la regle, & si la partition ne se peut faire la premiere fois seulement, retenir 3. si elle ne se peut faire la seconde fois seulement, retenir 2. si elle ne se peut faire toutes deux les fois, retenir 1. Il est vray qu'imitant la troisiesme façon de parfaire ce probleme, il n'y a pas tant de diuersité. Car si le nombre pensé passe d'vn quelque pairement pair, à la fin tous les 15 ostez il restera 5. comme auparauant, & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, il reste aussi 8. mais si le nombre pensé passe de 3. quelque pairement pair il restera 12. non pas 13. La cause de tout cecy n'est pas malaisée à trouuer. I'en laisse la recherche au curieux lecteur, qui suiuant le chemin que ie luy ay tracé, & se fondant sur les mesmes principes & propositions en pourra venir facilement à bout.

On pourroit aussi faire multiplier par 5. puis partir par 2. & derechef multiplier par 5. & partir par 2. & demander combien de fois il y a 25. & pour chasque 25. retenir 4. & ainsi en plusieurs autres manieres. Prens garde seulement qu'en ceste derniere façon, il aduient ce que ie viens de dire, à sçauoir que si la partition ne se peut faire iuste toutes deux les fois, il faut retenir 1. si elle ne se peut faire la seconde fois il faut retenir 2. si elle ne se peut faire la premiere fois, il faut retenir 3.

PROBLEME TROISIESME.

Deuiner le nombre pensé d'vne autre façon.

FAIS tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, & tripler derechef ceste moitié, puis prendre la moitié de ce triple, tout de mesme qu'au probleme precedent, faisant aussi adiouster 1. lors que la partition ne se peut pas faire. Mais au lieu de demander combien de fois il y a neuf en la derniere moitié, demande qu'on te declare toutes les figures, auec lesquelles ladicte moitié s'exprime, excepté vne, pourueu que celle qu'on te cache ne soit point vn Zero, & qu'on te die l'ordre desdictes figures, tant de celles qu'on te manifeste, que de celle qu'on cache. Lors tu deuineras le nombre pensé, adioustant ensemble toutes les figures qu'on te manifeste, & reiettant 9. tant de fois qu'il sera possible, puis soubstraisant ceste somme, ou ce qui reste ayant reietté tous les 9. du mesme nombre de 9. Car le reste sera la figure cachee, ou s'il ne reste rien, ladicte figure cachee sera 9. Au

cas

cas neantmoins que les deux partitions se soient faictes iustement sans addition de l'vnité. Que si la partition n'a pas esté faicte iuste la premiere fois, alors à la somme des figures manifestees tu adiousteras 6. & parfairas le demeurant ainsi qu'il a esté dit. Si la partition n'a pas esté iuste la seconde fois, tu adiousteras 4. à ladicte somme. Si la partition n'a pas esté iuste toutes deux les fois, tu adiousteras vn à la mesme somme. Ainsi doncques ayant treuué la figure cachee tu auras entiere cognoissance de la derniere moitié. Et partant considerant combien de fois il y a 9. & prenant 4. pour chasque 9. & adioustant 1. ou 2. ou 3. selon qu'il sera de besoin, en la mesme façon qu'au probleme precedent, tu deuineras infalliblement le nombre pensé. Par exemple, qu'on ait pensé 24. Apres auoir triplé, & partagé par deux fois, la derniere moitié sera 54. Partant si on te manifeste la premiere figure 5. tu ne feras que soubstraire 5. de 9. & le reste 4. sera la seconde figure cachee. Et si on te manifeste 4. ostant 4. de 9. tu trouueras 5. la premiere figure. Ainsi tu cognoistras que la derniere moitié estoit 54. ou 9 est contenu six fois, & partant prenant 6 fois 4. tu deuineras que le nombre pensé estoit 24.

Que si l'on pense 25. apres auoir triplé & partagé par deux fois, la derniere moitié sera 57. mais la partition n'aura pas esté iuste la premiere fois. Partant si l'on te manifeste la premiere figure 5. tu luy adiousteras 6. & de la somme 11. tu osteras 9. restera 2. que tu osteras de 9. & le reste 7. sera la seconde figure cachee. Ainsi tu sçauras que la derniere moitié est 57 ou 9 est contenu 6 fois, & prenant 4. pour chasque 9. &

adiouſtant 1. à cauſe de la premiere partition imparfaicte, tu trouueras le nombre pensé.

Que ſi l'on te dit qu'en la derniere moitié il y a trois figures, & que les deux dernieres ſont 13. & que la partition n'a pas eſté iuſte la ſeconde fois, tu adiouſteras enſemble 1. & 3. & à la ſomme 4. tu adiouſteras 4. font 8. tu oſteras 8. de 9. reſte 1, pour la premiere figure cachee. Doncques la derniere moitié eſtoit 113. ou 9. eſt contenu 12. fois, & multipliant 12. par 4. vient 48. auquel adiouſtant 2. à cauſe de la ſeconde partition imparfaicte, tu auras 50. le nombre pensé.

Finalement ſi en la derniere moitié, il y a trois figures, dont la premiere ſoit 1. la derniere 7. & que toutes deux les partitions n'ayent pas eſté iuſtes, tu adiouſteras les deux figures connues enſemble, qui font 8. & à 8. tu adiouſteras 1. ſelon la regle, font 9. qui oſté de 9 ne laiſſe rien. Partant la ſeconde figure cachee eſt 9. & la derniere moitié entiere eſt 197. où 9 eſt contenu 21 fois. Doncques multipliant 21 par 4. & au produit 84 adiouſtant 3, à cauſe des deux partitions imparfaictes, tu trouueras le nombre pensé 87.

DEMONSTRATION.

En premier lieu il appert par la regle donnee, que ce probleme ne ſe peut practiquer, ſinon lors que le nombre penſé eſt plus grand que 4. à cauſe qu'il faut que la derniere moitié, ſoit compoſee de deux, ou de pluſieurs figures ; ce qui n'arriuera pas, ſi le nombre penſé ne ſurpaſſe 4.

Soit

A	B	C
24	5	4

SOit donc A le nombre penſé plus grand que 4. Il eſt certain par noſtre 13. propoſit. que A eſt pairement pair ; ou qu'il ſurpaſſe quelque pairement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit premierement A pairement pair ; & apres qu'on à triplé, & partagé deux fois ſelon la regle ; ſoit la derniere moitié B C compoſée des deux figures B & C, & ſoit connue l'vne deſdictes figures ſeulement. Or il a eſté preuué en la premiere partie du probleme precedent, que les deux partitions ſe font iuſtes en ce cas, & que B C eſt multiple de 9. & le contient quelquesfois iuſtement. Doncques les deux figures B & C iointes enſemble, doiuent faire iuſtement 9. par noſtre 26. propoſit. Partant ſi on oſte B de 9. il reſtera C. & ſi on oſte C de 9. il reſtera B. Ce qu'il falloit demonſtrer. Car tout le reſte qui concerne ce probleme en ce cas, a eſté demonſtré en ladicte premiere partie du precedent.

A	B	C
25	5	7
D		E
24		54
	F	
	63	

SEcondement ſoit A le nombre penſé ſurpaſſant de l'vnité, le nombre pairement pair D, & apres qu'on à triplé & partagé par deux fois ſelon la regle, ſoit la derniere moitié B C, compoſée des deux figures B & C, dont l'vne ſoit connue. Soit auſſi E. la derniere moitié qui reſte, quand on a triplé & partagé le nombre D par deux fois, & à E adiouſtant 9. ſoit fait le nombre F. Or il appert par la ſeconde partie du probleme precedent, qu'en ce cas la premiere

A B C
25 5 7
D E
24 54
F
63

partition n'a pas eſté iuſte, & que le nombre B C ſurpaſſe E, de 3. & par conſequent puiſque F ſurpaſſe E de 9. le meſme F ſurpaſſe B C, de 6. Par ainſi adiouſtant 6 à B C, on fera le nombre F. Mais E eſt multiple de 9. par la premiere partie du precedent probleme, & par conſequent F qui ſurpaſſe E de 9 iuſtement, eſt auſſi multiple de 9. Doncques le nombre B C auec 6. eſt auſſi multiple de 9. Partant ſi l'on ioint enſemble les figures B, & C, & 6. & qu'on reiette les 9. il ne reſtera rien, par noſtre 26. propoſition; car il ſe fera vn nombre de neufs iuſte. Suppoſant donc que B me ſoit cognu, ſi ie luy adiouſte 6. & que de la ſomme i'oſte 9. s'il ſe peut faire, il faut que le reſte, ou ladicte ſomme (ſi elle eſt moindre que 9) adiouſtee à C, faſſe 9 iuſtement. Doncques ſi i'oſte de 9. ledit reſte, ou ladicte ſomme, il me reſtera la figure incognue C. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A B C
38 8 6
D E
36 81
F
90

TRoiſieſmement ſoit le nombre penſé A ſurpaſſant de 2. le nombre D pairement pair, & apres qu'on a triplé & partagé deux fois ſelon la regle, la derniere moitié, d'vn coſté ſoit B C, & de l'autre E, & adiouſtant 9 au nombre E, ſoit fait F. Il appert par la troiſieſme partie du probleme precedent, que la partition n'a pas eſté faicte iuſtement la ſeconde fois, & que B C ſurpaſſe E de cinq. Et partant puiſque F ſur

F surpasse le mesme E de 9. il s'ensuit que F surpasse B C, de 4 seulement. Mais E est multiple de 9. par la mesme troisiesme partie du probleme precedent, & par consequent F qui surpasse E de 9 iustement, est aussi multiple de 9. Doncques B C ioint auec 4 est aussi multiple de 9. C'est pourquoy adioustant ensemble les figures B & C, & y ioignant 4. & reiettant tousiours 9. il ne restera rien, par nostre 26. proposition. Doncques si l'vne desdictes figures est connue, par exemple B, luy adioustant 4. & reiettant 9. & ostant le reste du mesme 9. le reste necessairement est esgal à C. Ce qu'il falloit demonstrer.

A	B	C
39	8	9
D	E	
36	81	
	F	
	90	

Finalement soit le nombre pensé A, surpassant de 3. le nombre pairement pair D, & que tout le reste de la construction se fasse, comme aux deux cas precedens. Il appert par la quatriesme partie du precedent probleme, que E est multiple de 9. & par consequent F aussi, & que B C surpasse E de 8. & par consequent F surpasse B C de 1. Dont s'ensuit que les figures B & C ioinctes ensemble auec l'vnité, font vn nombre de neufuaines iuste, par nostre 26. proposition. Partant si B est cognu, luy adioustant 1. & reiettant 9. le reste auec C, doit faire iustement 9. Doncques si on oste ce reste de 9. on aura la figure C. Ce qu'il falloit demonstrer.

Que s'il arriue qu'adioustant 1. à B, la somme soit iustement 9. il faut que C soit aussi 9. ou

A	B	C
39	8	9
D	E	
36	81	
F		
90		

bien Zero : Mais il ne peut estre Zero, par l'exception apposée à la regle. Doncques c'est 9 infalliblement. Et le mesme accident arriuant en tous les cas precedens, on conclurra le mesme, par les mesmes raisons.

Quant au reste de la regle, à sçauoir que B C estant entierement cognu, il faut regarder combien de fois il cõtient 9. & pour chasque 9 prendre 4. & adiouster tantost 1. tantost 2. tantost 3. selon les diuers cas, tout cela a esté demonstré au probleme precedent.

ADVERTISSEMENT.

L'honneur d'auoir le premier inuenté la façon de ce probleme, en ce qu'il adiouste sur le precedent, ie le cede franchemẽt au R.P. Iean Chastelier de la compagnie de Iesus. Il est vray que ie ne tiens point de luy, ny la regle pour deuiner le nombre pensé, ny la demonstration. Mais seulement il me proposa par vne sienne lettre ce probleme, en forme de question, & en ces mesmes termes, sinon qu'ils estoient en latin.

Quelqu'vn ayant pensé vn nombre, & luy ayant adiousté sans fraction sa moitié, ou sa plus grande moitié, si autrement faire ne se peut, & ayant adiousté derechef à ceste somme, sa moitié, ou sa plus grande moitié, en la mesme façon, & ceste derniere somme estant manifestee toute, fors vne seule figure significatiue, telle que voudra cacher celuy qui à pensé le nombre : deuiner le nombre pensé. Mais il est necessaire qu'on sçache, si les additions des moitiez se sont faictes precisement, ou non.

Sur

Sur ceste proposition ie treuuay dans fort peu de temps, & la regle que i'ay donnee, & sa demonstration, laquelle i'ay bien volu communiquer au Lecteur curieux, sans toutesfois desrober au premier inuenteur, la gloire qui luy en est deue.

Au reste il est euident, que la practique de ce Probleme, estant toute la mesme, que celle du precedent hors le dernier point, on se peut seruir non seulement de la premiere façon de le faire: mait aussi de la seconde, comme on peut voir aussi que le P. Chastelier se seruit de la seconde, en la proposition qu'il me fit.

Quant à la condition apposee, à sçauoir qu'il ne faut pas que la figure cachee soit vn zero, la derniere partie de la demonstration en fait voir la cause, qui est qu'en ce cas là, on ne pourroit pas sçauoir certainement, si la figure cachee doit estre vn zero, ou vn 9. Dont on peut recueillir, que ladicte condition se peut changer, & qu'on peut reseruer tout de mesme, que la figure cachee ne soit point vn 9. Et veritablement sans l'vne ou l'autre de ces deux reserues, il arriuera fort souuent que la solution du Probleme se trouuera ambigue. Comme au premier cas, si l'on te dit que la premiere des deux figures de la derniere moitié est 9. tu ne sçaurois discerner si la seconde figure cachee est vn zero ou 9. ny deuiner par consequent, si l'on à pensé 40. ou 44. semblablement au second cas, si la premiere des deux figures est 3. tu ne peux sçauoir certainement, si la seconde est vn zero, ou 9. ny deuiner si le nombre pensé est 13. ou 17. Et au troisiesme cas, si la premiere figure est 5. il se peut faire que la seconde est vn zero, ou vn 9. & que le nombre pensé est 22. ou 26. finalement au dernier cas, si la premiere figure est 8. il est incertain si la seconde est vn zero, ou bien vn 9. & si le nombre pensé est 35. ou 39. Il faut donc necessairement reseruer, que la figure cachee, ne soit iamais vn zero, ou si l'on veut permettre cela, il faut reseruer, qu'elle ne soit iamais vn 9.

PROBLEME QVATRIESME.

Faire le mesme encor diuersement.

FAis doubler le nombre pensé, & à ce double fais adiouster 5. puis multiplier le tout par 5. puis adiouster 10. & multiplier le tout par 10. Lors t'enquerant quel est ce dernier produit, & en ostant d'iceluy 350. du reste, le nombre des centaines, sera le nombre pensé. Par exemple qu'on ait pensé 3. son double est 6. auquel adioustant 5. vient 11. qui multiplie par 5. fait 55. auquel adioustant 10. prouient 65. qui multiplié par 10. produit 650. duquel si tu ostes 350. restera 300. où tu vois clairement que le nombre des centaines, à sçauoir 3. est le nombre pensé.

DEMON

DEMONSTRATION.

2.
A 3. B 6.
H 30. 5.
D 55. C 11.
25, 10.
35. F 650. E 65.
350.
G 300.

SOit A, le nombre penſé, qui doublé faſſe B, auquel adiouſtant 5. vienne C. qui multiplié par 5. produiſe D, auquel adiouſtant 10. ſe faſſe E qui multiplié par 10. produiſe F dont oſtant 350. ſoit le reſte G. Ie dis que prenant autant d'vnitez qu'il y a de centaines en G on deuinera le nombre penſé A. Car puiſque C. eſt composé de B. & de 5. Ce ſera autant multiplier C. par 5. que multiplier par le meſme 5. les parties dont C. eſt composé, à ſcauoir B, & 5. par la premiere du ſecond d'Euclide. Or on ſcait aſſez que multipliant 5. par 5. le produit eſt 25. ſoit donc H produit de la multiplication de B par 5. Partant il s'enſuit que D eſt eſgal à H, & à 25 joints enſemble. Par conſequent puiſque adiouſtant 10. à D, prouient E, & adiouſtant auſſi 10 à 25. prouiẽt 35. Il eſt certain que H & 35. enſemble ſont eſgaux à E. Doncques c'eſt autant multiplier E par 10. que multiplier H & 35. par le meſme 10. par la 1. du ſecond. Partant F eſt eſgal à ce qui ſe fait multipliant H. par 10. joint à ce qui ſe fait multipliant 35. par 10. Or multipliant 35. par 10. prouient 350. Doncques F contient 350. & le produit de la multiplication de H par 10. Par conſequent puiſque oſtant 350. de F le reſte eſt G, il faut dire neceſſairemẽt que le produit de la multiplica

2.
A 3. B 6.
H 30. 5.
D 55. C 11.
25. 10.
35. F 650. E 65.
350
G 300

tiplication de H. par 10. Cela ſuppoſé prenons les trois nõbres 2. A 5. Il eſt certain par la 3. propoſition qu'en quelle façon, & par quel ordre que nous les multiplions enſemble, le produit ſera touſiours le meſme. Or multipliant A par 2. & le produit B par 5. nous faiſons H. Doncques le meſme H. ſe fera ſi l'on multiplie 2. par 5. & le produit 10. par A. Puis donc que A multiplié par 10. fait H; conſiderons maintenant les trois nombres 10. A 10. par la meſme 3. propoſition il s'enſuit que nous aurons le meſme nombre multipliant A par 10. & le produit H par 10. que nous aurions multipliant 10. par 10. & le produit 100. par A Or nous auons preuué que multipliant H par 10. le produit eſt G. Doncques le meſme G ſe produira multipliant A par 100. Partant G contient 100. autant de fois que A contient l'vnité. Doncques la regle eſt bonne.

ADVERTISSEMENT.

Si tu conſideres bien les fondemens de ceſte demonſtration qui ne ſont autres que la premiere du ſecond appliquee aux nombres, & noſtre 3. propoſition, tu comprendras aiſément le moyen de diuerſifier la practique de ce Probleme en cent mille façons : car premierement ſi tu veux touſiou.s que le nombre des centaines exprime le nombre penſé, & que les multiplications ſe faſſent par 2. par 5. & par 10. comme auparauant, mais ſeu-

lement

lement que le nombre qui se soubstrait de la derniere somme, à sçauoir 350. soit changé. Prens garde que 350. est prouenu du 5. qu'on à adiousté du commencement, lequel multiplié par 5. à fait 25. auquel adioustant 10. est prouenu 35. qui finalement multiplié par 10. à produit 350. Doncques si tu veux changer 350. change les nombres que tu fais adiouster, par exemple au lieu de 5. fais adiouster 4. & 12 au lieu de 10. ou bien tels autres nombres qu'il te plaira, & lors pour sçauoir quel nombre il faudra soubstraire, multiplie le premier 4. par 5. viendra 20. auquel adiouste 12. viendra 32. qui multiplié par 10 fera 320. le nombre qu'il conuiendra soubstraire de la derniere somme : & ainsi si tu changes encore les 4. & 12. tu changeras aussi 320. Partant desia par ce moyen le Probleme se peut parfaire en infinies sortes differentes.

Secondement voulant encor que le nombre des centeines monstre le nombre pensé, tu peux toutesfois changer les multiplicateurs. Car nous auons conclu que le nombre G, se fait multipliant le nombre pensé A, par 100. pource que les trois multiplicateurs 2. 5. & 10. dont nous nous sommes seruis, multipliez ensemble font 100. d'autant que 2. fois 5 font 10. & 10. fois 10. font 100. Doncques pourueu que tu prennes pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble facent 100. il n'importe quels ils soyent. Partant premierement tu te peux seruir des mesmes 2. 5. & 10. en changeant l'ordre seulement comme faisant en premier lieu multiplier par 5. puis par 10. puis par 2. ou bien premierement par 10. puis par 2. & en fin par 5. ou autrement.

En apres tu peux prendre d'autres nombres qui fassent le mesme effect comme 5. 4. 5. ou bien 2. 25. 2. seulement prens garde qu'en tous ces changemens le nombre qu'il faut soubstraire à la fin change aussi, selon la diuersité

diuersité des multiplicateurs, & des nombres qu'on fait adiouster. Par exemple prenons 5.4.5. pour multiplicateurs, & pour nombres à adiouster 6. & 9. & soit le nombre pensé 8. Qu'on le multiple par 5. viendra 40. auquel adioustant 6. viendra 46. qui multiplié par 4. sera 184. auquel adioustant 9. viendra 193. qui multiplié par 5. donnera 965. Or pour sçauoir quel nombre il faut soubstraire de 965. considere qu'apres auoir adiousté le premier nombre 6. on a multiplié par 4. puis on a adiousté 9. & multiplié par 5. Doncques multiplie 6 par 4. viendra 24. adiouste 9. viendra 33. qui multiplié par 4. donne 165. le nombre qu'il faut soubstraire. Aussi de 965. ostant [illegible]. il reste 800. ou le nombre des centeines est le nombre pensé.

Troisiesmement tu peux prendre tout autre nombre que 100. & faire qu'il soit contenu au restant de la substraction autant de fois qu'il y aura d'unitez au nombre pensé: & pour ce faire il ne faut que choisir pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble fassent le nombre que tu veux. Comme si tu veux prendre 24. choisis pour multiplicateurs. 2.3.4. ou bien 2. 6. 2. Mais sçaches aussi treuuer le nombre qu'il te faudra soubstraire à la fin, ainsi que ie t'ay enseigné cy dessus. Par exemple prenons pour multiplicateurs 2.3.4. & pour nombres à adiouster 7. & 8. & soit le nombre pensé 5. qui doublé sera 10. à qui adioustant 7. vient 17. qui multiplié par 3. fait 51. à qui adioustant 8. prouient 59. qui multiplié par 4. fait 236. Or pour sçauoir quel nombre il faut soubstraire, multiple 7. par 3. vient 21. adiouste 8. vient 29. qui multiplié par 4. donne 116. Doncques de 236. oste 116. restera 120. ou tu vois que 24. est contenu 5. fois, & par là tu iuges que le nombre pensé estoit 5. Tu peux aussi ne prendre que deux multiplicateurs, & n'adiouster qu'un nombre, comme

comme si tu voulois que le nombre des dizaines exprimat le nombre pensé, prens 2. & 5. pour multiplicateurs, & 6. pour nombre à adiouster, & soit par exemple le nombre pensé 7. qui doublé sera 14. auquel adioustant 6. viendra 20. qui multiplié par 5. produira 100. dont il faut oster 30 (d'autant que 6. fois 5. font 30.) & le reste 70. contient 7. dizaines, autant qu'il y a d'vnitez au nombre pensé. Semblablement on pourroit prendre quatre, cinq, ou six, ou plusieurs multiplicateurs, & adiouster d'auantage de nombres, comme ie laisse considerer au prudent Lecteur.

Finalement on peut diuersifier la pratique de ce Probleme vsant de soubstraction au lieu d'addition, & par consequent à la fin vsant d'addition au lieu de soubstraction. Comme si tu te veux seruir des nombres donnez au premier exemple, soit 12. le nombre pensé, fais-le doubler, viendra 24. d'où fais oster 5. restera 19. qui multiplié par 5. fera 95. d'où fais oster 10. restera 85. qui multiplié, par 10. produira 850. Mais maintenant il faut adiouster 350. à 850. au lieu de le soubstraire, & la somme sera 1200. où le nombre des centeines exprime le nombre pensé 12. La demonstration de cecy est facile, supposé ce que nous auons demonstré, & n'est point besoin de s'y arrester d'auantage.

PROBLEME CINQVIESME.

Deuiner encor le nombre pensé d'vne autre sorte.

CEste façon semble plus ingenieuse que les autres, bien que la demonstration en soit plus aisee. Fay multiplier le nombre pensé par quel nombre que tu voudras, puis diuiser le produit par quel autre que tu voudras, puis multiplier le quotient par quelque autre, & derechef multiplier, ou diuiser par vn autre, & ainsi tant que tu voudras. Voire mesme s'il te plait remets cela à la volonté de celuy qui aura sógé le nombre, pourueu qu'il te die tousiours par quels nombres il multiplie, & par quels il diuise. Mais pour deuiner le nombre pensé, prens en mesme temps quelque nombre à plaisir, & fais sur luy secrettement toutes les mesmes multiplications & diuisions, & lors qu'il te plaira d'arrester, dis à celuy qui a songé le nombre, qu'il diuise le dernier nombre qui luy reste, par le nombre pensé; Toy semblablement diuise ton dernier nombre par le premier que tu auras pris, & sois asseuré que le quotient de ta diuisió sera le mesme que le quotient de la sienne. Partant fais adiouster à ce quotient

quotient le nombre pensé & demande qu'il te declare ceste somme, alors ostant d'icelle le quotient connu, tu sçauras infalliblement que le reste c'est le nombre pensé. Par exemple soit le nombre pensé 5. fai-le multiplier par 4. viendra 20. fai-le diuiser par 2. viendra 10. fai-le multiplier par 6. viendra 60. fai-le diuiser par 4. viendra 15. & ainsi fay multiplier & diuiser tant qu'il te plaira, mais en mesme temps choisis quelque nombre, & fais sur luy toutes les mesmes operations. Par exemple prens 4. qui multiplié par 4. fait 16. qui diuisé par 2. fait 8. qui multiplié par 6. fait 48. qui diuisé par 4. donne 12. Lors si tu te veux arrester là, dis à celuy qui a songé le nombre qu'il diuise son dernier nombre à sçauoir 15. par le nombre pensé 5. le quotient sera 3. & tu vois bien aussi que tu auras le mesme quotient si tu diuises ton dernier nombre 12 par le premier que tu auois pris qui est 4. Partant des-maintenant tu peux faire vn assez plaisant ieu deuinant le quotient de ceste derniere diuision, chose qui semblera bien admirable à ceux qui en ignoreront la cause. Que si tu veux auoir le nombre pensé, sans faire semblant de sçauoir ce dernier quotient, fais adiouster ledit nombre pensé, audit dernier quotient, & demande la somme de ceste addition, qui est 8 en l'exemple donné, d'où si tu soubstrais le quotient connu à sçauoir 3, te restera infalliblement le nombre pensé 5.

DEMONSTRATION.

A 5.		F 3.
B 20.	N 4.	G 12.
C 10.	P 2.	H 6.
D 60.	Q 6.	K 36.
E 15.	R 4.	L 9.
	M 3.	

SOit A le nombre penſé, qui multiplié par N, faſſe B. qui diuiſé par P; donne C. qui multiplié par Q. produiſe D. qui diuiſe par R. faſſe E. & prens d'vn autre coſté le nombre F. qui multiplié auſſi par N. faſſe G. qui diuiſé par P. donne H. qui multiplié par Q produiſe K. qui diuiſé par R. faſſe L. Alors diuiſant E par le nombre penſé A. ſoit le quotient M. Ie dis que le meſme quotient M. prouiendra diuiſant L par F. Car puiſque le meſme N. multipliant les deux A. F. produit B. & G. il y a telle proportion de B à G. que de A. à F. & parce que le meſme P. diuiſant les deux B.G, produit C, & H. il y a meſme proportion de C à H; que de B. à G; & par conſequent la meſme que de A. à F. ſemblablement par meſme raiſon il y a meſme proportion de D à K, que de C à H; & par conſequent la meſme que de A à F. & finalement il y a meſme proportion de E à L. quede D à K, c'eſt à ſçauoir que de A. à F Doncques par la proportion alterne, il y a telle proportion de E à A, que de L à F. Partant diuiſant E par A, & L par F, il prouiendra le meſme quotient par la 14. propoſition Cela preuué le reſte de la regle eſt euident. Car cognoiſſant le quotient M, ſi tu y fais adiouſter le nombre pensé A; il eſt certain que de la ſomme oſtant le quotient M. cognu, le reſte ſera A. Doncques

ques nous auons bien monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

On peut changer infiniment la practique de ce Probleme, d'autant qu'on peut faire multiplier & diuiser par diuers nombres tels que l'on veut, & n'importe que l'on fasse multiplier, puis diuiser alternatiuement, ou que l'on fasse multiplier deux ou trois fois de suite, puis diuiser semblablement. L'on peut aussi ayant cognu le dernier quotient vser de soubstraction, au lieu d'addition, si le nombre pensé se treuue moindre qu'iceluy quotient. Comme en l'exemple donné en la demonstration si l'on se fut arresté apres auoir multiplié par 6. le dernier nombre, d'vn costé eut esté 60. de l'autre 36. Partant faisant diuiser 60. par le nombre pensé 5. le quotient est 12. qui te viendra pareillement diuisant 36. par le nombre 3. pris du commencement. Partant si du quotient 12. tu fais soubstraire le nombre pensé, demandant combien il reste, on te respondra qu'il reste 7. Donc il est certain que si tu soubstrais 7. du quotient cogneu 12. le reste 5. est le nombre pensé. L'on peut aussi à ce dernier quotient cogneu faire adiouster, ou soubstraire d'iceluy non tout le nombre pensé, mais quelque partie d'iceluy, comme la moitié, le tiers, le quart, ou quelque autre. Car cognoissant la partie d'vn nombre, il n'est pas malaisé de cognoistre tout le nombre.

PROBLEME SIXIESME.

Faire encor le mesme d'vne autre façon.

CEste façon est la plus difficile à practiquer de toutes, & la demonstration en est assez cachée. Prens deux, ou trois, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de telle sorte que chacun d'iceux soit premier à chascun des autres, comme sont ces trois 3.4.5. & cherche le moindre nombre qui est mesuré par iceux, qui en l'exemple donné est 60. Lors dis à celuy qui doit penser le nombre, qu'il en pẽse quelqu'vn qui ne passe point 60. & mets peine de treuuer vn nombre qui estant mesuré par 3.& 4. surpasse de l'vnité quelque multiple de 5. quel est 36. semblablement treuue vn nombre qui estant mesuré par 3.& 5. surpasse de l'vnité quelque multiple de 4. quel est 45. finalement cherche vn nombre qui estant mesuré par 4.& 5. surpasse de l'vnité quelque multiple de 3. quel est 40. Ayant ces trois nombres, fais oster 3. tant de fois qu'on pourra du nombre pensé, & qu'on te die ce qui reste, & pour autant d'vnitez qu'il restera prens autant de fois 40. Semblablement fais oster 4. tant qu'on pourra

pourra du nombre pensé, & demandant le reste, pour chasque vnité restante retien 45. finalement fais aussi oster tous les 5. du nombre pensé, & pour chasque vnité qui restera, retien 36. Puis adiouste ensemble tous les nombres que tu as retenu, & si la somme est moindre que 60. elle sera esgale au nombre pensé, mais si elle passe 60. ostant d'icelle 60. tant de fois que tu pourras, le reste sera le nombre pensé.

Par exemple qu'on ait songé 19. en ostant tous le 3. d'iceluy reste 1. pour lequel tu retiendras vne fois 40. en ostant tous les 4. reste 3. partant tu retiendras 3 fois 45. à sçauoir 135. en ostant tous les 5. reste 4. partant tu retiendras 4. fois 36. à sçauoir 144. Or adiouste ensemble 40. 135. & 144. la somme sera 319. d'où si tu ostes 60. tant de fois qu'on le peut oster, il restera 19. le nombre pensé. Que si ostant tous les 3. tous les 4. & tous les 5. il ne restoit iamais rien, le nombre pensé seroit infalliblement 60.

DEMONSTRATION.

A 3.	B 4.	C 5.	D 60.
E 36.	F 45.	G 40.	H 59.
K 2.	L 3.	M 4.	
N 80.	O 135.	P 144.	
Q 359.			

Soiēt les nōbres A B C, dont chascū soit premier à chascun des autres, & le moindre nombre qu'ils mesurent soit D. En apres qu'on trouue par la 20. de ce liure, le nombre E multiple de A & de B, surpassant de l'vnité vn multiple de C. Qu'on trouue semblablement le nom- F multiple de A & de C, surpassant de l'vnité, vn

A 3.	B 4.	C 5.	D 60.
E 36.	F 45.	G 40.	H 59.
K 2.	L 3.	M 4.	
N 80.	O 135.	P 144.	
Q 359.			

multiple de B. Et qu'on trouue encor le nombre G multiple de B & de C, ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de A. Alors le nombre penſé ſoit H moindre que D. & qu'on oſte A de H tant de fois qu'il ſe peut faire, & ſoit le reſte k, lequel multipliant G, faſſe N. Qu'on oſte auſſi B de H taut de fois qu'on pourra, & ſoit le reſte L. lequel multipliant F, faſſe O. Qu'on oſte de meſme C de H tant de fois qu'on peut, & ſoit le reſte M, lequel multipliant E, faſſe P. Et la ſomme des nombres N O P, ſoit Q. Ie dis que Q eſt eſgal au nombre penſé H, ou bien que ſi de Q on oſte D tant de fois que faire ſe peut, le reſte eſt eſgal audit nombre penſé H. Car puiſque A & B meſurent E, ils meſurent auſſi P, qui eſt multiple de E, & par meſme raiſon A & C meſurent O, & B & C meſurent N. Partant A meſure O & P. Or parce que G ſurpaſſe de l'vnité vn multiple de A, le produit de la multiplication de G par K, à ſçauoir N, ſurpaſſe vn multiple de A, du nombre k, comme il appert par la conſtruction de la 21. de ce liure. C'eſt pourquoy ſi à N l'on adiouſte O & P, qui ſont multiples de A, la ſomme Q ſurpaſſera auſſi du nombre K, vn multiple de A, d'où s'enſuit que ſi de Q on oſte A, tant de fois que faire ſe peut, le reſte ſera k. Par vn ſemblable argument on prouuera, que ſi de Q, on oſte B tant de fois que faire ſe peut, il reſtera L, & que ſi du meſme Q, on oſte C tant de fois que faire ſe peut, le reſte ſera M. Doncques oſtant chaſcun des trois nombres A B C, du

nombre

nombre Q, il reste les mesmes nombres K L M, qui restent ostant les mesmes trois nombres A B C, du nombre pensé H. Partant si Q est moindre que D, comme nous auons aussi supposé que H soit moindre que le mesme D, il est euident que Q est esgal à H. par la 24. de ce liure. Mais si Q est plus grand que D, il est certain que ledit Q, est composé d'vn multiple de D, & du nombre H, par la 25. de ce liure. Doncques si de Q. l'on oste D tant de fois que faire se peut, le reste sera infalliblement esgal à H. Ce qu'il falloit demonstrer. On ne peut pas soustenir que Q peut estre esgal à D. Car si cela estoit, les nombres A B C mesureroient ledit Q, ce qui est impossible, attendu que nous auons demonstré, qu'ostant de Q. lesdits A B C, tant de fois que faire se peut, restent les nombres K L M.

ADVERTISSEMENT.

Ceste façon de deuiner le nombre pensé a esté touchée par Forcadel en ses annotations sur l'Arithmetique de Gemme Frise, & par Guillaume Gosselin en la premiere partie de sa traduction de l'Aritmethique de Nicolas Tartaglia, & en ces lieux l'vn & l'autre se vantent d'en donner la demonstration, bien que ny l'vn ny l'autre n'en approche pas.

Quant à Forcadel il appert assez qu'il n'a point compris la cause vniuerselle de ce Probleme. Car il ne parle que de deux nombres premiers entre eux, & encore veut-il que l'vn surpasse l'autre de l'vnité. Et ce qui est le pis ils ne demonstre pas bien ceste particuliere facon de faire. Or est-il qu'on peut prendre deux, trois, *quatre, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de la façon que nous auons dit, & parfaire tousiours le Probleme, & quand on n'en prendroit que deux, il n'est point necessaire que l'vn surpasse l'autre de l'vnité seulement. Car prenons par exemple 5. & 9. Alors on pourra penser quelque nombre qui ne surpasse point 45. (d'autant que 45. est le moindre nombre mesuré par 5. & 9.) & pour chasque vnité restante apres qu'on aura osté tous les 5. ie retiendray autant de fois 36. (car 36. est mesuré par 9. & surpasse de l'vnité vn multiple de 5.) semblablement pour chasque vnité restante apres auoir osté tous les 9. ie retiendray 10. (car 10. est mesuré par 5. & surpasse 9. de l'vnité) soit donc, par exemple, le nombre pensé 21. en ostant d'iceluy tous les 5. reste 1. Partant ie retiens 36. En ostant tous les 9. reste 3. Partant ie retien 3. fois 10. asçauoir 30. Puis i'adiouste 36. & 30. dont la somme est 66. d'où i'oste 45. & reste 21. le nombre pensé.*

Quant à Gosselin il à bien proposé la façon de ce Probleme plus generalement, mais il n'a fait que semblant de le vouloir demonstrer, car en effect il ne demonstre rien.

Moy aussi en la premiere impression de ce liure, ie ne donnay pas la demonstration de ce Probleme, à cause que ie ne voulus pas le grossir des douze propositions, que i'ay esté contraint d'y adiouster, presque pour ce seul subiect, & que ie pensois de publier au premier iour mes Elemens Arithmetiques, dont i'ay tiré lesdictes propositions. Mais considerant qu'estant diuerti par plusieurs autres occupations, ie ne pouuois pas si tost faire imprimer mesdits elemens, & voulant contenter le Libraire, qui me sollicitoit de mettre derechef ce liure sous la presse, & me prioit de le corriger &

augmenter

augmenter : ie me suis resolu d'y mettre la derniere main, & de ne tenir plus le lecteur en attente, pour ce qui concerne ce probleme, & quelques vnes des subtilitez adioustees à la fin de ce liure, qui dependent aussi des mesmes propositions, desquelles despend la demonstration precedente.

Or encor qu'il me semble que ma demonstration soit assez accomplie, si veux-ie encor esclaircir deux points, ou le lecteur pourroit trouuer de la difficulté. Le premier est, que requerant en ce probleme, qu'on prenne plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'eux soit premier à chascun des autres, ie n'ay point enseigné le moyen de treuuer des nombres de telle nature. Le second, que ie n'ay point demonstré, qu'il soit necessaire de se seruir de nombres, qui ayent ceste proprieté.

