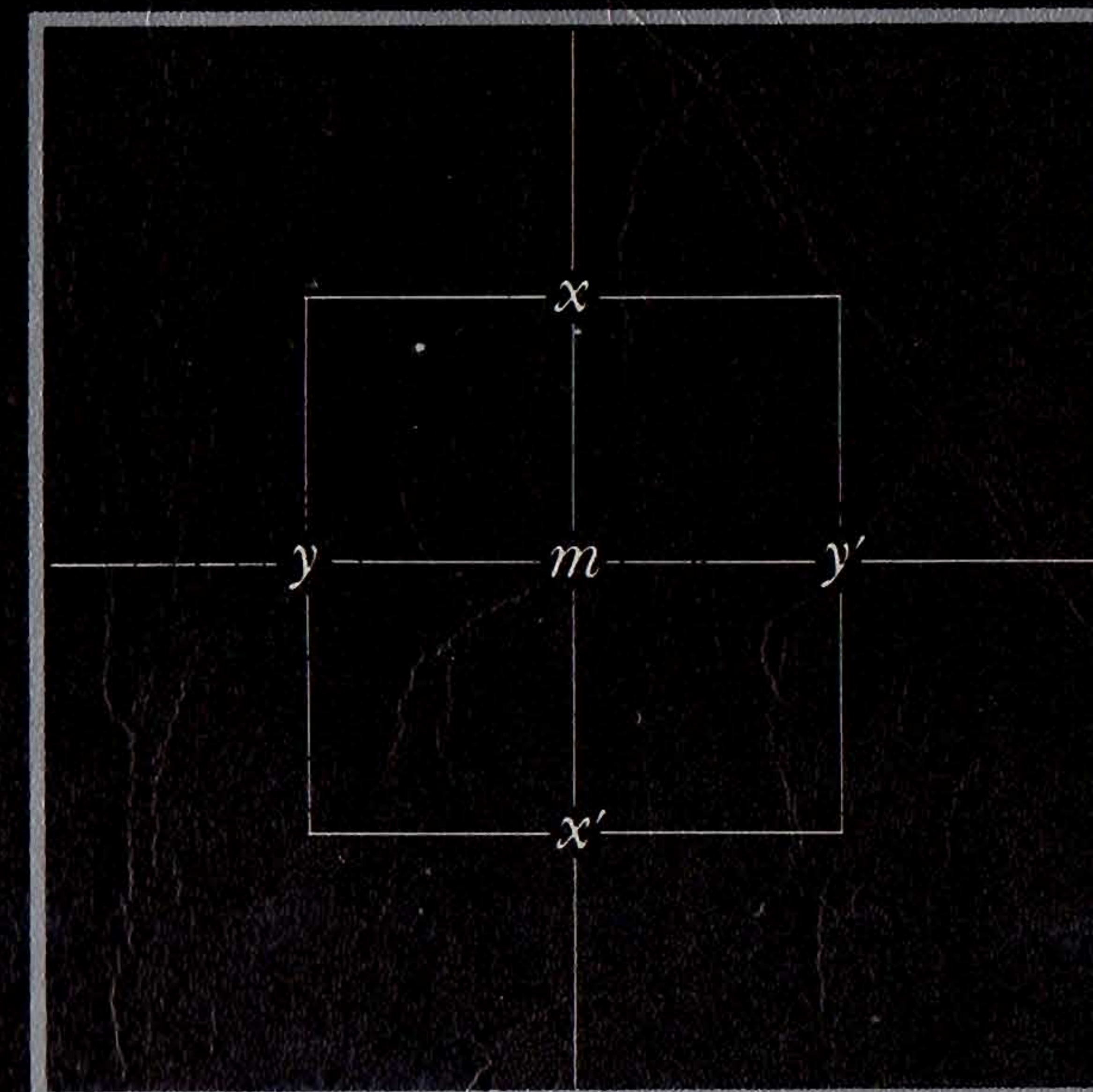
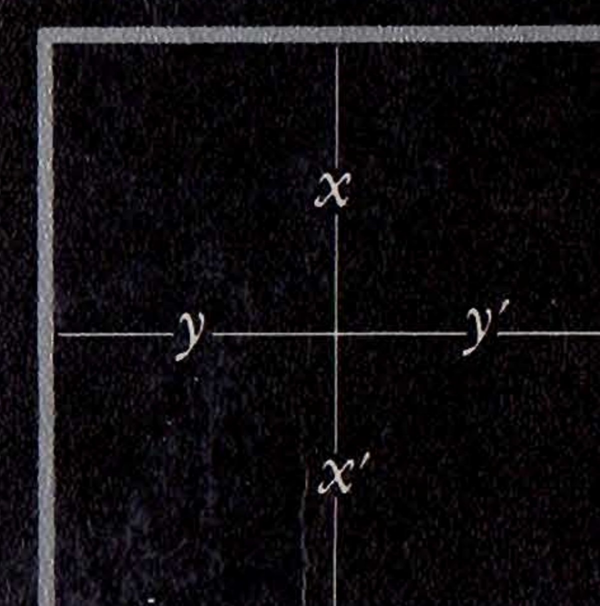
Es frecuente que los lectores de "Alicia en el país de las maravillas" (n.º 276 de "El Libro de Bolsillo") queden sorprendidos —como al parecer le sucedió a la Reina Victoria— al averiguar que LEWIS CARROLL era el sobrenombre literario de un diácono de la iglesia de Inglaterra, profesor de matemáticas y ciudadano de vida circunspecta y ordenada. Como intento de explicación de esta bidimensionalidad unos insisten en la homogeneidad de la obra de Charles Dodgson (cuyos cuentos fantásticos serían solo un muestrario de las trampas y dificultades con que tropiezan quienes quebrantan las leyes del razonamiento correcto), y otros en su radical esquizofrenia y escisión (que no haría sino reflejar las inhibiciones y deseo de evasión de una personalidad compleja y reprimida). ALFREDO DEAÑO —prologuista, organizador y traductor de este volumen— propone una solución intermedia: el lugar donde se anudan el matemático y el fabulador es el campo de la lógica, donde Dodgson-Carroll emprende la contradictoria tarea de aunar la ciencia del sentido y el flujo del sinsentido. EL JUEGO DE LA LOGICA reúne pruebas de ello: en los capítulos tomados de sus libros de lógica la neurosis del victoriano conformista, transferida a las construcciones mentales, muestra como el rigor de la inferencia puede desembocar en la locura; en la paradoja de los tres peluqueros y el debate entre Aquiles y la tortuga, la mentalidad del matemático plantea con sorprendente lucidez algunos problemas claves de la lógica moderna.