Pour le premier point il est aisé d'y satisfaire. Car premierement pour auoir deux nombres premiers entre eux, on peut en prendre deux differens de l'vnité, car si tels nombres auoyent quelque commune mesure autre que l'vnité, on preuueroit que quelque nombre mesurant le plus grand, & mesurant le moindre osté du plus grand, mesureroit aussi l'vnité restante, ce qui est impossible. En apres si l'on ioinct ensemble deux nombres premiers entre eux, leur somme sera nombre premier à chascun d'iceux par la 30. du 7. Partant voylà vn moyen certain d'en auoir trois tels que nous desirons. De plus pour en auoir tant que l'on voudra, il ne faut que prendre autant de nombres qui soyent premiers de leur nature, tels qu'Euclide les definit en la 12. definition du 7. Et qu'on en puisse treuuer tant que l'on desirera, le mesme Autheur le demonstre en la 20. du 9.

Maintenant qu'il soit necessaire que les nombres que nous choiſiſſons pour faire oſter du nombre penſé, ſoyent premiers entre eux, delle ſorte, que chaſcun d'iceux ſoit premier à chaſcun des autres, ie le demonſtre en ceſte façon. Qu'on ait choiſi les trois. A. B. C. & que quelqu'vn vueille dire que les deux A. C. peuuent eſtre communiquans ou composez entre eux. Ie dis que cela ſuppoſé, le probleme ne ſe peut parfaire en la façon cy deſſus expoſée; car on ne pourra iamais treuuer vn nombre, qui meſuré par les deux A. B. ſurpaſſe d'vne vnité ſeule le reſtant C. ou quelque ſien multiple, ny vn qui meſuré par les deux B, C, ſurpaſſe d'vne vnité le reſtant A. ou ſon multiple; ce qui toutesfois ſeroit neceſſaire comme il appert.

D 2.
A 4. B 5. C 6.
E———F G

Que ſi les deux A· C, ſont compoſez entre eux, ſoit le nombre D. leur commune meſure, & qu'on donne s'il eſt poſſible le nombre E G, meſuré par les deux A. B. & ſurpaſſant de l'vnité F G. le nombre E F, eſgal à C, ou ſon multiple. Alors puiſque A. meſure E G, le nombre D meſurant A, meſurera auſſi le meſme E G. & puiſque C, meſure E F. le nombre D, meſurant C, meſurera auſſi le meſme E F. Partant le meſme D, meſurant tout E G, & le nombre oſté E F. meſurera encor l'vnité reſtante F G. Ce qui eſt impoſſible. La meſme abſurdité s'enſuiura, ſi l'on penſe donner vn nombre meſuré par B C; qui ſurpaſſe A ou ſon multiple de l'vnité. Doncques noſtre intention eſt ſuffiſamment preuuée.

Et parce que la façon que i'ay donnee en la propoſition 20. de treuuer vn multiple de pluſieurs nombres premiers entre eux, excepté d'vn, qui ſurpaſſe de l'vnité, vn multiple de celuy qui eſt excepté, eſt vn peu difficile, & ne ſe peut pas practiquer aiſement, que par

par ceux qui sçauent bien manier les nombres, i'en veux donner vn autre moyen, qui n'est pas tant scientifique, à cause qu'on y procede vn peu à tastons: mais qui sera peut estre plus facile à practiquer, à ceux qui ne sont pas bien entendus en l'Arithmetique. Soient proposez les trois nombres 3. 4. 5. & qu'il en faille treuuer vn mesuré par 4. & 5. & surpassant 3. ou quelque sien multiple de l'vnité; Prens premierement le moindre mesuré par 4. & 5. qui est celuy qui se fait, les multipliant l'vn par l'autre, à sçauoir 20. par la premiere partie de la demonstration de la 36. du 7. Et s'il ne satisfait à ce que tu veux, il te le conuient doubler tripler, quadrupler, & tousiours ainsi multiplier, iusques à ce que tu ayes rencontré celuy que tu desires, comme en l'exemple donné, le double de 20. à sçauoir 40. est le nombre que tu cherches; car il est mesuré par 4. & par 5. & surpasse de l'vnité 39. multiple de 3. semblablement si tu veux vn nombre mesuré par 3. & 5. qui surpasse d'vne vnité vn multiple de 4. Pren le moindre mesuré par 3. & 5. qui est 15. & puis qu'il ne satisfaict pas à ce qu'on desire, pren son double qui est 30. Lequel n'estant pas encore à propos, pren le triple, à sçauoir 45. qui est le nombre que tu cherches. De mesme pour auoir vn nombre mesuré par 3. & 4. qui surpasse de l'vnité vn multiple de 5. pren le moindre mesuré par 3. & 4. à sçauoir 12. qui n'estant pas tel que tu veux, ny moins son double 24. tu prendras son triple 36. qui fait l'effect que tu desires. Or ayant vne fois trouué ces nombres, tu pourras, si tu veux, en treuuer infinis autres de mesme; car il ne faut qu'adiouster aux nombres desia trouuez le moindre qui est mesuré par tous les nombres premiers que tu as choisis, comme si à 40. 45. 36. tu adioustes 60. tu auras trois autres nombres faisans le mesme effect, à sçauoir 100.

105. 96. Ausquels si tu adioustes encor 60. tu en auras trois autres, & ainsi tant que tu voudras. Et bien qu'il n'importe desquels tu te serues, quant à la certaineté de la regle, toutesfois il importe beaucoup quand à la facilité; car si tu choisis les moindres, la practique en sera bien plus aisée.

Reste à dire quelque chose du nombre que l'on prescrit pour borne à celuy qui songe le nombre, à fin qu'il n'en pense point vn plus grand, qui est le mesme nombre qu'on soubstrait à la fin de la somme des nombres retenus. Or ce nombre là est le moindre qui est mesuré par tous les nombres premiers choisis, qui est 60. en l'exemple donné. Et si l'on auoit choisi 2.3.5. Ce nombre là seroit 30. Et si l'on auoit choisi 3.5.7. ce nombre là seroit 105. Maintenant pour trouuer le moindre nombre mesurè par tant de nombres qu'on voudra, Euclide en a donné regle generale en la 38. du 7. Car ce qu'il demonstre de trois nombres donnez, se peut estendre à toute multitude de nombres. Toutesfois estant proposez des nombres tels que nous auons declaré, à sçauoir, premiers entre eux d'vne telle sorte, que chascun d'eux soit premier à chascun des autres, on peut donner pour ce subiect vne regle particuliere bien aisée, qui est tirée de ladicte 38. du 7. y appliquant la premiere partie de la demonstration de la 36. Car il ne faut que multiplier ensemble les nombres donnez. Comme si c'estoyent 3.4.5. multipliant 3. par 4. vient 12. qui multiplie par 5. fait 60. Ainsi si les nombres proposez estoyent 3.5.7. multipliant 3. par 5. vient 15. qui multiplie par 7. faict 105.

Finalement i'aduertis lecteur que ce probleme se peut parfaire tout de mesme si l'on faisoit oster, quatre, cinq, six, ou plusieurs nombres premiers entre eux en la maniere exposée, & pour le faire toucher au doigt,

i'en

i'en veux donner vn exemple en quatre nombres. Soient les quatres nombres choisis. 2. 3. 5. 7. Alors le nombre duquel il ne faudra pas en penser vn plus grand sera 210. qui est celuy qui se fait multipliant ensemble tous les quatre nombres choisis; & pour chasque vnité qui restera ostant tous les 2. il faudra retenir 105. Pour chasque vnité restante, ostant tous les 3. il faudra retenir 70. Pour chasque vnité restante ostant tous les 5. il faudra retenir 126. & pour chasque vnité restante, tous les 7 ostez, il faudra retenir 120. Puis adioustant ensemble les nombres retenus, leur somme sera esgale au nombre pensé, sinon qu'elle surpasse 210. Car alors il faudra oster 210. d'icelle somme tant de fois qu'on pourra, & le reste sera le nombre pensé.

PROBLEME SEPTIESME.

Deuiner plusieurs nombres que quelqu'vn aura pensez.

QVELQV'VN ait songé plusieurs nombres, & premierement que la multitude d'iceux soit vn nombre impair, c'est à sçauoir qu'il en ait songé trois ou cinq ou sept & cetera. Dis luy qu'il te declare la somme du premier & du se du ſecond ioints enſemble, puis la ſomme du ſecond & du troiſieſme, puis celle du troiſieſme & quatrieſme, puis celle du quatrieſme & cinquieſme, & ainſi touſiours la ſomme des deux prochains, & finalement la ſomme du dernier & du premier. Alors prenant toutes ces ſommes en meſme ordre qu'elles t'auront eſté données, adiouſte enſemble toutes celles qui ſe treuueront ez lieux impairs, à ſçauoir la premiere, troiſieſme, cinquieſme & cet. ſemblablement adiouſte enſemble, toutes celles qui ſe treuueront és lieux pairs à ſçauoir la ſeconde, quatrieſme, ſixieſme & cet. & ſouſtray la ſomme de celles cy, de la ſomme de celles là, le reſte ſera le double du premier nombre pensé. Comme s'il auoit ſongé 2. 3. 4. 5. 6. Toutes les ſommes des deux prochains, auec celle du dernier & premier ſeroyent 5. 7. 9. 11. 8. Deſquelles ſi tu prens celles qui ſont és lieux impairs à ſçauoir 5. 9. 8. leur ſomme ſera 22. & ſi tu prens celles qui ſont és lieux pairs à ſçauoir 7. & 11. leur ſomme ſera 18. qui oſtée de 22. reſte 4. dont la moitié 2. eſt le premier nombre pensé. Or vn des nombres penſez eſtant treuué, tu auras aiſement tous les autres, d'autant que tu connois les ſommes qu'ils ſont eſtants pris deux à deux; Que ſi la multitude des nombres penſez eſt vn nombre pair, fay toy comme au parauant declarer la ſomme d'iceux pris deux, à deux, mais à la fin ne demande pas la ſomme du dernier & du premier, ains celle du dernier & du ſecond; en apres adiouſte enſemble toutes les ſommes des lieux impairs, excepté la premiere, & d'autre coſté adiouſte enſemble toutes les ſommes des

lieux

lieux pairs, & de la somme de celles cy, soustray la somme de celles là, le reste sera le double du second nombre pensé. Comme si l'on auoit pensé ces six nombrs 2. 3. 4. 5. 6. 7. Les sommes d'iceux pris deux à deux, auec la somme du dernier & second, seroient 5. 7. 9. 11. 13. 10. Mais celles des lieux impairs excepté la premiere sont 9. & 13. qui jointes ensemble font 22. Celles des lieux pairs sont 7. 11. 10. qui ensemble font 28. d'où si tu soustrais 22. le reste 6. sera le double du second nombre pensé, à sçauoir de 3.

DEMONSTRATION.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11	L 8.

SOyent les nombres pensez A. B. C. D. E. dont la multitude est nombre impair, & la somme du premier & second soit F, celle du second & troisiesme soit G; celle du troisiesme & quatriesme soit H, celle du quatriesme & cinquiesme soit K, & celle du cinquiesme & premier soit L. Maintenant considerons celles qui sont és lieux pairs, à scauoir G. & K. Il est euident que G contient vne partie de F (à scauoir B) & vne partie de H (à scauoir C) semblablement K contient vne partie de H (à scauoir D) & vne partie de L. (à scauoir E) doncques G. K. ensemble contienent tout ce qui est contenu en H, & de plus partie des sommes. F. L. premiere & derniere. Tout de mesme s'il y auoit d'auantage de sommes, nous preuuerions tousiours que celles des lieux

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 8.

lieux pairs contienent precisément tout ce qui est contenu en celles des lieux impairs interposees, & de plus partie des extremes. Or il appert qu'il reste en F, le nombre A, qui n'est point contenu en G, & qu'il reste en L, le mesme A, qui n'est point contenu en K. Partant les sommes F. H. L, surpassent iustement les sommes G. K. du nombre A. pris deux fois. Ce qu'il falloit preuuer.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.	M 7.
F 5.	G 7,	H 9.	K 11.	L 13.	N 10.

SOient maintenant les nombres pensez A. B. C. D. E M. dont la multitude est nombre pair, & la somme du premier & second soit F. celle du second & troisiesme, soit G. celle du troisiesme & quatriesme, soit H; celle du quatriesme & cinquiesme soit K, celle du cinquiesme & sixiesme, soit L. & finalement celle du sixiesme & second soit N. Il est certain, si nous separons le nombre A, des nombres B. C. D. E. M. que des restans, la multitude sera nombre impair, & si nous ostons aussi la somme F, d'auec les autres, les restantes à sçauoir G. H. K. L. N. seront iustement les sommes des nombres B. C. D. E. M. pris comme cy dessus. Partant par ce qui a esté des-ja demonstré les sommes G. K. N. ensemble, surpasseront

les

les sommes H. L, du double du nombre B. Ce qu'il falloit preuuer.

Il appert donc que ceste façon de faire reuient à la premiere, s'imaginant que le premier des nombres pensez, soit osté, & ostant semblablement la premiere somme. On ne laisse pourtant de deuiner ledit premier nombre, d'autant que cognoissant le second B; si on le soubstrait de la somme F, le reste sera necessairement le premier nombre A, & de la mesme sorte on treuue tous les autres, car ostant B cognu de la somme G, le reste est C, & ostant C. de la somme H, il reste D, & ainsi des autres. Partant nous auons suffisamment enseigné à deuiner tous les nombres pensez. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

Ceste façon de parfaire ce probleme auec sa demonstration, ie la tiens du R. Pere Iean Chastelier de la Compagnie de Iesus, homme certes tres-expert en toute sorte de Science.

Il est bien vray qu'on pourroit faire le mesme en plusieurs autres façons. Premierement par la regle de deux fausses positions, ou par l'Algebre comme ie laisse iuger à ceux qui sont capables d'en faire experience.

Secondement en vne autre sorte tres-facile, qui est telle. Ioints ensemble toutes les sommes donnees, & prens la moitié de cela, ce sera la somme de tous les nombres pensez, si la multitude d'iceux est nombre impair. Que si la multitude des nombres pensez est nombre pair, laisse la premiere somme, & ioints ensemble toutes les autres, & prens la moitié de cela; Ce sera aussi la somme de tous les nombres pensez excepté le premier. Or sçachant la somme de tous les nombres pensez il est aisé de les deuiner tous. Car soyent les nombres pensez tels que cy deuant 2. 3. 4. 5. 6. les sommes seront aussi 5. 7. 9. 11. 8. lesquelles ioinctes ensemble font 40. dont la moitié 20. est la somme iuste de tous les nombres pensez, ce qui est euident, car és sommes 5. 7. 9. 11. 8. il appert que chascun des nombres pensez est contenu deux fois. Partant si tu veux deuiner le premier nombre, puisque tu sçais que le second & troisiesme font 7. & que le quatriesme & cinquiesme font 11. ostant 7. & 11 (à sçauoir 18) de la somme de tous (à sçauoir de 20) il faut necessairement que le reste 2. soit le premier nombre: & de la mesme façon tu trouueras tous les autres; ou bien te seruant de celuy que tu auras ainsi treuué, tu trouueras les autres par son moyen comme auparauant. Que si la multitude des nombres est nombre pair, tu vseras de semblable artifice laissant la premiere somme, & la cause en est euidente par la demonstration donnee.

Troisiesment on peut proceder à la solution de ce probleme d'vne façon bien differente, qui est telle; si quelcun à pensé trois nombres, fais-toy declarer la somme d'iceux pris deux à deux, comme il a esté dit. Mais s'il en à pensé quatre, fais toy manifester la somme d'iceux pris trois à trois, en tant de façons qu'on les y peut prendre, & s'il en a pensé cinq, fais-les ioindre quatre à quatre, s'il en a pensé six, fais-les ioindre cinq à cinq & ainsi des autres. Alors pour deuiner les nombres pensez tien ceste regle generale. Adiouste ensemble toutes les sommes qui te seront manifestees, & diuise la somme d'icelles par vn nombre moindre d'vne vnité que celuy qui exprime la multitude des nombres pensez. Le quotient sera la somme iuste des nombres

pensez,

pensez, laquelle estant cognue, c'est chose trop aisee de treuuer tous lesdits nombres l'vn apres l'autre. Par exemple qu'on ait songé ces quatre nombres 3. 5. 6. 8. La somme du premier, second & troisiesme, fait 14.

La somme du second, troisiesme, quatriesme fait 19. La somme du troisiesme, quatriesme, premier fait 17. La somme du quatriesme, premier & second fait 16. Ioints ensemble toutes ces sommes, tu auras 66. lequel si tu diuises par 3 (qui est vn moins que 4. exprimant la multitude des nombres pensez) tu auras 22. qui est la somme iuste des nombres pensez. Partant si tu ostes de 22. les sommes 14. 19. 17. 16. l'vne apres l'autre, tu trouueras tous les nombres pensez l'vn apres l'autre.

Ceste regle a esté touchee par plusieurs, mais elle est particulierement bien expliquee par Xilandre sur la 16. proposition du premier liure de Diophante. La demonstration en est bien facile, car trois nombres se peuuent ioindre deux à deux en trois façons, mais chascun d'iceux ne sera pris que deux fois, d'autant qu'on en laisse tousiours vn. Et quatre nombres se peuuent ioindre trois à trois en quatre façons, mais chacun d'iceux ne sera pris que trois fois pour la mesme raison. Ainsi cinq nombres se peuuent accoupler quatre à quatre en cinq sortes, mais chascun d'iceux ne sera pris que quatre fois, & ainsi des autres. Dont on peut facilement comprendre la cause de ceste regle.

Quant à ce qu'en la façon inuentee par le P. Chastelier (ce qui se doit aussi entendre de la premiere & seconde dont i'ay parlé en cet aduertissement) si la multitude des nombres pensez est nombre pair, il faut ioindre le dernier auec le second, non pas auec le premier, qui en voudroit sçauoir la raison, Ie dis que cela est expedient, pour ce que qui ioindroit le dernier auec le premier, le probleme pourroit receuoir plusieurs solutions, voire infinies si l'on admet les fractions, par ainsi l'on ne pourroit pas certainement deuiner les nombres pensez, puisque plusieurs autres ioints de mesme façon pourroyent faire les mesmes sommes. Par exemple quand on auroit pensé 3. 5. 6. 8. si l'on prend la somme du premier & second, qui est 8. celle du second & troisiesme, qui est 11. celle du troisiesme & quatriesme, qui est 14. & celle du quatriesme & premier, qui est 11. L'on ne sçauroit par la deuiner certainement les nombres pensez, car soit que l'on choisisse ces quatre 1. 7. 4. 10. ou bien ces autres 2. 6. 5. 9. ou encor ces autres 4. 4. 7. 7. & encor plusieurs autres, voire infinis admettant les fractions, on trouuera tousiours les mesmes sommes en les prenant deux à deux.

Et en effect, si tu penses te seruir en ce cas de la regle donnee, tu la trouueras du tout inutile, car toutes les sommes des lieux impairs iointes ensemble, feront le mesme nombre que les sommes des lieux pairs, comme en l'exemple donné 8 & 14 font le mesme, que 11. & 11. à sçauoir 22. Que si tu veux recourir à la regle de faux, où tu soudras la question du premier abord, posant quelqu'vn des nombres infinis qui la peuuent soudre, ou autrement tu n'en viendras iamais à bout. Quant à la seconde regle que i'ay donnee en cet aduertissement, tu trouueras aussi qu'elle ne s'y peut appliquer.

Mais certes il n'y a rien qui descouure mieux le secret, que l'operation de l'Algebre, car apres auoir discouru parfaictement sur le probleme proposé, & poursuiuy toutes les parties d'iceluy, venant à l'equation, tu ne trouueras iamais qu'vn mesme nombre esgal à soymesme, comme en l'exemple donné tu trouueras 11. esgal à 11. Qui est vn signe infallible que la question

reçoit

reçoit infinies solutions, comme à tresbien remarqué Pierre Nugnez au 6. chapitre de la premiere partie de son Algebre, & qu'alors elle est solue infiniment comme parle Diophante. Or pour dire ce qui se peut sur toutes semblables questions, il se faudroit seruir d'vne mienne inuention, par laquelle i'enseigne le moyen en tel cas de treuuer vn nombre au dessus, ou bien au dessous duquel, tout nombre pris pour valeur de la racine, peut soudre la question proposée, ou vrayement quelquesfois treuuer deux nombres, entre lesquels tout autre estant pris pour valeur de la racine, on satisfait à la question. Comme en l'exemple proposé, on peut mettre pour le premier nombre pensé tout nombre moindre que 8. & si l'on auoit proposé vne telle question. Treuuer six nombret que la somme du premier & second soit 14. celle du secõd & troisiesme soit 9. celle du troisiesme & quatriesme, soit 2. celle du quatriesme & cinquiesme, soit 8. celle du sinquiesme & sixiesme, soit 10. & celle du sixiesme & premier soit 9. Ie treuueray par mon inuention que ceste question n'a qu'vne solution en nombres entiers, lesquels sont 6. 8. 1. 1. 7. 3. Mais si l'on admet les fractions elle en a infinies; Car tout nombre qu'on mette pour le premier, qui soit plus grand que 5. & moindre que 7. la solution sera tres-bonne. Or il est euident que par le moyen des fractions, entre 5. & 7. on peut prendre infinis nombres, mais il n'y a que 6. d'entier.

Pour contenter aucunement le lecteur studieux, i'expliqueray briefuement ceste mienne inuention à la fin de ce liure, aux subtilitez des nõbres qui suiuront les problemes, le renuoyant pour en estre instruit plus amplement, à mes commentaires sur la question 41. du 4. liure de Diophante.

PROBLEME HVICTIESME.

Deuiner vn nombre que quelqu'vn aura en l'imagination sans luy rien demander.

FAIS penser vn nombre à quelqu'vn, & dis luy qu'il le multiplie par quel nombre que tu voudras,& au produit fais adiouster vn certain nombre,tel qu'il te plaira,& fais aussi diuiser ceste somme par quel nombre qu'il te viendra en fantasie. Alors diuise aussi à part toy le nombre par qui tu as fait multiplier, par celuy par qui tu as fait diuiser, & autant d'vnitez, ou parties d'vnité qu'il y aura en ce quotient,autant de fois fais oster le nombre pensé du quotient qui est prouenu à celuy qui a songé le nombre, puis tu deuineras aisément ce qui luy reste, sans luy rien demander. Car ce reste sera tousiours le quotient qui prouient diuisant le nombre que tu as fait adiouster apres la multiplication, par celuy qui a seruy de diuiseur. Par exemple quelqu'vn ait pensé 6. fais-le multiplier par 4, viendra 24. à cela fais adiouster 15. la somme sera 39. fais-la diuiser par 3. le quotient sera 13. Or diuisant

sant le multiplicateur 4. par le diuiseur 3. il te prouient 1 $\frac{1}{3}$. Doncques fais oster du quotient 13. le nombre pensé vne fois, & encor le tiers d'iceluy à sçauoir 6.& encor 2.qui sont 8.restera 5. qui est le nombre qui te prouiendra diuisant le nombre adiousté 15.par le diuiseur 3 semblablement s'il auoit songé 8. fais-le multiplier par 6. viendra 48. fais y adiouster 12. viendra 60. fais-le diuiser par 4. viendra 15. & pource que diuisant le multiplicateur par le diuiseur prouient 1 $\frac{1}{2}$. fais oster de 15. vne fois & demy le nombre pensé, à sçauoir 8 & 4 qui sont 12. Tu deuineras que le reste est 3. qui prouient diuisant le nombre adiousté 12. par le diuiseur 4.

DEMONSTRATION.

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L 1 $\frac{1}{3}$.	

Soit A. le nombre pensé, qui multiplié par H fasse B, auquel adioustant C. prouienne D. & diuisant D. par K. soit le quotient G. & semblablement diuisant les nombres B & C, par le mesme K; soyent les quotiens E F. & diuisant encor H, par k. soit le quotient L. Or puisque B. & C. ensemble sont esgaux à D, il est certain que les quotiens E F ensemble sont esgaux au quotient G. & puisque A multiplié par H. produit B; qui diuisé par k, donne le quotient E; il y a telle proportion de A à E. que de k à H. par la 1. proposit. Partant par l'Aduertissemẽt de la 14.propo.il se produira le mesme quotient, soit qu'on diuise E par A, soit qu'on diuise H. par k; mais diuisant H par k, le

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L $1\frac{1}{3}$.	

quotient est L. par la construction, doncques le mesme L. prouiendra diuisant E par A. & par consequent multipliant A par L, le produit sera E. Partant puis que la reigle donnée ordonne que du quotient G. on fasse oster A, autant de fois, & autant de parties d'iceluy, qu'il se treuue en L d'vnitez, & de parties d'vnité, il est éuident que cela est tout le mesme que faire oster du mesme G. le nombre E. Or nous auons monstré que E & F ensemble sont esgaux à G. Doncques ostant E de G. le reste sera F, qui te sera infailliblement cogneu, d'autant que C. est le nombre certain que tu as fait adiouster apres la multiplication, qui diuisé par K. donne le quotient F. Par consequent la reigle est bonne & suffisamment demonstree.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu coustumierement se pratique par plusieurs d'vne façon trop particuliere. Car ils font tousiours doubler le nombre pensé, puis adiouster à cela vn nombre pair tel qu'ils veulent, puis partir cette somme par 2. & du quotient font oster le nombre pensé vne fois, & finalement deuinent que le reste c'est la moitié du nombre pair qu'ils ont fait adiouster. Mais la reigle generale que i'ay donnée est beaucoup plus belle, & plus subtile, & ce probleme ainsi pratiqué bien qu'il soit aisé à celuy qui est expert à bien manier les nombres, semble neantmoins admirable aux autres, & l'artifice d'iceluy ne peut estre facilement descouuert, encor est-il euident que la façon commune sus alleguée reuient à la mienne & n'est que comme vn eschantillon d'icelle. Car puis que le multiplicateur & le diuiseur n'est que le mesme

2. diui

2.diuisant l'vn par l'autre,il prouient 1. dont il appert que du dernier quotient il ne faut faire oster qu'vne fois le nombre pensé, & le reste sera infalliblement la moitié du nombre adiousté, à cause que le diuiseur est 2.

Que si l'on m'obiecte qu'on ne peut aisément practiquer ce Probleme si generalement que i'ay monstré, si l'on n'est bien versé en l'Aritmethique, à cause que le plus souuent il y interuient des fractions, dont tout le monde ne se sçait pas bien escrimer. Ie respons premierement que ie n'escrits pas principalement pour ceux qui sont du tout ignorans comme i'ay des-ia protesté,& qui sont si hebetez & tardifs à comprendre les proprietez des nombres,qu'ils font treuuer Pithagore vn effronté menteur,disant que l'ame de l'homme n'est rien qu'vne nombreuse harmonie.En apres ie dis qu'on peut practiquer ce ieu en infinies façons, sans toutesfois tomber en fractions, & pour ayder les plus foibles i'en veux donner les moyens.

Prens pour multiplicateur quel nombre que tu voudras, pourueu que tu prenes pour diuiseur, ou le mesme nombre, ou vn autre qui le mesure, & que le nombre que tu fais adiouster, soit aussi mesuré par le mesme diuiseur. Comme si l'on auoit songé 7. fais le multiplier par 5.viendra 35.Et d'autant que 5.n'a point de nombre qui le mesure sinon luy mesme, tu es contraint de prendre aussi 5. pour diuiseur, & par consequent de faire adiouster vn nombre mesuré par 5.comme 10.qui adiousté à 35.fera 45.qui diuisé par 5.donne 9.duquel si tu fais oster vne fois le nombre pensé (pource que le multiplicateur diuisé par le diuiseur donne 1.) le reste sera 2. qui prouient aussi diuisant 10. par 5. Que si tu prens pour multiplicateur le nombre 6.tu pourras prendre pour diuiseur ou le mesme 6. où 3.où 2. Par exemple soit 7. le nombre pensé comme auparauant, fais le *multiplier par 6. viendra 42. & si tu veux choisir pour diuiseur 3. fais adiouster vn nombre qui ait tiers comme 15. viendra 57. qui diuisé par 3. donne 19. duquel fais oster deux fois le nombre pensé (à cause que le multiplicateur 6. diuisé par le diuiseur 3. donne 2.) restera 5. qui prouient aussi diuisant 15. par 3.*

En outre si tu ne te veux point assubiectir à prendre pour multiplicateur vn nombre qui soit mesuré par le diuiseur, tu te peux exempter de cette peine en ceste sorte. Choisis premierement en toy-mesme quel diuiseur que tu voudras, & commande à celui qui songe le nombre d'en penser vn qui soit mesuré par ton diuiseur auparauant preueu, comme si tu veux faire diuiser par 3. dis luy qu'il songe quelque nõbre qui ait tiers, & si tu te proposes de faire diuiser par 4. dis luy qu'il sõge quelque nombre qui ait quart & ainsi des autres. Car alors il n'importera par quel nombre tu fasses multiplier, pourueu que tu fasses tousiours adiouster vn nombre, qui soit mesuré par ton diuiseur. La cause de tout cecy ie la laisse chercher au curieux Lecteur, elle est bien aisée à treuuer, & ne depend que du 10. 11. & 12. Axiome du 6. d'Euclide.

PRO

PROBLEME NEVFIESME.

Deux nombres estant proposez, l'vn pair & l'autre impair, deuiner de deux personnes lequel d'iceux chascune aura choisi.

SOient par exemple Pierre & Iean ausquels tu ayes proposé deux nombres l'vn pair & l'autre impair comme 10. & 9. & que chascun d'eux choisisse vn de ces nombres à ton insçeu. Lors pour deuiner lequel chascun aura choisi. Prens aussi deux nombres l'vn pair, & l'autre impair, comme 2. & 3. & fay multiplier celuy que Pierre aura choisi, par 2. & celuy que Iean aura choisi, par 3. Apres fay joindre ensemble les deux produicts, & que la somme te soit manifestee, ou bien demande seulement si ceste somme est nombre pair ou impair, ou par quelque moyen plus secret tasche de le descouurir, comme leur commandant d'en prendre la moitié. Car sçachant cela tu viendras aisément à bout de ton attente, d'autant que si ladicte somme est nombre pair, infalliblement le nombre que tu as faict multiplier

plier par ton impair (à ſçauoir par 3) c'eſtoit le nombre pair (à ſçauoir 10) Que ſi ladicte ſomme eſt nombre impair, le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à ſçauoir par 3) eſtoit infalliblement le nombre impair (à ſçauoir 9) Comme ſi Pierre auoit choiſi 10. & Ican 9. fay multiplier par 2. celuy de Pierre, & par 3. celuy de Ieã, les produits ſeront 20. & 27. dont la ſomme eſt 47. nombre impair, dont tu coniectures que celuy que tu as faict multiplier par 3. c'eſt le nombre impair, & partant, que Iean auoit choiſi 9. & Pierre 10. Que ſi tu fais multiplier par 2. celuy de Iean, & celuy de Pierre par 3. Les deux produicts ſeront 18. & 30. dont la ſomme eſt 48. nombre pair, dont tu recueillis que celuy qui a eſté multiplié par 3. c'eſt le nombre pair, & partant que Pierre a choiſi 10. Iean 9.

DEMONSTRATION.

LA demonſtration de cecy eſt tres-facile & ne deſpend que de la 28. & 29. du 9. car comme on peut inferer de la 21. du meſme liure, le nombre pair par quel nombre qu'il ſoit multiplié fait touſiours vn nombre pair, mais l'impair eſt bien de differente nature, car s'il eſt multiplié par vn pair, le produit eſt pair par la 28. & s'il eſt multiplié par vn impair, le produit eſt impair par la 29. Partant ſi faiſant ce ieu, il ſe rencontre que le nombre pair ſoit multiplié par ton impair tous deux les produicts ſeront pairs, car auſſi de l'autre coſté vn pair ſera multiplié par vn impair, & par conſequent la ſomme ſera infalliblement nombre pair par la 21. citée. Mais s'il ſe rencontre

tre que tu fasses multiplier le nombre impair par ton impair, on multipliera d'autre costé le pair par le pair, & partant le premier produict sera impair, le second pair. Doncques la somme des deux sera nombre impair comme a demonstré Clauius sur la 23. du 9.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu ne reçoit autre diuersité, sinon que l'on peut choisir quels deux nombres que l'on veut, & faire multiplier par lesquels deux que l'on veut, pourueu que l'vn soit tousiours pair, l'autre impair. Il est vray que i'ay inuenté les deux suiuans à l'imitation de cestuy-cy, qui seront à propos pour faire le mesme effect en differentes manieres.

PRO

PROBLEME DIXIESME.

Faire le mesme en deux nombre pairs, dont l'vn soit pairement pair, & l'autre pairement impair seulement.

QV'ils choisissent par exemple l'vn 6.& l'autre 8.Prens comme auparauant deux nombres dont l'vn soit pair,& l'autre impair, comme 2. & 3. & fais aussi multiplier l'vn des nombres choisis par 2. l'autre par 3. & joindre les produits,& que la somme te soit manifestee,ou bien t'enquiers si ladicte somme est nombre pairement pair,ou non,ce que tu pourras sçauoir, faisant prendre la moitié d'icelle, & derechef la moitié de la moitié ; car si la moitié de la somme est nombre pair,la somme est nombre pairement pair,par l'aduertissemeut de la 4. proposition & si la moitié de la somme est nombre impair la somme est nombre pairement impair seulement par la 39.du 9. Or si la susdicte somme est nombre pairement pair, sois asseuré que le nombre que tu as faict multiplier par l'impair, comme par 3.est le nombre pairement pair(à sçauoir 8.)

Que

Que si ladicte somme est nombre pairement impair seulement, sois certain que le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à sçauoir par 3) est le nombre pairement impair seulement (à sçauoir 6.) ie t'en laisse faire l'experience, car c'est chose bien-aisee.

DEMONSTRATION.

NOus auons demonstré en la 10. proposition qu'vn nombre pairement pair, par quel nombre qu'il soit multiplié, produit tousiours vn pairement pair. Mais le nombre pairement impair seulement, s'il est multiplié par vn pair, produit vn pairement pair par la 12. proposition & s'il est multiplié par vn impair produit vn pairement impair seulement, par la 11 proposition. Partant s'il se rencontre que tu fasses multiplier par l'impair, le nombre pairement pair, le produit sera pairement pair; qui estant adiousté à l'autre produit qui est aussi pairement pair, prouenant de deux nombres pairs multipliez ensemble, la somme sera infalliblement vn nombre pairement pair, car deux pairement pairs joints ensemble, font vn pairement pair, d'autant que chascun d'iceux estant mesuré par le quaternaire, il faut que la somme d'iceux soit aussi mesuree par le mesme quaternaire, & par consequent ladicte somme est nombre pairement pair par la 6. proposition. Que s'il aduient que tu fasses multiplier par l'impair le nombre pairement impair seulement, le pro-

duit

duit ſera pairement impair ſeulement, auquel adiouſtant l'autre produit qui eſt touſiours pairement pair par la raiſon cy deſſus alleguee, la ſomme ſera neceſſairement vn nombre pairement impair ſeulement par la 9. propoſition Partant il appert de la verité de la regle donnee.

PROBLEME VNZIESME.

Faire le mesme en deux nombres impairs premiers entre eux.

DOnne à choisir aux deux personnes, deux nombres qui soyent impairs & premiers entre eux comme 9. & 7. pourueu que l'vn d'iceux soit nombre composé comme est 9. & prens semblablement pour tes multiplicateurs deux nombres premiers entre eux, mais il n'importe pas qu'ils soyent tous deux impairs, pourueu que l'vn d'iceux mesure l'vn des autres deux que tu as donnez à choisir. Par exemple pren 3. & 2. qui sont premiers entre eux, & l'vn d'iceux à sçauoir 3. mesure l'vn des autres à sçauoir 9. & fay multiplier comme auparauant l'vn des nombres choisis par 3. l'autre par 2. & que la somme des deux produits te soit manifestee ou bien enquier toy si ladicte somme est mesuree par celuy de tes multiplicateurs qui mesure l'vn des nombres choisis, comme en l'exemple donné fay moyen de sçauoir si la susdicte somme est mesuree par 3. en commandant qu'on prenne le tiers d'icelle. Par là tu deuineras infalliblement lequel des deux nombres chasque personne à choisi. Car si ladicte somme est mesuree par 3. c'est signe que le nombre que tu as fait multiplier par 3. est celuy que le mesme 3. ne mesuroit pas à sçauoir 7. Que si ladicte somme n'est pas mesuree par 3. c'est signe que le nombre que tu as fait multiplier par 3. est celuy mesme que 3. mesuroit, à sçauoir 9. & de mesme facon procedera la regle si tu donnes des autres nombres à choisir, & que tu en prennes des autres pour multiplicateurs, pourueu qu'ils ayent les conditions requises.

DEMONSTRATION.

A 9.	B 7.
D 3.	E 2.
F 27.	G 14.
H 21.	K 18.

Soyent les deux nombres choisis A B. tous deux impairs, & premiers entre eux, pourueu que l'vn comme A soit nombre composé (ce qui est necessaire, d'autant que nous supposons que l'vn d'iceux soit mesuré par vn autre nombre) & prenons aussi deux nombres D. E. premiers entre eux, pourueu que l'vn d'eux comme D, mesure le nombre A. Maintenant qu'on multiplie A, par D, & soit fait F, & qu'on multiplie B. par E. & soit fait G. Ie dis que D ne peut mesurer la somme des deux nombres F G. Car puisque D. multipliant A. produit F. il est certain que D mesure F par A. Partant si D mesuroit la somme des deux F. G. Il s'ensuiuroit que le mesme D mesureroit aussi G. ce qui est impossible,

sible, d'autant que A. & B. estant premiers entre eux, & D mesurant A, il faut dire que D est premier à B. par la 25. du 7. mais par l'hypothese, le nombre E, est aussi premier au mesme D. doncques tous les deux B. E, sont premiers à D: & par consequent le produit de leur multiplication, à sçauoir G est premier au mesme D par la 26. du 7. Partant il est impossible que D mesure G. Voylà donc vne partie de la regle demonstree.

En apres D. multipliant B, produise H & E multipliant A, produise k. Ie dis que D mesure la somme des deux H. K. Car en premier lieu puisque H est produit multipliant D par B, il appert que D mesure H. secondement puisque E multipliant A, produit K, il s'ensuit que A mesure K. Or est-il que par l'hypothese D mesure A; doncques le mesme D mesure aussi K. Partant puisque D mesure les deux H. K. Il mesurera aussi la somme d'iceux. Ce qu'il falloit preuuer.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle ne s'estend pas seulement aux nombres impairs, mais elle peut auoir lieu encor que l'vn des nõbres choisis soit pair & l'autre impair, pourueu qu'ils soyent premiers entre eux, & que tu prenes tousiours pour multiplicateurs deux nombres aussi premiers entre eux, & dont l'vn mesure l'vn des autres. Par exemple prenant les mesmes multiplicateurs 3. & 2. tu pouuois donner à choisir les deux nombres 8. & 7. & alors le 2. eut esté celuy de tes multiplicateurs qui t'eust guidé pour deuiner, d'autant que c'est luy qui mesure 8, &

certes il est euident que la demonstration est generale pour tous nombres premiers, soit qu'ils soyent impairs, ou non, pourueu qu'ils obseruent toutes les autres conditions requises. Il est vray que ny les nombres choisis, ny les multiplicateurs, ne peuuent estre tous deux pairs à cause que deux nombres pairs ne sont iamais premiers entre eux, ains ont tousiours le binaire pour commune mesure.