EL LIBRO DE BOLSILLO
ALIANZA EDITORIAL
MADRID

LEWIS CARROLL *EL JUEGO DE LA LOGICA*

ALIANZA EDITORIAL





**Volumen doble

Es frecuente que los lectores de «Alicia en el País de las Maravillas» (LB 276) y «A través del espejo» (LB 455) queden sorprendidos —como dicen que le sucedió a la reina Victoria— al averiguar que LEWIS CARROLL no era sino el sobrenombre literario de CHARLES DOGSON (1832-1895), diácono de la Iglesia de Inglaterra, profesor de matemáticas y ciudadano de vida circunspecta y ordenada. Son varias las interpretaciones ofrecidas para explicar las relaciones entre esas dos personalidades en apariencia tan alejadas. Para ALFREDO DEAÑO —prologuista, organizador y traductor de este volumen— fue precisamente el campo de la lógica la encrucijada elegida por Dogson-Carroll para que la fabulación y las matemáticas llevaran a cabo la contradictoria tarea de aunar la ciencia del sentido y el flujo del sinsentido. EL JUEGO DE LA LOGICA reúne pruebas para fundamentar esta hipótesis: en los capítulos tomados de los libros de lógica, la neurosis del victoriano conformista, transferida a las construcciones mentales, muestra cómo el rigor de la inferencia puede desembocar en la locura; en la paradoja de los tres peluqueros y el debate entre Aquiles y la tortuga, la mentalidad del matemático plantea con sorprendente lucidez algunos problemas claves de la lógica moderna.

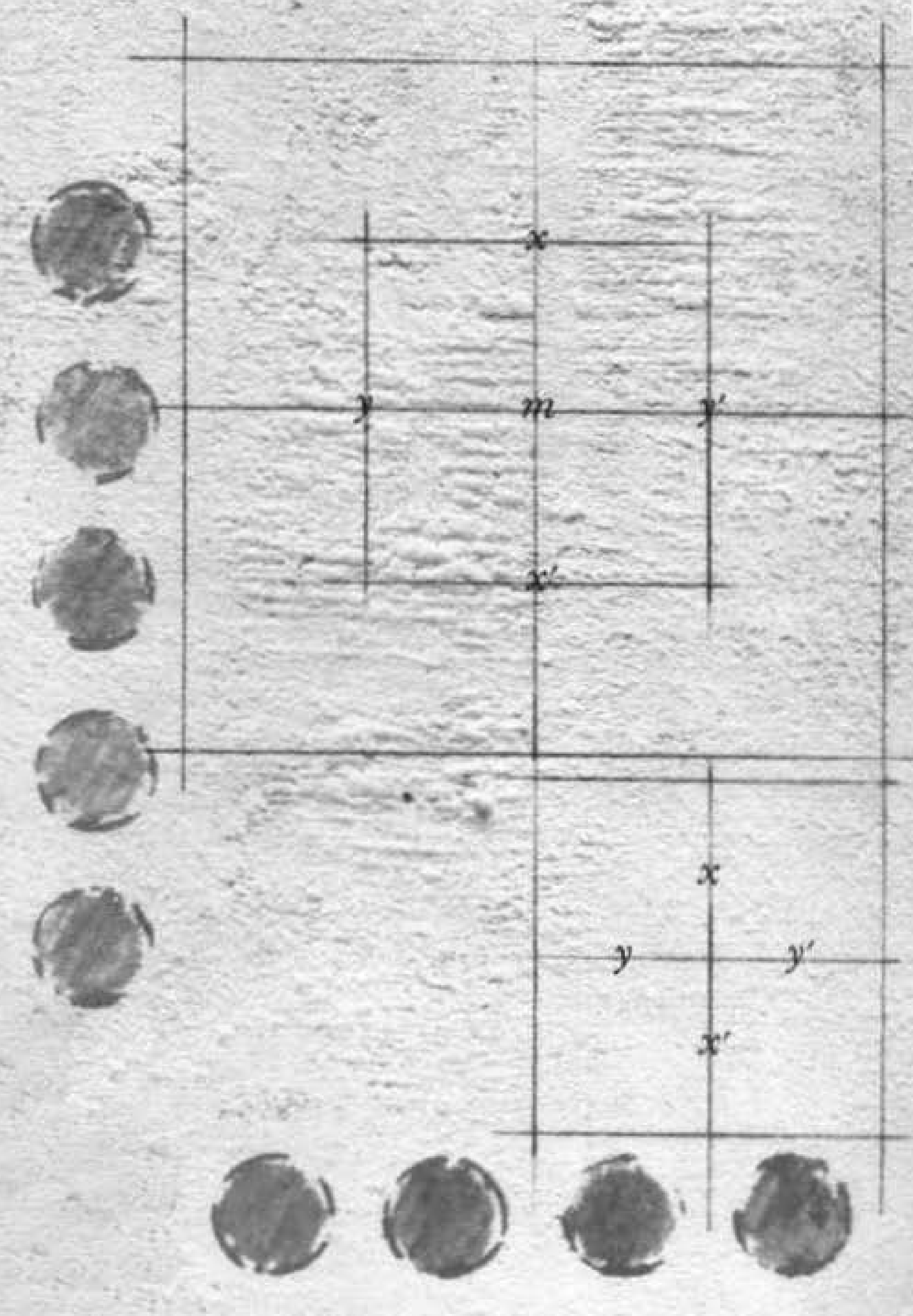
El libro de bolsillo Alianza Editorial

Cubierta: Daniel Gil

Lewis Carroll El juego de la lógica

363

Lewis Carroll
El juego de la lógica
Alianza Editorial



El juego de la lógica y otros escritos

Sección: Clásicos

Lewis Carroll:
El juego de la lógica y otros escritos

Selección y prólogo de Alfredo Deaño

El Libro de Bolsillo
Alianza Editorial
Madrid

Título original: *Symbolic Logic I* (selección); *A Logical Paradox; What the Tortoise said to Achilles*
Traductor: Alfredo Deaño

Primera edición en «El Libro de Bolsillo»: 1972
Segunda edición en «El Libro de Bolsillo»: 1976
Tercera edición en «El Libro de Bolsillo»: 1979
Cuarta edición en «El Libro de Bolsillo»: 1980
Quinta edición en «El Libro de Bolsillo»: 1981
Sexta edición en «El Libro de Bolsillo»: 1982

Calle Milán, 38; ☎ 200 00 45
ISBN: 84-206-1363-0
Depósito legal: M. 24.635-1982
Impreso en Hijos de E. Minuesa, S. L.
Ronda de Toledo, 24 - Madrid-5
Printed in Spain

Aventuras de Lewis Carroll en el País de la Lógica

«Si así fue, así pudo ser; si así fuera, así podría ser; pero como no es, no es. Eso es lógica».

Tweedledee, en *Through the Looking Glass*, cap. IV.

1. Acerca del carácter neurótico de la lógica de Charles Carroll.

Es posible que quienes hayan leído sólo por encima a Lewis Carroll se sientan sorprendidos al recibir la noticia de que Lewis Carroll escribió libros de lógica.

¿Cómo es que Lewis Carroll escribió libros de lógica? Trataremos de demostrar que era lógico que lo hiciera. Para lo cual es menester formular esa pregunta de otro modo. De este modo: ¿qué sentido tiene la obra lógica de Carroll?

Antes de nada, ¿quién era Lewis Carroll? ¿Quién era ese hombre capaz de interesar a la vez a los filósofos analíticos y a los surrealistas, a los poetas dadaístas y a los lógicos formales, a Russell y a Breton, a Artaud y a Strawson, a Deleuze y a Eddington, a Ryle y a Cortázar?

Lewis Carroll era, en realidad, *Charles Lutwidge Dodgson: hijo de un pastor protestante; habitante, durante cuarenta y siete años, de la Universidad de Oxford, primero* *como estudiante y luego como profesor de matemáticas; profesor de lógica en Lady Margaret Hall y en la High School de Oxford; hombre de vida ordenada, casta, apacible; burgués británico de la segunda mitad del siglo XIX; diácono de la Iglesia de Inglaterra, a pesar de que no creía en el castigo eterno de los pecadores; remilgado, altivo, impoluto, profundamente aburrido en clases y reuniones; muerto víctima de las corrientes de aire que en vida tanto había combatido; autor de algunos libros que llevan estos títulos:* Fórmulas de trigonometría plana, Tratado elemental de los determinantes, El libro V de Euclides tratado de un modo algebraico, en cuanto hace relación a magnitudes conmensurables, *etc.*

O bien: Lewis Carroll era, en realidad, *Lewis Carroll: domesticador de serpientes y sapos; prestidigitador; editor, siendo niño, de revistas manuscritas para niños; zurdo (según algunos testimonios), tartamudo, bello, sordo de un oído; inventor de cajas de sorpresas, de rompecabezas, de aparatos inútiles; insomne; entusiasta de las bicicletas en su juventud y de los triciclos en su madurez* [1]*; creador de juegos de palabras incluso en idiomas que no conocía, como cuando dijo «I am fond of children (except boys)», que en inglés no es un juego de palabras, pero sí en castellano: «Me gustan los niños, a excepción de los niños»; excelente fotógrafo, sobre todo de niñas vestidas y desnudas; autor de poemas como éste:*

Creía ver un Elefante,
un Elefante que tocaba el pífano;
mirando mejor vio que era
una carta de su esposa.
«¡De esta vida, finalmente» —dijo—
«siento la amargura!»

Creía descubrir un Búfalo
instalado sobre la chimenea;
mirando mejor vio que era
la sobrina de su cuñado.
«¡Sal de aquí» —dijo—
«o llamo a la policía!»

Creía ver una Serpiente de cascabel
que le interrogaba en griego;

mirando mejor vio que era
la mitad de la próxima semana.
¡Lo único que siento! —dijo—
«es que no pueda hablar».

. . . .

Creía ver una Inferencia
demostrando que él era el Papa.
Mirando mejor vio que era
un pedazo de jabón de mármol.
«¡Dios mío» —dijo— «un hecho tan funesto
destruye toda esperanza!» [2];

inventor de un nuevo método de adición, de acuerdo con el cual, para sumar 2 + 1 habría que hacer lo siguiente:

Tomamos Tres como base del razonamiento que hacemos...
Un número apropiado para comenzar...
Le sumamos Siete, y Diez, y lo multiplicamos todo
por Mil menos Ocho.