PRO

PROBLEME DOVZIESME.

Deuiner plusieurs nombres pensez pourueu que chascun d'iceux soit moindre que dix.

FAis multiplier le premier nombre pensé par 2. puis adiouster 5. au produit, & multiplier le tout par 5. & à cela adiouster 10. puis y adiouster le second nombre pensé, & multiplier le tout par 10. puis y adiouster le troisiesme nombre pensé, & si l'on à pensé d'auantage de nombres, fais encor multiplier cela par 10. puis adiouster le quatriesme nombre, & ainsi fais tousiours multiplier par 10. & adiouster vn des autres nombres pensez. Alors fais-toy declarer la derniere somme, & si l'on n'a pensé que deux nombres, soubstray d'icelle somme 35. & du reste le nombres des dizaines, te monstrera le premier nombre pensé, & le nombre des nombres, le second. Que si l'on à pensé trois nombre, oste de la derniere somme 350. & du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celuy des dizaines le second, celuy des nombres le troisiesme ; & de mesme façon tu procederas tousiours à deuiner d'auantage de nombres, comme si l'on en à pensé quatre, tu soubstrairas de la derniere somme 3500. & du reste le nombre des mille exprimera le premier nombre pensé, celuy des centaines le second, celuy des dizaines le troisiesme, & celuy des nombres le quatriesme. Par exemples les quatre nombres pensez soyent 3. 5. 8. 2. fais doubler le premier viendra 6. auquel adioustant 5. vient 11. qui multiplié par 5. donne 55. auquel adioustat 10. vient 65. auquel adioustant le second nombre, vient 70. qui multiplié par 10. fait 700. auquel adioustant le troisiesme nombre, vient 708. qui multiplié par 10. fait 7080. auquel adioustant le quatriesme nombre, vient 7082. Que si tu en soubstrais 3500. le reste sera 3582. qui exprime par ordre les quatre nombres pensez.

DEMONSTRATION.

CE Probleme imite entierement l'artifice du 4. & tous deux ont presque le mesme fondement. Car comme nous auons demonstré en ce lieu là, doubler vn nombre, puis y adiouster 5. & multiplier le tout par 5. puis adiouster 10. cela est autant que multiplier le nombre par 10. & au produit adiouster 35. Or tout nombre estant multiplié par 10. le produit contient vn nombres precis de dizaines, & par consequent en escriuant ce produit la, la derniere figure se treuue vn zero, & la premiere est le mesme nombre qui a esté multiplié par 10. Partant si à ce produit on adiouste quelque autre nombre moindre que 10. La premiere figure ne change

point,

point, & la seconde se treuue le mesme nombre adiousté au lieu du zero. Doncques la cause est manifeste pourquoy quand on à pensé deux nombres, apres que l'operation est faite selon qu'il a esté dit, il faut de la derniere somme oster 35 (qui est vn nombre superflu qu'on fait adiouster subtilement pour cacher l'artifice) & du reste le nombre des dizaines est necessairemẽt le premier nombre pensé, & celuy des nombres est le second. Par mesme raison quand on à pensé trois nombres, puisque apres auoir fait tout le mesme qu'en deux, on multiplie le tout par 10. & on adiouste le troisiesme nombre pensé, il est euident que le premier qui auoit desia esté multiplié par 10. se treuue alors multiplié par 100. & le second se treuue multiplié par 10, & le troisiesme se treuue mis au lieu d'vn zero qui seroit en la place des nombres, & pource que le nombre superflu 35. s'est aussi multiplié par 10. il est changé en 350. Dont il appert assez de la cause de la regle donnee, & la mesme demonstration à lieu en quatre, cinq, six, ou plusieurs nombre; comme il est euident. L'on peut aussi, de ce qui a esté dit, comprendre la raison de la condition apposee à la proposition du Probleme, qu'il faut que chascun des nombres pensez soit moindre que 10. Car si quelqu'vn d'iceux estoit plus grand que 10. il feroit augmenter la figure precedente, d'autant d'vnitez qu'il y auroit de dizaines en iceluy, comme il appert par la regle d'Addition. Partant nostre regle se rendroit inutile.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle que i'ay donnee fort generalement est appliquee par plusieurs à diuerses choses particulieres.

Les vns s'en seruent pour deuiner combien il y a de points en chasque dés de tant qu'on en aura gettez, & la practique en est bien aisee car les points d'vn dé ne peuuent iamais passer 6. & ne se faut qu'imaginer que les points de chasque dé sont vn nombre pensé, & la regle est du tout la mesme.

Les autres s'en seruent pour deuiner qui de plusieurs personnes aura pris vne bague, en quelle main il l'aura, en quel doigt, & en quelle jointure & alors il faut dispo-ser les persones par ordre, tellement qu'vne soit premiere, l'autre seconde, l'autre troisiesme, &c. Sẽblablement il se faut imaginer que des deux mains l'vne est premiere, l'autre est seconde, & aussi que des cinq doigts de la main, l'vn est premier, l'autre second, l'autre troisiesme, &c. & faire encor le mesme des jointures de chasque doigt. Partant ce ieu n'est rien autre que deuiner quatre nombres pensez. Par exemple supposons que la quatriesme personne ait la bague, en la seconde main, au cinquiesme doigt, en la troisiesme jointure, fais doubler le nombre de la personne, viendra 8. auquel adioustant 5. vient 13. qui multiplié par 5. donne 65. auquel adioustant 10. vient 75. & y adioustant le nombre de la main, prouient 77. qui multiplié par 10. donne 770. auquel adioustant le nombre du doigt, vient 775. qui multiplié par 10. donne 7750. auquel adioustant le nombre de la jointure, vient 7753. duquel il faut soubstraire 3500. & le reste sera 4253. dont les figures expriment, tout ce qu'on veut deuiner. Que si l'on vouloit deuiner seulement de plusieurs personnes, laquelle à la bague, & en quel doigt, ce ne seroit que deui-

ner deux nombres pensez, mais il faut prendre garde qu'en ce cas on s'imagine en chasque personne dix doigts disposez par ordre, par consequent il peut arriuer qu'vne personne ait la bague au dixiesme doigt, & partant alors à vn nombre precis de dixaines adioustant 10. *il se fera aussi vn nombre de dizaines precis, mais plus grand d'vn qu'auparauant; Partant apres la soubstraction, il restera zero, en la place des nombres. Doncques cela t'arriuant sois asseuré que pour deuiner le nombre de la personne, il te faut oster* 1. *du nombre des dizaines, & dire que telle personne à la bague au diziesme doigt. Par exemple que la sixiesme personne ait la bague au dixiesme doigt, fais doubler le nombre de la personne, viendra* 12. *auquel adioustant* 5 *vient* 17. *qui multiplié par* 5. *fait* 85. *auquel adioustant* 10. *fait* 95. *& à cela adioustant encor le nombre du doigt, vient* 105. *d'où si tu ostes* 35. *reste* 70. *Où tu vois clairement que le nombre des dizaines surpasse d'vn, le nombre de la personne.*

Pour diuersifier la practique de ce probleme, il ne faut que bien entendre ce que i'ay dit en l'aduertissement du 4. *cy dessus. Car premierement bien que les multiplicateurs ne se puissent bonnement changer: (d'autant qu'il faut tousiours qu'apres auoir adiousté chasque nombre, l'on multiplie le tout par* 10) *toutesfois on y peut encor proceder auec quelque diuersité, car puisque multiplier par* 2. *& puis par* 5. *c'est autant que multiplier par* 10. *il appert qu'au commencement on pourroit faire multiplier le premier nombre par* 10. *au lieu de doubler, puis multiplier par* 5. *Ou bien faire en premier lieu multiplier par* 5 *puis par* 2. *Semblablement apres qu'on a adiousté quelqu'vn des autres nombres, au lieu de faire multiplier le tout par* 10. *on pourroit faire multiplier par* 2. *puis par* 5. *ou bien par* 5. *puis par* 2.

Secondement quand aux nombres ſuperflus que l'on fait adiouſter pour couurir l'artifice, & dont la ſomme ſe ſoubſtrait à la fin, ils ſe peuuent changer comme l'on veut & par ainſi la reigle ſe peut diuerſifier en infinies manieres, la cauſe en eſt euidente, par ce que i'ay dit en l'aduertiſſement du 4. probleme. Par exemple ſoyent les quatre nombres penſez 4. 2. 5. 3. comme cy deſſus. Fay multiplier le premier par 5. viendra 20. fais y adiouſter 8. viendra 28. Fay doubler cela, viendra 56. fais y adiouſter le ſecond nombre penſé, viendra 58. fay multiplier cela par 10. viendra 580. fais y adiouſter 12. viendra 592. fais y adiouſter le troiſieſme nombre penſé, viendra 597. fais-le doubler viendra 1194. fais y adiouſter 6. viendra 1200. fais-le multiplier par 5. viendra 6000. auquel adiouſtant le dernier nombre penſé viendra 6003. Or parce qu'apres auoir adiouſté 8. on a doublé, c'eſt autant que ſi l'on auoit doublé 8. qui fait 16. lequel multiplié par 10. fait 160. auquel adiouſtant 12. vient 172. qui doublé fait 344. auquel adiouſtant 6. vient 350. qui multiplie par 5. donne 1750. Partant le nombre qu'il faut ſoubſtraire eſt 1750. qui oſté de 6003. reſte 4253. qui exprime les quatre nombres penſez.

PRO

PROBLEME TREZIESME.

Quelqu'vn ayant pris en ses deux mains certains nombres d'vnitez, dont la proportion seule ment soit cogneuë deuiner apres quelques changemens, combien il luy en reste en vne main.

QVELQV'VN ait pris en la main droicte certain nombre d'vnitez, comme de gettons, & qu'il en prenne aussi certain nombre en la main gauche, pourueu qu'il te declare seulement la proportion de ces deux nombres. Par exemple qu'il en ait 15. en la main droicte & 12 en la gauche, alors il te dira que le nombre de ceux de la droicte, au nombre de ceux de la gauche est en proportion d'vn & quart. Partant fais luy mettre de la gauche en la droicte quel nombre de gettons que tu voudras, pourueu qu'il se puisse

puiſſe faire, & qu'il ait partie ſemblable à celle ou à celles qui ſeront exprimées au denominateur de la proportion, comme en l'exemple donné, où le denominateur eſt 1 ¼. fay luy mettre de la gauche en la droicte quelque nombre qui ait quart, comme 8. en apres dis luy qu'il en remette de la droicte en la gauche autant qu'il en eſt demeuré en la gauche ſelon le denominateur de la proportion à ſçauoir qu'il y en remette vne fois, & vn quart autant qu'il y en eſt demeuré & pource que de 12. oſtant 8, il demeure 4. il eſt certain qu'il y en remettra 5. & en tout il s'en treuuera lors 9. en la gauche. Adonc tu deuineras ce qui luy reſte en la droicte par tel artifice. Pren le dominateur de la proportion à ſçauoir 1 ¼. adiouſtes y 1. viendra 2 ¼. multiple par 2 ¼. le nombre qu'en premier lieu tu as fait tranſporter de la gauche en la droicte, à ſçauoir 8. viendra 18. le nombre que tu veux deuiner.

Autre exemple, qu'il prenne 39 iettons en la droicte, & 15 en la gauche qui eſt vne proportion de 2 ⅗. Dis luy que de la gauche en la droicte il mette vn nombre qui ait cinquieſme comme 10. Alors il en aura 49. en la droicte, & reſtera 5. en la gauche. En apres dis-luy qu'il en remette de la droicte en la gauche deux fois autant qu'il y en eſt demeuré, & les trois cinquieſmes du meſme nombre qui eſt demeuré, & il y en remettra 13. partant en tout il en aura lors en la gauche 18. Mais tu deuineras ce qui luy reſte en la droicte, ſi tu adiouſtes 1. au denominateur de la proportion, car il viendra 3 ⅗. par qui multipliant 10. le nombre que du commencement tu as fait tranſporter de la gauche en la droicte,

droicte, tu auras 36. le nombre iuste qui luy reste en la droicte,

DEMONSTRATION.

A.....C...........B
D....H.........G.
K 1 ¼.

LE nombre de la main droite soit A. B. & celuy de la gauche D G, & le denominateur de la proportion qu'a A B, à D G, soit k: & qu'on adiouste le nombre cogneu H G, auec A B, puis qu'auec le reste D H, on ioigne le nombre A C, qui garde auec D, H, la mesme proportion exprimée par le denominateur k. Alors ie dis que la somme des deux C B. H G. sera cogneüe. Car puisque il y a telle proportion de tout A B. à tout D G. que du nombre osté A C, au nombre osté D H. il s'ensuit que le reste C B, au reste H G, a aussi la mesme proportion. Par consequent puisque H G est cogneu si par le denominateur k on multiplioit H G, on auroit, le nombre C B. & partant si on multiplie H G par vn nombre plus grand d'vn que k, il prouiendra la somme des deux C B, H G, comme il appert.

ADVERTISSEMENT.

Si le denominateur K. est nombre entier (ce qui aduiendra si la proportion de A B, à D G, est proportion multiple, ou d'esgalité) la practique de ce ieu n'a nulle difficulté, & n'importe quel nombre soit H G, qu'on fait transporter du commencement de D G, en A B. Mais si k à quelque fraction adiointe, alors pour euiter

A . . . . . C . . . . B
D . . . . H . . . . G .
K 1 $\frac{1}{2}$.

euiter les fractions qui ne peuuent eſtre admiſes en ce probleme, il eſt neceſſaire (comme il a eſté dit en la reigle) que H G ſoit vn nombre ayant telle partie, quelle eſt celle qui eſt exprimée au denominateur K. Car cela ſupposé nous ne pourrons tomber en fractions, d'autant que ſi A B. contient DG. vne ou pluſieurs fois, & encore quelque partie ou quelques parties dudict D G. il eſt neceſſaire, que D G. ait telle partie qu'elle eſt celle qui eſt exprimee par le denominateur de la fraction contenue en K. Partant ledit denominateur de ladicte fraction meſure tout le nombre D G. Doncques ſi nous ſuppoſons que le meſme denominateur meſure auſſi H G, il s'enſuiura que le meſme meſurera auſſi le reſtant D H. Par ainſi D H. aura la meſme partie, ou les meſmes parties exprimees en K, Doncques nous pourrons ſans fraction prendre le nombre A C, qui ait meſme proportion à D H. que A B. à D G.

Or de la practique & de la demonſtration donnée, il appert, qu'il faut touſiours faire tranſporter le nombre cogneu du commencement, de la main où eſt le moindre nombre, en celle où eſt le plus grand, partant il faut que celuy auec qui tu fais le ieu te manifeſte en quelle main eſt le plus grand, & en quelle main eſt le moindre nombre, ſinon que la proportion des deux nombres ſoit proportion d'eſgalité, à ſçauoir qu'il y ait autant de getons en vne main qu'en l'autre. Car alors il n'importe ny quel nombre on faſſe tranſporter, ny de quelle main. Et i'aduertis le Lecteur que c'eſt en ceſte derniere façon ſeule que par cy deuant on a practiqué ce ieu. Partant la reigle generale que i'ay donnée eſt de mon inuention, comme auſſi celle du ſuiuant.

PRO

PROBLEME QVATORZIESME.

Faiſant le meſme qu'auparauant, deuiner apres les meſmes changemens, combien il y a d'vnitez en chaſque main, & combien il y en auoit du commencement.

Posons le cas comme cy deſſus, qu'on eut pris 15. gettons en la main droicte, & & 12. en la gauche, & qu'on en eut transferé 8. de la gauche en la droicte, & qu'on en eut remis de la droicte en la gauche vne fois & quart autant qu'il y en eſtoit demeuré. Alors puis que par la reigle precedente tu ſçais ce qui reſte en la droicte, n'en fay nul ſemblant, mais demande encor quelle proportion il y a du nombre qui ſe treuue en vne main, à celuy qui ſe treuue en l'autre, car ſi tu ſçais telle proportion, l'vn des nombres t'eſtant cogneu, tu cognoiſtras infalliblement l'autre, comme en l'exemple donné, ſi l'on te dit qu'apres les changemens faits il y a deux fois autant de gettons en la droicte, qu'en la gau la gauche, puis que par la reigle precedente tu ſçais qu'il y en a 18. en la droicte, tu és bien aſſeuré qu'il y en a 9 en la gauche. Partant la premiere partie de ce probleme eſt bien aiſée, & porte auec ſoy ſa demonſtration.

Maintenant ſi tu veux deuiner combien il y auoit de gettons du commencement en chaſque main, puis que tu ſçais par la premiere partie la ſomme de tous les gettons (car en l'exemple donné ſçachant que les changemens faits il y en à 18. en l'vne, & 9 en l'autre, tu ſçais que la ſomme de tous eſt 27) & puis que tu ſçais auſſi que le nombre de la droicte du commencement contenoit celuy de la gauche vne fois & quart; il te conuient diuiſer la ſomme cogneue (à ſçauoir 27) en deux nombres qui obſeruent la proportion de 1 $\frac{1}{4}$. Or pour diuiſer tout nombre donné en deux qui obſeruent entre eux telle proportion que l'on voudra, ſers toy de ceſte reigle. Prens les deux moindres nombres qui obſeruent la proportion requiſe, & les adiouſte enſemble & par la ſomme d'iceux diuiſe le nombre donné, & par le quotient multiplie les deux moindres nombres, obſeruans la proportion requiſe, tu trouueras les nombres que tu cherchois. Comme en l'exemple donné où il faut diuiſer 27. en deux nombres, obſeruans la proportion de 1 $\frac{1}{4}$. Pren 5. & 4. les moindres nombres qui gardent ladicte proportion, leur ſomme ſera 9. par qui diuiſant 27. le quotient eſt 3. qui multipliant 5. & 4. te donne 15. & 12. les nombres que tu cherchois. Tu deuineras donc que du commencement il y auoit 15. gettons en la main droicte, & 12. en la gauche.

DE

DEMONSTRATION.

LA premiere partie de ce Probleme eſt euidente de ſoy meſme, & ne requiert pas autre demonſtration. Car cognoiſſant vn nombre, & la proportion qu'il à auec vn autre, il eſt certain que cet autre là ſe peut cognoiſtre facilement, multipliant, ou diuiſant le nombre cogneu par le denominateur de la proportion cogneuë, ſelon qu'il eſt le plus grand, ou le moindre terme de la proportion.

Quand à la ſeconde partie elle eſt auſſi toute demonſtrée, ſi l'on demonſtre la façon de diuiſer vn nombre donné en deux nombres, qui obſeruent la proportion donnée. Soit donc propoſé le nombre A, qu'il faille diuiſer en deux, gardans la proportion, dont le denominateur eſt B. Ie prens les deux C D. les moindres qui obſeruent la proportion donnée, & les ioignant enſemble, leur ſomme ſoit E. & diuiſant A par E, ſoit le quotient F: & multipliant les deux C D, par F. ſoyent les produits G. H. Ie dis que G. H. ſont les nombres cherchez. Car premierement il eſt clair qu'ils obſeruent la proportion requiſe, d'autant que le meſme F. multipliant les deux C D, à produit les deux G. H. en apres, que les meſmes G. H. ioints enſemble faſſent A, ie le preuue. Car puis que E diuiſant A, donne pour quotient F, il appert que F. multipliant E, produira, A. Or eſt-il que E eſt eſgal aux deux C D, Donc

A 27.	B 1 $\frac{1}{4}$.
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

A 27.	B 1 ½.
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

ques par la premiere du second d'Euclide, les deux nombres qui se produisent multipliant C, & D, par F. (à sçauoir les deux G. H) ioints ensemble seront esgaux à A, qui se produit multipliant E, par le mesme F. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Pour practiquer subtilement ce probleme, & le precedent, il faut en faire comme trois. Premierement on se peut seruir du precedent pour vn. Secondement on se peut seruir de la premiere partie de cestuy cy pour vn autre, mais alors il ne faut point faire semblant de sçauoir ce qui reste en vne main les changemens faits. Troisiesmement on se peut encor seruir de la seconde partie de ce probleme pour vn troisiesme ieu, qui semblera peut estre plus admirable que les deux autres, mais alors aussi il ne faut point monstrer ny de sçauoir ce qui reste en vne des mains apres les changemens, ny ayant demandé la seconde fois la proportion des vnitez restantes en chasque main, il ne faut point faire semblant de sçauoir le nombre desdictes vnitez, mais il faut diuiser secrettement la somme d'icelles en deux parties, qui obseruent la proportion premiere, en la façon que i'ay enseignee, & deuiner par ce moyen, combien il y auoit au commencement d'vnitez en chasque main.

Ie t'aduertis encor, que ce que i'ay dit de prendre les deux moindres termes obseruans la proportion donnée, comme C D. n'est pas absolument necessaire, car bien qu'on print des autres nombres en la mesme proportion, cela n'importeroit pas comme il appert par la demonstration, mais ie fais prendre les moindres, pour plus grande facilité en operant, d'autant que les plus petits nombres sont plus aisez à manier.

PROBLEME QVINZIESME.

Plusieurs dez estans iettez, deuiner la somme des points adioustez ensemble d'vne certaine façon.

PAR exemple qu'on ait ietté trois dez à ton insçeu, fais adiouster par quelqu'vn les points d'iceux ensemble, puis laissant vn d'iceux à part en l'estat qu'il est, fais prendre des autres deux les points de dessous, à sçauoir ceux qui sont en la partie du dé opposée à celle de dessus qui paroit sur la table, & qu'on adiouste ces points à la somme des precedens, puis qu'on reiette derechef ces deux dez, & qu'on adiouste les points d'iceux qui paroissent dessus, à la susdicte somme, & qu'õ en laisse vn d'iceux en l'estat qu'il est auec le premier, & que du troisiesme on prenne les points de dessous, & qu'on les adiouste aux autres : finalement qu'on reiette ce troisiesme, & qu'on adiouste à la susdicte somme les points d'iceluy qui paroissent dessus, & qu'on le laisse en l'estat qu'il est auec les deux autres. Lors t'approchãt de la table & regardãt les points des trois dez qui paroissent dessus, tu les adiousteras ensemble, & à leur sõme adiousteras encor 21. &

tu deuineras la somme de tous les points adioustez ensemble, en la façon, que i'ay dit. Comme si la premiere fois les points des trois dez sont 5.3.2. Leur somme sera 10. & laissant vn d'iceux à part tourné comme il est, à sçauoir le 5. qu'on prenne les points opposez du 3.& du 2. on treuuera 4. & 5. qui adioustez à 10. font 19. Puis qu'on reiette ces deux dez, & que les points d'iceux paroissans dessus soyent 4. & 1. qui adioustez à 19. feront 24. & laissant le 4 à part auec le premier, qu'on prenne les points opposez de l'autre, qui sont 6. qui adioustez à 24. font 30. finalement qu'on reiette ce mesme dé, & que les points de dessus d'iceluy soyent 2. qui adioustez à 30. font 32. & qu'on laisse aussi ce dé en l'estat qu'il est auec les autres. Lors t'approchant & regardant les trois dez, tu trouueras que les points paroissans dessus sont 5.4.2. dont la somme est 11. à qui si tu adioustes 21. comme i'ay dit, tu auras 32. la somme requise. Ce ieu se peut aussi practiquer en tant de dez que l'on voudra, comme i'enseigneray en l'aduertissement.

DEMONSTRATION.

CE ieu peut sembler admirable à ceux qui en ignorent la cause, & toutesfois la finesse n'est pas des plus grandes, car elle ne depend que de la structure des dez, qui sont tous façonnez de telle sorte, que les points des deux parties opposees joints ensemble font tousiours 7. Par ainsi d'vn costé il y a 1. de l'autre costé opposé 6. D'vn costé se treuue 2. de l'autre 5. d'vn d'vn costé est marqué 3. de l'autre 4. Doncques toutes les fois que tu fais prendre les points des deux parties opposees d'vn mesme dé, tu es asseuré que leur somme est 7. Partant puisque par faisant le ieu comme i'ay enseigné, on prend les points des parties opposees en trois dez, il est certain que cela est autant que prendre trois fois 7. à sçauoir 21. & partant adioustant 21. à tous les autres points qu'on assemble, il est euident qu'on à la somme de tous.

ADVERTISSEMENT.

Pren garde que les dez soyent marquez comme i'ay dit, & qu'ils ne soyent point faux, car autrement le probleme ne se pourroit parfaire. Prens garde aussi qu'il faut practiquer ce ieu comme i'ay enseigné, sans que iamais on fasse prendre immediatement les points des parties opposees d'vn mesme dé. Car celuy qui verroit faire le ieu, pourroit par ce moyen-la descouurir l'artifice bien aisement, remarquant que les points opposez d'vn dé font tousiours 7.

Mais pour faire le mesme ieu en quatre, cinq, ou plusieurs dez, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait adiouster les points opposez d'vn dé, & retenir autant de fois 7. pour adiouster à la fin. Comme si l'on auoit ietté quatre dez, practiquant le ieu ainsi que i'ay monstré en trois, on trouueroit qu'on fait prendre six fois les points opposez d'vn dé, partant à la fin il faudroit adiouster 6. fois 7. à sçauoir 42. & en cinq dez on trouueroit qu'on prendroit dix fois les points opposez d'vn dé, partant à la fin il faudroit adiouster 70. & ainsi tousiours l'on peut faire vne reigle pour tant de dez que l'on voudra.

PROBLEME SEIZIESME.

Deuiner combien il y a de points en vne Carte, regardant vne fois seulement chascune des autres Cartes.

PRENS vn ieu de Cartes entier, où il y en a 52. & donne à tirer vne carte à quelqu'vn qui la retiendra sans te la monstrer; lors pour deuiner combien de points il y en a en la carte tirée, pren le reste des cartes, & faisant valoir les AS, vn, chasque personnage 10. & les autres cartes autant de points qu'elles en marquent, cõmence à adiouster les points de la premiere carte, aux points de la seconde, & la somme d'iceux, aux points de la troisiesme, & ainsi consecutiuement iusques à la derniere carte, reiectant tousiours le nombre de 10. & adioustant le reste aux points de la carte suiuante, comme on reiette 9 en la preuue du 9. Finalement oste la derniere somme, ou le dernier reste, du nombre de 10. Ce qui restera, sera le nombre

nombre des points de la carte tiree. Que si ladicte derniere somme est esgale à 10. le nombre des points de la carte tiree, sera aussi 10.

DMONSTRATION.

CEste demonstration est bien facile, car il ne faut que preuuer que la somme des points de toutes les cartes ensemble, est vn nombre mesuré par 10. Mais cecy est euident, dautant qu'en premier lieu la somme des points de tous les personnages, & des quatre dix, est mesuree par 10. à cause que chascune desdictes cartes contient iustement dix points. En apres la somme des autres neuf cartes de mesme point, despuis 1. iusques à 9. estant iustement 45. il est euident, que toutes les cartes ensemble de tous les quatre points despuis l'As iusques au 9 inclusiuement, feront 4 fois 45. c'est à dire 180 qui est aussi vn nombre mesuré par 10. Doncques puisque 10 mesure la somme de tous les points de tous les personnages, & des quatre dix, & le mesme 10 mesure la somme des points de toutes les autres cartes despuis l'As iusques au 9. Il s'ensuit que le mesme 10 mesure le nombre composé des deux sommes susdictes, à sçauoir la somme des points de toutes les cartes ensemble. C'est pourquoy assemblãt les points de toutes les Cartes, & reiettant tousiours 10. il faut que la derniere somme fasse aussi iustement 10. Partant si on a tiré vne Carte, adioustant les points de toutes les autres ainsi que i'ay dit, la derniere somme, ou le dernier reste ioint auec les points de la Carte tiree, doit faire 10 iustement. Par consequent ostant de 10 ladicte derniere somme, ou ledit dernier reste, ce qui restera sera infalliblement le nombre des points de la Carte tiree: ou si ladicte derniere somme est 10. il faut que le nombre des points de la Carte tiree soit aussi 10. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Quiconque aura bien compris la demonstration, il treuuera facilement diuerses autres façons de faire ce probleme. Car premierement on le peut faire en tout nombre de Cartes; pourueu qu'on remarque auparauant la somme des points de toutes lesdictes Cartes ensemble. Par exemple aux 36. Cartes du Piquet, supposant que l'As vaille 1. la somme des points de toutes les Cartes, sera 284. qui n'est pas iustement mesuree par 10. Car ostant tous les 10 de 284. il reste 4. Neantmoins on fera le ieu aussi facilement qu'auparauant, si commençant à adiouster ensemble les points des Cartes, on reiette premierement 4. & puis iusques à la fin on reiette les 10.

Secondement le nombre qu'on reiette en adioustant, & duquel à la fin on soubstrait le dernier reste; pour deuiner les points de la carte cachée, se peut aussi changer en beaucoup de façons, car il n'importe quel nombre ce soit, pourueu qu'il ne soit point plus petit que le nombre des points de la plus haute carte. Ainsi au lieu de 10. on pourroit prendre 11. où 12. où 13. &c. Mais il faut tousiours considerer si ce nombre qu'on choisira mesure le nombre des points de toutes les cartes, où non, ce qui se connoit par la diuision; car s'il ne reste rien, il le mesure, s'il reste quelque chose de la diuision, il ne le mesure pas; & en ce cas il faut oster le

reste

reste tout au commencement de l'addition qu'on fait des points des cartes restantes, comme i'ay dit en l'exemple precedent, qu'il falloit oster 4. *auant que de commencer à oster les* 10.

Finalement tu remarqueras, qu'il y a plusieurs cartes dont la valeur est arbitraire, & se peut changer à plaisir, comme sont tous les personnages, lesquels ordinairement on fait valoir dix, sans aucune difference entre le Roy, la dame, & le valet. Car on pourroit faire valoir le valet 11. *la dame* 12. *le Roy* 13. *où bien quelques autres nombres.*

Et faisant ainsi, pourueu que l'on manie deux fois les cartes, on pourra deuiner non seulement les points de la carte cachée; mais on deuinera precisément quelle carte c'est. Comme si l'on prend le ieu de cartes tout entier, à cause que la somme des points de toutes les cartes est 364. *laquelle est mesurée par* 13. *tu conteras tousiours iusques à* 13. *& osteras* 13. *aussi tost qu'il se pourra faire, & continuant ainsi iusques à la fin, si tu ostes de* 13. *la derniere somme, où le dernier reste tu trouueras infalliblement le nombre des points de la carte cachee, & par la tu sçauras des-ja si c'est vn Roy où vn valet, ou vn dix ou vn* 9. *&c. Par consequent si tu reprens les Cartes, tu verras incontinent lequel des* 4 *Rois, ou des quatre valets, ou des* 4. *dix, ou des quatre neuf, te manque; & celuy qui te manquera, sera sans doute la Carte cachee: mais pren garde que s'il ne restoit rien, la carte cachee seroit vn Roy.*

PROBLEME DIXSEPTIESME.

Deuiner combien de points il y a en trois cartes.

PRENS vn ieu de cartes entier, où il y en a 52. & quelqu'vn choisisse trois d'icelles, lesquelles qu'il voudra, tu deuineras combien elles contiennent de points en ceste sorte. Dis luy qu'à chascune des cartes choisies, il adiouste tant des autres cartes, qu'elles accomplissent le nombre de 15. en computant les points de la carte choisie; cela fait, qu'il te donne le reste des cartes, lors du nombre d'icelles oste 4. & le reste sera infalliblement le nombre des points des trois cartes. Par exemple que les points des trois cartes soyent 4. 7. 9. Il est certain que pour accomplir 15. computant les points de chasque carte, à 4. il faut adiouster 11. cartes; & à 7. il en faut adiouster 8. & à 9. il en faut adiouster 6. Partant le reste des cartes sera 24. d'où si tu ostes 4. restera 20. le nombre des points des trois cartes: car 4. 7. & 9. font 20. Or comme on peut practique ce ieu en beaucoup de sortes, en quel nombre de cartes que ce soit, ie l'enseigneray en l'aduertissement.

DEMON

DEMONSTRATION.

POur rendre parfaicte raison de cecy, supposons que les trois cartes choisies soyent les trois moindres, à sçauoir les trois As. dont chascun ne vaille qu'vn, alors il est euident que pour accomplir 15. à chasque carte il faut adiouster 14. cartes, & partant le nombre tant des trois choisies que des adioustees sera 45. lequel estant osté du nombre entier des cartes qui est 52. il en reste 7. d'où si l'on oste 4. reste 3. le nombre des points des trois cartes choisies. Or cecy supposé il est aisé à preuuer, qu'il faut tousiours oster 4. du nombre des cartes restantes, pour deuiner la somme des points des trois cartes; Car d'autant qu'on augmentera les nõbres des points d'icelles, en mettant des plus hautes cartes, autant moins de cartes il faudra adiouster pour accomplir les quinze, & partant d'autant precisément s'augmentera le nombres des cartes restantes, partant ostant 4. comme auparauant, le reste sera tousiours esgal au nombre des points des trois cartes choisies, par l'axiome: si à deux nombres esgaux on adiouste nombres esgaux, les sommes seront esgales. Comme si au lieu du premier As, on met vn six, alors la somme des points sera augmentee de 5. Car au lieu de 3. elle sera 8. Mais aussi à la premiere carte au lieu de 14. qu'on y adioustoit pour accomplir 15. on n'adioustera maintenant que 9. qui sont cinq moins. Partant le reste des cartes se treuuera augmenté de cinq. Dont il appert de la verité de mon dire.

ADVERTISSEMENT.

De ceſte demonſtration on peut recueillir vne regle generale pour tout nombre de cartes, & quel nombre que l'on faſſe accomplir (car au lieu de 15. on pourroit faire accomplir 14. 13. 16. &c.) qui eſt telle. Triple le nombre que tu fais accõplir, & au produit adiouſte 3. & ſoubſtray ceſte ſomme de tout le nombre des cartes: le reſte ſera le nombre qu'il te faudra ſoubſtraire des cartes reſtantes pour faire le ieu. Comme en l'exemple donné triple 15. vient 45. adiouſte 3. vient 48. ſoubſtray 48. de 52. reſte 4. le nombres qu'il faut oſter des cartes reſtantes.

Que ſi le triple du nombre qu'on fait accomplir auec 3. ſe treuue eſgal à tout le nombres des cartes, c'eſt ſigne que le nombre des cartes reſtantes, doit exprimer iuſtement le nombre des points des trois cartes choiſies.

Que ſi le meſme triple joint auec 3. eſt plus grand que tout le nombre des cartes, alors il en faut ſoubſtraire le nombre des cartes, & le reſte ſera vn nombre qu'il faut adiouſter au nombre des cartes reſtantes pour faire le ieu. Par exemple s'il n'y a que 36. cartes, & qu'on vueille comme auparauant faire accomplir 15. Pour trouuer la regle tu tripleras 15. viendra 45. où adiouſtant 3. vient 48. Qui ne ſe peut ſoubſtraire de 36. nombre des cartes, partant au rebours, ſoubſtray 36. de 48. & le reſte 12. ſera vn nombre qu'il faudra adiouſter aux cartes reſtantes, vſant icy d'Addition au lieu de ſoubſtraction.

Et en effect cecy n'eſt point changer la regle donnée, comme pourront comprendre aiſément ceux qui ſont tant ſoit peu exercez en l'Algebre, & qui ſçauent les regles d'Addition, & ſoubſtraction par plus & par

moins.

moins. Car suiuant la regle il faudroit soubstraire 48 de 36.ce qui se feroit par le signe de moins,& diroit-on que le reste seroit moins 12. Puis il faudroit soubstraire moins 12.du nombre des cartes restantes, ce qui est autant comme adiouster 12.au mesme nombre.

On peut doncques practiquer ce ieu en infinies façons differentes. Car premierement on le peut faire en tout nombre de cartes, quelles qu'elles soyent, & combien de points qu'on fasse valoir chasque carte.

Secondement on peut faire accomplir quel nombre que l'on veut, computant tousiours les point de chasque carte. Voire il n'est pas necessaire qu'auec toutes trois on fasse accomplir le mesme nombre, mais on peut nommer trois nombres differents,comme 13.14.15.& alors pour former la regle,il faut adiouster ensemble ces trois nombres,& y adiouster 3.& parfaire tout le reste comme i'ay dit cy-dessus.

Finalement on peut faire le mesme ieu en quatre, cinq,six, ou plusieurs cartes, & former tousiours des regles à l'imitation de celle que i'ay donnée,comme si l'on veut deuiner les points de quatre cartes,& faire accomplir 15.par tout,& que le nombre des cartes sois 52. ie multiplieray par 4. le nombre 15. viendra 60. à qui i'adiousteray 4. viendra 64. ie soubstrairay de là le nombre des cartes, à sçauoir 52. restera 12. qui est le nombre qu'il faudra adiouster au nombre des cartes restantes.

Pren garde seulement qu'il peut arriuer quelquefois que le nombre des cartes sera si petit, & les trois que tu feras accomplir si grands qu'il n'y aura pas assez de cartes pour ce faire; Toutesfois tu parfairas encore le ieu,si tu demandes combien il s'en faut,qu'il n'y ait assez des cartes pour accomplir les trois nombres que tu auras ordonnez; pourueu qu'alors tu t'imagines que le

reste

reste des cartes soit le mesme nombre qui defaut auec le signe de moins. Par exemple que le nõbre des cartes soit 36. & que tu fasses par tout accomplir 15. & que les trois cartes choisies soyent 2.3.4. Il est certain qu'on ne pourra pas accomplir 15. par tout, car à la premiere carte il en faudroit adiouster 13. à la seconde 12. à la troisiesme 11. & ces trois nombres auec les trois cartes choisies font 39. Partant le nombre de toutes les cartes n'estant que 36. il s'en faudra trois qu'on ne puisse accomplir 15. par tout, Doncques imagine toy que le reste des cartes c'est moins 3. & puisque en ce cas la regle enseigne qu'au nombre des cartes restantes il faut adiouster 12. Adiouste 12. à--3. tu auras 9. le nombres des points des trois cartes choisies.