El resultado que obtenemos lo dividimos, como ve,
por Novecientos Noventa y Dos;
le restamos Diecisiete, y la respuesta debe ser
exacta y perfectamente justa [3].

Un resumen inocuo de todo lo anterior lo constituiría el decir que hay dos Carroll: un Carroll circunspecto y un Carroll excéntrico. O, para expresarlo con mayor rigor, que hay una sola persona bifurcada en otras dos: Charles Lutwidge Dodgson, por una parte, y, por otra parte, Lewis Carroll. Conviene que encontremos un nombre para referirnos a esa persona escindida. Utilizando la técnica carrolliana de las palabras-maletín (dos o más palabras incrustadas en una sola, como «snark» («serprón»), cruce de «Snake» («serpiente») y «shark» («tiburón»)), podríamos nombrarla de diversos modos. Se trata, en efecto, de entretejer estos nombres:

Charles Dodgson
Lewis Carroll

Lo cual nos da varias posibilidades. Por ejemplo:

Charwis Dodgrroll
Lewrles Carrson
Leslew Soncarr
Wischar Rolldodg

Ahora bien: es posible —y, tratándose de Carroll, deseable— complicar algo más las cosas e introducir un nuevo elemento que a Lewis Carroll, autor de cartas escritas al revés, le resultaría particularmente grato: la inversión. Con lo cual tendremos

Selrach Nosgdod
Siwel Llorrac

Y estas combinaciones posibles, entre otras:

Selwell Nosrrac
Sirach Llogdod

Rachsiw Dodgllo
Welsel Rachnos

Si además de invertir el orden de las letras dentro de cada palabra invirtiéramos el orden de nombre y apellido, y si invirtiéramos asimismo el orden de las sílabas dentro de cada palabra, o bien si prefiriéramos, por ejemplo, entremezclar las letras en lugar de las sílabas, se abriría ante nosotros un vastísimo campo de experimentación a la vez útil y agradable. Limitaciones de espacio nos impiden desarrollar como quisiéramos todas estas apasionantes posibilidades. Pero, después de todo, tal vez sea más sencillo limitarse a combinar los nombres enteros, y hablar de «Charles Carroll» para designar al hombre que escribió sobre trigonometría y sobre sueños.

Algunos autores se han limitado a señalar esa escisión y a buscar sus causas. Así, Chesterton, en su defensa del sinsentido, afirma que Edward Lear —autor de un Book of Nonsense *publicado en 1846— le parece superior a Lewis Carroll. Y ello porque, según Chesterton, para Carroll era más fácil —era, en rigor, inevitable— recurrir al sinsentido. Un hombre como él, con una vida de inhibición como la suya, fatalmente habría de evadirse a otro mundo para sobrevivir. En esa necesidad de evadirse ve Chesterton la fuente de la nueva literatura de la sinrazón. Edward Lear, en cambio, no era un inhibido que sublimaba: era un ciudadano del mundo del sinsentido, instalado en él a sus anchas, y nada más. Para Carroll el mundo del sinsentido era sólo la mitad de su mundo. La otra mitad era Oxford, la Iglesia de Inglaterra, las clases de matemáticas. «El país de las maravillas de Carroll es un territorio poblado por matemáticos locos»* [4].

En esto mismo insiste André Breton: «El sinsentido en Lewis Carroll extrae su importancia del hecho de que constituye para él la solución vital de una profunda contradicción entre la aceptación de la fe y el ejercicio de la razón, por una parte. Por otra parte, entre una aguda conciencia poética y los rigurosos deberes profesionales. La particularidad de esta solución subjetiva es el doblarse en una solución objetiva, precisamente de orden poético: el espíritu, ante cualquier clase de dificultad puede encontrar una salida ideal en el absurdo» [5].

Otro tanto afirma Martin Gardner, autor de una magnífica edición anotada de Alicia: *«El último nivel de metáfora en los libros de* Alicia *es éste: que la vida, vista racionalmente y sin ilusión, aparece como un cuento carente de sentido relatado por un matemático idiota», señalando más adelante que* Alicia en el país de las maravillas *y* Al otro lado del espejo *fueron escritos por el Reverendo C. L. Dodgson «durante una vacación mental»* [6].

Pero Charles Carroll no sólo practicaba el sinsentido en vacaciones, sino también durante el curso. Hay, ciertamente, un Charles Dodgson bienpensante, profesor de matemáticas y autor de libros bien pensados sobre la materia; y hay también un Lewis Carroll librepensador y librecreador que escribe literatura demencial. Hay un hombre que sabe distinguir entre lo necesario y lo libre, pero que se ve obligado a someterse a lo necesario y huir hacia la libertad en ratos libres. Hay un Charles Dodgson encadenado y un Lewis Carroll evadido. Pero, ¿no hay nada entre ellos? ¿No hay ninguna tierra, ninguna tierra de nadie, en la que puedan encontrarse?

Pensamos que sí la hay. Y pensamos que ese lugar donde ambos se encuentran es el lugar de la lógica. Las obras matemáticas las firmaba «Charles L. Dodgson». Las obras de imaginación y los libros de lógica los firmaba

«Lewis Carroll». Pero quizá —si hubiera sido «consciente»— los libros de lógica debiera haberlos firmado «Charles Carroll». Porque Lewis Carroll no se limitó a evadirse. También presentó batalla. Y esa batalla revistió la forma de un intento de introducir el sinsentido en el seno de la lógica misma. En sus libros de lógica se anudan el Dodgson matemático y el Carroll neurótico, y lo que resulta es la lógica neurótica de Charles Carroll. Después de leer algunos de los ejemplos de silogismos y sorites que Carroll nos ofrece, el lenguaje de los surrealistas, pongamos por caso, acaba casi pareciéndosenos al de Rudolf Carnap, pongamos también por caso.

Ciertas filosofías habían venido a decirnos en resumidas cuentas que no conocemos de los objetos más que lo que ponemos en ellos. Hoy sabemos incluso más. Sabemos que ponemos en las cosas más de lo que sabemos que ponemos. De esto da el propio Carroll testimonio: «He recibido a menudo cartas corteses de extranjeros que querían saber si La caza del snark *es una alegoría o contiene alguna moraleja oculta o constituye una sátira política; y para todas las preguntas de ese tipo tengo una sola respuesta:* ¡No lo sé!» [7]. *Y en una carta a un amigo es todavía más explícito sobre este punto: «Las palabras no significan sólo lo que hemos tenido intención de expresar al emplearlas: de manera que la significación de un libro debe ciertamente rebasar las intenciones del autor»* [8]. *Estas observaciones de Carroll acerca de* La caza del snark *pueden naturalmente hacerse extensivas a toda su obra, incluida su obra lógica.*

¿Qué puso Charles Carroll, sin saberlo, en sus libros de lógica?

Se suele concebir la lógica como la ciencia de los principios de la inferencia formalmente válida. Se suele pensar también que pensamiento y lenguaje son de hecho inseparables —al menos en el adulto, ya que otra cosa parecen pensar del niño autores como Piaget—, de tal modo que la validez formal de las inferencias sólo es controlable a través de su inevitable formulación en el lenguaje. Parece, por tanto, que la lógica ha de ser —en un determinado sentido y entre otras cosas— la ciencia de las leyes del lenguaje, la ciencia de las leyes del uso sensato del lenguaje. Ahora bien: Charles Carroll escribió libros de lógica —libros sobre la cordura en el empleo del lenguaje— y, al mismo tiempo, fue autor de obras en las que las palabras [9], *lejos de ser traídas de su uso metafísico a su uso cotidiano, como querrá hacer el segundo Wittgenstein* [10], *son llevadas de su uso ordinario a un uso onírico, trastornado. Algo dirá en sus libros de lógica, o algo se mostrará en ellos que manifieste esa tensión.*

Repitamos la pregunta que al principio hacíamos: ¿Cuál es el sentido de la obra lógica de Carroll? A la vista de lo que hemos dicho parece que ha de tratarse de una obra fronteriza, crucial, de una obra-maletín en la que se dan cita y se inmiscuyen Charles Dodgson, profesor de matemáticas, y Lewis Carroll, teórico de manicomios.

Jean Gattégno, introductor de la obra lógica de Carroll en francés, hace un intento de encontrar la articulación que une la lógica con la antilógica en la obra de Charles Carroll. «La obra fantástica de Carroll representa simplemente el muestrario de trampas y de dificultades en que caemos cuando no observamos las reglas y leyes formuladas por la obra lógica.» [11]

Así pues, según Gattégno, Alicia *y* Al otro lado del espejo *no serían sino el repertorio de los errores y perplejidades a que el lenguaje nos conduce cuando no lo usamos con cuidado. Y* El juego de la lógica *y* Lógica simbólica *serían libros de profilaxis, libros destinados a enseñarnos los cuidados que debemos procurar al lenguaje en evitación de que el lenguaje nos vuelva locos. «Vemos entonces más claramente que Carroll no nos ofrece en sus obras 'ligeras' una respuesta a las obras lógicas 'serias', sino simplemente una confirmación de estas últimas. Aquí está la gran continuidad entre Carroll y Dodgson, entre el autor de relatos para niños y el lógico matemático. Ambos comparten una gran preocupación que traducen, a su manera, para cada uno de sus públicos: la comunicación entre los seres.»* [12]

Es llamativa la semejanza entre un Carroll así inter-

pretado y el segundo Wittgenstein, el cual ha dejado dicho lo siguiente: «La filosofía [en Carroll, la lógica] es una lucha contra el embrujamiento de nuestra inteligencia por el lenguaje» [13].

Efectivamente, hay textos de Carroll —cuando habla, por ejemplo, de las falacias, del modo de evitarlas y de los beneficios que de ello se derivarían [14]*— que abonarían la interpretación de Carroll como una especie de ilustrado, como alguien para quien el problema de la confusión es un problema puramente lógico y no también ideológico. Como alguien que piensa que si habláramos con claridad y sin ambigüedades el mundo iría mucho mejor. Pero no nos satisface esta interpretación.*

Lo que nosotros negamos es que las obras lógicas de Carroll pertenezcan al grupo de sus obras «serias». Y ello independientemente de lo que Carroll pensara de ellas. En el Prefacio a la cuarta edición de su Lógica simbólica *Carroll afirma que su intención es* «popularizar *este tema fascinante», hacer accesible la lógica a los jóvenes estudiantes proporcionándoles así una fuente de goce intelectual. Los editores franceses de su obra aceptan la interpretación que el propio Carroll da de ella, respetan las intenciones conscientes de Carroll. Por eso titulan su antología «La lógica sin esfuerzo».*

Pero ya sabemos —Carroll mismo lo sabía— que una obra no tiene solamente— o no tiene por qué tener tan sólo— el sentido que su autor haya querido atribuirle.