PROBLEME DIX-HVICTIESME.

De plusieurs cartes disposées en diuers rangs deuiner laquelle on aura pensée.

PRENS 15. cartes, & les dispose en trois rangs, si bien qu'il s'en treuue cinq en chasque rang, & que quelqu'vn pense laquelle qu'il voudra pourueu qu'il te declare en quel rang elle est. Alors ramasse à part les cartes de chasque rang, puis join les toutes ensemble, mettant toutesfois le rang où est la carte pensée au milieu des deux autres. En apres derechef dispose toutes les cartes en trois rangs, en posant vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisiesme, & en remettant derechef vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisiesme, & ainsi iusques à ce qu'elles soyent toutes rangees. Alors demande en quel rang est la carte pensee, & ramasse comme auparauant chasque rang à part, mettant au milieu des autres, celuy où est la carte pensee; & finalement dispose les encore en re en trois rangs de la meſme ſorte qu'auparauant, & demande auquel eſt-ce que ſe treuue la carte penſee, & ſois aſſeuré qu'elle ſe treuuera lors la troiſieſme du rang où elle ſera, Ainſi tu la deuineras aisément.

Que ſi tu veux encore mieux couurir l'artifice, tu peux ramaſſer derechef toutes les cartes en la façon que i'ay dit deſſus, mettant au milieu des deux autres, le rang où eſt la carte penſee, & lors la carte penſee ſe treuuera au milieu de toutes les quinze cartes, ſi bien que de quel coſté que l'on commence à conter elle ſera touſiours la huictieſme.

Ce ieu ſe practique ainſi communement, mais i'enſegneray en l'aduertiſſement comme on peut faire le meſme en tout nombre de cartes, & en beaucoup de façons differentes.

DEMONSTRATION.

POur rendre raiſon infallible de cecy, il me faut preuuer que diſpoſant les cartes ainſi que i'ay dit par trois fois, en fin apres la troiſieſme fois la carte penſee eſt neceſſairement la troiſieſme du rang où elle ſe treuue. Or pren garde que la premiere fois ayant rangé en trois rangs quinze cartes, comme i'ay dit, quand tu ſçais en quel rang eſt la carte penſee, tu ès aſſeuré que c'eſt vne des cinq qui ſont en ce rang la. Partant recueillant à part les cartes de chaſque rang, & mettant au milieu des autres rangs, celuy où eſt la carte penſee & les diſpoſant derechef comme i'ay enſeigné alors tu mets en diuers rangs les cinq cartes qui auparauant n'eſtoyent qu'en

penſee,

vn seul rang, Partant regarde bien en quelles places tombent les cartes du rang du milieu, entre lesquelles tu sçais que doit estre la carte pensee,& remarque ces cinq points.

1. Que la premiere tombe au second lieu du troisiesme rang.

2. Que la seconde tombe au troisiesme lieu du premier rang.

3. Que la troisiesme tombe au troisiesme lieu du second rang.

4. Que la quatriesme tombe au troisiesme lieu du troisiesme rang.

5. Que la cinquiesme tombe au quatriesme lieu du premier rang.

Doncques si la carte pensee est lors au premier rang,tu és asseuré que c'est la troisiesme ou quatriesme d'iceluy par la remarque du second, & quatriesme point, partant disposant derechef les cartes en la façon ordonnee,elle tombera necessairement en la troisiesme place du second, ou en la troisiesme du troisiesme rang, par le troisiesme & quatriesme point.

Que si apres la seconde disposition la carte pésee est au second rang, tu es asseuré que c'est la troisiesme du mesme rang, par la remarque du troisiesme point, partant dés lors tu la peux deuiner,mais quand bien tu rangeras derechef les cartes en la façon exposee, elle retumbera tousiours en la mesme place par le mesme troisiesme point.

Que si la carte pensee apres la seconde disposition est au troisiesme rang,tu és asseuré que c'est la secōde, ou la troisiesme d'iceluy par la remarque du premier, & du quatriesme point, partant rangeant derechef les cartes, elle tombera infalliblement en la troiſieſme place du premier rãg; par le ſecond point, ou en la troiſieſme du ſecond par le troiſieſme point. Doncques quoy-qu'il aduienne, apres la troiſieſme fois, la carte penſee ſera touſiours la troiſieſme du rang où elle ſe treuuera. Ce qu'il falloit demonſtrer.

ADVERTISSEMENT.

Si tu comprens bien le fondement de ce ieu il te ſera bien aiſé de le faire en tout nombre de cartes, & en plusieurs differentes façons, Car la fineſſe cõſiſte en cela, que les cartes d'vn meſme rang par vne autre diſpoſition ſe ſeparent, & ſe mettent en diuers rangs, ce que ie veux eſclaircir entierement, par vn exemple facile. Pren 16. cartes, & les diſpoſe ſeulement en deux rangs, tellement qu'il y en ait 8. d'vn coſté, & 8. de l'autre. Lors ſçachant en quel rang eſt la carte penſee, tu és aſſeuré que c'eſt vne des huit: partant prenant les cartes de chaſque rang à part, & les diſpoſant de telle ſorte que tu en mettes vne au premier rang, l'autre au ſecond, puis vne au premier, puis vne au ſecond, & ainſi iuſques à la fin, tu vois bien que des huit cartes entre leſquelles eſt la carte penſee, il en tombe quatre d'vn coſté & quatre de l'autre. Doncques demandant lors en quel rang eſt la carte penſee tu és aſſeuré que c'eſt vne de quatre. Que ſi tu les ranges derechef ainſi que i'ay dit, de ces quatre là il en tombera deux d'vn coſté, & deux de l'autre, partant ſi tu ſçais lors en quel rang eſt la carte penſee, tu és aſſeuré que c'eſt vne des deux. Que ſi finalement tu les ranges encore comme il faut, de ces deux là l'vne ſe treuuera au premier rang, l'autre au ſecond. Par conſequent ſçachant lors en quel rang eſt la carte penſee, tu la deuine-

ras infalliblement. Que si tu veux faire le ieu plus promptement prenant les mesmes 16. cartes, il te les faut disposer en quatre rangs, si bien qu'en chasque rang il y en ait 4. & apres auoir sçeu en quel rang est la carte pensee, disposant derechef les cartes en la façon cy deuant exposee, les quatre de ce rang là se separeront toutes, tellement qu'vne tombera au premier rang, l'autre au second, l'autre au troisiesme, l'autre au quatriesme. Partant tout incontinent tu peux deuiner la carte pensee sçachant le rang où elle est alors.

Par ce mesme artifice quelques vns font vn autre ieu assez gentil, par lequel plusieurs cartes estant proposees à plusieurs personnes, on deuine quelle carte chasque personne à pensee. Par exemple qu'il y ait quatre personnes, pren quatre cartes & les monstrant à la premiere personne, dis-luy qu'elle pense celle qu'elle voudra, & mets à part ces quatre cartes. Puis pren-en quatre autres, & les presente de mesme à la seconde personne, à fin qu'elle pense celle qu'elle voudra; & fais encor tout le mesme auec la troisiesme, & quatriesme personne. Alors prens les quatre cartes de la premiere personne & les dispose en quatre rangs, & sur icelles range les quatre de la seconde personne, puis les quatre de la troisiesme, puis celles de la quatriesme. Et presentant chascun de ces quatre rangs à chasque personne, demande à chascune en quel rang est la carte par elle pensee: car infalliblement la carte de la premiere personne, sera la premiere du rang où elle se treuuera la carte de la seconde personne sera la seconde de son rang; la carte de la troisiesme, sera la troisiesme en son rang, & la carte de la quatriesme, sera la quatriesme du rang où elle se treuuera. Et ainsi des autres, s'il y a plus de personnes, & par consequent plus de cartes. La raison de cecy est bien euidente, partant ie ne m'y amuseray pas d'auantage.

Voyla ce que i'auois dit de ce ieu en la premiere impression de ce liure Mais en ceste seconde, ie veux donner vne autre façon de le faire beaucoup plus belle que toutes les precedentes. Prens vn nombres de cartes qui soit le produit de la multiplication de deux nombres prochains, c'est à dire dont l'interualle soit l'vnité, comme 12. qui se fait multipliant 3. par 4. où 20. qui se fait multipliant 4. par 5. où 30. qui se fait multipliant 5. par 6. où 42. qui se fait multipliant 6. par 7. puis accouple lesdites cartes deux à deux, & ordonne qu'on en pense deux ainsi accouplees comme elles sont. Alors ramasse toutes lesdites cartes ensemble, mettant tousiours celles qui sont accouplees l'vne aupres de l'autre. Apres tu rangeras toutes tes cartes en vn quarré long en ceste sorte. Mets les trois premieres par mesme ordre l'vne à costé de l'autre puis range la 4. sous la 1. Puis mets la 5. à costé de la troisiesme, la 6. sous la 4. la 7. à costé de la 5. la huictiesme sous la 6. & continuë à faire de la sorte, iusques à ce qu'au rang de celles que tu mets à costé l'vne de l'autre, il y ait vn nombse de cartes esgal au plus grand costé de ton quarré long, & vn autre nombre de cartes esgal au moindre costé du mesme quarré long, au rang de celles que tu mets l'vne sous l'autre. Comme si tu as pris 20. cartes, le plus grand costé sera 5. & le plus petit 4. Partant tu rangeras tes cartes en la façon exposee, iusques à ce qu'il y en ait 5. l'vne à costé de l'autre, & 4. l'vne sous l'autre. Ce qui sera, lors que tu auras mis la 8. sous la 6. Cela fait, range à costé de la 4. la 9. la 10. & la 11. toutes de suitte. Puis mets la 12. sous la 9. & la 13. à costé de la 11. & la 14. sous la 12. Apres range tout de suitte la 15. 16. 17. à costé de lo 12. Et finalement la 18. 19. 20. à costé de la 14.

Mais

Mais parce que ie ne te puis icy exprimer 20. *cartes par nombres, prenons au lieu de* 20 *cartes,* 20 *nombres, à sçauoir les* 20 *premiers despuis* 1. *iusques*

A	1	2	3	5	7	B
C	4	9	10	11	13	D
E	6	12	15	16	17	F
G	8	14	18	19	20	H

à 20. *Et supposant que tu les ayes accouplez au commencement deux à deux mettant ensemble* 1 *&* 2. 3 *&* 4. 5 *&* 6. 7 *&* 8 9 *&* 10. 11 *&* 12. 13 *&* 14. 15 *&* 16. 17 *&* 18. 19 *&* 20. *Il est donc certain que suiuant la reigle donnee, tu les rangeras comme tu vois qu'ils sont en la figure apposée. Cela fait tu demanderas en quel rang, ou en quels rangs sont les deux nombres pensez, prenant les rangs d'vn costé à l'autre non pas de haut en bas, le premier estant A B, le second C D, le troisiesme E F, le quatriesme G H. Lors on te dira que les deux nombres pensez sont en vn mesme rang, ou en deux rangs differens specifiant lesdits rangs. S'ils sont en vn mesme rang, tien pour regle asseuree que ce sont deux nombres l'vn à costé de l'autre, dont le premier tient le mesme rang dans son propre rang, que tient ce rang mesme entre les autres rangs, comme si les deux nombres pensez sont au premier rang, le premier d'iceux est le premier du premier rang, & les nombres pensez sont* 1 *&* 2. *s'ils sont au second rang, le premier est le second de ce rang là, & les deux nombres sont* 9 *&* 10. *s'ils sont au troisiesme rang, le premier d'iceux est le troisiesme de ce rang là, & les nombres pensez sont* 15 *&* 16. *s'ils sont au quatriesme rang, le premier d'iceux est le quatriesme de ce rang là, & les nombres pensez sont* 19 *&* 20. *Tu remarqueras donc attentiuement les nombres susdits,* 1.

A	1	2	3	5	7	B
C	4	9	10	11	13	D
E	6	12	15	16	17	F
G	8	14	18	19	20	H

& 2. 9 & 10. 15 & 16. 19 & 20. Car ie les appelle les clefs du ieu, que seruent non seulement pour deuiner les deux nombres pensez, lors qu'ils sont tous deux en vn mesme rang, mais aussi lors qu'ils sont en deux diuers rangs. D'autant qu'en ce cas, aussi tost qu'on t'à manifesté les deux rangs, ou sont les deux nombres pensez, il te faut prendre la clef du rang le plus haut, & sous le premier nombre de ladite clef, tu trouueras au rang d'embas vn des deux nombres pensez, & à costé du second nombre de la clef en esgale distance, tu trouueras l'autre nombre pensé. Par exemple si les deux nombres pensez sont 7. & 8. On te dira, qu'ils sont au premier & au quatriesme rang. Pren donc la clef du plus haut de ces deux rangs, à sçauoir du premier, laquelle & 1. & 2. & descens droit despuis 1. insques au quatriesme rang, tu trouueras 8. vn des nombres pensez. Apres cherche à costé de 2. vn nombre autant esloigné de 2. que 8 est eslogné de 1. tu trouueras 7. l'autre nombre pensé. Que si l'on te dit que les nombres pensez sont au second, & au quatriesme rang, tu prendras la clef du second rang qui est 9. & 10. & descendant droit despuis 9. iusques au quatriesme rang tu trouueras 14 vn des nombres pensez, & si tu prens à costé de 10, vn nombre autant esloigné de 10. que 14 de 9. tu trouueras l'autre nombre pensé qui est 13.

La demonstration de cecy à mesme fondement que les regles donnees cy-deuant, car il est euident, que des nombres accouplez deux à deux, il n'y en à iamais qu'vn couple qui se treuue au mesme rang, de tous les autres l'vn est tousiours en vn rang, & l'autre en vn *autre. Tout ce à quoy il faut bien prendre garde, c'est à disposer lesdits nombres comme i'ay enseigné. Et pour mieux te faire comprendre cet ordre, i'ay icy mis les deux figures suiuantes l'vne de 30 nombres, l'autre de 42.*

1	2	3	5	7	9
4	11	12	13	15	17
6	14	19	20	21	23
8	16	22	25	26	27
10	18	24	28	29	30

1	2	3	5	7	9	11
4	13	14	15	17	19	21
6	16	23	24	25	27	29
8	18	26	31	32	33	35
10	20	28	34	37	38	39
12	22	30	36	40	41	42

Ce ieu se peut faire non pas seulement auec vne personne; mais encor auec plusieurs en mesme temps. Car quand ils seront quatre ou cinq, dont chascun pensera en mesme temps, deux de ces cartes accouplees, apres que tu les auras rangees en vn quarre long tu demanderas à chascun l'vn apres l'autre en quels rangs sont celles qu'il à pensees, & les deuineras par la regle donnee.

PROBLEME DIX-NEVFIESME.

Deuiner de plusieurs cartes, celle que quelqu'vn aura pensée.

PRen tant de cartes qu'il te plaira, & les monstre par ordre à celuy qui en voudra penser vne, & qu'il en pense vne pourueu qu'il se souuienne la quantiesme c'est, à sçauoir, si c'est la premiere, ou la seconde, ou la troisiesme, &c. Mais en mesme temps que tu luy monstres les cartes l'vne apres l'autre conte les secrettement, & quant il aura pensé, & que tu auras conté tant auant qu'il te plaira, pren les cartes que tu auras contées, & dont tu sçais parfaittement le nombre, & pose-les sur les autres que tu n'as pas contées, de telle sorte que les voulant reconter elles se treuuent disposées au contraire, à sçauoir que la derniere soit la premiere, & la penultiesme soit la seconde, & ainsi des autres. Alors dis hardiment que les contant en celle façon la carte pensée tombera sous le nombre des cartes, par toy secrettement contées & transposées, puis luy demandant la quantiesme

tiesme estoit la carte pensée, commence à conter tes cartes ainsi que i'ay dit à rebours, & sur la premiere mets le nombre exprimant la quantiesme estoit la carte pensée, & suiuant l'ordre des nombres, & des cartes tu ne failliras iamais de rencontrer la carte pensee, lors que tu arriueras au nombre que tu auras dit.

DEMONSTRATION.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	K.
1.	2.	3.	4	5.	6.	7.	8.	9.

PRens les cartes A. B. C. D. E. F. G. H. K. & que la premiere soit A, la seconde B. la troisiesme C &c. & que la carte pensée soit la quatriesme, à sçauoir D. & supposons que tu ayes conté tant auant qu'il t'aura pleu, à sçauoir iusques à k. qui sont 9. cartes. Alors ayant renuersé ces 9. cartes & commençant à conter par la derniere, tu diras que la carte pensée viendra la neufuiesme. En apres tu demanderas la quantiesme estoit la carte pensée, & on te dira qu'elle estoit la quatriesme, partant mettant quatre sur le k. & cinq sur H. & six sur G. & ainsi consecutiuement tu trouueras que le nombre 9. tombera infailliblement sur la carte pensée D. Or la cause de cecy n'est pas trop cachée, car en contant les mesmes cartes par ordre, soit qu'on commence par vn bout, soit qu'on commence par l'autre, il y a tousiours le mesme nombre d'vn costé & d'autre. Doncques il y a autant de cartes despuis D. iusques à K, que despuis k.

iusques à D. Partant puis que mettant quatre sur D. le neuf tombe sur k. il est certain que si l'on met quatre sur k. il faudra que le neuf tombe sur D. Partant la practique de ce probleme est suffisamment demonstrée.

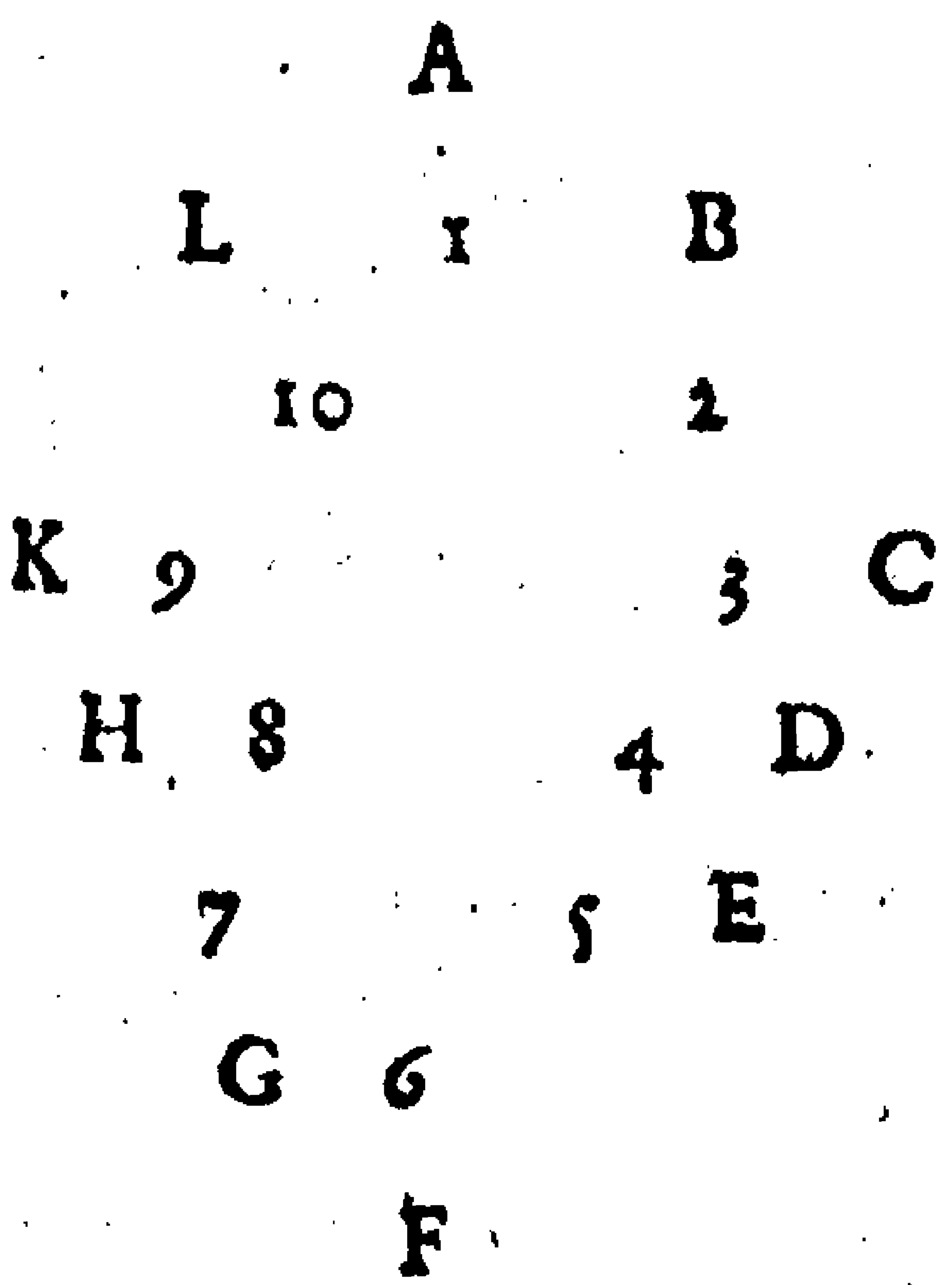
ADVERTISSEMENT.

Quelques vns practiquent ce ieu vn peu diuersement & semble qu'ils le fassent pour mieux couurir l'artifice. Car ils adioustent tousiours 1. au nombre des cartes qu'ils ont contées, & disent que la carte pensée tombera soubs ce nombre là ainsi augmenté d'vn : mais alors ayant demandé la quantiesme estoit la carte pensée, ils ne commencent pas à conter par ce nombre là, mais par vn plus grand d'vne vnité, comme en l'exemple donné ayant conté 9 cartes ils diront que la carte pensée viendra la dixiesme, mais ayant sçeu qu'elle estoit la quatriesme, ils mettront cinq sur le K, six sur H, sept sur G & ainsi consecutiuement.

Or il appert assez que ceste façon de faire reuient à celle que i'ay donnee, car si on accroit esgalement deux nombres, les sommes garderont le mesme interualle, partant entre 5. & 10. il y a autant d'interualle qu'entre 4 & 9. Doncques si mettant 4 sur K, le 9. tombe sur D. comme i'ay preuué, il faut necessairement que mettant 5. sur K, le 10. tombe sur le mesme D.

PROBLEME VINGTIESME.

De plusieurs nombres par ordre commenceans par l'vnité, & disposez en rond, deuiner lequel on aura pensé.



SOyent par exéple dix nombres A. B. C. D. E. F. G. H. K. L. commenceans par l'vnité,& disposez comme tu vois, tellement que A soit vn B deux C trois, D quatre &c. comme si c'estoyent dix cartes commençant par l'As, & suiuant par ordre iusques à dix, & que quelqu'vn pense celle qu'il voudra, puis qu'il en touche vne laquelle qu'il luy

luy plaira. Lors au nombre de celle qu'il aura touchée adiouste le nombre iuste de toutes les cartes, & luy fay conter à rebours iusques à ceste somme là, commençant par celle qu'il a touchée, & mettant sur icelle secretement le nombre de celle qu'il a pensee, & infalliblement à la fin il tombera sur la carte pensée. Par exemple qu'il pense le G. à sçauoir 7. & qu'il touche le B. à sçauoir 2. Adiouste à 2. tout le nombre des cartes à sçauoir 10. tu auras 12. dis luy qu'il conte iusques à 12. commençant dés-puis B. & allant à rebours du costé de A. L. k. &c. mettant le nombre pensé, à sçauoir 7. sur B. Ainsi 8. tombera sur A. & 9. sur L. & 10. sur k. & 11. sur H. & finalement 12. sur la carte pensée G. Le mesme aduiendroit quelle quantité de nombres qu'il y eut, comme s'il y en auoit 15. tu adiousterois 15. au nombre touché, & ferois conter iusques à telle somme, allant à rebours & commençant par le nombre touché, & mettant sur iceluy le nombre pensé & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

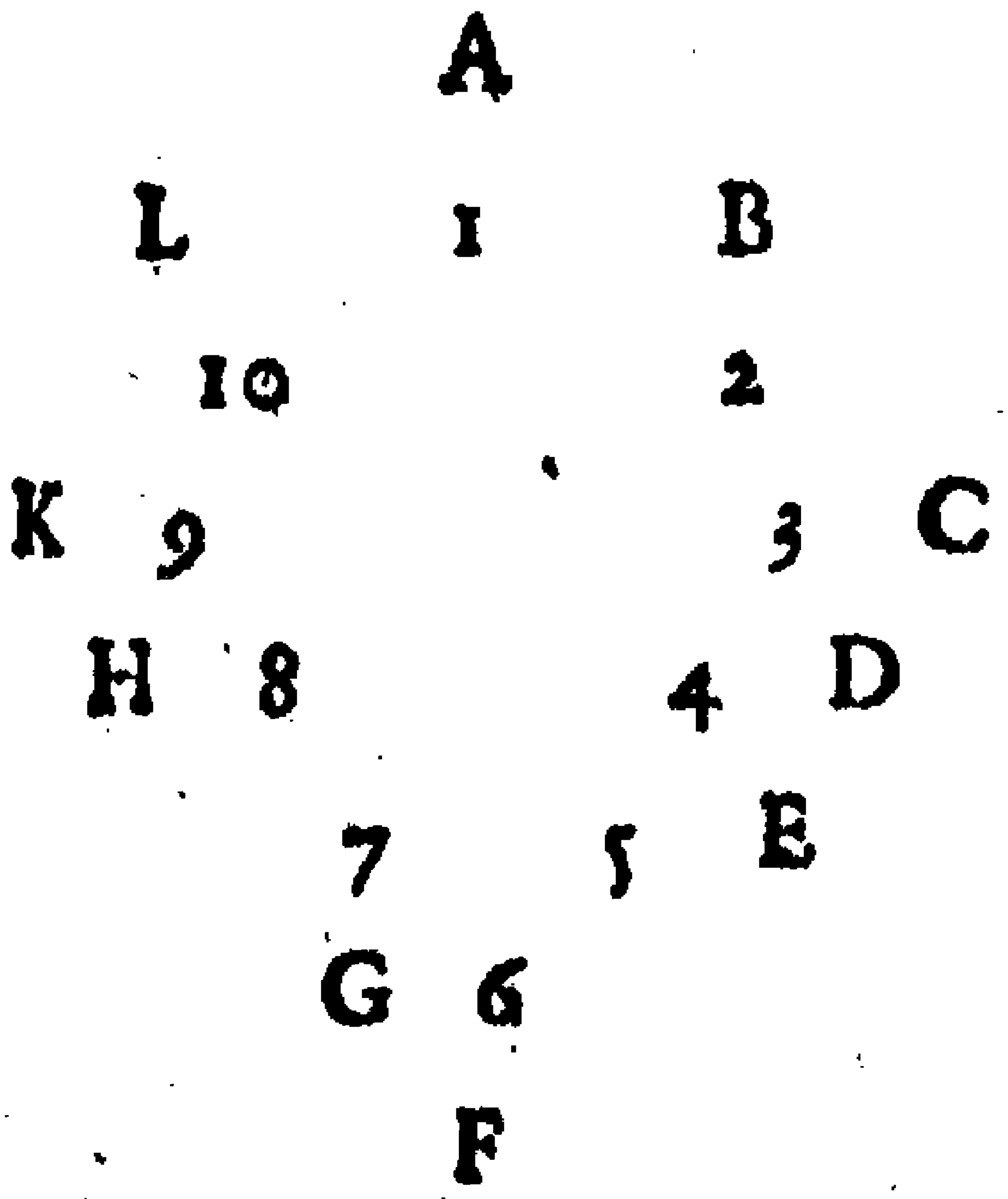
LA demonstration de ce ieu est facile presupposant deux principes. L'vn est celuy que i'ay des-ja apporté en la demonstration du probleme precedant, à sçauoir que plusieurs vnitez estant disposées par ordre, si l'on met vn nombre sur la premiere, & que continuant à conter selon l'ordre naturel des nombres, il en tombe vn autre sur la derniere, le mesme nombre tombera sur la premiere, si l'on met sur la derniere

celuy

celuy la qu'on auoit mis sur la premiere, & qu'on conte à rebours.

L'autre principe est que plusieurs vnitez estans disposées en rond, si l'on commence à conter par quelqu'vne, & qu'on mette quelque nombre sur icelle, poursuiuant de conter en rond iusques à ce qu'on reuienne à celle par laquelle on a commencé, le nombre qui se fait adioustant tout le nombre des vnitez à celuy qu'on aura mis sur ladicte vnité, tombera sur la mesme vnité. Par exemple que l'on commence à conter despuis A, & que l'on mette 8 dessus. Il est euident que si l'on parfaict le rond, en fin dessus le mesme A, il tumbera 18. qui se faict adioustant 8 au nombre des vnitez qui est 10.

Car commençant à conter par vne des vnitez, & parfaisant tout le rond, on parcourt toutes les vnitez, partant c'est autant que prendre tout le nombre desdictes vnitez.



Or cela supposé, que quelqu'vn ait pensé la carte G. à sçauoir 7. Alors celle qu'il touchera, ou ce sera la mesme, ou vne autre apres suiuante en l'ordre naturel des nombres, ou vne autre deuant.

Premierement qu'il ait touché la mesme, alors la chose est euidente. Car par la reigle donnee il commen-

commencera à conter deſpuis le meſme G. iuſques à 17. mettant 7 ſur le meſme G, partant par le ſecond preſuppoſé, le nombre 17. tombera ſur le meſme G.

Secondement qu'il ait touché vne carte ſuiuante comme L. alors adiouſtant le nombre des cartes ſelon la reigle au nombre de L, tu feras conter iuſques à 20. mettant ſur L le nombre penſé 7. Or eſt-il que G, eſtant 7. & pourſuiuant à conter par ordre, le nombre 10 tombe ſur L. Doncques ſi ſur L. nous mettons 7. en contant à rebours, & reuenant par le meſme chemin, le nombre 10. tombera infalliblement ſur G. par le premier preſuppoſé. Doncques le nombre 20. tombera auſſi ſur le meſme G par le ſecond preſuppoſé.

Finalement qu'il ait touché quelque carte precedente comme B, alors adiouſtant 10 à 2. tu feras conter iuſques à 12. mettant le nombre pensé 7. ſur B: & allant du coſté de A, L, K, & cetet. Or eſt-il que mettant 2. Deſſus B, & contant naturellement du coſté de C. D. & cet. le nombre 7. tombe ſur G; Doncques ſi l'on s'imagine que B ſoit 7. il s'enſuit qu'on ſuppoſe que G. ſoit 2, par le premier preſuppoſé. Partant quand l'on met 7. deſſus B, & qu'on pourſuit à conter du coſté de A, c'eſt autant que ſi l'on auoit commencé à conter deſpuis G; mettant 2. ſur iceluy. Il eſt donc certain par le ſecond preſuppoſé que pourſuiuant à conter, & parfaiſant le rond, le nombre 12 tombera ſur le meſme G. Par conſequent la practique de ce ieu demeure parfaictement demonſtree.

ADVER

ADVERTISSEMENT.

On peut en deux sortes diuersifier la practique de ce ieu.

Premierement faisant comme i'ay dit que quelques vns font au probleme precedent. Par exemple qu'on ait pensé 7. & touché B comme cy dessus. Au lieu de faire conter iusques à 12. comme la reigle donnee enseigne, ie feray conter iusques à 13. qui est 1. plus: mais alors sur la carte touchee B, ie ne feray pas mettre le nombre pensé 7. ains l'autre qui suit, à sçauoir 8. & infalliblement le nombre 13. tombera sur G. & il est certain que par ceste façon l'on couure mieux l'artifice.

Secondement pour trouuer le nombre iusques auquel ie veux faire conter. Ie puis au nombre de la carte touchee, adiouster le nombre de toutes les cartes non vne fois seulement, mais deux, trois, quatre ou plusieurs fois. Par exemple B. estant touché ie peux faire conter iusques à 12. ou iusques à 22. iusques à 32. 42. & cet. & ainsi iusques à quel autre nombre qui prouiendra adioustant à 2. quelque multiple de 10. & la raison est la mesme que celle que i'ay apportee au second presupposé, car sur la mesme carte que tombera 12. sur la mesme, parfaisant le rond tomberont aussi 22. 32. 42. & cet.

Le mesme s'entend si l'on veut practiquer le ieu en la façon cy deuant declaree. Par exemple le mesme B estant touché, si l'on fait conter iusques à 13. au lieu de 12. on peut aussi faire conter iusques à 23. 33. 43. & cet. & ainsi des autres vnitez.

Prens garde que si tu fais ce ieu auec dix cartes, il aura

aura plus de grace, & l'artifice se cachera mieux si tu renuerses les cartes, tellement qu'on ne voye pas comme elles sont disposees : mais il est necessaire que tu remarques la disposition d'icelles, à fin de sçauoir le nombre de la carte touchee, pour trouuer celuy iusques auquel il faut faire conter.

PROBLEME XXI.

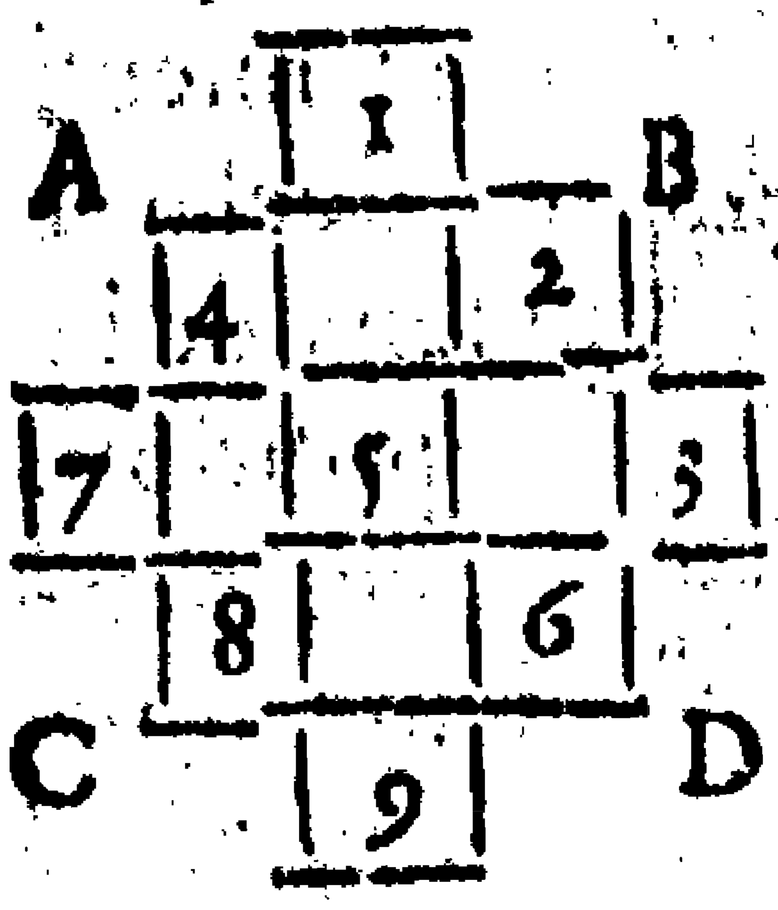
Disposer en trois rangs les neuf premieres cartes, depuis l'As, iusques au 9. tellement que les points de chasque rang assemblez fassent tousiours la mesme somme, tant en long, qu'en large, & en diametre.

	G	K	M	
A	4	9	2	B
C	3	5	7	D
E	8	1	6	F
	H	L	O	

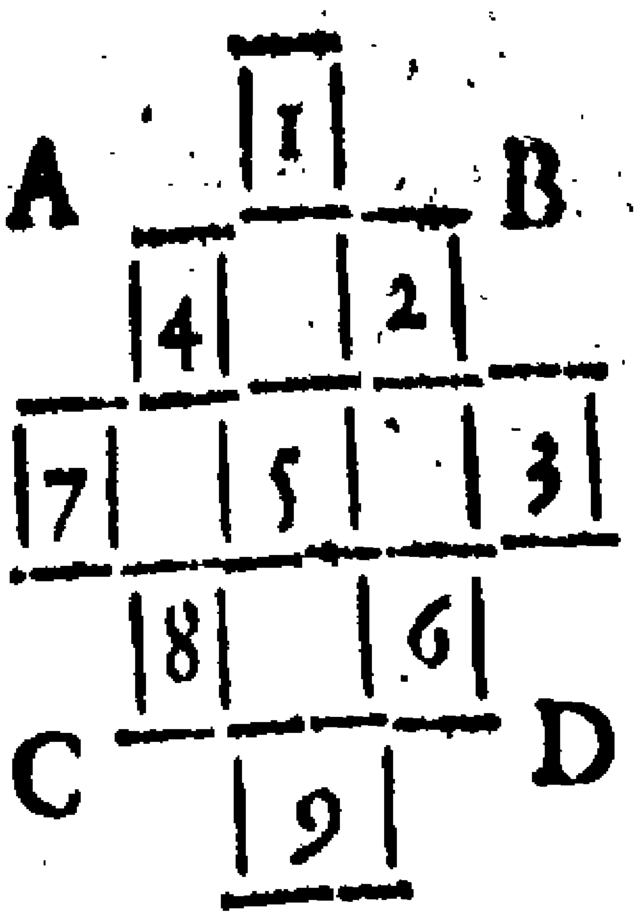
IE ne sçaurois mieux te declarer le sens de la proposition de ce probleme ny mieux t'enseigner le moyen de le parfaire, qu'en t'exposant la figure que i'ay mise à costé ; ou tu vois que les neuf premiers nombres sont disposez en trois rangs, tellement que chascun des rangs A B. C D. E F. faict la somme de 15. & derechef chascun des trois rangs G H. K L. M N. faict semblablement 15. & les nombres qui sont disposez en diametre, à sçauoir d'vn costé 4. 5. 6. & de l'autre 2. 5. 8. font encore 15. Quant à la reigle generale pour disposer ainsi tous les nombres despuis l'vnité iusques à vn nombre quarré, quel qu'il soit; i'en parleray en l'aduertissement.

ADVERTISSEMENT.

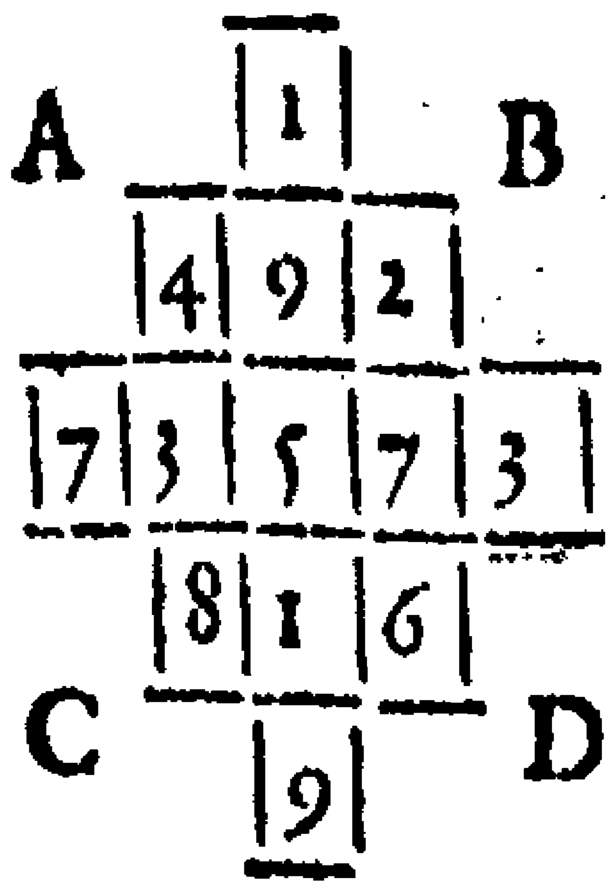
I'ay veu en plusieurs autheurs, disposez en ceste sorte tous les nombres despuis l'vnité iusques aux sept nombres quarrez consecutifs commençant à 9. à sçauoir 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. Mais la reigle pour les disposer ainsi, ie ne l'ay treuuee en aucun autheur. Or apres auoir beaucoup speculé là dessus, i'ay en fin treuué vne reigle tres-belle & tres-facile pour tous les quarrez impairs: mais pour les pairs, ie n'ay peu rencontrer aucune iusques à present qui soit parfaicte, & qui me contente. Quant à la reigle des quarrez impairs elle est telle. Fais vn quarré parfaict A B C D. & diuise chasque costé en autant de parties esgalles, qu'il y a d'vnitez au costé du quarré que tu veux disposer; Puis tire des lignes paralleles aux costez tant en long qu'en large des points de tes diuisions, & tout le quarré se treuuera diuisé en autant de petits quarrez, que tu as de nombres à disposer comme si tu veux disposer neuf nombres tout le quarré A B C D, sera diuisé en 9 petits quarrez, comme tu vois en la figure. Apres allonge sur tous les costez, les lignes tirees des points de tes diuisions, & fais derechef des petits quarrez semblables aux premiers, qui aillent tousiours decroissant du nombre de deux, iusques à ce qu'ils se terminent



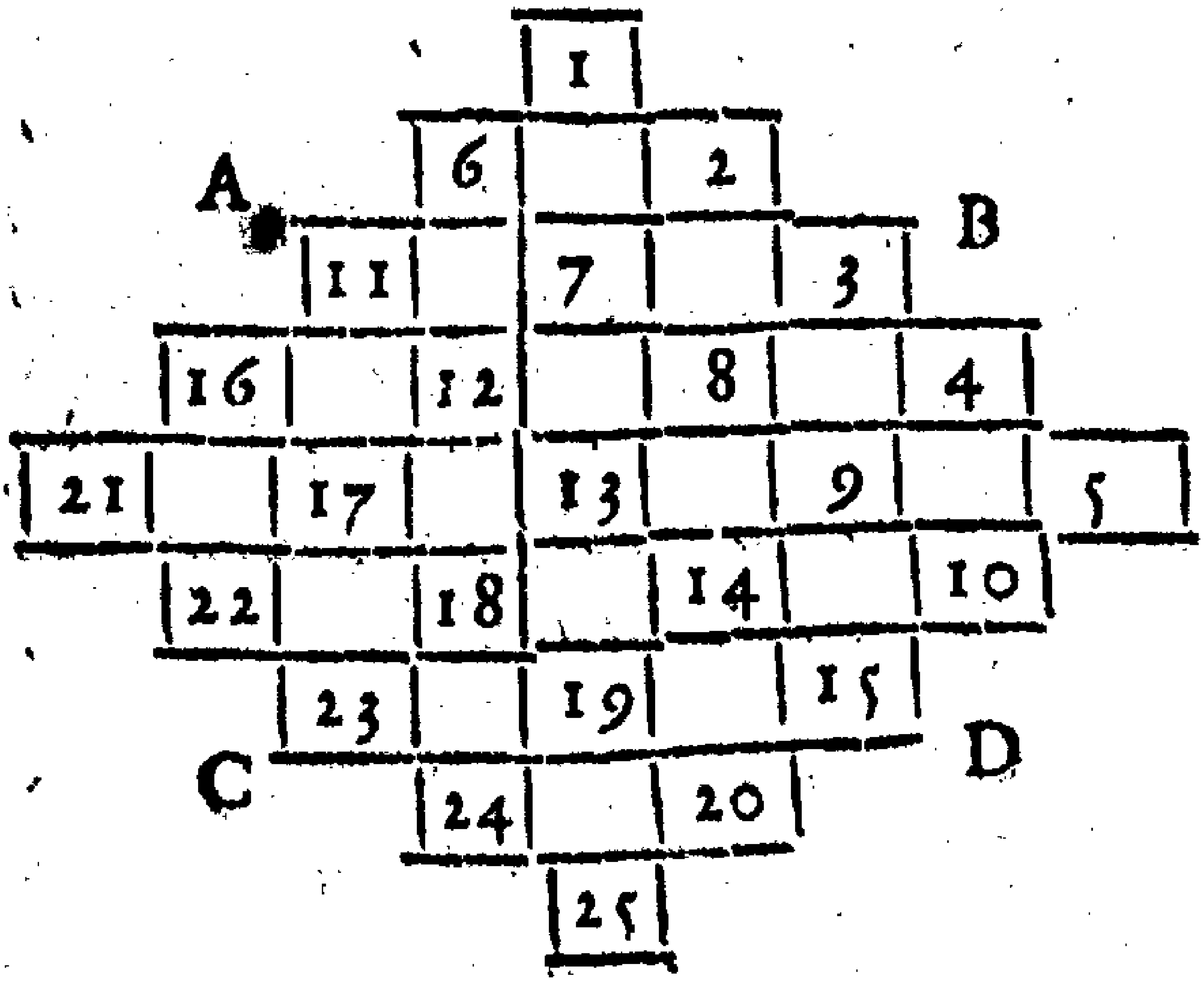
nent.

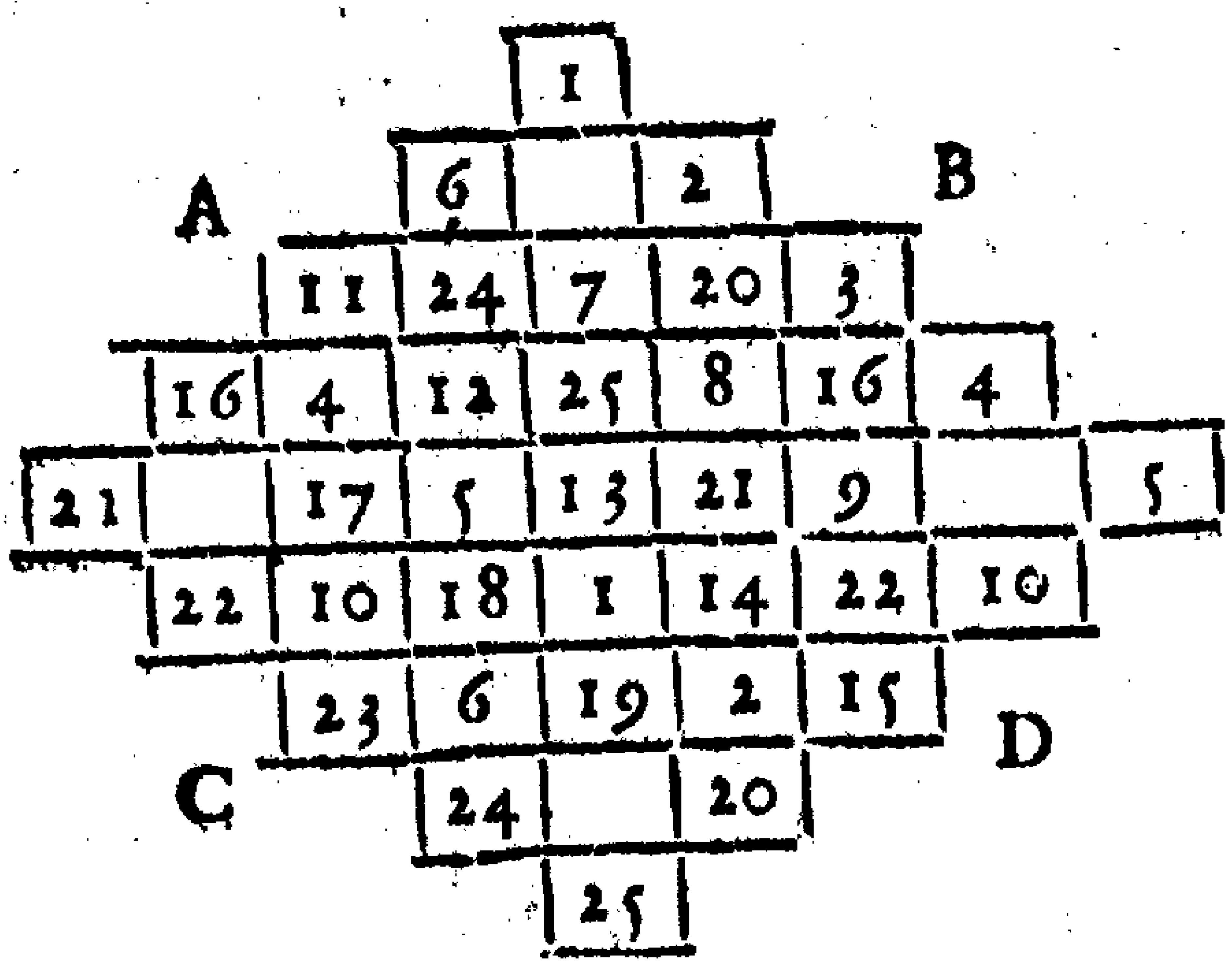


nent en vn seul petit quarré, lors range tes nombres suiuant l'ordre naturel des nombres & mets 1 au petit quarré d'enhaut, & le 2. & le 3. aux petits qui sont à l'entour du mesme diametre que le premier, c'est à dire que 1. 2. 3. se doiuent disposer dans les trois petits quarrez qui vont en biaisant, & semblablement dans trois autres tu mettras 4. 5. 6. *& dans trois autres* 7. 8. 9. *comme tu vois en la premiere figure. Cela faict, les nombres qui se treuueront dans ton quarré* A B C D. *seront iustement colloquez en leurs places, à sçauoir* 2. 4. 5. 6. 8. *Mais les autres qui sont demeurez dehors, tu les mettras dans les places vuides qui restent vsant seulement de transposition, c'est à sçauoir que ceux d'enhaut, tu les mettras en bas, & ceux d'embas tu les porteras en haut; Ceux du costé gauche, passeront au costé droit, & ceux du costé droit, iront au costé gauche, comme tu vois en la seconde figure. Ainsi tous tes nombres seront disposez en la façon que requiert ce probleme. Mais remarque que la reigle generale de la transposition est qu'il faut porter le nombre qui se treuue hors de ton quarré, dans le mesme rang ou il se treuue, autant de places plus auant, qu'il y a d'vnitez au costé de ton quarré : Comme en nostre exemple, il le faut porter trois places plus auant, à cause que 3 est le costé de 9. & si nous auions pris au lieu de 9. les quarrez 25. ou 49. on porteroit les nombres qui se treuueroient*



hors des quarrez 5 places ou 7 places plus auant, à cause que 5. est le costé de 25. & 7 est le costé de 49. Pour mieux te faire entendre ceste reigle, i'ay disposé icy en mesme sorte tous les nombres despuis 1. iusques à 25. comme tu vois es deux figures suiuantes.

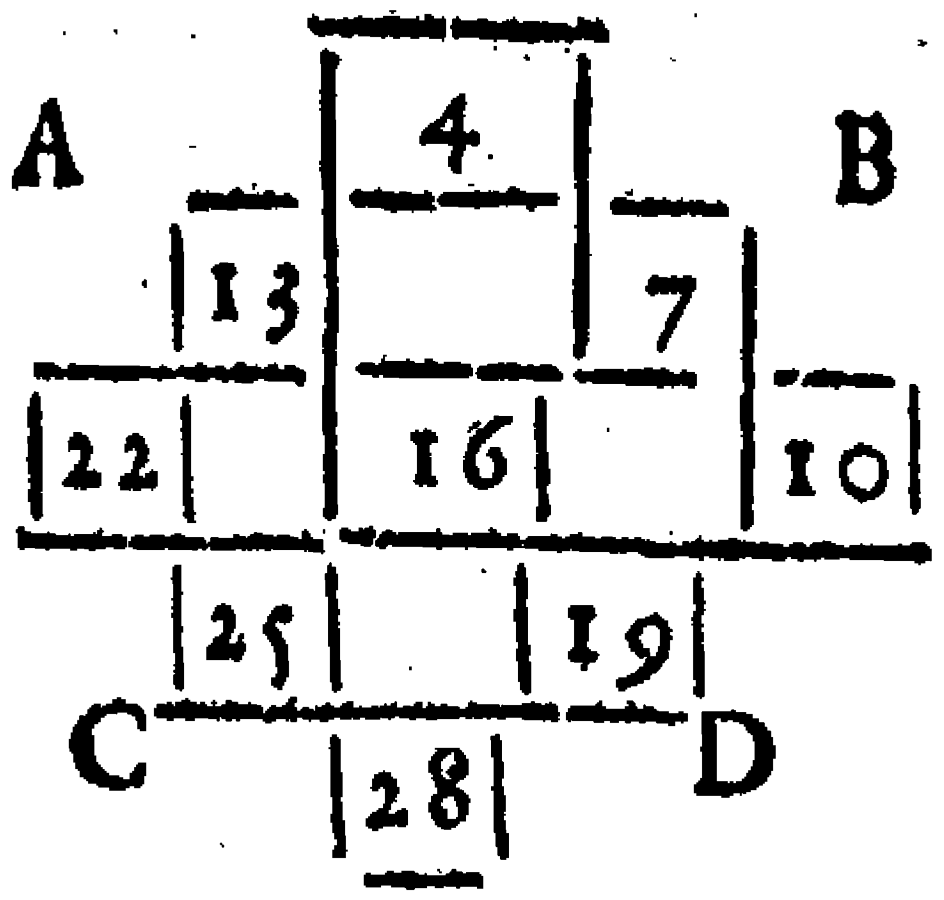


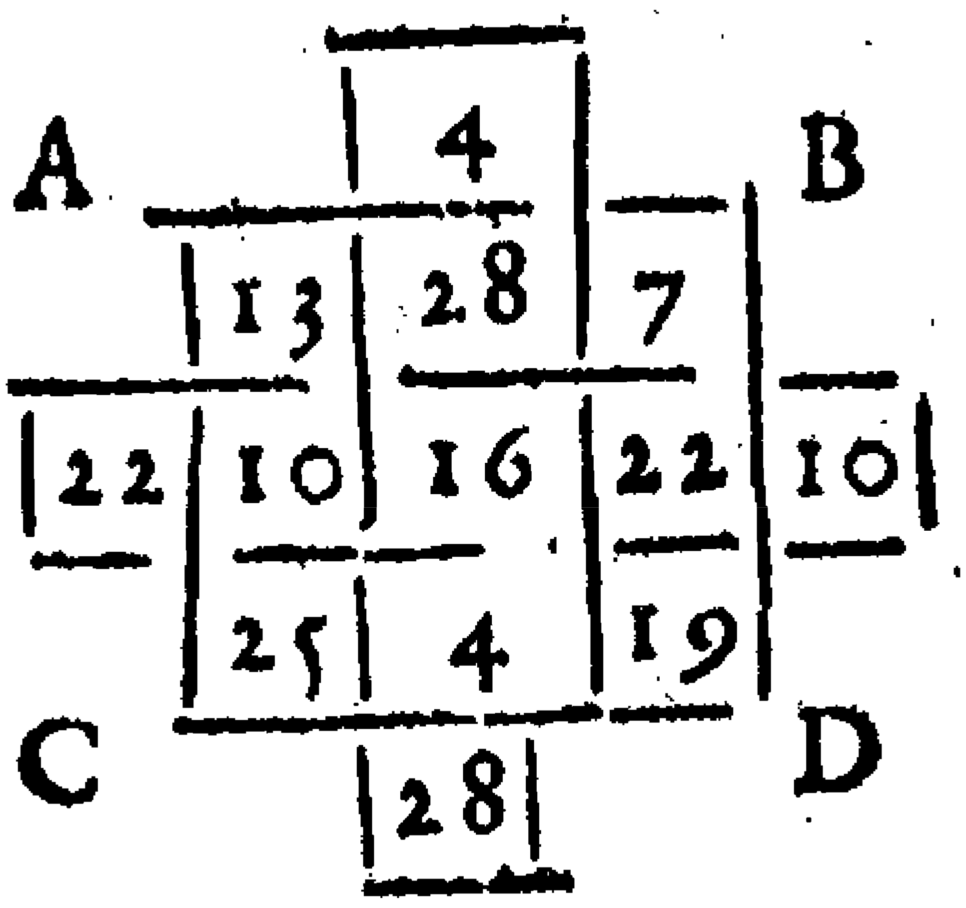


Ainsi les 25 nombres sont disposez comme il faut dans le quarré A B C D. car la somme de chasque rang est tousiours 65. La mesme reigle sert en tous

autres

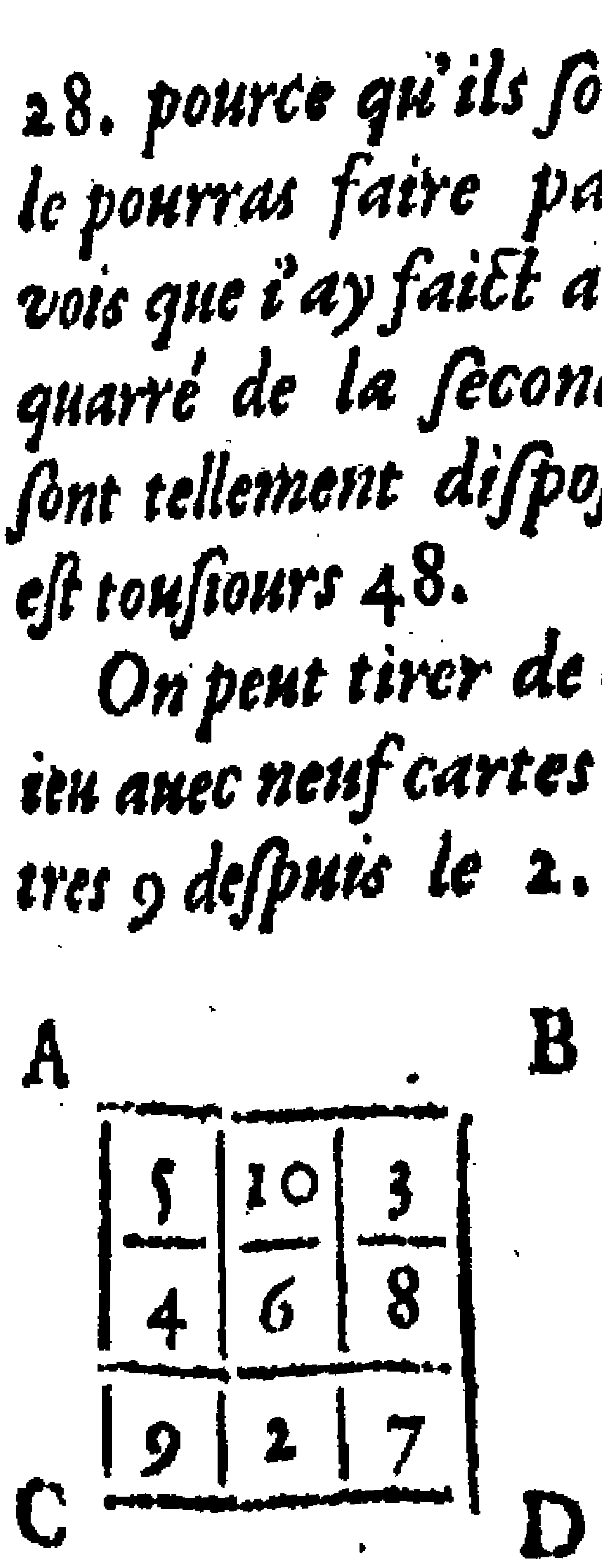
autres nombres, pourueu qu'ils soient pris en continuelle progression Arithmetique, encor qu'ils ne commenceront point par 1. & que la difference de la progression ne sera point 1. Comme si tu veux ainsi disposer les 9 nombres suiuans 4.7.10.13.16.19.22.25.





28. pource qu'ils sont en progression arithmetique, tu le pourras faire par la reigle donnee, & comme tu vois que i'ay faict aux deux figures apposees, car au quarré de la seconde A B C D. lesdits 9. nombres sont tellement disposez que la somme de chasque rang est tousiours 48.

On peut tirer de cecy vne autre façon de faire ce ieu auec neuf cartes, laissant l'as, & prenant les autres 9 despuis le 2. iusques au 10. & si tu obserues



bien la reigle, elles se treuueront disposees comme tu vois en la figure, ou la somme des nombres de chasque rang est tousiours 18.

En outre c'est chose digne de remarque que les nombres disposez en diametre ne font pas seulement la mesme somme, que font ceux de chascun des autres rangs. Mais encore ils se treuuent tousiours disposez en progression arithmetique. Et de ceux du

A B

5	10	3
4	6	8
9	2	7

C D

diametre A D, la difference de la progression est la mesme, que celle de la progression de tous les nombres; de ceux du diametre B C, la difference de la progression, est le produit de la multiplication de la difference de ceux du diametre A D, par le costé du quarré, qui exprime la multitude des nombres. Ce que tu peux verifier par tous les exemples que i'ay rapportez.

Voila tout ce que ie puis dire touchant la reigle des quarrez impairs, dont ie ne donne point la demonstration, à cause que pour ce faire, il me faudroit icy rapporter vn liure tout entier de mes elemens Arithmetiques auquel ie demonstre les proprietez de la progression Arithmetique.

Quant à la reigle des quarrez pairs, i'ay desia dit que ie n'en ay point encor treuué vne parfaicte. C'est pourquoy ie ne m'amuseray pas à mettre, par escrit, plusieurs particulieres obseruations que i'ay faictes sur ce subiet, auec lesquelles neantmoins, i'ay disposé tous les nombres despuis l'vnité, iusques aux quarrez 100 & 144. *ce que personne n'auoit encore faict deuant moy. Mais i'aduertiray bien le lecteur, que pour ces quarrez pairs, il faut necessairement donner deux reigles differentes, à cause que ceux dont le costé est pairement pair ne se disposent pas du tout de la mesme façon, que ceux dont le costé est pairement impair. Et pour le faire voir clairement, comme aussi pour donner quelque lumiere à ceux qui apres moy voudront prendre la peine de chercher ces reigles, i'ay mis icy les figures des cinq premiers quarrez pairs, à sçauoir de* 16. 36. 64. 100. 144 *disposez comme il faut, & dessous chasque figure i'ay costé le nombre*

quarré,

quarré, dessus i'ay mis la somme que font les nombres de chasque rang.

16

A B

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

C D

34

A 36 B

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
23	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

C D

111

64

A B

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

C D

260

100

A | | | | | | | | | | B
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 92 | 93 | 7 | 5 | 96 | 4 | 98 | 99 | 1 |
| 11 | 19 | 18 | 84 | 85 | 86 | 87 | 13 | 12 | 90 |
| 71 | 29 | 28 | 77 | 76 | 75 | 24 | 23 | 22 | 80 |
| 70 | 62 | 63 | 37 | 36 | 35 | 34 | 68 | 69 | 31 |
| 41 | 52 | 53 | 44 | 46 | 45 | 47 | 58 | 59 | 60 |
| 51 | 42 | 43 | 54 | 56 | 55 | 57 | 48 | 49 | 50 |
| 40 | 32 | 33 | 67 | 65 | 66 | 64 | 38 | 39 | 61 |
| 30 | 79 | 78 | 27 | 26 | 25 | 74 | 73 | 72 | 21 |
| 81 | 89 | 88 | 14 | 15 | 16 | 17 | 83 | 82 | 20 |
| 100 | 9 | 8 | 94 | 95 | 6 | 97 | 3 | 2 | 91 |

C D

505.

144.

A B

12	134	135	9	8	138	139	5	4	142	143	1
121	23	22	124	125	19	18	128	129	15	14	132
109	35	34	112	113	31	30	116	117	27	26	120
48	98	99	45	44	102	103	41	40	106	107	37
60	86	87	57	56	90	91	53	52	94	95	49
73	71	70	76	77	67	66	80	81	63	62	84
61	83	82	64	65	79	78	68	69	75	74	72
96	50	51	93	92	54	55	89	88	58	59	85
108	38	39	105	104	42	43	101	100	46	47	97
25	119	118	28	29	105	114	32	33	111	110	36
13	131	130	16	17	127	126	20	21	123	122	24
144	2	3	141	140	6	7	137	136	10	11	133

C D

870.

Au

Au reste toutes les proprietez des nombres des quarrez impairs que nous auons declarées cy dessus conuiennent aussi à ceux cy des quarrez pairs. Car premierement on peut disposer en mesme sorte toute multitude de nombres qui soit vn quarré pair, pourueu que lesdits nombres soyent en progression Aritmethique, & cela se fera imitant la figure du quarré pair qui exprime la multitude des nombres, & mettant le plus petit de tes nombres en la place de 1. *l'autre apres en la place de* 2. *le troisiesme au lieu du* 3. *& ainsi consecutiuement. Par exemple si tu veux ainsi disposer les seize nombres suiuans* 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38. 41. 44. 47. 50. *tu imiteras la figure du quarré* 16. *comme i'ay dit, & les rangeras ainsi que tu les vois en la figure, ou la somme des nombres de chasque rang, est tousiours* 110.

A	14	44	47	5	B
	29	23	20	38	
	17	35	32	26	
C	50	8	11	41	D

En outre les nombres disposez en diametre, obseruent aussi la progression Aritmethique; mais la difference de de la progression de ceux du diametre A D est le produit de la multiplication de la difference de la progression de tous les nombres; par vn nombre moindre de l'vnité que le costé du quarré: & la difference de la progression de ceux du diametre B C est le produit de la multiplication, de la difference de la progression de tous les nombres, par vn nombre surpassant de l'vnité le costé du quarré.

PROBLEME XXII.

Si deux ont proposé entre eux, de dire chascun l'vn apres l'autre alternatiuement vn nombre à plaisir, qui toutesfois ne surpasse point vn certain nombre prefix, pour voir adioustant ensemble les nombres qu'ils diront, qui arriuera plustost à quelque nombre prescrit; faire si bien qu'on arriue tousiours le premier au nombre destiné.

SOIT 100. le nombre destiné, & que le nombre prefix, qu'on ne peut passer soit 10. si bien qu'il soit permis de dire 10. ou tout nombre moindre. Par exemple le premier die 7. le second 10, qui font 17. puis le premier prenne 5. qui font 22. & le second prenne 8. qui font 30. & ainsi tousiours l'vn apres l'autre alternatiuement prenne vn nombre à plaisir, ne surpas-

surpassant point 10. & qu'on adiouste tousiours les nombres qu'ils diront, iusques à ce qu'on paruienne à 100. & que celuy qui dira le nombre accomplissant 100. soit reputé pour vainqueur. Or pour vaincre infalliblement, adiouste 1. au nombre qu'on ne peut passer, qui est icy 10. tu auras 11. & oste continuellement 11. du nombre destiné 100. tu auras ces nombres. 89. 78. 67. 56. 45. 34. 23. 12. 1. Partant si tu commences à dire 1. quel nombre que ton aduersaire die, il ne te pourra empescher de paruenir à 12. & de là à 23. & de là, à 34. & de là, à 45. & de là, à 56. & de là, à 67. & de là, à 78. & de là, à 89. & finalement de là, à 100. Dont il appert que si les deux qui ioüent à ce ieu sçauent tous deux la finesse infalliblement celuy qui commence emporte la victoire. Toutesfois ce n'est pas reigle generale, car si l'on changeoit le nombre destiné à sçauoir 100. ou le nombre qu'on ne peut passer à scauoir 10. la chose pourroit aller autrement, comme ie declareray cy-apres.

DEMONSTRATION.

La demonstration de cecy est assez euidente, si l'on considere attentiuement la facon que i'ay donnee pour former la regle generale. Car en l'exemple proposé (qui nous seruira pour tout autre) quand tu prens 11. surpassant d'vn le nombre 10. que l'õ ne peut surpasser, & que tu l'ostes de 100. dont il reste 89. il appert que si tu dis 89. quoy que die ton aduersaire, il ne te peut empescher de paruenir à 100. Car premierement quãd

il

il diroit le plus grand nombre qu'il puisse dire à sçauoir 10. il ne peut paruenir à 100. d'autant qu'entre 89, & 100. l'interualle est 11. mais il ne paruiendra qu'à 99. & partant il ne te restera qu'vn pour accomplir 100.

Secondement quand il diroit le moindre nombre qu'il puisse dire, à sçauoir 1. tu ne lairras pourtant de gaigner, car il ne te restera que 10. pour paruenir à 100. d'autant que la difference de 89. à 100. estant 11. s'il adiouste 1. à 89. il ne te faudra adiouster que 10. pour parfaire 100.

Finalement quel autre nombre qu'il die entre 1. & 10. il est trop euident qu'a plus forte raisõ tu pourras accomplir 100. Pour la mesme cause si de 89. tu ostes 11. dont il reste 78. il appert qu'ayant pris 78. ton aduersaire ne te peut empescher de venir à 89. & pour la mesme raison ayãt dit 67. on ne te peut empescher de dire 78. & ainsi de tous les autres nombres assignez qui restent ostant continuellement 11. Doncques la regle est infallible & parfaictement demonstree.

ADVERTISSEMENT.

On peut apporter de la diuersité en la practique de ce ieu.

Premierement à cause que le nombre destiné pour y paruenir, peut estre quel nombre que l'on voudra choisir, par exemple au lieu de 100. *on se pourroit proposer* 120. *& alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent.* 109. 98. 87. 76. 65. 54. 43. 32. 21. 10. *Où il appert aussi que celuy qui commenceroit gaigneroit infalliblement.*

Secondement pource que le nombre prefix que l'on ne

peut

peut passer, se peut aussi changer à plaisir. Par exemple voulant tousiours paruenir à 100. *on pourroit pour le nombre prefix choisir* 8. *& alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent* 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1. *& celuy qui commenceroit gagneroit aussi. Mais si l'on prenoit* 9. *pour le nombre prefix, les nombres à remarquer seroyent* 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20. 10. *Partant il appert que celuy qui commenceroit pourroit perdre, si l'autre entẽdoit le secret du ieu, d'autant que le premier ne pouuant passer* 9. *ne pourroit paruenir à* 10. *& ne pouuant dire moins que* 1. *il ne pourroit empescher que l'autre ne paruint à* 10. *& partant il ne pourroit empescher qu'il ne paruint à tous les autres nombres consecutiuement & finalement à* 100.

Mais il est certain que tous ces ieux ne se font pas ordinairement auec ceux qui les sçauent desia, ains auec ceux qui les ignorent. Partant si ton aduersaire ne sçait pas la finesse du ieu, tu ne dois pas prendre tousiours tous les nombres remarquables & necessaires, pour gaigner infalliblement, car faisant ainsi tu descouuriras trop l'artifice, & s'il est homme de bon esprit il remarquera tout incontinent ces nombres là, voyant que tu choisis tousiours les mesmes, mais au commencement tu peux dire à la volée des autres nombres, iusques à ce que tu approches du nombre destiné, car alors tu pourras subtilement accrocher quelqu'vn des nombres necessaires de peur d'estre surpris.

PRO

PROBLEME XXIII.

Estant psoposé quelque nombre d'vnitez distinguees entre elles, les disposer & ranger par ordre en telle sorte, que reiettant tousiours la neufiesme, ou la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra, iusques à vn certain nombre, les restantes soyent celles que l'on voudra.

ON à accoustumé de proposer ce Probleme en ceste sorte, Quinze Chrestiens & quinze Turcs se treuuent sur mer dans vn mesme nauire, & s'estant esleuee vne terrible tourmente, le pilote dit qu'il est necessaire de ietter dans la mer la moitié des personnes qui sont en la nef, pour sauuer le reste. Or cela ne se peut faire que par sort; Partant on est d'accord que se rangeans tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on iette chasque neufuiesme dans la mer iusques à ce que de 30. qu'ils sont, il n'en demeure que 15. On demande comment il les faudroit disposer pour faire que le sort tombat sur les 15. Turcs sans perdre aucun des Chrestiens. Pour faire cecy promptement, remarque ces deux vers:

Mort tu ne falliras pas
En me liurant le trespas.

Et pren garde seulement aux voyelles a e i o u. T'imaginant que la premiere a, vaut vn, la seconde e, vaut 2. la troisiesme i, vaut 3. la quatriesme o, vaut quatre, & la cinquiesme u, vaut 5, & d'autant qu'il faut commencer par les Chrestiens, en la premiere syllabe (Mort) la voyelle o te monstre qu'il faut en premier lieu mettre 4. Chrestiens: en la seconde syllabe (Tu) la voyelle u te monstre qu'il faut apres ranger 5. Turcs. Ainsi (ne) signifie 2. Chrestiens; (fal) vn Turc; (li) 3. Chrestiens; (ras) vn Turc (pas) vn Chrestien; (en) 2. Turcs; (me) 2 Chrestiens; (li) 3. Turcs: (vrant) vn Chrestien; (le) 2 Turcs; (tres) 2. Chrestiens; (pas) vn Turc. La regle generale pour faire le mesme en tout nombre despend de ce que ie diray en la demonstration.

DEMONSTRATION.

VOulant faire ce ieu en quel nombre que ce soit, par exemple en 30. imagine toy 30. vnitez toutes semblables comme celles que tu vois

oooooooooooooooo
oooooooooooooooo

icy descrites, & commençant à conter par la premiere, marque la neufuiesme ou la tantiesme que l'on voudra auec quelque signe comme mettant dessus quelque marque, puis conte despuis celle que tu as marquee, de la mesme facon, & marque aussi la neufuiesme, & continuë à faire le mesme recommençant quand tu seras au bout, & sautant toutes celles que

tu

tu auras des-ja marquees, iusques à ce que tu en ayes marqué le nombre requis, comme en l'exemple proposé, iusques à ce que tu en ayes marqué quinze; car alors toutes les vnitez marquees seront celles qu'il faudra rejetter, & les autres, celles qui demeureront. La raison en est bien euidente. Partant si tu remarques la disposition desdictes vnitez, à sçauoir comment les marquees sont disposees parmy les non marquees, tu feras aysément vne regle pour quel nombre que ce soit.

ADVERTISSEMENT.

Il est aisé à voir que ce ieu se peut practiquer fort diuersement. Car premierement, le nombre des vnitez peut estre tel que l'on veut, par exemple au lieu de 30. on en pouuoit mettre 40. 50. 60. où plus, où moins. Secondement au lieu de rejetter tousiours la neufuiesme, on peut rejetter la sixiesme, la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra.

Finalement au lieu d'en rejetter autant qu'il en demeure on peut n'en rejetter que tant peu que l'on voudra, tellement qu'il en demeure d'auantage, ou bien en rejetter si grand nombre qu'il en demeure beaucoup moins, comme en l'exemple donné, supposant qu'il y eut eu dans la nef 6. Turcs seulement, & 24. Chrestiens, & que pour descharger le vaisseau, il n'en eut fallu ietter en mer que la cinquiesme partie des personnes à sçauoir 6. on les eut peu disposer de sorte, que le sort fut tombé seulement sur les 6. Turcs. De mesme s'il y auoit 20. Turcs, & 10. Chrestiens, & qu'il en fallust oster les $\frac{2}{3}$. *On les pourroit disposer en telle façon que les 20.*

Turcs s'en iroyent, & les 10. Chrestiens demeureroient.

Or comme i'ay touché en la preface de cette œuure, c'est par ceste inuentiõ que Iosephe se sauua tres-subtilement dans Iotapata ainsi qu'on recueille euidemment des paroles d'Egesippus touchant ce fait au 3. Liure de la guerre de Hierusalem. Et bien qu'il ne particularize pas assez ceste action, toutesfois par ce qu'il dit nous nous pouuons imaginer comme le tout se passa. Car ainsi qu'il raconte, il y eut 40. Soldats qui se sauuerent auec Iosephe dans le lac, si bien qu'à conter ledit Iosephe ils estoient en tout 41. Partant supposons qu'il ordonna que contant de trois en trois, on tueroit tousiours le troisiesme: il est certain que procedãt de la sorte, tu trouueras en fin par la regle donnee en la demonstration, qu'il faut que Iosephe se mit le trente-vniesme apres celuy, par lequel on commençoit à conter, au cas qu'il visast à demeurer en vie luy tout seul. Mais s'il voulut sauuer vn de ses compagnons, il le mit en sa seziesme place, & s'il en voulut sauuer encor vn autre, il le mit en la trente-cinquiesme place.

PROBLEME XXIV.

Plusieurs nombres inesgaux estant proposez, diuiser chascun d'iceux en deux parties, & treuuer deux nombres desquels l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre multipliant l'autre; la somme des deux produits se treuue par tout la mesme.

CE Probleme coustumierement se propose en ceste sorte. Trois femmes vendent des pommes au marché; la premiere en véd 20. la seconde 30. la troisiesme 40. Et elles vendent toutes trois à vn mesme prix, & rapportent chascune la mesme somme d'argent, on demande comme cela se peut faire.