Wittgenstein, el primer Wittgenstein, elaboró en su Tractatus Logico-Philosophicus *una distinción profunda y útil: la distinción entre «decir» y «mostrar». Hay algo que el lenguaje* dice *y hay algo que* se muestra *en el lenguaje. Wittgenstein —para decirlo brevemente— pensaba a la sazón que el mundo es la totalidad de los hechos* (Tractatus, *1.1) y que las proposiciones —cuya totalidad constituye el lenguaje* (Tr., *4.001)— son pinturas de los hechos* (Tr., *4.06). Las proposiciones nos* dicen *que las cosas son de una determinada manera y al mismo tiempo* muestran *su forma lógica común con la del hecho que representan. Ahora bien: «las proposiciones no pueden*

representar la forma lógica: está reflejada en ellas» (Tr., *4.12). Porque «nosotros no podemos representar por medio del lenguaje aquello que* se *expresa en el lenguaje»* (Tr., *4.121). En frase lapidaria: «Lo que* puede *ser mostrado* no puede *ser dicho»* (Tr., *4.1212). Lo que se muestra en el lenguaje no puede ser dicho en él. Sabemos que Bertrand Russell —precisamente en la Introducción al* Tractatus*— y luego sobre todo Tarski y Carnap desplazaron este problema al infinito mediante la llamada «teoría de la jerarquía de los lenguajes» o teoría de la distinción entre un lenguaje y su metalenguaje. Lo que se* muestra *en un lenguaje puede ser* dicho *en su metalenguaje. Y lo que en este metalenguaje se muestra puede ser dicho en un nuevo metalenguaje. Y así sucesivamente hasta siempre.*

La distinción entre decir y mostrar la vamos a usar aquí de un modo analógico. Una cosa es lo que Carroll dice en sus obras y otra cosa es lo que estas obras muestran. Y lo que las obras lógicas de Carroll muestran es la contradicción entre la exposición rigurosa de una ciencia que es la ciencia del sentido, y la filtración, desde lo subterráneo hasta la superficie, de la corriente del sinsentido. La lógica de Carroll muestra por lo menos dos cosas: que la lógica, obedecida hasta sus últimas consecuencias, lleva a la locura; y que la transgresión de los principios lógicos constituye una purificación, una cura de sueño. Lógica masturbada, por una parte, y violación de la lógica, por otra.

De lo primero tenemos dos ejemplos en Al otro lado del espejo. *Es un diálogo entre Alicia y el Caballero Blanco:*

«Permítame —dijo el Caballero con tono de ansiedad— que le cante una canción.»

«¿Es muy larga?» —preguntó Alicia, que había tenido un día poéticamente muy cargado.

«Es larga —dijo el Caballero—, pero es muy, *muy* hermosa. Todo el que me la oye cantar, o bien prorrumpe en llanto, o bien...»

«¿O bien qué?» —dijo Alicia al ver que el Caballero se había callado de repente.

«O bien no prorrumpe.»

He aquí una aplicación inexorable del principio lógico de tercio excluso.

Sin embargo, no contento con lo anterior, el Caballero Blanco se entrega de inmediato a una enloquecida jerarquización de lenguajes.

«El nombre de la canción se llama '*Haddocks' Eyes*'».
«Así que ese es el nombre de la canción, ¿no?» —preguntó Alicia, que comenzaba a sentirse interesada.
«No. Veo que no me entiende. Así es como *se llama* el nombre. El nombre en realidad es '*The Aged Aged Man*'.»
«Entonces lo que tendría que haber dicho —dijo Alicia corrigiéndose— es que así es como se llama la *canción*, ¿no?»
«¡No! ¡Es algo totalmente distinto! La *canción* se llama '*Ways and Means*': pero eso es sólo lo que se le *llama*.»
«Bien. Entonces, ¿cuál *es* la canción?» —preguntó Alicia, que a estas alturas se hallaba ya sumida en completa perplejidad.
«A eso iba —dijo el Caballero—. En realidad la canción es '*A-sitting On a Gate*'.» [15]

La distinción entre lenguaje y metalenguaje aparece ya en la obra de Carroll llevada hasta el delirio.

Por otra parte, la lectura de los ejercicios de lógica que Carroll propone [16] *muestra hasta qué punto en los alvéolos de la lógica se pueden alojar las construcciones lingüísticas más alucinantes. El diálogo sin fin de Aquiles y la Tortuga, y el furor deductivo de Tío Joe y Tío Jim son ejemplos de lo mismo.*

Hemos dicho, sin embargo, que la tensión no sólo se manifiesta en Carroll a través del sometimiento a la lógica, sino también a través de la transgresión de sus leyes.

La revolución industrial condujo en el siglo XIX a la aparición de una reacción romántica, neomedieval. Los espectaculares desarrollos de la lógica en los últimos cien años han provocado el florecimiento de un nuevo romanticismo: el de aquellos que se limitan a afirmar que la lógica es la cárcel del lenguaje y que es necesario practicar la evasión permanente. Se trata de una actitud idealista, desde luego. «La ligera paloma, hendiendo con su libre vuelo el aire, cuya resistencia nota, podría imaginar que volaría mucho mejor en el espacio vacío» [17]*. Hay quien imagina que si no existiera la lógica (¿qué puede querer decir esto?), el lenguaje sería más libre. Hay quien olvida*

que de un lenguaje libre sólo se puede hablar por respecto a un lenguaje controlado. Sólo por contradicción con un lenguaje obediente puede tener sentido un lenguaje de vacaciones [18]*, o, mejor aún, un lenguaje* en huelga. *Unicamente desde la lógica como horizonte de cordura se puede entender —se puede «encontrar la gracia»— de un lenguaje demencial.* Violar la lógica es poseerla.

Así hace Carroll. En el Capítulo I de su The Game of Logic *nos dice que el mundo contiene muchas* cosas *y que estas cosas poseen* atributos, *y que los atributos no pueden existir si no es en las cosas. Los atributos no andan solos. Pues bien: en* Alicia *aparece un gato que se va desvaneciendo poco a poco*

empezando por la punta de la cola y terminando por la sonrisa, que permaneció flotando en el aire un rato después de haber desaparecido todo el resto.
«Bien —pensó Alicia— he visto muchas veces un gato sin sonrisa, pero ¡una sonrisa sin gato! ¡Esa es la cosa más curiosa que he visto en toda mi vida!»

Pero antes de desaparecer con su sonrisa a la zaga, el gato de Chesshire se había aplicado a demostrar su propia condición de demente mediante la siguiente inferencia:

«¿Cómo sabes que tú estás loco?» —preguntó Alicia.
«Para empezar —repuso el gato—, los perros no están locos. ¿De acuerdo?»
«Supongo que no» —dijo Alicia.
«Bueno, pues entonces —continuó el gato—, observarás que los perros gruñen cuando algo no les gusta, y mueven la cola cuando están contentos. En cambio *yo* gruño cuando estoy contento y muevo la cola cuando me enojo; luego estoy loco.» [19]

Carroll era, según propia confesión, «primero un inglés y después un conservador». Era notorio su absoluto desinterés por los problemas de la clase obrera inglesa de su tiempo, desinterés tanto más llamativo cuanto que Carroll vivía en el país y en la época en que tales problemas comenzaban a ponerse de manifiesto del modo más tenso. Se ha dicho muchas veces que Charles Dodgson era ante todo un burgués bienpensante en una sociedad tan característica-

mente convencional como la victoriana. Aceptaba el estado de cosas, la vida monótona y estricta que le impusieron. Por eso buscó descargar su tensión en el mundo de los sueños. Aceptaba la lógica —cosa bastante lógica— y por eso trataba, como hemos visto, de hacerla inteligible y agradable. Eso dice. Pero lo que sus escritos lógicos muestran es otra cosa: la representación de su neurosis, la escenificación de la tensión entre puritanismo y desenfreno a que su vida estuvo sometida.

Por el tiempo en que Carroll comenzó a escribir sus libros de lógica comenzó también a sufrir alucinaciones. Algún romántico podría pensar que entre lo uno y lo otro había una relación de causa a efecto. Parece, sin embargo, más razonable pensar que lo uno y lo otro, su neurosis lógico-formal y sus ilusiones ópticas, son efectos de una misma causa: sus inhibiciones. En una ocasión, Irene Barnes, deliciosa actriz de quince años, pasó una semana con Charles Carroll en un lugar junto al mar. No se puede decir que Carroll haya sacado partido de la situación. Irene relata así su aventura:

«Lo recuerdo ahora como un hombre muy delgado, alto, de rostro fresco y juvenil, con el cabello blanco y un aire de extremada pulcritud... Su gran placer —mientras la gente gozaba en el jardín y la luna brillaba en el mar— era enseñarme su juego de lógica.» [20]

2. Acerca del puesto de Lewis Carroll en la historia de la lógica.

«Que la lógica ha entrado, desde los tiempos más antiguos, en el seguro camino de la ciencia lo prueba el que desde Aristóteles no ha tenido que retroceder un solo paso, a no ser que se quiera considerar como mejoras el despojarla de algunas sutilezas superfluas o el darle una claridad más acabada en la exposición, cosas ambas que más pertenecen a la elegancia que a la seguridad de la ciencia. Es también digno de atención el que tampoco haya podido dar hasta ahora ningún paso hacia adelante, de modo que, según toda verosimilitud, parece estar conclusa y perfecta.» [21]

Que el aserto de Kant ha sido ampliamente refutado es algo tan obvio que ni siquiera merece la pena ofrecer

pruebas de ello. La lógica ha dado muchos pasos adelante, antes y después de Kant.

Ahora bien: si nos atenemos exclusivamente a sus libros de lógica no podemos decir que Carroll haya contribuido a ese avance. Verdad es que sus intereses eran tan sólo didácticos. Pero verdad es también que en sus libros de lógica no hay sino «una claridad más acabada en la exposición y un añadido de sutilezas divertidas». Y en ello conviene insistir tanto más cuanto que en nuestro país —por increíble que ello pueda parecer— hay todavía quien piensa que la lógica formal se divide en concepto, juicio y raciocinio. No vaya a ser que alguien piense que la lógica de Carroll es toda *la lógica.*

Sabido es que durante muchos siglos la lógica «oficial» —a pesar de los estoicos, a pesar de los lógicos del siglo XIV, a pesar de Leibniz, a pesar de muchos otros— ha sido la silogística aristotélica. O —para ser más exactos y no ofender la memoria de Aristóteles— una silogística aristotélica empobrecida y petrificada. Una lógica que estudia sólo diecinueve silogismos es una lógica canija. Una lógica que estudia sólo diecinueve silogismos y pretende encima que se trata de las únicas formas posibles de razonamiento deductivo es una lógica ridícula. Hoy sabemos que en la mente humana hay muchas más posibilidades deductivas que las que han podido soñar los embalsamadores de Aristóteles. A partir del siglo XIX la lógica ha experimentado un progreso acelerado que ha convertido la silogística aristotélica en un pequeño conjunto de teoremas de la lógica cuantificacional de primer orden monádica (o de la lógica de clases, a elegir). Esto no quita genialidad a Aristóteles, pero en cambio quita la razón a quienes le han hecho el menguado favor de proclamarse discípulos suyos. Todo lo que había de propiamente lógico en la lógica escolástica ha quedado incorporado, como unas gotas de agua en un mar, a la lógica en su forma actual. El resto es metafísica o psicología, lo cual no tiene nada de malo, pero tampoco tiene nada de lógico-formal.