Il est certain que prenant cecy cruëment comme il est proposé, & s'imaginant qu'elles ayent vendu toutes leurs pommes à vn seul prix, & à vne seule fois, la chose est impossible, car en ceste façon il ne peut estre que celle qui à plus grand quantité de pommes, ne rapporte d'auantage d'argent. Mais il se doit entendre, quelles vendent

dent à diuerses fois, & à diuers prix, bien qu'a chasque fois elles vendent chascune à vn mesme prix. Par exemple mettons que la premiere fois elles vendent 1. denier la pomme, & qu'à ce prix la premiere femme vende 2. pommes la seconde 17. la troisiesme 32. Alors la premiere fẽme aura 2. deniers, la seconde 17. & la troisiesme 32. Puis supposons qu'à la seconde fois elles vendẽt le reste de leurs pommes 3. deniers la pomme, alors la premiere pour 18. põmes qui luy restent, aura 54. deniers. La seconde pour 13. pommes qui luy restent, aura 39. deniers. La troisiesme pour 8. pommes qui luy restent, aura 24. Or qu'on assemble tout l'argẽt de la premiere, à sçauoir 2. & 54. & tout celuy de la secõde, à sçauoir 17. & 39. & finalement celuy de la troisiesme, à sçauoir 32. & 24. on treuuera que chascune rapporte 56. deniers. Partant il appert qu'en sẽblables questiõs, le tout gist à diuiser les trois nombres proposez en deux parties, & treuuer deux nombres dont l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre l'autre, la somme des deux produicts soit la mesme par tout. Pour faire cecy i'ay inuenté la regle suiuante generale & infallible personne par cy-deuant ne s'en estant aduisé que ie sçache.

Pren les differences du moindre nombre des proposez auec les plus grands, comme en l'exemple donné pren la difference de 20. à 30. & celle aussi de 20. à 40. tu auras 10. & 20. Cela fait, regarde quels nõbres ces differences ont pour cõmune mesure, comme 2. 5. 10. & choisis pour tes multiplicateurs quelques deux nõbres, dõt l'interualle soit 2. où 5. où 10. Cõme 1. & 3. où 1. & 6. ou 2. & 7. où 1. & 11. Par exemple choisis 1. & 3. Alors par l'interualle d'iceux qui est 2.diuise la differéce de 20.à 40.)à sçauoir 20.)& par le quotiét 10. multiplie à part les deux nombres 1. & 3. tu auras 10.& 30.Partant diuise le moindre des nombres proposez à sçauoir 20.en deux telles parties que tu voudras,pourueu que la plus grande surpasse 10.le moindre des deux 10.& 30. Par exéple diuise 20. en 3. & 17. & adiouste 30. à la moindre, oste 10.de la plus grande,tu auras 33. & 7.les deux parties cherchees de 40.semblablement pour trouuer les deux parties de 30.tu procederas ainsi. Diuise la difference de 20.à 30. (à sçauoir 10.)par l'interuale qui est entre 1.& 3.(à sçauoir par 2.) le quotient sera 5. qui multiplié par 1.& 3.donnera 5.& 15.Partant puis que 20. est des-ja diuisé en 3.& 17.adiouste comme auparauant 15. au moindre & soustray 5. du plus grand,tu auras 18. & 12. les deux parties de 30. que tu cherches.Doncques tu as diuisé les trois nombres proposez comme il faut, à sçauoir le premier en 3. & 17. le second en 18. & 12. le troisiesme en 33.& 7.& multipliant l'vne de ces parties par 1. l'autre par 3. la somme des deux produicts est par tout 54.

Que si au lieu de 1.& 3. tu choisis pour multiplicateurs 2.& 7.par leur intarualle 5. diuise la plus grande difference 20. viendra 4. qui multiplié par 2. & 7. donnera 8. & 28. Partant diuise 20. le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que la plus grande surpasse 8. par exemple diuise 20. en 8. & 12. & à la moindre adiouste 28.de la plus grande oste 8.tu auras 36. & 4.les deux parties de 40. semblablement par l'interualle 5. diuise la moindre differecce 10.

viendra

viendra 2.qui multiplié par 2.& 7.donnera 4. & 14.Partant les deux partis de 20.estant 8. & 12. adiouste 14. à la moindre & oste 4. de la plus grande,tu auras 22. & 8. les deux parties de 30. Doncques les trois nombres sont diuisez comme il faut, le premier en 8. & 12. Le second en 22.& 8.Le troisiesme en 36. & 4. & multipliant l'vne des parties par 2.l'autre par 7.la somme des deux produicts est par tout 100.

Que si tu prens pour multiplicateurs 1.& 11. dont l'interualle est 10,diuise la plus grande difference 20.par l'interualle 10.le quotient sera 2. qui multipliant 1.& 11.donnera 2.& 22.partant diuise le moindre des nombres proposez en deux parties,dont la plus grande surpasse 2.comme en 6.& 14. & à la moindre adiouste 22. oste 2.de la plus grande, tu auras 28. & 12. pour les parties de 40.Et par le mesme interualle 10.diuisant la moindre difference,10.vient 1.qui multiplié par 1. & 11. donne 1.& 11. Partant les parties de 20.estant 6.& 14.adiouste 11. à la moindre,oste 1. de la plus grande, tu auras 17. & 13. pour parties de 30. Donc le premier est diuisé en 6.& 14.Le second en 17. & 13. Le troisiesme en 28. & 12. Et multipliant l'vne de ces parties par 1.l'autre par 11.la somme des deux produits est par tout 160.

DEMONSTRATION.

A 20.	B 30	P 2.	Q 108.
C 10.		H 2.	K 18.
D 5.		L 12.	M 2.
E 6.	F 1.	N 14.	O 16.
G 2.			
		R 14.	T 96.

SOyent propoſez les deux nombres A B. pour les diuiſer en la façon requiſe. Leur differẽce ſoit C. qui ſoit meſuree par le nombre D. & prens deux nombres E. F. dont l'interualle ſoit D. & diuiſant C. par D. ſoit le quotient G. qui multipliant les deux E. F. produiſe les deux L.M. & diuiſant A. le moindre des deux nombres propoſez en deux parties H k. telles qu'on voudra, pourueu que de la plus grande K. on puiſſe ſoubſtraire M. le moindre des deux L. M. & adiouſtant enſemble H. L. ſoit la ſomme N. puis oſtant M. de K. ſoit le reſte O. ie dis que N.O. ſõt les parties de B. qui multipliees l'vne par E. l'autre par F. produiſent deux nombres, dont la ſomme eſt eſgale à la ſomme des deux qui ſe produiſent, multipliant H. K. les parties de A. (par la conſtruction) par les meſmes nombres E.F. Car premierement que N.O. joints enſemble ſoient eſgaux à B. Ie le preuue.

Puis que D. eſt l'interualle des nombre E. F. il eſt certain que D. F. enſemble ſont eſgaux au nombre E. Partant par la 1. du 2. le nombre qui ſe fait multipliant E. par G. à ſçauoir L. eſt eſgal aux deux qui ſe produiſent, multipliant par le meſme G. les deux D. F. à ſçauoir aux deux C. M. Partant C. eſt l'interualle des deux L. M. Doncques ſi aux deux H. k. nous adioutons L, & que nous en oſtions M. c'eſt autant que ſi aux deux H, k, nous

adioutions

adioutions seulement le nombre C. Or de ceste addition & de ceste soubstraction prouiennent les deux N. O, doncques N. O. sont esgaux aux nombres H k, auec le nombre C. Partant puisque H. k. sont esgaux à A, & que A C, sont esgaux à B, Il est euident que N O. sont esgaux à B. Ce qu'il falloit preuuer.

Secondemẽt qu'on multiplie H par F, & soit le produit P. qu'on multiplie k. par E, & soit le produit Q. D'autre costé qu'on multiplie aussi N. par F, & soit le produit R. qu'on multiplie O par E. & soit le produit T. Ie dis que les deux produits P.Q. joints ensemble, sont esgaux aux deux R.T. Car puisque H L. ensemble sont esgaux à N, Le nõbre qui se fait multipliãt N par F (à scauoir R) est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme F, les deux H L; Or multipliant H par F. le produit est P, Doncques R. est esgal à P, & au produit de la multiplication de L. par F. Semblablement puisque k. est esgal aux deux M O. Le nombre Q. qui se faict multipliant k. par E, est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme E, les deux M O, or multipliant O par E, le produit est, T, dõcques Q. est esgal à T, & au produit de la multiplication de M. par E. Partant R. Surpasse P. du produit de L par F. & Q. surpasse T, du produit de M par E. Or ces deux produicts sont esgaux (car puis que le mesme G multipliãt E F, produit L M, il y a telle proportion de E à F, que de L. à M, par consequent il se produit le mesme nombre multipliant E par M, & multipliant F par L, par la 19. du 7. Doncques R surpasse P. du mesme nombre, dont Q. surpasse T. partant il est euident que E. P. ensemble, sont la mesme somme que R.T. Ce qu'il falloit demonstrer.

La mesme raison, & la mesme facon de faire à lieu si les nombres proposez sont plus de deux: car selon la reigle on compare tousiours chascun des plus grands auec le moindre. Partant la demonstration est generale.

ADVERTISSEMENT.

Il faut icy remarquer deux choses, pour ne tomber pas en quelque inconuenient.

La premiere est, que comme la question se propose ordinairement, il faut euiter les fractions, & donner la solution en nõbres entiers, qui est la cause qu'il est presque necessaire que les differences des nombres proposez ayẽt quelque commune mesure, car autremẽt diuisant, comme enseigne la regle, quelqu'vne des differences par vn nombre qui ne la mesureroit pas, la quotiẽt ne seroit pas entier, & partant le plus souuent en tout le reste de l'operation les fractions se trouueroient entremeslees. I'ay dit que cela estoit presque necessaire, car quelquesfois il peut arriuer que bien que les susdictes differẽces n'ayent point de cõmune mesure que l'vnité, toutesfois la solution se peut donner en nombres entiers, pourueu que le moindre des nombres proposez surpasse au moins de 2. la plus grãde difference. Par exemple soyent les trois nombres proposez 20.25.32. bien que les differẽces 5. & 12. n'ayent point de commune mesure que l'vnité, neantmoins pource que 20. surpasse de beaucoup 12. on pourra fort bien soudre la questiõ, prenãt pour multiplicateurs deux nombres, dont l'interualle soit 1. cõme 1 & 2. Que si tu procedes selon la regle, & que tu fasses 4. & 16. les deux parties de 20. tu trouueras 14. & 11. pour les

parties

parties de 25. & 28. & 4. pour les parties de 32. & tousiours l'vne d'icelles multipliee par 1. l'autre par 2. la somme des deux produicts sera 36.

La seconde chose digne de remarque est qu'il faut auec grād esgard choisir des multiplicateurs dōt l'interualle soit vn nombre mesurant les differences. Car pour ne tomber point en incōuenient, il faut que lesdicts multiplicateurs soyēt tels que par leur interualle diuisant la plus grande difference, & par le quotient multipliant le moindre desdits multiplicateurs, le produit se treuue au moins moindre de 2. que le moindre des nombres proposez. Partant les nombre proposez estant 20. 30. 40. & les differences 10. & 20. encor que 2. soit leur commune mesure, si ne m'est-il pas permis de choisir pour multiplicateurs tous nombres dont l'interualle soit 2. car si ie pren 3. & 5. diuisant par l'interualle 2. la difference 20. le quotient est 10. qui multiplié par 3. fait 30. qui est plus grand que le moindre des nombres proposez (à sçauoir que 20) partant la question est insoluble par ce moyen & la cause de cecy est assez euidente par la reigle donnée, & par la demonstration d'icelle. Car il faudroit diuiser 20. en deux telles parties, que de la plus grande on peut oster 30. Ce qui est manifestement impossible. Dont aussi on peut comprendre la raison de ce que i'ay dit, qu'il est necessaire que le moindre des nombres proposez surpasse, pour le moins de 2. le produit de la multiplication du moindre multiplicateur, par le quotient de la diuision. Car il faut diuiser le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que de la plus grande on puisse oster ledit produit. Or la plus grande partie d'vn nombre (ne voulant point admettre les fractions) c'est ce qui reste ostant 1. dudict nombre. Par exemple la plus grande partie de 20. sans fraction, c'est 19.

M 5

diuiſant 20. en 1. & 19. Doncques puis que le produit de la multiplication ſuſmentionné doit eſtre moindre que 19. il eſt force que pour le moins il ſoit moindre de 2. que 20.

Par tout ce qui a eſté dict, on voit aſſez que ce probleme ſe peut practiquer en beaucoup de façons differentes, & peut receuoir beaucoup de ſolutions. Car premierement ſans changer les nombres propoſez on peut bien ſouuent choiſir beaucoup de differens multiplicateurs obſeruans les conditions requiſes. Secondement encore retenant les meſmes multiplicateurs, la queſtion peut receuoir differentes ſolutions, ſelon qu'on diuiſera le moindre des nombres propoſez en differentes parties, ce qui ſe peut faire bien ſouuent en beaucoup de ſortes, car il n'importe en quelle façon on les diuiſe, pourueu que la plus grande partie ſoit touſiours plus grande, que le produit de la multiplication ſuſmentionné. Troiſieſmement, ayant vne fois choiſi des multiplicateurs à propos, & diuisé les nombres propoſez en parties propres à ſoudre la queſtion, retenant les meſmes parties, tu peux changer de multiplicateurs, prenant deux autres nombres quelconques en meſme proportion, comme au lieu de 1 & 3 prenant 2 & 6. ou 3. & 9. &c.

Finalement ceſte reigle ne s'eſtend pas ſeulement à trois nombres, mais elle ſe peut practiquer en toute multitude de nombres, pourueu qu'on obſerue touſiours les conditions requiſes, car on pourroit propoſer tels nombres, que la ſolution ſeroit impoſſible, comme qui propoſeroit 20. 30. 41.

PROBLEME XXV.

De trois choſes & de trois perſonnes propoſees, deuiner quelle choſe aura eſté priſe par chaſque perſonne.

IMAGINE toy que des trois perſonnes l'vne eſt premiere, l'autre ſeconde, l'autre eſt troiſieſme, & ſemblablement des trois choſes fais-en vne premiere, l'autre ſeconde, l'autre troiſieſme. Puis prenant 24. gettons donne 1. getton à la premiere perſonne, deux à la ſeconde, trois à la troiſieſme, & laiſſant les 18. gettons reſtans ſur la table, permets qu'à ton inſçeu chaſque perſonne prenne celle des trois choſes qu'elle voudra; cela fait ordonne que la perſonne qui a pris la premiere choſe, prenne des gettons reſtans autant que tu luy en as donné, & que la perſonne qui a pris la ſeconde choſe, prenne

prenne des gettons reſtans deux fois autant que tu luy en as donné ; & que la perſonne qui a pris la troiſieſme choſe prenne des geſtons reſtans, quatre fois autant que tu luy en as donné. Alors demande le reſte des geſtons, & pren garde qu'il n'en peut reſter que 1. ou 2. ou 3. ou 5. ou 6. ou 7. iamais 4. Partant pour ces ſix façons differentes remarque ces ſix paroles.

Par fer, Ceſar, Iadis, deuint, ſi grand, Prince.

Que s'il reſte 1 geſton tu te ſeruiras de la premiere, s'il en reſte 2. tu te ſeruiras de la ſeconde, s'il reſte 3. gettons, tu te ſeruiras de la troiſieſme, s'il reſte 5. gettons tu prendras la quatrieſme & ainſi conſecutiuement. Or pour t'en ſeruir tu dois remarquer, qu'en chaſque parole il y a deux ſyllabes dont la premiere ſignifie la premiere perſonne & la ſeconde ſignifie la ſeconde perſonne ; ſemblablement pren garde aux voielles *a e i.* Car *a.* ſignifie la premiere choſe, *e* la ſeconde, *i* la troiſieſme, Partant ſelon que tu trouueras vne de ces voielles en vne des ſyllabes, tu dois iuger qu'vne telle choſe eſt entre les mains d'vne telle perſonne. Par exemple ſuppoſons qu'il reſte 3. gettons & que partant il te faille ſeruir de la troiſieſme parole *Iadis.* Alors d'autant que la premiere voielle *a* eſt en la premiere ſyllabe, tu diras que la premiere perſonne à la premiere choſe, & pource que la troiſieſme voyelle *i*, eſt en la ſeconde ſyllabe, tu diras que la ſeconde perſonne à la troiſieſme choſe. Et ſçachant ce qu'ont la premiere & ſeconde perſonne, tu ſçais bien ce qu'a la troiſieſme.

DEMONSTRATION.

IL faut en premier lieu demonstrer que 3 personnes ne peuuent prendre 3 choses qu'en six façons differentes, & cecy se preuue ainsi. Premierement deux personnes prenant deux choses ne peuuent changer qu'en deux façons, car ou la premiere personne à la premiere chose, & la secōde personne à la seconde chose, ou bien la premiere personne à la seconde chose, & la seconde personne à la premiere chose. Cela supposé quand il y a trois personnes & trois choses, quel changement qu'on se puisse imaginer, il faut necessairement que l'vne des trois choses, par exemple la premiere, se treuue entre les mains de la premiere personne, ou de la seconde, ou de la troisiesme. Or la premiere chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres deux personnes ne peuuent changer qu'en deux façons, comme i'ay desia preuué : semblablement la mesme chose estant entre les mains de la seconde personne, les autres deux personnes ne peuuent changer qu'en deux façons, & par mesme raison la mesme chose estant entre les mains de la troisiesme personne, les autres deux ne peuuent changer qu'en deux façons. Doncques tous ces differens changemens ne peuuent estre que 2. fois 3. à sçauoir 6. Ce qu'il falloit preuuer. Or que la reigle que i'ay donnee pour signifier chascune de ces six façons soit bonne & infallible, ie le preuue aisément. Car supposons.

Premierement que la premiere personne ait la premiere

premiere chose; la seconde personne la seconde chose; & la troisiesme personne la troisiesme chose. Alors selon la reigle, la premiere personne prendra 1. des 18. gettons restans (à sçauoir vne fois autant que tu luy en as donné) la seconde personne en prendra 4 (à sçauoir deux fois autant que tu luy en as donné) & la troisiesme personne en prendra 12 (à sçauoir quatre fois autant que tu luy en as donné (partant la somme de tous ces gettons estant 17. il appert qu'il ne restera qu'vn getton. Donc en tel cas tu te seruiras fort à propos de la premiere parole *Par fer.* qui monstre vne telle disposition.

Secondement que la premiere personne ait pris la seconde chose, la seconde personne ait pris la premiere chose, & la troisiesme personne la troisiesme chose. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde personne en prendra aussi 2. & la troisiesme en prendra 12. & la somme de tous ces gettons est 16. qui ostee de 18. reste 2. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la seconde parole *Cesar.*

Troisiesmement que la premiere personne ait la premiere chose, la seconde personne ait la troisiesme, & la troisiesme ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 1. getton, la seconde 8. la troisiesme 6. qui tous ensemble font 15. qui osté de 18. reste 3. Partant en ce cas tu te seruiras fort bien de la troisiesme parole *Iadis.*

Quatriesmement que la premiere personne ait la seconde chose, la seconde personne ait la troisiesme, & la troisiesme personne ait la premiere.

miere. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde 8. la troisiesme 3. qui tous ensemble font 13. qui osté de 18. reste 5. Partant en tel cas tu te peux seruir de la quatriesme parole *Deuint*.

Cinquiesmement que la premiere personne ait la troisiesme chose, la seconde personne ait la premiere chose, & la troisiesme personne ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 4. gettons, la seconde 2. & la troisiesme 6. qui tous ensemble fon 12. qui osté de 18. reste 6. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la cinquiesme parole *si grand*.

Sixiesmement que la premiere personne ait la troisiesme chose; la seconde personne ait la seconde, & la troisiesme personne ait la premiere. Alors la premiere personne prendra 4 gettons, la seconde 4. & la troisiesme 3. qui tous ensemble font 11. qui osté de 18. reste 7. Partant en tel cas tu te seruiras fort à propos de la sixiesme parole. *Prince*.

1.	a.	e.	i.
2.	e.	a.	i.
3.	a.	i.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	a.	e.
7.	i.	e.	a.

Que si tu veux auoir deuant les yeux ces six differentes dispositions, tu les peux voir en la figure cy apposee, où est marqué à costé de chasque disposition le nombre des gettons qui restent.

ADVERTISSEMENT.

Quelques vns practiquent ce ieu vn peu differemment,

ment, car ils donnent vn getton à la premiere personne, deux à la seconde, & quatre à la troisiesme, partant les gettons restans ne sont que 17. Puis ils ordonnent quo celuy qui à la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a receu; & que celuy qui à la seconde chose, prenne des gettons restans deux fois autant qu'il en a; & que celuy qui à la troisiesme chose, prenne des gettons restans trois fois autant qu'il en a; & faisant en ceste façon, ou vrayement il ne reste point de getton, ou il en reste 1. ou 2. ou 4. ou 5. ou 6. & iamais 3. Pour les dispositions, il n'y a que la quatriesme & la cinquiesme qui changent de place, la quatriesme deuenant cinquiesme, & la cinquiesme deuenant quatriesme, comme tu peux voir en la figure cy apposee, & l'experience t'en rendra certain.

0.	a.	e.	i.
1.	e.	a.	i.
2.	a.	i.	e.
4.	i.	a.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	e.	a.

Or plusieurs ont l'aissé par escrit cy deuant ceste façon de faire ce ieu en trois choses. Mais personne que ie sçache n'a encor donné reigle certaine pour faire le mesme en quatre personnes & en quatre choses. Partant ie veux icy adiouster ceste petite inuention, & premierement ie suppose que les differentes dispositions de quatro choses prinses par quatre personnes, ne peuuent estre en tout que 24. Ce qui se preuue aisément tout ainsi que i'ay preuué cy dessus, que les diuerses dispositions de trois choses ne sont que 6. Car il faut de necessité qu'vne des quatre choses (comme la premiere) soit entre les mains de l'vne des quatre personnes: & icelle chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres trois ne peuuent changer qu'en 6. façons comme i'ay preuué cy dessus. Semblablement

blement la mesme chose, estant entre les mains de la seconde personne, les autres trois peuuent changer en 6. façons seulement, & le mesme aduiendra quand ladicte chose sera entre les mains de la troisiesme personne, ou de la quatriesme. Partant il est euident que toutes ces differentes dispositions, ne peuuent estre que 4. fois 6. à sçauoir 24.

0.	o.	a.	e.
1.	a.	o.	e.
3.	o.	e.	a.
5.	a.	e.	o.
7.	e.	o.	a.
8.	e.	a.	o.
12.	o.	a.	i.
13.	a.	o.	i.
18.	o.	e.	i.
21.	a.	e.	i.
22.	e.	o.	i.
24.	e.	a.	i.
27.	o.	i.	a.
29.	a.	i.	o.
30.	o.	i.	e.
33.	a.	i.	e.
38.	e.	i.	o.
39.	e.	i.	a.
43.	i.	o.	a.
44.	i.	a.	o.
46.	i.	o.	e.
48.	i.	a.	e.
50.	i.	e.	o.
51.	i.	e.	a.

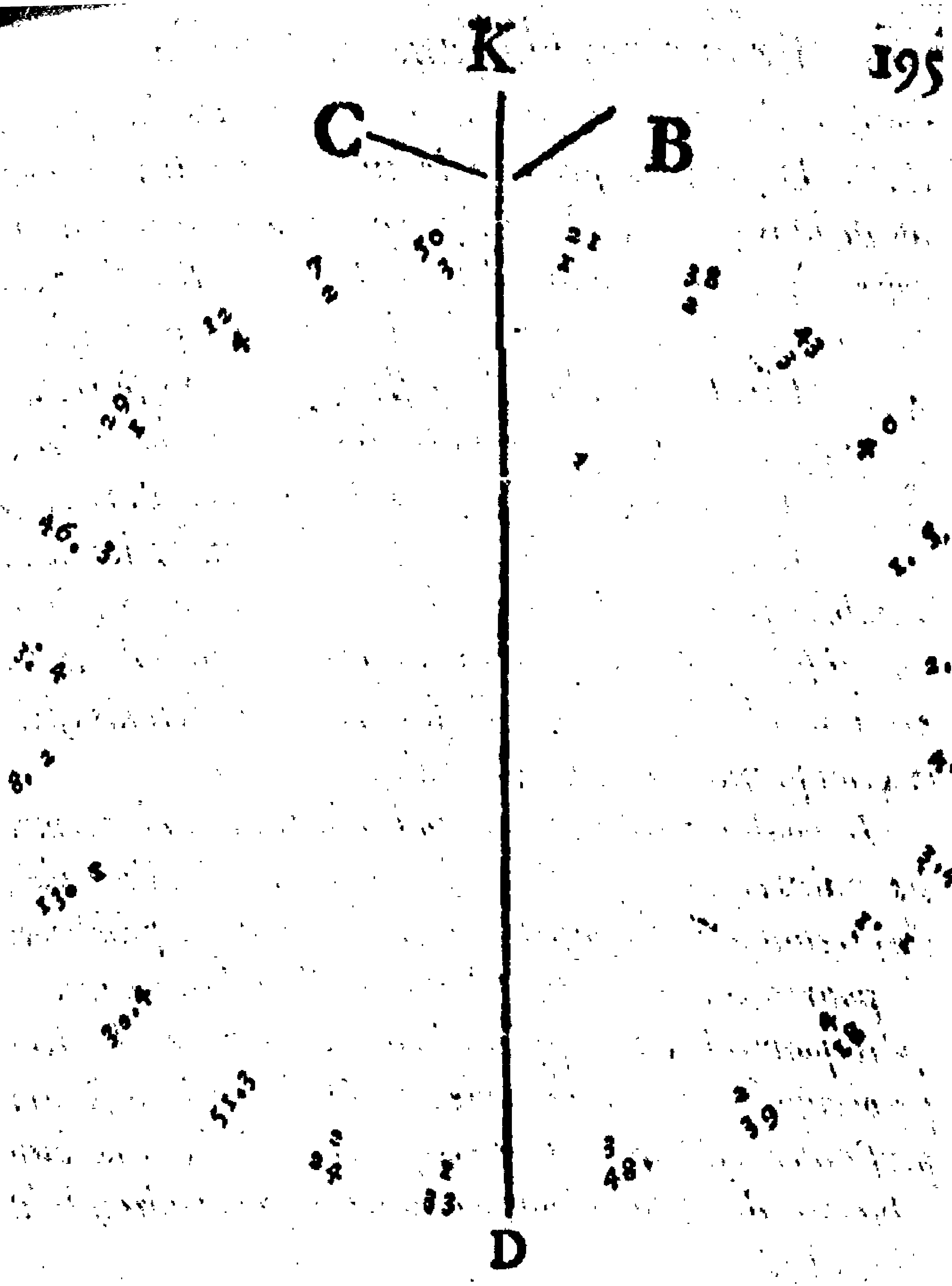
Cela supposé pren 88 gettons, donnant 1. d'iceux à la premiere personne; 2. à la seconde; 3. à la troisiesme; & 4. à la quatriesme; qui tous ensemble font 10. partant il en restera 78. Alors quand chasque personne aura pris la chose qu'elle voudra, ordonne que celuy qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a, & que celuy qui a pris la seconde chose prenne des gettons restans quatre fois autant qu'il en a; & que celuy qui a pris la troisiesme chose, en prenne seize fois autant qu'il en a. Puis sans rien dire de celuy qui a pris la quatriesme chose demande le reste des gettons; car ou il n'en restera point, ou il en restera vn nombre exprimé par vn de ceux que tu vois icy cottez. Partant selon le nombre des gettons qu'il restera, sers toy *de la disposition des voyelles a e i o qui respond audit nombre en la figure apposee, & bien que ie ne mette que trois voyelles en chasque disposition, cela n'importe rien, car sçachant les choses prises par les trois premieres personnes, il est euident que la quatriesme personne ne peut auoir que l'autre chose qui reste. Par exemple supposons qu'il reste 22. gettons; Regarde les voyelles qui sont à l'endroit de 22. à sçauoir e. o. i. Car elles signifient que la premiere personne à la seconde chose, & que la seconde personne, à la quatriesme chose, & que la troisiesme à la troisiesme chose, dont s'ensuit que la quatriesme personne à la premiere chose.*

Quant à la demonstration de ceste reigle, elle n'est point differente de celle que i'ay donnee cy deuant en trois choses, & trois personnes. Partant ie ne la coucheray point au long pour euiter prolixité.

Que si ie ne forme pas des mots qui expriment ces differentes dispositions, c'est d'autant que cela serait inutile. Car il ne seruiroit rien de sçauoir les diuerses dispositions si l'on ne sçait les nombres des gettons qui restent respondans aux dictes dispositions. Or est-il qu'il est presque impossible de se souuenir de ces nombres là, pource qu'ils ne gardent ni ordre, ni proportion entr'eux, & que leur multitude offusque la memoire. Partant il est necessaire à celuy qui voudra practiquer ce ieu, d'auoir deuant ses yeux la figure apposee, laquelle il pourra escrire en vn morceau de papier pour s'en seruir au besoing.

On pourra aussi se seruir facilement de ces mesmes nombres disposez en cercle, contenant au dedans les quatre nombres 1. 2. 3. 4. signifiant les quatre choses. Car sçachant le reste des gettons, il faut chercher au cercle dehors le nombre d'iceluy reste, & prendre le nombre qui luy respond au cercle dedans, auec les

deux



deux nombres ſuiuants, comme ſi le reſte des gettons eſt 43. on prendra 43. au cercle dehors; puis on prendra le 3. qui luy reſpond au dedans, auec les deux nombres ſuiuans, qui ſont 4. & 1. Par ainſi ces trois nombres 3. 4. 1. ainſi diſpoſez, ſignifient que quand il reſte 43. gettons, la premiere perſonne, à la troiſieſme choſe, la ſeconde perſonne, à la quatrieſme choſe, & la troiſieſme perſonne à la premiere choſe; dont s'enſuit que la quatrieſme perſonne à la ſeconde choſe. Mais il ſe faut prendre garde à la ligne K D, qui diuiſe le cercle en deux parties eſgales. Car ſi le nombre des gettons restans se treuue en la partie K. B. D, il faut prendre le nombre qui luy respond au dedans auec les deux suiuants, contant du mesme costé, à sçauoir tirant depuis K vers B, & vers D. comme nous auons monstré le nombre restant estant 43. Mais si le nombre du reste des gettons se treuue en la partie K C D. il faut conter tout au contraire à sçauoir tirant despuis K vers C & D. Partant si le reste des gettons estoit 8. on prendroit 2. & les deux nombres suiuans du costé de D. à sçauoir 1. & 4. Ainsi si le reste des gettons estoit 39. on prendroit les trois nombres 2. 3. 1. mais si le reste des gettons estoit 24. on prendroit 2. 1. 3. & ainsi des autres.

Ie voulois faire fin, quand m'estant tombez entre les mains trois liures d'Arithmetique de P. Forcadel, i'ay treuué qu'au troisiesme il traictoit de ce probleme; & pource que cet Autheur s'attribue beaucoup, & qu'il pourroit estre que l'esprit du curieux Lecteur preoccupé de ses vanteries, se lairroit aisément persuader estre vray tout ce qu'il dit, ie le veux bien aduertir des fautes que commet en cet endroit ledit Forcadel.

En premier lieu il se trompe lourdement, quand il estime que cinq choses se peuuent seulement disposer en 20. façons differentes; car elles se peuuent disposer en 120. façons comme l'on peut aisément demonstrer par ce que i'ay dit cy deuant, & le fondement de la demonstration est que puis que 4. choses se disposent en 24 differentes sortes; cinq choses se disposeront en cinq fois 24 sortes, c'est à sçauoir en 120 façons. Partant si quelqu'vn suiuant ce que dit Forcadel pensoit faire ce ieu en cinq choses, & cinq personnes, n'ayant remarqué que 20. dispositions des cinq choses, il pourroit arriuer en cent sortes qu'il se treuueroit court.

En

En apres Forcadel se vante de donner reigle generale. Pour faire ce probleme en tout nombre de choses, & de personnes, qui soit impair, disant qu'on prenne autant de nombres en progression Arithmetique, commençante par 1. & progredissante par 1. & d'autre costé, qu'on prenne autant de nombres en progression geometrique double commençante par l'vnité. Mais ceste reigle est du tout fausse, ce qu'il me suffit de preuuer par l'exemple, que luy mesme choisit de cinq choses, & cinq personnes. Il dit qu'il faut prendre 144. *gettons, & à cause des cinq nombres de la progression Arithmetique* 1. 2. 3. 4. 5. *il en faut donner* 1. *à la premiere personne;* 2 *à la seconde;* 3. *à la troisiesme;* 4. *à la quatriesme, &* 5 *à la cinquiesme & restera* 129. *gettons. Puis à cause des cinq nombres de la progression geometrique double,* 1. 2. 4. 8. 16. *Il faut dire que celuy qui prendra la premiere chose, prenne des* 129. *gettons restans, vne fois autant qu'il en a & que celuy qui a pris la seconde chose, en prenne deux fois autant qu'il en a & que celuy qui a la troisiesme chose, en prenne* 4 *fois autant qu'il en a; & que celuy qui à la quatriesme chose, en prenne* 8. *fois autant qu'il en a; & finalement que celuy qui à la cinquiesme chose, en prenne* 16. *fois autant qu'il en a: lors à son opinion selon le reste des gettons on pourra deuiner la chose que chascun aura prise. Or pour preuuer que ceste reigle est fausse, supposons que le premier ait la premiere chose, le second la seconde, le troisiesme la troisiesme, la quatriesme la cinquiesme, & le cinquiesme la quatriesme. Doncques le premier prendra* 1. *getton; le second* 4. *le troisiesme* 12. *le quatriesme* 64. *& le cinquiesme* 40. *qui tous ensemble font* 121. *qui osté de* 129. *le reste sera* 8. *en apres posons le cas que le premier ait la premiere chose, le second la troisiesme, le* *troisiesme la quatriesme, le quatriesme la seconde, & le cinquiesme la cinquiesme, doncques le premier prendra 1. getton; le second 8. le troisiesme 24. le quatriesme 8. & le cinquiesme 80. qui tous ensemble font aussi 121. qui osté de 219. reste 8 comme auparauant. Partant bien que ces deux dispositions soyent differentes, toutesfois il reste vn mesme nombre de gettons, doncques par ce reste on ne peut deuiner infalliblement laquelle c'est des deux, & par consequent la reigle de Forcadel est incertaine & fausse.*

*

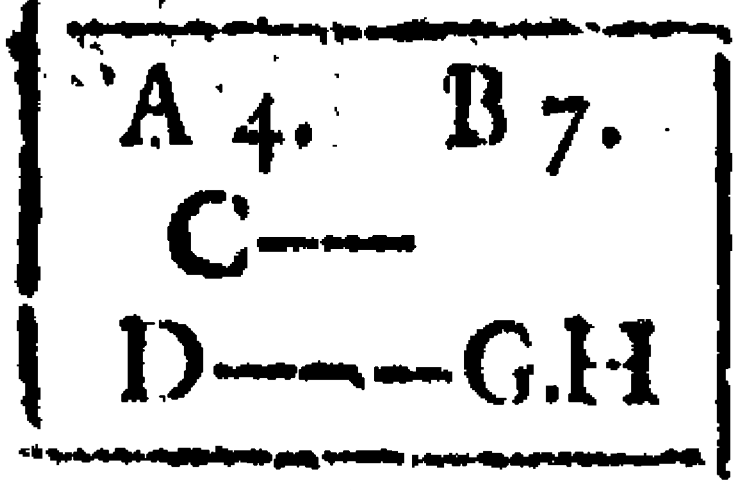
S'ENSVIVENT QVELQVES AVTRES PETITES SVBTILITEZ DES NOMBRES, QV'ON propose ordinairement.

I.

Ie demande vn nombre qui estant diuisé par 2. il reste 1. estant diuisé par 3. il reste 1. & semblablement estant diuisé par 4. ou par 5. ou par 6. il reste tousiours 1. mais estant diuisé par 7. il ne reste rien.

CESTE question se propose ainsi ordinairement. Vne pauure femme portant vn panier d'œufs pour vendre au marché, vient à estre heurtee par vn certain qui fait tomber le panier, & casser tous les œufs, qui pourtant desirant de satisfaire à la pauure femme, s'enquiert du nombre de ses œufs, elle respond qu'elle ne le sçait pas certainement, mais qu'elle est bien souuenante que les cõtant deux à deux il en restoit 1. & semblablement les cõtant trois à trois, ou quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou six à six, il restoit tousiours 1. & les contant sept à sept il ne restoit rien. On demande comme de là on peut coniecturer le nombre des œufs.

Il est certain que pour soudre cette question il faut treuuer vn nombre mesuré par 7. qui surpasse de l'vnité vn nombre mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. & puisque 60 est le moindre mesuré par lesdits nombres, & que par consequent il mesure tout autre nombre mesuré par les mesmes nombres par le corollaire de la 38 du 7. il appert que le nombre cerché doit estre vn multiple de 7. surpassant de l'vnité 60. ou quelque multiple de 60. Mais auãt que passer outre, il faut remarquer qu'à fin que la questiõ soit possible, il est necessaire que chascun des nombres 2. 3. 4. 5. 6. soit premier au nõbre 7. Ce que ie preuue ainsi. Soit B. le nombre 7. & soit A quelqu'vn des nombres susdicts qu'on die n'estre pas premier au nombre B. doncques ils auront quelque commune mesure qui soit C. ie dis qu'il est impossible de treuuer vn multiple de B. surpassant de l'vnité vn multiple de A. (ce qui toutesfois est necessaire pour soudre la question comme il appert) car si l'on soustient le contraire soit D H. multiple de B, surpassant D G multiple de A, de l'vnité G H. Alors puisque C mesure B, & que B mesure D H; il s'ensuit aussi que C mesure D H. & puisque A mesure D G. & que C



mesure A, le mesme C doit aussi mesurer D G. Doncques C mesurant D H, & D G. mesurera aussi l'vnité restante G H. Ce qui est absurde & impossible. Il faut donc necessairement que A soit premier à B, & ainsi tous les autres nombres sus mentionnez. Ce qu'il falloit preuuer.

En apres il est à noter que si plusieurs nombres sont premiers à quelque autre nombre, le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres est aussi premier au mesme nombre, par le corollaire de la 20. de ce liure. Partant il est certain que 60. & 7. sont premiers entre-eux. Doncques pour soudre ceste question par regle infallible, il faut auoir recours à ce Probleme qui n'est autre chose que la 18. proposition de ce liure.

Deux nombre premiers entre-eux estant donnez, treuuer vn multiple duquel d'iceux qu'on voudra, qui surpasse l'autre de l'vnité, ou quelque multiple de l'autre.

Mais d'autant que la construction de ce Probleme est assez difficile, & la demonstration trop longue comme i'ay dit en l'aduertissement du 6. Probleme on pourra tastonnant quelque peu treuuer le nombre cherché en ceste sorte. Il faut doubler, tripler, quadrupler & ainsi continuellement multiplier le nombre 60. iusques à ce que l'on treuue vn nombre qui accreu de l'vnité soit mesuré par 7. Ainsi multipliant 60. par 5. viendra 300. auquel adioustant 1. on aura 301. le nombre cherché.

Cardan donne vn autre moyen qui semble vn peu plus court, bien qu'en sa procedure il commet le vice qui par les Philosophes est appellé. *Petitio principij.* Car sa regle est telle. Oste 7. de 60.

tant de fois que tu pourras, & prens le reste qui est 4. Puis cherche vn multiple de 7. qui surpasse de l'vnité vn multiple de 4 Iceluy est 21. qui passe de l'vnité 20. multiple de 4. diuise 20. par 4. viendra 5. Doncques si tu multiplies 60. par 5. tu auras 300. multiplie de 60. auquel adioustant 1. vient 301. multiple de 7. Or qu'en ceste operation on commette le vice que i'ay dit, il est bien euidẽt, car on suppose qu'il faut treuuer vn multiple de 7. surpassant de l'vnité vn multiple de 4. sans en donner le moyen certain, qui est autant incognu, comme le moyen de treuuer vn multiple de 7. surpassant de l'vnité vn multiple de 60. Toutesfois ceste regle facilite aucunement l'inuention du nombre cherché, d'autant qu'il est bien aisé en tastonnant, de treuuer vn multiple de 7. surpassant de 1. vn multiple de 4. à cause de la petitesse des nombres 7. & 4. Ce qui est plus difficile, les nombres estant plus grands, comme 60. & 7.

Quant au reste cela supposé, ceste regle est infallible, car encor que Cardan ne la demonstre pas, toutesfois la demonstration en est telle. Puisque ostant 7. de 60. tant qu'on peut, il reste 4. il est certain qu'ostant 4. de 60. le nombre restant à sçauoir 56. est multiple de 7. Or supposons qu'on ait treuué 21. multiplié de 7. surpassant de l'vnité 20. multiple de 4. & diuisant 20. par 4. soit le quotient 5. Ie dis que si on multiple 60. par 5. on aura vn multiple de 60. moindre de l'vnité que vn multiple de 7. Car multiplier 60. par 5. c'est autant que multiplier par le mesme 5. les parties de 60. à sçauoir 56. & 4. & puisque 7. mesure 56. comme il a esté dit, il est certain que le mes-

7.	60.
56.	4.
21.	20.
	5.

me 7. meſurera auſſi le produit de 56. multiplié par 5. Quant au produit de la multiplication de 4. par 5. c'eſt le nombre 20. auquel par l'hypotheſe ne manque que 1. pour eſtre multiple de 7. partant joignant ces deux produits, à leur ſomme (qui eſt eſgale au produit de 60. par 5.) il ne manquera auſſi que 1. pour eſtre multiple de 7. Ce qu'il falloit preuuer.

Pour concluſion prens garde que ceſte queſtion n'a pas vne ſeule ſolution, car on peut trouuer infinis nombres qui la ſoudront, ce qui ſe fait ainſi. En ayant treuué vn comme 301. prens le moindre nombre meſuré par 7. & 60. qui eſt le produit de leur multiplication, à ſçauoir 420. & adiouſte ce nombre à 301. tu auras 721. qui fait le meſme effet que 301. & ſi tu adiouſtes derechef 420. à 721. tu en auras encor vn autre, & ainſi pluſieurs autres ſans fin, adiouſtant touſiours 420. comme il eſt euident par la 19. de ce liure. Dont il appert que Tartaglia en la premiere partie l. 16. qu. 146. doutant ſi ceſte queſtion peut receuoir plus de deux ſolutions, n'a pas entendu la regle generale & parfaicte demonſtration d'icelle.

II.

Treuuer vn nombre, qui eſtant diuisé par 2. laiſſe 1. & diuisé par 3. laiſſe 2. & diuisé par 4. laiſſe 3. & diuisé par 5. laiſſe

4.

4. & diuisé par 6. laiſſe 5. mais qui diuisé par 7. ne laiſſe rien.

IEAN Sfortunat, & Nicolas Tartaglia en la premiere p. l. 16. q. 150. confeſſent d'ignorer la regle generale pour ſoudre cette cy, & toute ſemblable queſtion, bien que le premier afferme de plus temerairement qu'elle ne ſe peut treuuer, le ſecond ſe contente d'aduoüer ingenuement qu'il ne la ſçait pas.

Toutesfois elle n'eſt point plus difficile que la precedente. Car puiſque il faut treuuer vn multiple de 7. qui eſtant diuisé par 2. où par 3. ou par 4. ou par 5. ou par 6. laiſſe touſiours vn nombre moindre d'vn que le diuiſeur, il eſt certain qu'il ne faut qu'vn nombre qui ſoit meſuré par 2. 3. 4. 5. 6. c'eſt à dire, qui ſoit multiple de 60. & qui ſurpaſſe d'vn quelque multiple de 7. Car prenant par exemple 60. il appert que ſi 59. eſtoit multiple de 7. il ſatisferoit à la queſtion, d'autant que ledit 59. eſtant diuisé par lequel que ce ſoit des nombres ſuſdits, le reſte de la diuiſion ſera touſiours moindre de 1. que le diuiſeur, ce qui ſe preuue ainſi. Prenons par exemple 5. pour diuiſeur. Puiſque 5. meſure 60. oſtant 5. de 60. le reſte 55. ſera auſſi meſuré par 5. & puiſque l'interualle de 55. à 60. eſt le meſme 5. il eſt euident que de 55. à 59. (qui eſt moindre de 1. que 60.) l'interualle ſera 4. moindre de 1. que 5. Partant diuiſant 59. par 5. le reſte infalliblement ſera moindre de 1. que le meſme 5. Ainſi preuuerat-on le ſemblable des autres nombres 2. 3. 4. 6. C'eſt donc choſe aſſeuree que pour

ſoudre

soudre ceste question, il ne faut que treuuer vn multiplie de 60. qui surpasse de 1. vn multiple de 7. ce qui se fait certainement par la 18. de ce liure. Que si l'on trouue la construction de ladi-ᴄte 18. proposition trop difficile à practiquer, on pourra faire comme en la precedente question, & multiplier 60. par 2. 3. 4. & ainsi continuellement iusques à ce qu'on treuue le multiple qu'on cherche. Ce qui sera fait tout incontinent, car doublant 60. viene 120. duquel ostant 1. reste 119. le nombre cherché.

On peut aussi se seruir de la regle de Cardan qui est telle. Oste les 7. de 60. & pource qu'il reste 4. treuue vn multiple de 4. qui surpasse 7. ou vn sien multiple de 1. comme est 8. & diuise 8. par 4. vient 2. Doncques multiplie 60. par 2. tu auras 120. le multiple de 60. surpassant de 1. 119. multiple de 7. La demonstration de cecy est toute semblable à celle de la precedente, & ceste regle à la mesme imperfection que i'ay remarquee en l'autre. Mais ie n'ay point procedé enuers Cardan de si mauuaise foy qu'a fait Buteon, en son Algebre, car ledit Cardan ayant mis de suitte ces deux questions en son Aritmethique cap. 66. si bien que l'vne est la question 63. l'autre la 64. Il s'est mesconté appliquant à la precedente la regle de cette-cy, & donnant pour ceste-cy la regle qui sert à la precedente, ce qui luy est aduenu par mesgarde non par ignorance; & neantmoins Buteon ou par malice, ou pour n'auoir eu l'esprit de cognoistre ce que ie vien de dire, reprend fort aigrement ledit Cardan, quoy qu'il n'apporte rien de meilleur, ains non content de se confesser ignorant, touchant la regle generale pour

soudre

soudre ceste question, il ose affermer non sans temerité, qu'elle ne se peut trouuer se persuadant que personne ne paruiendroit iamais à ce à quoy il auoit failly bien que son œuure tesmoigne assez qu'il sçauoit plus de Latin, que d'Algebre, & qu'il s'estoit plus estudié à bien parler qu'a penetrer les secrets d'vne si haute science.

Ie ne veux pourtant excuser Cardan en ce qu'il à dit qu'il est necessaire que le nombre qu'on suppose deuoir mesurer le nombre cherché (quel est 7.) en toutes deux ces questions, doit estre premier de sa nature, car cela est faux, & suffit qu'il soit premier à tous les autres, à sçauoir és exemples donnez à 2.3.4.5.6. comme i'ay preuué en la precedente, ce que ie pourroy monstrer par cent exemples. Aduertissant de plus le Lecteur, que ceste question recoit aussi infinies solutions. Car ayant treuué 119. autant de fois que tu luy adiousteras 420 autant tu trouueras de nombres faisans le mesme effect que 119. par la 19. de ce liure.

III.

Deux bons compagnons ont 8. pintes de vin à partager entre-eux esgallement, lesquelles sont dans vn vase contenant iustement 8. pintes, & pour faire leur partage ils n'ont que deux autres vases dont l'vn contient 5. pintes, & l'autre

3. *On*

3. On demande comme ils pourront partager iustement leur vin, ne se seruant que de ces trois vases.

ON peut soudre ceste question en deux façons. Premierement du vase contenant 8. qui est plein on versera 5. pintes dãs le vase contenant 5. & d'iceluy on en versera 3. dans le vase contenant 3. & il en restera 2. dans le 5. on versera puis les trois pintes qui sont dans le 3. dedans le 8. & on mettra dans le 3. les 2. qui sont dans le 5. en apres de ce qui est dans le 8. on remplira derechef le 5. & du 5. on versera vne pinte dans le 3. ce qui luy manquoit pour le remplir. Partant il restera iustement 4. pintes dans le vase de 5. & 4. pintes dans les deux autrer.

Secondement on versera du vase de 8. trois pintes dans le 3. lesquelles on mettra puis dans le vase de 5. & derechef du vase de 8. on versera 3. pintes dans le 3. dont on en mettra 2. dans le 5. pour le remplir, & lors il n'en restera qu'vne dans le 3. en apres on vuidera le 5. dans le 8. & on mettra dans le 5. la pinte qui est dans le 3. & des 7. pintes qui se treuuent dans le 8. on en versera 3. dans le 3. Partant il en restera 4. iustement dans le 8. & 4. dans les deux autres vases.

Or bien qu'il semble que ceste question ne se puisse soudre par regle certaine, & qu'il y faille necessairemeut proceder à tastons, toutesfois on peut par vn discours certain & infallible paruenir à la solution d'icelle, ou descouurir son impossibilité si par hazard on la proposoit impossi-

ble,

ble, & de fait ſur la queſtion propoſee on peut ainſi diſcourir. Puiſque pour partager 8. pintes eſgalement il faut qu'il y en ait 4. d'vn coſté & 4. de l'autre, & il eſt certain qu'il n'en peut auoir 4. que dans le 5. ou dans le 8. il nous faut procurer l'vn, ou l'autre, voylà donc que ie peux prenpre deux differentes routes, & ſuiuant la premiere ie feray ce diſcours. Pour faire que dans le vaſe de 5. il reſte 4. pintes iuſtement, il faut, ledict vaſe eſtant plein, en oſter vne ſeulement, cela ne ſe peut faire qu'en verſant icelle pinte dans l'vn des deux autres à qui il ne faille qu'vne pinte pour eſtre plein; cela ne peut arriuer au 8. (car ſi le 5. eſtant plein il ne manquoit qu'vne pinte au 8. pour eſtre plein, il s'enſuiuroit qu'en tout il y auroit 12. pintes contre l'hypotheſe, il faut donc que ce ſoit le vaſe de 3. à qui il ne faille qu'vne pinte pour eſtre plein, & partant il faut que dans iceluy il y ait ſeulement 2. Or cela ſe peut imaginer en deux façons. La premiere, ſi le 3. eſtant plein, on peut oſter vne pinte d'iceluy, la ſeconde ſi le 3. eſtant vuide, on y apporte d'vn autre vaſe leſdites 2. pintes. La premiere façon ne peut reuſcir, car il faudroit que le 3. eſtant plein, il ne mãquaſt qu'vne pinte à l'vn des autres vaſes pour eſtre plein, ce qui ne peut arriuer au 5. (car il faudroit qu'il n'y eut que 4. pintes dans iceluy, qui ſeroit ſuppoſer ce que l'on cherche) il ne peut auſſi arriuer au 8. (car il faudroit qu'il y eut 7. pintes en iceluy qui iointes auec les autres 3. feroient en tout 10. pintes contre l'hypotheſe) doncques il faut ſuiure la ſeconde façon, & apporter d'ailleurs 2. pintes dans le 3. Mais cela ne peut venir du 8. (car ſi le 3. eſtant vuide, il ny

auoit

auoit que 2. pintes dans le 8. quoy que le 5. fut plein, tout le nombres des pintes ne seroit que 7. contre l'hypothese) il faut donc que les 2. pintes viennent du 5. Or pour faire qu'il n'y ait que 2. pintes dans le 5. il faut en oster 3. quand il est plein, ce qui est bien aisé à cause que nous auons vn vase contenant 3. Partant si l'on rebrousse chemin, & si l'on reprend le fil du discours despuis la fin iusques au commencement on treuuera la premiere façon de soudre la question.

Suiuant l'autre route ie feray ce discours. Pour faire demeurer 4. pintes dans le 8. il faut en oster 4. Cela se peut imaginer en 3. façons. Premierement ostant les 4. pintes d'vn coup, ce qui est impossible (car il n'y a point de vase contenant 4.) secondement ostant 2. pintes, & puis 2. autres, ce qui est aussi impossible (car bien que on puisse oster 2. pintes, comme i'ay monstré en l'autre discours, où l'on fait venir 2. pintes dans le 5. toutesfois cela fait il est impossible d'en oster 2. autres comme on peut recueillir du mesme discours.) Troisiesmement ostant 1. pinte. & puis 3. & ceste façon est fort vray semblable, car si on peut mettre vne pinte dãs le 5. il sera aisé d'en mettre 3. dans le 3. Or pour faire venir vne pinte dãs le 5. il faut ou que l'on oste 4. dudict 5. lors qu'il est plein, ou que l'on y apporte d'ailleurs ladite pinte. Le premier moyen est impossible, car du 5. on ne peut vuider 4. pintes dans le 3. qui n'en est pas capable, on ne les peut aussi vuider dans le 8. (car il faudroit que dans le 8. il y eut des-jà 4. pintes, & partant tout le nõbre des pintes seroit 9. contre l'hypothese) il faut donc embrasser le second moyen, & apporter d'ailleurs vne pinte dans le 5. Cela ne peut venir du 8. (car le 5. estant vuide s'il n'y auoit qu'vne pinte dans le 8. quoy que le 3. fut plein, tout le nombre des pintes ne seroit que 4.) il faut donc qu'il vienne du 3. Or pour faire que dans le 3. il n'y ait qu'vne pinte, il faut en oster 2. quand il est plein. Doncques il faut qu'à l'vn des autres vases il ne manque que 2. pour estre plein. Cela ne peut arriuer au 8. (car autrement tout le nombre des pintes seroit 9.) Donc il faut qu'il arriue au 5. Et partant il faut que dans le 5. il n'y ait que 3. pintes. Ce qui se procure aisément, versant le 3. quand il est plein, dedans le 5. Doncques reprenant tout ce discours despuis la fin iusques au commencement, on trouuera la seconde façon que i'ay donnee pour soudre ceste question.

Mais pour abreger aucunement ces discours, & cognoistre incontinent si la question est soluble, & comment elle se doit soudre, il faut regarder la difference de la contenuë des deux moindres vases qui est 2. en l'exemple proposé, & si l'on treuue par le discours qu'il faut qu'il demeure 2. pintes en quelque vase, la solution est trouuee, car du 5. remplissant le 3. il appert qu'il reste 2. dans le 5. Et l'on voit que l'vn & l'autre des discours precedens est venu aboutir à cet endroit. Partant la condition que prescrit Forcadel à ceste questiõ au 2. Liure de son Aritmethique, n'est pas necessaire, Car il veut qu'on prenne pour les deux moindres nombres, deux des nombres prochains en la progression continuelle des nombres impairs, qui commence à 1. 3. 5. 7. 9. &c. & pour le plus grand, la somme d'iceux : comme en

l'exemple

l'exemple donné nous auons pris 3. & 5. & la somme d'iceux, à sçauoir 8. Mais encor qu'obseruant ceste condition la question soit tousiours soluble, toutesfois il n'est point necessaire de choisir tels nombres, ce qu'il me suffit de preuuer par vn seul exemple. Soyent les deux moindres de 5. & de 8. pintes, & le plus grand de 12. il est euident que 5. & 8. ne sont point deux nombres prochains en la progression des impairs, & que 12. n'est point la somme d'iceux. Neãtmoins la question se peut soudre. Car supposant que le vase de 12. soit plein & qu'on le veille diuiser en deux esgalement, il faut procurer que dans le vase de 8. il se treuue 6. pintes. Or pour ce faire il faut quand le vase de 8. sera plein, en oster 2. Il faut donc que le vase de 8. estant plein, il n'en manque que (2. à vn des autres, ce ne peut estre au 12. (car autrement tout le nombres des pintes seroit 18.) Donc il faut que ce soit au 5. Mais pour faire qu'il n'en manque que 2. au 5. on doit supposer qu'il n'y ait que 3. pintes dans le 5. Ce qui se peut procurer aisément d'autant que 3. est la difference entre 8. & 5. Partant tu soudras la question en ceste sorte. Du vase de 12. remplis celuy de 8. & de celuy de 8. remplis celuy de 5. & verse celuy de 5. dans celuy de 12. puis verse dans le 5. les 3. pintes qui sont demeurees dans le 8. & remplis derechef du vase de 12. celuy de 8. & du 8. verse 2. pintes dans le 5. qui luy manquent pour estre plein, il en restera infalliblement 6. dans le vase de 8.

IV.

Trois maris ialoux, auec leurs femmes se treuuent de nuict au passage d'vne riuiere, où ils ne rencontrent qu'vn petit batteau sans battelier si estroit qu'il n'est capable que de deux personnes, on demande comme ces six personnes passeront deux à deux, tellement que iamais aucune femme ne demeure en compagnie d'vn ou de deux hommes, si son mary n'est present.

IL faut qu'ils passent en six fois en ceste sorte. Premierement deux femmes passent, puis l'vne rameine le batteau, & repasse auec la troisiesme femme. Cela fait l'vne des trois femmes rameine le batteau, & se mettant en terre auec son mary, laisse passer les deux autres hommes qui vont treuuer leurs femmes. Alors vn desdicts hommes auec sa femme rameine le batteau, & mettant sa femme en terre, prend l'autre homme, & repasse auec luy. Finalement la femme qui se treuue passée auec les trois hommes, entre dans le batteau, & en deux fois va querir les deux autres femmes, par ainsi en 6. fois tous passent.

Il semble aussi que ceste question ne soit fondee en aucune raison. Mais toutesfois la condition apposee, qu'il ne faut point qu'aucune femme me demeure accompagnee d'aucun des hommes si son mary n'est present, nous peut guider pour trouuer la solution d'icelle par vn discours infallible. Car il est certain que pour passer deux à deux, il faut ou que deux hommes passent ensemble, ou deux femmes ou vn homme auec sa femme. Or au premier passage on ne peut faire passer deux hommes (car alors vn homme seul demeureroit auec les trois femmes contre la condition) donc il est necessaire ou que deux femmes passent, ou qu'il passe vn homme auec sa femme, mais ces deux façons reuiennent à vne, d'autant que si deux femmes passent, il faut que l'vne rameine le batteau, partant vne seule se treuue à l'autre riue ; & si vn homme passe auec sa femme, le mesme aduiendra, d'autant que l'homme doit ramener le batteau (car si la femme le ramenoit elle se treuueroit auec les deux autres hommes sans son mary.) Au second passage deux hommes ne peuuēt passer (car l'vn d'eux lairroit sa femme accompagnee d'vn autre homme.) Vn homme aussi auec sa femme ne peut passer (car estant passé il se treuueroit seul auec deux femmes) il est donc necessaire que les deux femmes passent, ainsi les trois femmes estāt passees, il faut que l'vne d'icelles ramene le batteau: quoy fait. Au troisiesme passage où restent à passer les trois hômes & vne femme, on voit bien que deux femmes ne peuuent passer, puis qu'il n'y en a qu'vne. Vn homme aussi auec sa femme ne peut passer (car estant passé il se treuueroit seul auec les trois femmes) donc il faut que deux hommes passent, & allent vers leurs deux femmes, laissant l'autre homme auec sa femme. Or qui ramenera le batteau ? vn homme ne le peut faire (car il lairroit sa femme accompagnee d'vn autre homme)vne femme ne peut aussi. (Car elle iroit vers vn autre homme laissant son mary) Que si les deux hommes le ramenoient, ce seroit ne rien faire, car ils retourneroient là d'où ils sont venus. Partant ne restant autre moyen il faut qu'vn homme auec sa femme ramene le batteau. Au quatriesme passage où restent à passer deux hommes auec leurs deux femmes, il est certain qu'vn homme auec sa femme ne doit passer (car ce seroit ne rien faire) les deux femmes aussi ne peuuent passer (car alors les trois femmes seroient auec vn seul homme) donc il faut que les deux hommes passent. Alors pour ramener le batteau deux hommes ne peuuent estre employez(car ce seroit retourner là d'où ils sont venus) vn homme seul aussi ne peut (car cela fait il se treuueroit seul auec deux femmes) doncques il faut que ce soit la femme qui en deux fois aille querir les deux autres femmes qui restent à passer, & voyla le cinquiesme & sixiesme passage. Partant en six fois ils sont tous passez sans enfreindre la condition.

Encor que ces deux dernieres questions soyent comme ridicules, toutesfois ils y a quelque subtilité à les resoudre, partant ie les ay bien voulu mettre icy, m'efforçant d'en rendre raison, à fin que ceux qui par cy deuant ont pensé que cela ne se pouuoit faire:changent d'opinion, & sçachent que tout effect certain à vne cause certaine.

En outre i'aduertis le Lecteur que Tartaglia l. 16. qu.143. s'efforce de faire passer à la mesme condition

condition 4.maris auec leurs 4.femmes: Mais il se trompe, car apres auoir fait passer les 4.femmes, il veut qu'vne d'icelles rameine le batteau, & demeure aupres de son mary, & que deux des autres maris passent vers les 3. femmes qui sont de l'autre costé. Ce qui est manifestement contre la condition: car il faut de necessité qu'vne des 3 femmes se treuue auec les deux hommes qui passent, sans que son mary soit present. Et de fait la question est impossible en 4. les faisant passer deux à deux.

V.

Estant proposee telle quantité qu'on voudra pesant vn nombre de liures despuis 1. iusques à 40. inclusiuement (sans toutesfois admettre les fractions) on demande combien de pois pour le moins il faudroit employer à cet effect.

IE respons 4.pois, dont le premier pese 1. liure & les autres suiuent en cōtinuelle proportion triple; & seront lesdicts quatre pois 1.3.9.27.

Et la proportion triple commençante par 1. à ceste merueilleuse proprieté que prenant quelque nombre de termes en icelle proportion, on pourra par autant de pois peser toute quantité pesāte quel nombre de liures que ce soit despuis 1. iusques à la somme desdicts termes. Ainsi la sommes des quatre termes 1.3.9.27.estant 40.ie dis qu'auec quatre pois, dont l'vn pese 1. liure, l'autre 3. l'autre 9. l'autre 27. on pourra peser toute quantité pesante quelque nombre de liures despuis 1. iusques à 40. De mesme auec ces cinq pois. 1. 3. 9. 27. 81. dont la somme est 121. on pourra peser toute quantité pesant vn nombre de liures, despuis 1. iusques à 121. & ainsi des autres.

Or bien que ceste proprieté de la proportion triple qui commence par l'vnité ait esté remarquee par plusieurs : toutesfois nul, que ie sçache, ne s'est encor mis en deuoir d'en donner raison. C'est pourquoy suyuant ma coustume ie veux entreprendre de ce faire. Et pour y paruenir ie suppose ce Theoreme.

Plusieurs termes estant proposez en continuelle proportion triple commençante par 1. *Le dernier est esgal au double de la somme de tous les precedens y adioustant* 1.

LA demonstration de cecy est bien aisee, partant ie ne feray que toucher le fondement d'icelle. Ce Theoreme en autres paroles dit presque le mesme, que la regle qu'ō dōne pour treuuer la somme de plusieurs nombres continuellement proportionaux, pourueu que le denominateur de la proportion, & le premier & le dernier terme soyent cognus, laquelle regle est tiree de la 35. du 9. d'Euclide & est telle. Il faut oster le premier terme du dernier, le reste diuisé par vn nōbre moindre de l'vnité, que le denominateur de la

pro

proportion, donnera la somme de tous les termes excepté le dernier. Doncques le dernier contient le premier, & de plus la somme de tous les autres precedens autant de fois, qu'il y a d'vnitez au nombre moindre de 1. que le denominateur de la proportion. Partant en la proportion triple commençante par vn, puisque le premier terme est vn, & le nombre moindre de 1. que le denominateur 3. est 2. Il faut conclurre que le dernier terme contient 1. & le double de la somme des precedens, qui est iustement ce que dit mon Theoreme. Celà supposé prenons premierement deux pois à sçauoir 1. & 3. dont la somme est 4. Il est bien certain qu'il n'y a pas difficulté de peser par iceux vne quantité qui soit esgale en pois à quelqu'vn d'iceux, ou à la somme d'iceux, comme vne quantité pesante 1. ou 3. ou 4. Mais la difficulté est de peser vne quantité qui pese vn nombre tombant entre lesdits deux pois, comme vne quantité pesante 2. liures & ceste difficulté se resout par le Theome sus allegué, car puisque 3. doit contenir le double de 1. & de plus 1. si on prend vne quantité dont le pois surpasse de 1. le premier pois 1. comme fait la quantité pesante 2. il appert par ledit Theoreme qu'adioustant le pois de 1 à ladicte quantité, on fera vn pois esgal au second pois, qui est 3.

Secondement qu'on prenne les trois pois 1. 3. 9. dont la somme est 13. Ie dis aussi que par iceux on pesera toute quantité pesante depuis 1. iusques à 13. Car i'ay desia preuué que par les deux premiers on pesera iusques à 4. Que si l'on propose vne quantité de 5. liures, puisque 5. surpasse de 1. la somme des deux premiers pois, il appert par mon Theoreme que si à 5. l'on adiouste ladite somme qui est 4. on fera le dernier pois à sçauoir 9 Doncques si à la quantité de 5. liures on ioint les deux premiers pois, cela contrebalancera le troisiesme. En apres puisque ce qui reste despuis cinq à neuf est esgal comme i'ay preuué à la somme des deux premiers pois, à sçauoir à quatre: pour peser tout nombre de liures, entre cinq & neuf, à sçauoir 6.7.8. on procedera d'vne façon contraire à celle dont on vse pour peser auec deux pois depuis 1. iusques à 4. Car puisque 5. liures auec la somme des deux premiers pois, esgalent le troisiesme comme i'ay demonstré, il appert que 6. liures auec le second pois 3. ostant seulement le premier 1. esgaleront le mesme troisiesme: & 7 liures auec 3. esgaleront le troisiesme 9. auec 1. & 8. liures auec 1. esgaleront le mesme troisiesme 9. finalement pour peser despuis 9 iusques à 13. il n'y a nulle difficulté, à cause que l'interualle n'est aussi que 4. la somme des deux premiers pois, & faut faire tout de mesme comme pour peser auec deux pois despuis 1. iusques à 4. & ceste demonstration est vniuerselle, les mesmes raisons ayant lieu en tout nombre de pois choisis de mesme façon. C'est pourquoy pour euiter prolixité ie mettray fin à ceste question, seulement i'aduertis le curieux Lecteur, que la proportion double commençante par 1. fait bien vn semblable effect, mais non pas auec si peu de pois, car pour peser par icelle iusques à 31. il faudroit ces cinq pois 1.2.4. 8. 16. Là ou pour peser iusques à 40 par la proportion triple, il n'en faut que 4. comme i'ay me i'ay preuué. Toutesfois qui voudra, pourra voir comme en autre subiect, Tartaglia se sert de ceste proprieté de la proportion double en la seconde partie, liure 1. chap. 16. q. 32. Pour toute autre proportion plus grande que la triple, elle ne peut faire cet effect, car par exemple prenant ces trois pois en proportion quadruple 1. 4. 16. auec iceux on ne peut peser 2. liures ni 6. ni 7. ni 8. ni 9. ni 10. & ainsi des autres.

V I.

Souuent on requiert qu'on reduise vne plus haute monnoye en des plus basses de differente valeur, tellement qu'il y ait esgal nombre des vnes & des autres, comme si l'on demande qu'on reduise vn escu en soubz, & en liars, tellement qu'il y ait autant de soubs que de liars.

POur faire cecy, regarde la proportion d'vn sols à vn liard qui est quadruple, & diuise 60. qui est la valeur d'vn escu, en deux nombres, obseruans la proportion quadruple, ainsi que i'ay enseigné au probl. 14. tu trouueras que ces deux nombres sont 48. & 12. Partant tu peux dire pour soudre la question, qu'il faut 48 soubs, & 12 soubz reduits en liars, qui sont aussi 48. liards. La raison de cecy est bien euidente, car puisque vn soubz est quadruple d'vn liard, & 48

est qua

est quadruple de 12. il est certain que 12 soubz en liards, sont 48 liards. Que si l'on vouloit reduire vn escu en liars & deniers, d'autant que la proportion d'vn liard à vn denier est triple, & qu'vn escu vaut 240 liars, il faut diuiser, 240 en deux nombres obseruans la proportion triple qui sont 180 & 60. & on dira que 180 liards, & 60 liars reduits en deniers, qui sont aussi 180 deniers, font la valeur d'vn escu. On pourroit de mesme reduire la plus haute monnoye en plusieurs plus basses, comme en trois ou quatre. Car tout ainsi que i'ay enseigné au 14 prob. à diuiser tout nombre donné en deux, obseruans la proportion donnee, ainsi peut on diuiser le nombre donné en plusieurs, obseruans les proportions donnees, cõme s'il faut diuiser 60. en trois nombres, que le premier au second ait proportion sesquialtere, & le second au troisiesme ait proportion double, ie continueray ces proportions en trois termes, comme en 3.2.1. dont la somme est 6. par qui diuisant 60. vient 10. qui multipliãt separement les susdits trois termes, donne les nombres cherchez, à sçauoir 30.20.10. Dõcques si l'on veut par exemple reduire vn escu en deniers, doubles, & liards, tellement qu'il y ait autant des vns que des autres; d'autant que le liard au double à proportiõ sesquialtere, & le double au denier à proportion double ie diuiseray 240 (qui est la valeur de l'escu en liards) en trois nombres, obseruans lesdittes proportions, qui seront 120.80.40. Partant ie diray qu'il faut 120 liars, & 80 liars reduits en doubles, qui sont 120 doubles; & quarante liars reduits en deniers qui sont aussi 120 deniers. Et ceste reigle est si cer-

taine

taine & infallible qu'encor que les nombres des moindres monnoyes viennent entremeslez de fractions, la solution de la question ne laisse d'estre bõne & veritable. Par exemple qui voudroit reduire vn escu en soubz, & en deniers, auec la mesme condition, il faudroit diuiser 60. en deux nombres, obseruans la proportion de 12 à 1. qui seroyent 55 $\frac{5}{13}$ & 4 $\frac{8}{13}$. Partant on diroit qu'il faut 55 soubz & $\frac{5}{13}$ d'vn soubz & autant de deniers; & la solution seroit tres-bonne, car 55 deniers & $\frac{5}{13}$ d'vn denier font iustement 4 soubz & $\frac{8}{13}$ d'vn soubz, qui ioints à 55 soubs & $\frac{5}{13}$ font 60 soubz, la valeur de l'escu.

VII.

Vn homme venant à mourir partage son bien consistant en certaine somme d'escus, à ses enfans, en telle sorte qu'il ordonne que le premier prenne 1. *escu, & la septiesme partie du restant, en apres que le second prenne deux escus & la septiesme du reste, & cela fait que le troisiesme prenne* 3. *escus, & la septiesme du reste, & ainsi consecutiuement des autres. Or le partage fait en ceste façon il se treuue que chascun des enfans est esgalement portionné, l'on demande la somme des escus, & le nombre des enfans.*

POVR

POVR soudre toute semblable question prens le denominateur de la partie mentionnee, & d'iceluy oste 1. le reste sera le nombre des enfans, & le quarré dudit reste, sera la somme des escus, & chascun aura autant d'escus, qu'il y a d'enfans. Comme en l'exemple proposé, d'autant que la partie mentionnee est $\frac{1}{7}$ prens 7. denominateur d'icelle, & en oste 1. restera 6. le nombre des enfans, dont le quarré à sçauoir 36. est la somme des escus, & chascun aura 6. escus comme tu peux voir par experience. La demonstration de cecy est telle.

N 18.	M 21.	L 24.	K 28.	H 30.	G 35.	F 36.
	E 3.	D 4.	C 5.	A 6.	B 7.	

Soit le nombre B. denominateur de la partie, & soit A. moindre de 1. que B: & soit encor C. moindre de 1. que A. & soit F le quarré de A, & multipliant C par B: soit fait G, & multipliant C par A. soit fait H. Or puisque A multipliant soy-mesme & multipliant C. fait F. & H. & la difference des nombres C A. est l'vnité, il s'ensuit que F contient A, vne fois dauantage que ne fait le nombre H, partant A est la difference des deux F. H. semblablement puisque C multipliant A. & B, produit H G, & la difference des deux A. B, est l'vnité, il s'ensuit que C. est la difference des deux H G. Doncques H. est moindre que F du nombre A: & le mesme H. est moindre que G, du nombre C: par consequent la difference des deux A C. estant 1. il faut que le mesme 1.

soit

ſoit la difference des deux F G. Partant ſi de F l'on oſte 1. reſte G, qui diuiſé par B, donne C. Or il eſt euident qu'adiouſtant 1 à C, ſe fait A, le coſté de F. Doncques la ſomme des eſcus eſtant F, & le nombre des enfans A, il appert ſi le premier prend 1. & la partie du reſte denommee de B, qu'il aura vn nombre d'eſcus eſgal à A, comme dit la reigle. Reſte à preuuer que tous les autres en auront autant ſuiuant l'ordonnance du pere, & il eſt certain que le premier ayant pris vn nombre eſgal à A : il reſte H. car A eſt la difference des deux F H comme nous auons preuué. Or qu'on prenne D moindre que C. de l'vnité, & par conſequent moindre que A de 2. & multipliant par D. les nombres A.B. ſoyent faits L. K. Alors puiſque la difference de A. & B eſt 1. il s'enſuit que D eſt la difference des deux L. K. & d'autant que le meſme A. multipliant les deux D C. (dont l'interualle eſt 1.) prouiennent L. & H, il s'enſuit que A eſt la difference des deux L. H. Partant K ſurpaſſant L de D : & H ſurpaſſant le meſme L de A, il s'enſuit que H ſurpaſſe k du meſme nombre dont A ſurpaſſe D. à ſçauoir de 2. Doncques ſi le ſecond enfant prend 2. du nombre H, reſtera K, duquel prenant la partie denommee de B. viendra D. & puiſque D auec 2. fait A : il appert qu'il aura autant que le premier, à ſçauoir vn nombre eſgal à A. De meſme façon ſi l'on prend E. moindre que D de 1. & par conſequent moindre que A de 3. multipliant A. B. par E. & produiſant N, M, on preuuera que la difference entre L. & M eſt la meſme qu'entre A & E, à ſçauoir 3. Partant ſi le troiſieſme en-

fant

ſant prend 3. du nombre L, reſtera M. lequel diuiſé par B, donnera E. doncques puiſque E ioint à 3. fait A, il appert que le troiſieſme enfant aura autant que chaſcun des precedens, & la meſraiſon ſert pour tous les autres, & ne faut point douter qu'il n'y ait aſſez d'eſcus pour faire que chaſcun en ait autant qu'il y a d'vnitez en A. Car le quarré F. doit contenir ſon coſté A. autant de fois qu'il y a d'vnitez audit A.

Ceſte reigle ſe peut practiquer fort diuerſement. Car premierement ſelon qu'on changera le denominateur de la partie, l'on changera auſſi la ſolution. Mais il faut prendre garde qu'en la propoſition de la queſtion, il ne ſoit fait mention que d'vne meſme partie, car ſi l'on faiſoit mention de diuerſes parties, comme ſi l'on diſoit que le premier prenne 1. & la moitié du reſte, le ſecond 2. & le tiers du reſte; & ainſi en quelque autre ſemblable maniere, la queſtion ſeroit impoſſible. En outre il ne faut point que la partie mentionnee ait autre numerateur que l'vnité, car ſi l'on propoſoit la queſtion en telle ſorte, que le premier deut prendre 1. & $\frac{2}{7}$ du reſte, le ſecond 2 & $\frac{2}{7}$ du reſte, & ainſi conſecutiuement, la queſtion ſeroit auſſi impoſſible.

Secondement l'on peut changer les nombres que chaſcun prend, auant que de prendre vne certaine partie du reſte, comme en l'exemple donné au lieu que le premier prend 1. le ſecond 2. le troiſieſme 3. & ainſi conſecutiuement: on pourroit requerir que le premier prit tout autre nombre, comme 5. mais alors il faudroit que les nombres des autres, ſuiuiſſent en continuelle progreſſion Arithmetique, dont la difference

fut

fut le mesme 5. Par exemple il faudroit que le second prit 10. le troisiesme 15. le quatriesme 20.& ainsi des autres,& en tel cas on trouueroit tousiours le nombre des enfans,comme auparauant ostant 1.du denominateur de la partie:mais le nombre des escus se treuueroit multipliant le quarré du nõbre des enfans par 5. à sçauoir par le nombre que prend le premier, & qui est la difference de la progression.Comme si l'on veut que le premier prẽne 5. & la septiesme du reste. Le second 10.& la septiesme du reste:le troisiesme 15. & la septiesme du reste : & ainsi des autres:le nombre des enfans sera tousiours 6.mais le nombre des escus sera 180. qui se fait multipliant le quarré de 6.à sçauoir 36.par 5.Et chascun des enfans aura 30 escus,à cause que 5.fois 6.sont 30.La demonstration de tout cecy se tire aisément de ce qui a esté dit, comme ie laisse à considerer au prudent Lecteur.

Troisiesmement la question se pourroit proposer diuersement si l'on ordonnoit que chasque enfant prit premierement vne certaine partie,& apres vn certain nombre. Comme qui diroit. Le premier prenne la septiesme de toute la somme, & vn escu de plus; le second prenne la septiesme du reste,& 2.escus apres.Le troisiesme prenne la septiesme du reste, & de plus 3 escus, & ainsi consecutiuement. Et en tel cas il faut comme auparauant oster 1. du denominateur de la partie, & le reste sera le nombre des enfans, mais le nombre des escus prouiendra, multipliant ledit denominateur par ledit nombre moindre de 1. qu'on met pour le nombre des enfans. Comme en l'exemple donné le nombre des enfans sera 6. & le nombre des escus 42. & chascun aura autant d'escus qu'il y a d'vnitez au denominateur de la partie à sçauoir 7. La demonstration est facile à treuuer à l'imitation de la precedente. Mais on doit aussi obseruer pour faire la question possible, qu'on ne fasse mention que d'vne seule & mesme partie, & l'on peut semblablement changer les nombres qu'on prend de plus, pourueu qu'ils se suiuent en continuelle progression Arithmetique & que le moindre soit esgal à la difference. Comme si l'on veut que le premier prenne la septiesme de toute la somme, & 4. de plus, il faut que le second prenne la septiesme du reste, & 8. de plus, & que la troisiesme prenne la septiesme du reste & 12 de plus, & ainsi des autres. Alors le nombre des enfans sera 6. comme auparauant, qu'on treuue estant 1. de 7. Mais pour auoir la somme des escus, ayant multiplié 6. par 7. il faut multiplier le produict 42 par 4. qui est la difference de la progression, & viendra 168. la somme des escus, & chascun en aura 28: lequel 28 se treuue multipliant 7. par 4.

VIII.

Trois hommes ont chascun certaine somme d'escus. Le premier donne des siens aux deux autres autant qu'ils en ont chascun. En apres le second en donne aux deux autres autant qu'ils en ont chascun.

cun. Finalement le troisiesme en donne aux deux autres autant qu'ils en ont chascun : cela fait chascun se treuue 8. escus. On demande combien chascun en auoit du commencement.

CEste question se resout aisément par vn discours qui porte auec soy sa demonstration, & qui est tel. Puis que à la fin chascun se treuue auoir 8. escus, & qu'immediatement auparauant le troisiesme auoit donné au premier, & au second, autant qu'ils auoyent chascun, il faut dont que chascun d'iceux n'en eust que 4.& que le troisiesme en eut 16. Mais le second en venoit de donner aux deux autres autant qu'ils en auoyent chascun. Il faut donc qu'auparauant le premier n'en eut que 2. Le troisiesme 8. & le second 14. Or cela n'est aduenu qu'apres que le premier en a donné aux deux autres autant qu'ils en auoyent chascun. Doncques il conuient dire que du commencement le second en auoit 7. le troisiesme 4. & le premier 13.

Et remarque que pour soudre generalement toute semblable question, il faut tousiours prendre des nombres en mesme proportion que 13. 7.4.& 8.car pourueu que cela soit, procedant de mesme façon tous trois à la fin se treuuerõt esgaux. Partant le nombre auquel se fait l'esgalité estant donné, il est aisé de trouuer les trois nombres du commencement, car il ne faut que diuiser le nombre donné par 8. & multiplier le quotient par 13.7.& 4. comme si l'on dit faisant

P 2

de la meſme ſorte que chaſcun à la fin ſe treuue 6. eſcus diuiſe 6. par 8. vient $\frac{3}{4}$. qui multiplié par 13. 7. & 4. te donne à cognoiſtre qu'au commencement le premier auoit 9 $\frac{3}{4}$. le ſecond 5 $\frac{1}{4}$. Le troiſieſme 3. Par meſme raiſon les trois nombres que chaſcun à du commencement eſtant donnez, il eſt facile de treuuer celuy auquel ſe doit faire l'eſgalité. Car il eſt neceſſaire à fin que la queſtion ſoit poſſible, que leſdicts trois nombres donnez obſeruent meſme proportion que 13. 7. 4. partant ſi tu diuiſes le plus grand par 13. ou le moyen par 7. ou le moindre par 4. il viendra par tout vn meſme quotient, qui eſtant multiplié par 8. produira le nombre auquel ſe doit faire l'eſgalité. Comme ſi les nombres donnez eſtoyent 26. 14. 8. diuiſant 26. par 13. ou 14 par 7. ou 8 par 4 vient touſiours pour quotient. 2. qui multiplié par 8. produit 16. le nombre auquel ſe fera l'eſgalité.

Or d'icy l'on peut tirer la façon d'vn ieu aſſez gentil pour deuiner de trois perſonnes, combien chaſcune aura pris de gettons, ou de cartes, ou d'autres vnitez & ce ieu ſe pourra practiquer en ceſte ſorte.

Commmande que le troiſieſme prenne, par exemple, vn nombre de gettons tel qu'il voudra, pourueu qu'il ſoit pairement pair, c'eſt à ſçauoir meſuré par 4. En apres ordonne que le ſecond prenne autant de fois 7. que le troiſieſme a pris de fois 4. & que le premier prenne tout autant de fois 13. Alors commande que le premier donne de ſes gettons aux deux autres autant qu'ils en ont chaſcun, & puis que le ſecond en donne aux autres autant qu'ils en auront chaſcun &

finale

finalement que le troisiesme fasse tout de mesme. Cela fait pren le nombre des gettons duquel que tu voudras des trois (car ils s'en treuueront tous vn esgal nombre) & pren la moitié d'iceluy, ce sera le nombre des gettons qu'auoit le troisiesme du commencement, partant il est aisé de deuiner les nombres des autres, prenant pour celuy du second autant de fois 7. & pour celuy du troisiesme autant de fois 13. qu'il y a de fois 4. au nombre du troisiesme cogneu. Par exemple, que le troisiesme ait pris 12. gettons, alors le second en prendra 21. & le premier 39. & apres que chascun aura donné & reçeu comme i'ay deuisé, il aduiendra que chacun aura 24. & la moitié de 24 à sçauoir 12. est iustement le nombre du troisiesme Cecy n'est autre en effect que la reigle que i'ay cy deuant donnée. Car le nombre auquel se fait l'esgalité estant cogneu, pour trouuer ce que chascun auoit du commencement, i'ay dit qu'il falloit diuiser ledit nombre de l'esgalité par 8. & multiplier le quotient par 13. 7. & 4. Or est-il certain que diuiser vn nombre par 8. & multiplier le quotient par 4. c'est autant que prendre les quatre huictiesmes du mesme nombre, à sçauoir la moitié.

Mais si l'on me demandoit par quel moyen i'ay treuué que tous les nombres qui peuuent soudre ceste question doiuent obseruer mesme proportion que 4. 7. 13. & par quelle reigle generale on pourroit soudre toutes autres semblables questions, encor que l'on changeat la proportion de ce que chascun doit donner aux deux autres, comme si au lieu de leur donner vne fois autant qu'ils ont, on requeroit qu'il leur donnast deux fois, trois fois, quatre fois autant &c. Ie respõs que l'Algebre est celle qui m'a serui de guide en cecy, & que de l'operatiõ d'icelle, on peut finalement tirer la reigle generale demandée. C'est pourquoy pour satisfaire aux plus curieux, je veux chercher par ceste voye comme se peut soudre la questiõ, supposant que chascun à son tour donne aux deux autres deux fois autant d'escus qu'ils en ont. Et pour ce faire proce-dant resolutiuement ie dis que comme ainsi soit que le troisiesme à la fin donnant à chascun des autres deux fois autant qu'ils en ont, ils se treuuent tous trois auoir vn mesme nombre d'escus, il faut que les nombres du premier & secõd fussent auparauant esgaux; partant ie pose que le premier eust alors 1. ℞. d'escus, & le secõd aussi 1. ℞. Et puis qu'il faut que le troisiesme leur dõne à chascun le double de ce qu'ils ont, doncques il leur dõnera 2. ℞. à chascun. Mais alors tous trois doiuent auoir vn esgal nombre, & le premier & secõd en ont chascun 3. ℞. dõcques le troisiesme à pareillemẽt 3. ℞. Partant reprenant 2. ℞. qu'il a dõné au premier, & 2. ℞. qu'il a donné au secõd, il est necessaire que ledit troisiesme auparauant que de dõner, eut 7. ℞. le secõd 1. ℞. & le premier 1. ℞. aussi. Or est-il qu'immediatemẽt auparauant le second vient de donner à chascun des autres, deux fois autant qu'ils auoyent, & partant il leur vient de donner les $\frac{2}{3}$ de ce qu'ils ont à present, à sçauoir $\frac{2}{3}$ ℞ au premier, & $\frac{14}{3}$ ℞ au troisiesme. Doncques ledit second reprenãt ce qu'il a donné, il se treuuera qu'auant que donner, le second auoit $\frac{19}{3}$ Rac. le premier $\frac{1}{3}$ Rac. & le troisiesme

$\frac{7}{3}$. Rac.

$\frac{7}{9}$.Rac.Mais aussi il cõuient cõsiderer que le premier immediatement auparauãt a donné à chascun des autres le double de l'argẽt qu'ils auoyẽt, à sçauoir à chascun d'iceux les $\frac{2}{3}$ de qu'ils ont maintenant, doncques il a donné au second $\frac{38}{9}$ Rac. & au troisiesme $\frac{14}{9}$ Raç. Partant reprenant le sien, ie conclus que le premier au commencement auoit $\frac{55}{9}$ Rac. le second $\frac{19}{9}$. Rac. & le troisiesme $\frac{7}{9}$. Rac. & voyla que la question (pour parler auec Diophante) est solue infiniment, c'est à dire que tout nombre que l'on prenne pour valeur de la racine, l'appliquant deuëment aux positions, l'on soudra la question. Partant tous trois nombres que l'on choisira, obseruans la mesme proportion que 55. 19. & 7. ils feront l'effet que l'on demande, & l'esgalité se fera (si l'on prend 55.19.& 7.) au nombre 27. qui est le cube de 3. qui surpasse d'vn le denominateur de la proportion de ce que chascun donne aux autres : ou bien si l'on prend d'autres nombres que 55.19. & 7. l'esgalité se fera en vn nombre qui aura la mesme proportiõ à 27. qu'auront les trois nombres pris à 55.19.7. que si l'on eut fait vne semblable operation pour la question auparauant proposee, on eut trouué qu'au commencemẽt le premier auoit $\frac{13}{4}$ Rac le second $\frac{7}{4}$. Rac. & le troisiesme $\frac{4}{4}$ Rac. Par consequent en ce cas-là il est necessaire qu'on prenne trois nombres obseruãs la proportion de 13.7. 4. & choisissant les mesmes 13.7.4. l'esgalité se fait au nombre 8. qui est le cube de 2. nombre plus grand d'vn que 1. denominateur de la proportion de ce que chascun donne aux deux autres. Or de ceste operation se tire vne reigle generale qui dit ainsi.

Triple le denominateur de la proportion, & au produit adiouſte 1. tu auras le troiſieſme nombre, à ce troiſieſme nombre adiouſte 2. & multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouſte 1. tu auras le ſecond nombre. Ioins *enſemble le ſecond & troiſieſme nombre deſia trouuez, à leur ſomme adiouſte 1. & multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouſte 1. tu auras le premier nombre, & le nombre auquel ſe fera l'eſgalité ſera le cube du nombre ſurpaſſant d'vn le denominateur de la proportion.*

PAr exemple en la premiere queſtion où le denominateur de la proportion eſt 1. ie pren le triple d'iceluy denominateur, à ſçauoir 3. auquel i'adiouſte 1. & i'ay 4. pour le troiſieſme nombre. I'adiouſte 2. à 4. vient 6. que ie multiplie par 1. & au produit adiouſte 1. i'ay 7. pour le ſecond nombre. I'aſſemble 4. & 7. & à leur ſomme i'adiouſte 1. vient 12. que ie multiplie par 1. & au produit i'adiouſte 1. i'ay 13. pour le premier nombre, & le cube de 2. à ſçauoir 8. eſt le nombre auquel ſe fait l'eſgalité.

En

En la seconde question où le denominateur est 2. Ie triple 2. & au produict adiouste 1. i'ay 7 pour le troisiesme nombre i'adiouste 2. à 7. vien 9. que ie multiplie par 2. & au produit adiouste 1. i'ay 19. pour le second nombre. I'assemble 7. & 19. & à leur somme adiouste 1. viẽt 27. que ie multiplie par 2. & au produit adiouste 1. i'ay 55. pour le troisiesme nombre, & l'esgalité se fait au nombre 27. qui est le cube de 3. surpassant d'vn le denominateur 2. & la regle sert aussi biẽ pour toute autre sorte de proportion comme l'experience fera voir à chascun: car ce n'est pas icy le lieu d'enseigner demonstratiuement comme i'ay tiré ceste regle de l'operation de l'Algebre, & que partant elle est infallible, ie m'en rapporte au iugement de ceux-là qui sçauent comme on tire la quinte-essence d'vne operation d'Algebre qui a passé par l'Alembic d'vn esprit bien delié.

IX.

Trois hommes ont à partager 21. tonneaux, dont il y en a sept pleins de vin, sept vuides, & sept pleins à demy. Ie demande comme se peut faire le partage, en sorte que tous trois ayent vn esgal nombre de tonneaux, & esgalle quantité de vin.

CEste question est proposee par Tarraglia en la premiere partie, liure 16. q. 130. & encor il en propoſe vne ſemblable en la q.131.ſuiuante. Mais ledit autheur ſe contente de donner la ſolution deſdictes queſtions, ſans enſeigner la regle generale pour ſoudre toutes autres ſemblables, laquelle façon de faire ie repute indigne d'vn ſi habile Mathematicien. Doncque pour ne commettre la meſme faute ie dis qu'il conuient diuiſer le nombre des tonneaux par celuy des perſonnes, & ſi le quotient ne vient nombre entier, la queſtion eſt impoſſible, comme ſuppoſant qu'il y ait 21. tonneaux, ſi l'on met 4. perſonnes, le partage ne ſe peut faire comme l'on requiert, car afin que le nombre des tonneaux ſe partage eſgalemẽt, il faudroit que chaſcun en eut 5 $\frac{1}{4}$. qui eſt choſe abſurde, vn tonneau ne ſe pouuant ainſi briſer en pluſieurs pieces. Il faut donc que ce quotient ſe treuue entier, car c'eſt le nombre des tonneaux que chaſcũ doit auoir. En apres il conuient prendre ledit quotient, & en faire autãt de parties qu'il y a de perſonnes, obſeruant toutesfois que chaſcune d'icelles parties ſoit moindre que la moitié du ſuſdict quotient. Comme par exemple les tonneux eſtans 21. & les perſonnes 3. ayant diuiſé 21. par 3. le quotient eſt 7. que ie coupe en ces trois parties 3. 3. 1. ou bien en ces trois 2.2.3. dont chaſcune eſt touſiours moindre que la moitié de 7. Or par le moyen deſdites parties on peut ſoudre la queſtion fort aiſément, appliquant chaſcune d'icelles à chaſque perſonne. Ainſi ſe ſeruant des premieres qui ſont 3.3.1. Le premier 3. ſignifie que la premiere perſonne doit auoir 3. tonneaux pleins & autant de vuides (car chaſcun en doit touſiours prendre autant de pleins que de vuides) & par conſequent la

meſme

mesme personne n'en doit auoir que 1. à demy plein pour accomplir les 7. De mesme le second 3. monstre que la seconde personne doit prendre 3. tonneaux pleins, 3. vuides, & par consequent 1. à demy plein. Finalement la troisiesme partie 1. denote que la troisiesme personne doit auoir 1. tonneau plein, 1. vuide, & par consequent 5. à demy pleins. Par ainsi chascun aura 7. tonneaux, & 3 ½ tonneaux de vin, partant autant les vaisseaux, comme le vin seront partagez esgalement.

Que si l'on se veut seruir des autres parties de 7. à sçauoir 2. 2. 3. on trouuera vne autre solution, & tout aussi bonne, & dirat-on que le premier doit prendre 2. tonneaux pleins, 2. vuides, & 3. demy pleins. Le second semblablement 2. tonneaux pleins, 2. vuides, & 3. demy pleins, & le troisiesme 3. tonneaux pleins, 3. vuides & 1. demy plein, & pource que l'on ne peut en point d'autre façon faire trois parties de 7. dont chascune soit moindre que la moitié dudit 7. on peut asseurer que le partage en tel cas ne se peut faire en point d'autre sorte.

Et pour mieux faire voir la certaineté & generalité de ma regle, prenons l'autre exemple de Tartaglia où il suppose que le nombre des tonneaux soit 27. & les personnes 3. comme auparauant ie prendray le tiers de 27. qui est 9. & verray de faire trois pars de 9. dont chascune soit moindre que la moitié de 9. Or cela se peut faire en trois differentes façons car les parties de 9. peuuent estre 3. 3. 3. ou bien 1. 4. 4. ou bien 2. 3. 4. Partant on peut donner trois solutions: car il se peut faire que le premier prenne 3. tonneaux pleins,

pleins, 3. vuides, & 3. demy pleins, & tout autant en prendront le second & le troisiesme. Ou bien le premier en prendra 1. plein, 1. vuide, & 7. demi pleins: le second 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein: le troisiesme de mesme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein. Ou finalement le premier en prendra 2. pleins, 2. vuides, & 5. demy pleins: le second 3. pleins, 3. vuides, & 3. demy pleins: le troisiesme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein, & en toutes les trois façons chascun à 9. vaisseaux, & $4\frac{1}{2}$ tonneaux de vin. Neantmoins en ce cas Tartaglia n'apporte qu'vne solution d'autant qu'il ignoroit la regle generale pour soudre toutes ssmblables questions.

Que si l'on suppose qu'il y ait 24. tonneaux dont les 8. soyent pleins, les 8. vuides, & les 8. demy-pleins, & qu'il les faille partager de la mesme façon entre 4. personnes; diuisant 24. par 4. viendra 6. Partant nous verrons de faire de 6. quatre parties dont chascune soit moindre que la moitié dudit 6. Ce qui ne se peut faire qu'en vne sorte, les parties estant 2. 2. 1. 1. Par ainsi nous dirons que le partage ne se peut faire qu'en vne sorte, à sçauoir si le premier en prend 2. pleins, 2. vnides, & 2. demy pleins; le second aussi 2. pleins, vuides, & 2. demy pleins: le troisiesme 1. plein, 1. vuide, & 4. demy pleins: & le quatriesme de mesme 1. plein, 1. vuide, 4. demy pleins. Par ainsi chascun aura 6. vaisseaux, & la valeur de 3. tonneaux pleins. Ie ne m'estendray pas d'auantage pour rendre la raison de ceste mienne regle, cela estant si facile, que tout homme de bon esprit en viendra bien aisément à bout.

X.

Il y a 41. personnes en vn banquet tant hommes que femmes & enfans, qui en tout despendent 40. soubz, mais chasque homme paye 4. soubz chasque femme 3. soubz chasque enfant 4. deniers. Ie demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans.

CEste question à mis en grande peine tous les Aritmethiciens qui ont esté par cy deuant, comme Frere Luc, François Felician, Nicolas Tartaglia, Estienne de la Roche & autres; qui tous se sont efforcez de la soudre par regle certaine, mais toutesfois ne sont point venus à bout de leur dessein, car tous sont d'vn accord que l'on n'en peut sortir qu'en ceste maniere. Posons que tout le nombre des personnes soit de celles qui payent le moins, à sçauoir d'enfans, dont s'ensuit puisque chasque enfant paye 4. deniers, qui font $\frac{1}{3}$ de s. qu'ils payeront en tout $\frac{41}{3}$ s. qui ostez de 40 s. reste $\frac{79}{3}$. qu'il faut garder à part. En apres soubstraisõs le moindre prix des deux plus grands, à sçauoir $\frac{1}{3}$ de 3. & de 4, resteront $\frac{8}{3}$ & $\frac{11}{3}$. & puisque ces trois restes $\frac{79}{3}$. $\frac{8}{3}$. $\frac{11}{3}$. sont tous d'vne mesme denominations (car autremẽt il les y faudroit reduire) nous seruãt des numerateurs seulement, il nous conuient diuiser 79. en deux telles parties, que l'vne soit mesuree par 8. l'autre soit mesuree par 11, ce que

nous

ferons en taſtonnant de ceſte ſorte. Oſtons vne fois 11.de 79.reſte 68.qui n'eſt pas meſuré par 8. Partant oſtons 2.fois.11.de 79.reſte 57.qui auſſi n'eſt pas meſuré par 8. Partant oſtons 3. fois 11. de 79.reſte 46.qui encore n'eſt pas meſuré par 8. Doncques oſtons 4.fois 11.de 79. reſte 35.que 8. ne meſure point auſſi.Oſtons donc 5.fois 11. de 79.reſte 24.qui eſt meſuré par 8. Partant nous dirons que les deux parties cherchees de 79.ſont 55.& 24.Car diuiſant 55. par 11. le quotient eſt 5.tout iuſte ; & diuiſant 24. par 8.le quotient eſt 3.Doncques nous dirons que le nombre des hõmes eſt 5.celuy des femmes 3. dont la ſomme eſt 8.qui oſtee de 41. reſte 33. pour le nombre des enfans.Que ſi l'on n'eut pas peu faire de 79.deux pars, dont l'vne eut eſté meſuree par 11. l'autre par 8. la queſtion eut eſté impoſſible. Et ſi 79. ſe fut peu diuiſer en deux telles parties en pluſieurs diuerſes façons, la queſtion eut peu receuoir tout autant de differentes ſolutions.

Voylà la regle que donnẽt les autheurs ſuſdits, laquelle comme ie ne nie pas qu'elle ne ſoit aſſez bonne & ſubtile,& fondee ſur raiſon cõme l'on peut voir facilement,ie ſouſtiens auſſi qu'elle eſt fort imparfaicte, tant parce que en partie l'on y procede à taſtons, que parce que elle ne touche pas au fond de ceſte matiere. Car toute ſemblable queſtion propoſee vniuerſellement ſans eſtre appliquee à aucun ſubjet (ſi elle eſt poſſible) reçoit touſiours infinies ſolutions, comme ſi l'on diſoit Faictes trois pars de 41.que l'vne multipliee par 4.l'autre par 3.l'autre par ½. la ſomme des trois produit ſoit 40. Il eſt euident que c'eſt la meſme queſtion propoſee plus generalement,

car

car icy l'on ne requiert point que les trois parties de 41. soyent nombres entiers, ce qui estoit auparauant necessaire à cause qu'on ne peut admettre fractions de personnes sans absurdité. Voyre mesme l'on peut appliquer vne semblable question à tel subject, qu'il ne sera point necessaire que la solution se dõne en nombres entiers, comme si l'on disoit. I'ay acheté 41. Aulnes de trois differentes estoffes, à sçauoir du veloux à 4. escus l'aulne, du Satin à 3. escus, & de la toile à 20 s. & le tout me couste 40. escus. Ie demande combien i'ay pris de chasque estoffe. Or en tous semblables cas telles questions reçoiuent infinies solutions comme ie feray voir cy-apres.

Doncques pour dire ce qui se peut sur ceste question, il se faut seruir d'vne mienne inuention, dont i'ay desia touché vn mot en l'aduertissement du septiesme Probleme, laquelle à ceste occasion i'expliqueray icy briefuement, puisque ie l'ay declaree plus au long en mes commentaires, sur la 41. question du 4. liure de Diophante. Toutesfois i'aduertis le Lecteur que s'il n'est expert en l'Algebre, il ne se trauaille pas pour entendre ce qui s'ensuit; car ce luy seroit peine perduë, d'autant qu'implorant le secours de ceste diuine science ie discours en ceste sorte.

Soit le nombre des homme 1 ℞. Doncques celuy des femmes, auec celuy des enfans sera 41 – 1 Rac. & puisque chasque homme paye 4. s. tous les hommes ensemble payeront 4. Rac. de s. & partant les femmes auec les enfans payeront 40 – 4 Rac. Mais d'autãt que chasque femme paye 3. s.

&

& chaſque enfant $\frac{1}{3}$ ſ. Il appert que la ſomme que payent les femmes & les enfans enſemble, à ſcauoir 40-4. Rac. contient le nombre des femmes trois fois, & le tiers du nombre des enfans, & multipliant icelle ſomme par 3. le produit 120-12. Rac. contient le nombre des femmes neuf fois, & vne fois le nombre des enfans; partant oſtant de là vne fois tant le nombre des femmes que des enfans, à ſcauoir 41-1. Rac. le reſte qui eſt 79-11. Rac. contiendra huict fois le nombre des femmes; doncques diuiſant par 8. nous aurons pour le nombre des femmes $9\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}$ Rac. qui oſté de 41-1. Ra. laiſſera pour le nombre des enfans $31\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ Rac. par ainſi nous auōs en termes Algebriques le nombre des hommes qui eſt 1. Rac. celuy des fēmes qui eſt $9\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}$ Ra. Celuy des enfans, qui eſt $31\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ Rac. dont la ſomme eſt iuſtement 41. & ſelon qu'il eſt requis en la queſtion; les hommes payeront 4. Rac. les femmes $29\frac{5}{8}-4\frac{1}{8}$ Rac. & les enfans $10\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ Rac. dont la ſomme eſt iuſtement 40. Partant il euident que la queſtion eſt ſoluë infiniment (comme dit Diophante) c'eſt à ſcauoir que l'on peut prendre tout nombre pour valeur de la racine, pourueu toutesfois qu'on le puiſſe conuenablement appliquer aux poſitions.

Or pour ce faire i'ay remarqué deux points. Le premier eſt qu'encor qu'ō vueille ſoudre la queſtion generalement ſans ſe ſoucier ſi la ſolution vient en nombres entiers, ou rōpus, il faut neantmoins prendre garde qu'il ne s'enſuiue aucune abſurdité, comme en l'exemple dōné ſi l'on vouloit mettre 7. pour valeur de la racine, il s'enſuiuroit que le nombre des femmes ſeroit moins

que

que rien, car nous auons trouué par force du discours que le nombre des femmes est $9\frac{7}{8}$ $1\frac{3}{8}$ Rac. & partant si l'on prent 8. pour valeur de la racine, $1\frac{3}{8}$ Rac. seront 11. qui estant soustrait de $9\frac{7}{8}$ restera pour le nombre des femmes, moins $1\frac{1}{8}$. Doncques pour remedier à tous semblables inconueniens ie regarde si quelqu'vn des nombres de mes propositions est cōposé de nombre moins racine, ou de racine moins nombre, ou si l'vn est d'vne sorte, l'autre de l'autre, & lors diuisant les nombres par les racines, s'il y a nombre moins racine, le quotient est vn terme au dessous duquel il faut prendre la valeur de la racine, & s'il y a racine moins nombre, le quotient est vn terme au dessus duquel il faut prendre la valeur de la racine, partant si l'vn des nombres des positions est composé de nombre moins racine, & l'autre de racine moins nombre, on a deux termes entre lesquels de necessité se doit prendre la valeur de la racine exclusiuement. En la question proposée, pource qu'il n'y a que le nombre des femmes où se rencontre le signe de moins, il n'y aura aussi qu'vn terme, qui se treuuera diuisant $9\frac{7}{8}$ par $1\frac{3}{8}$ & le quotient, à sçauoir $7\frac{2}{11}$ sera ledit terme au dessous duquel tout nombre pris pour valeur de la racine soudra la question (pourueu qu'on admette les fractions) que si l'on prend pour la racine $7\frac{2}{11}$ ou quelque nombre plus grand, le nombre des femmes se treuuera rien ou moins que rien.

Mais pour donner vn exemple où se rencontrent deux termes, soit le nōbre des personnes 20 l'argent en tout despendu soit 20. s. & que les hommes payent 4 s. les femmes $\frac{1}{2}$ s. les enfans $\frac{1}{4}$ s.

Lors poſant 1. ℞. pour le nombre des hommes; les femmes & les enfans enſemble ſerõt 20-1 ℞. & puiſque chaſque homme paye 4.ſ.tous les hõmes payeront 4℞.de ſ.& partant les femmes auec les enfans payeront 20-4℞.Et d'autant que chaſque femme paye $\frac{1}{2}$ ſ.& chaſque enfant $\frac{1}{4}$ il eſt certain que le nombre de ſ. que payent les femmes eſt la moitié du nombre des femmes, & le nombre de ſols que payent les enfans, eſt le quart du nombre des enfans. Doncques 20-4 ℞. contient la moitié du nombre des femmes, & le quart du nõbre des enfans,& multipliant tout par 4.viendra 80-16℞. contenant deux fois le nombre des femmes, & vne fois celuy des enfans, partant oſtons en 20-1 ℞. qui contient vne fois tant le nõbre des femmes, que celuy des enfans, reſtera 60-15 ℞.pour le nombre des femmes,qui oſté de 20-1℞.reſtera 14℞-40.pour le nõbre des enfans. Nous auons doncques 1 ℞.pour les hommes;60-15 Rac. pour les femmes, 14 ℞-40. pour les enfans, & pource qu'il y a nombre moins racine, à ſçauoir 60-15 Rac.diuiſant 60 par 15. le quotient 4. ſera le terme au deſſous duquel ſe doit prẽdre la valeur de la racine,& d'autant qu'il y a racine moins nombre, à ſçauoir 14 ℞-40. diuiſant 40 par 14. le quotient 2. $\frac{6}{7}$ ſera le terme au deſſus duquel il faut prendre la racine. Partant tout nombre pris entre 2 $\frac{6}{7}$ & 4. ſoudra la queſtion ſi l'on admet les nombres rompus, & point de nombre qui ne ſoit entre ces deux termes ne ſera propre.

Le ſecond point que ie remarque,eſt pour faire venir la ſolution en nombres entiers, lors que le ſujet ne permettra pas qu'on ſe ſerue des fractiõs,

comme

comme quand on parle des personnes ou d'animaux viuans, qu'on ne peut diuiser en plusieurs parties sans absurdité, & pour ce faire, si és positions il ne se rencontre aucune fraction la chose est bien aisée, car on peut prendre pour valeur de la racine tout nombre entier qui se treuue entre les bornes des termes cherchez par l'artifice que i'ay enseigné, comment au dernier exemple, pource qu'en toutes les trois positions il n'y a aucune fraction, on peut prendre pour la racine tout nombre entier qui se treuue entre 2 $\frac{6}{7}$ & 4. & pource qu'il n'y a que 3. on peut dire que telle question par nombres entiers n'a qu'vne seule solution & le nombre des hommes est 3. celuy des femmes 15. celuy des enfans 2. mais si l'on admettoit les fractions, il appert qu'entre 2 $\frac{6}{7}$ & 4, on en peut prendre infinies.

Que si en quelqu'vn des nombres des positions il se rencontre des fractions, il y a vn peu plus de difficulté, comme au premier exemple où il y a des huictiesmes tant au nõbre des femmes qu'en celuy des enfans. Toutesfois en tel cas ie procede ainsi tres-certainement. Le nombre des enfans estant 31 $\frac{1}{8}$ † $\frac{3}{8}$ Rac. pour faire que tãt la racine, qu'iceluy nombre des enfans se rencontre vn nombre entier, il est necessaire de prendre pour la racine vn nombre entier, dont les $\frac{3}{8}$ adioustées à $\frac{1}{8}$ fassent vn nombre entier, & si faut que iceluy nombre soit moindre que 7 $\frac{2}{11}$ (qui est le terme treuué) or cela n'est autre que treuuer vn nombre au dessous de 7 $\frac{2}{11}$ qui multiplié par 3. & au produit adjoustant 1. la somme soit mesurée par 8. c'est à dire treuuer vn multiple de 8. qui surpasse d'vn vn multiple de 3. tel toutesfois qu'iceluy multiple de 3. diuiſé par 3. donne vn quotient moindre que 7 $\frac{2}{11}$. Or cela n'eſt autre choſe que la 18. propoſition de ce liure, par laquelle tu trouueras que 16. eſt le moindre multiple de 8. que tu cherches, duquel oſtant 1. reſte 15. multiple de 3. & parce que diuiſant 15. par 3. le quotient 5. eſt moindre que 7 $\frac{2}{11}$ tu peux prendre 5. pour valeur de la racine, & l'appliquant aux poſitions, tu diras que le nombre des hommes eſt 5. celuy des femmes 3. celuy des enfans 33. Que ſi par la 19. de ce liure, tu vas chercher tous les autres multiples de 8. ſurpaſſans de l'vnité, les multiples de 3. tu n'en treuueras aucun autre qui ſoit propre à ſoudre la queſtion, car diuiſant le multiple de 3. par 3. le quotient ſera touſiours plus grand que 7 $\frac{2}{11}$. Par conſequent tu pourras aſſeurer, que cette queſtion n'a qu'vne ſolution en nombres entiers.

Il pourroit auſſi arriuer qu'au lieu de ſe ſeruir de la 18. de ce liure, il faudroit employer la 21. comme ſi en l'vne de tes poſitions tu rencontrois ces nombres 12 $\frac{3}{5}$ † 7 $\frac{4}{5}$ ℞. Car alors tu ſerois reduit à chercher vn multiple de 5. qui ſurpaſſaſt de 3. vn multiple de 4. ce que tu ferois par la ſuſdite 21. propoſition de ce liure. Cela ſuffit quãt à ceſte queſtion: que ſi quelqu'vn en veut ſçauoir dauantage, & apprendre comme par la meſme inuention, on peut ſoudre les reigles d'alligation, & treuuer touſiours infinies ſolutions; ce que perſonne deuant moy n'a iamais enſeigné, qu'il aille voir mon commentaire ſur la 41. queſtion du 4. liure de Diophante. Là il apprendra auſſi comme il faut proceder en toutes queſtions de ſemblable nature, lors qu'on propoſe à diuiſer

vn

vn nombre donné en 4. ou en plusieurs parties, qui multipliees par autant de differens nombres donnez, fassent des produits, dont la somme soit aussi vn nombre donné. Mais outre tout ce que i'ay dit en ce lieu là, pour faire voir la beauté de mon inuention, en comparaison de ce qu'ont escrit sur ce subiect, les plus habiles Arithmeticiens qui m'ont deuancé ; il faut que i'adiouste icy pour conclusion de ce liure, ce que i'ay treuué en examinant les deux dernieres questions du liure 17. de la premiere partie de l'Arithmetique de Tartaglia. En la premiere il propose à diuiser le nombre 100 en quatre nombres entiers, tellement que multipliant le premier par 3. le second par 1. le troisiesme par $\frac{1}{2}$, le quatriesme par $\frac{1}{4}$, la somme des produits soit aussi 100. & donne vne seule solution, mettant le premier nombre 19. le second 22. le troisiesme 51. le quatriesme 8. aduoüant encore, qu'il ne sçait point soudre des semblables questions, qu'en y procedant à tastons ; là ou ie treuue par vn discours infallible, & fondé en bonne demonstration, que ceste question ainsi proposee, peut receuoir infinies solutions en admettant les fractions, à cause qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre moindre que 25. Mais en nombres entiers, elle reçoit 226 solutions, à cause qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre plus grand que l'vnité, & qui ne surpasse point 24. & mettant le premier nombre 24. on peut donner 3 solutions. Le mettant 23. on en peut donner 7. Le mettant 22. il y a 11 solutions. Le mettant 21. il y en a 15. Le mettant

20. il y en a 19. Le mettant 19. il y en a 18. Le mettant 18. il y en a 17. Le mettant 17. il y en a 16. Et ainsi consecutiuement diminuant tousiours d'vne, iusques au nombre de 2. lequel estant mis pour le premier nombre, ne donne qu'vne solution. I'aurois crainte d'ennuyer le lecteur, & encor plus l'imprimeur, si ie voulois icy coucher par ordre toutes les susdictes 226 solutions : mais pour ne point frustrer entierement les plus curieux de leur attente, ie rapporteray seulement les 18 qui se treuuent, mettant le premier nombre 19. comme Tartaglia le met, & tu verras que la solution de Tartaglia est iustement la seconde.

19	19	19	19	19	19	19	19	19
23	22	21	20	19	18	17	16	15
54	51	48	45	42	39	36	33	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36

19	19	19	19	19	19	19	19	19
14	13	12	11	10	9	8	7	6
27	24	21	18	15	12	9	6	3
40	44	48	52	56	60	64	68	72

La seconde question de Tartaglia est. Diuiser 200 en cinq nombres entiers, tellement que multipliant le premier par 12. le second par 3. le troisiesme par 1. le quatriesme par $\frac{1}{2}$. le cinquiesme par $\frac{1}{3}$. la somme des produits soit aussi 200. & ledit autheur se tient bien glorieux d'auoir peu trouuer vne solution, à sçauoir mettant le premier 6. le second 12. le troisiesme 34. le quatriesme 52. le cinquiesme 96. Mais ie veux que le lecteur s'estonne, quand il verra que i'asseure, que ceste question reçoit 6639 solutions,

toutes

toutes par nombres entiers, d'autant qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre moindre que 11 ⅓. & mettant ledit premier nombre 11. il y a 3 solutions. Le mettant 10. il y en a 60. Le mettant 9. il y en a 200. Le mettant 8. il y en a 388. Le mettant 7. il y en a 571. Le mettant 6. il y en a 704. Le mettant 5. il y en a 832. Le mettant 4. il y en a 914. Le mettant 3. il y en a 977. Le mettant 2. il y en a 985. Le mettant 1. il y en a 1005. Que s'il me falloit rapporter icy toutes lesdictes solutions en particulier, elles rempliroient plus d'vne vingtaine de pages, ce qui seroit trop ennuyeux. C'est pourquoy ie me contenteray de coucher icy toutes celles qui se trouuent, en mettant le premier nombre 6. & le second 12. comme fait Tartaglia, lesquelles solutions sont en tout 44. comme l'on peut voir.

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
132	129	126	123	120	117	114	111	108	105	102

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25
48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88
99	96	93	90	87	85	81	78	75	72	69

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
92	96	100	104	108	112	116	120	124	128	132
66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
136	140	144	148	152	156	160	164	168	172	176
33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3

FIN.

Fautes ſuruenuës en l'impreſſion.

PAg. 14. ligne 14. le nombre D C. Cor. le nombre C. Pag. 18. lig. 2. le reſtant E G. Cor. le reſtant F G. Item lig. 18. Puiſque E H. Cor. Puiſque F. H. p. 58. lig. 14. pairement par. Cor. pairement pair. p. 74. lig. derniere. que le produit Cor. que G eſt le produit. pag. 183. lig. derniere, que E P. Cor. que Q P.