En los sesenta y tres años que median entre The Mathematical Analysis of Logic *(1847) de George Boole y los*

Principia Mathematica *(1910-13) de Whitehead y Russell la lógica se desarrolló con más rapidez de la que estamos teniendo nosotros al contarlo. En la medida en que la historia de una ciencia puede ser descrita citando una serie de fechas, cabe decir que 1879 es la fecha decisiva en la historia contemporánea de nuestra disciplina. Esa es, en efecto, la fecha en que Frege publica su* Begriffsschrift, *el primer sistema completo de lógica moderna, en el que la lógica de términos —de tradición aristotélica— y la lógica de proposiciones —de tradición megárico-estoica—, que hasta entonces se habían considerado como dos lógicas distintas e incluso incompatibles, aparecen articuladas como dos distintos apartados de una lógica única. Russell, Hilbert, Lukasiewicz, Carnap, Tarski, Gödel son sólo los nombres de algunos de los autores que en el transcurso de pocas décadas han contribuido a la construcción de un nuevo edificio de la lógica, de una lógica reestructurada y renovada, organizada ahora de un modo coherente y abierta constantemente a nuevos desarrollos; una lógica, por añadidura, desde la cual está siendo posible entender el sentido de toda la historia de la lógica y recuperar autores y hallazgos olvidados; una lógica, en definitiva, constituida ya en ciencia formal, como pueda serlo la matemática.*

La vieja lógica, fuente del desprestigio de los lógicos entre los científicos, ha quedado triturada o incorporada. Lo que a veces se llama «lógica matemática», «logística», etcétera, es simplemente la lógica formal misma, la lógica sin más, la única. La dialéctica es otra cosa: una filosofía o quizá un embrión de ciencia. La lógica escolástica es también otra cosa: una momia con la que se especula (en el doble sentido de la palabra 'especular').

Pues bien: Lewis Carroll era contemporáneo de todos esos progresos en el desarrollo de la lógica. Contemporáneos suyos eran Boole, De Morgan, Peirce, Frege, etcétera. Pase que no tuviera noticia de Frege. Al fin y al cabo, Frege era alemán, y ya se sabe que el Canal de la Mancha es una frontera cultural difícilmente franqueable. El propio Russell no supo de Frege hasta muy tarde. Pero Boole o De Morgan vivían y escribían cerca de Carroll, a veces en las mismas revistas que éste. De los libros lógicos de Carroll están ausentes esos nuevos desarrollos. Ya hemos dicho que las intenciones de Carroll eran pedagógico-recreativas, y en este sentido lo que en él hay es claridad en la exposición, y no novedad en lo expuesto. Pero también podía haber expuesto con la misma claridad la nueva lógica que algunos de sus colegas estaban construyendo.

Ahora bien: si en sus libros de lógica Carroll es tan sólo un agudo y divertido expositor de un saber tradicional, otra cosa sucede con sus artículos. Si sus libros de lógica no contienen sino una lógica escolástica neurotizada, sus artículos, en cambio, plantean con sorprendente lucidez algunos problemas clave de la lógica contemporánea.

La paradoja de los tres peluqueros[22] *suscita el viejo*[23] *problema de la llamada «implicación material» («si p, entonces q»), y la paradoja lógica a la que se refiere el título es precisamente una de las paradojas de la implicación material: una proposición falsa implica cualquier proposición.* Ex falso sequitur quodlibet.

Por su parte, el debate entre Aquiles y la Tortuga[24] *es una historia con moraleja lógica. La moraleja es que es necesario distinguir entre leyes lógicas y reglas lógicas de inferencia. Una ley lógica es, por ejemplo, ésta:* '$[(p \rightarrow q) \cdot -q] \rightarrow -p$'. *Una regla de inferencia —la que corresponde justamente a la ley que acabamos de transcribir— sería: «Si tomamos como premisa un condicional y la negación de su consecuente, podemos inferir la negación del antecedente como conclusión». Las leyes pertenecen al lenguaje, son expresiones del cálculo. Las reglas, por el contrario, son expresiones sobre las expresiones del cálculo: pertenecen al metalenguaje. Una expresión como «(A) Dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí» pertenece al lenguaje (al lenguaje de la geometría de Euclides, concretamente). Una expresión como «(C) Si A y B son verdaderas, Z debe ser verdadera» pertenece al metalenguaje. No se puede, como pretende el ágil Aquiles, dar el salto de la una a la otra. Aquiles no distingue entre* *lenguaje y metalenguaje. La Tortuga, sí, y por eso tortura a Aquiles hasta el infinito.*

Una vez más, Carroll dijo cosas importantes sin darles importancia.

3. Acerca de la estructura y contenido de la presente edición.

Una antología de los escritos lógicos de Carroll tiene como marco de selección los siguientes textos:

— The Game of Logic. *Londres, Macmillan, 1887.*
— Symbolic Logic. Part I: Elementary. *Londres, Macmillan, 1896; cuarta edición, 1897.*
— *«A Logical Paradox». En* Mind, *N. S., núm. 11 (julio 1894).*
— *«What the Tortoise said to Achilles». Publicado en* Mind, *N. S., vol. IV, núm. 14 (abril 1895)* [25].

Nuestra selección se compone:

— *De los dos artículos citados en último lugar.*
— *Del texto casi completo de* Symbolic Logic. *De esta obra no hemos traducido entero el libro VIII («Examples with Answers and Solutions»), limitándonos a seleccionar unos cuantos ejercicios de entre los más delirantes. Tampoco hemos traducido en su totalidad el* Apéndice para profesores. *Faltan de él algunas páginas en las que Carroll discute problemas lógicos muy técnicos, de interés únicamente para el especialista en historia de la lógica.*

Asimismo hemos excluido de nuestra edición —salvo algunas incrustaciones que se indican en nota— el texto íntegro de The Game of Logic. *La razón es que esta obra no constituye, como el mismo Carroll señala, más que un esbozo incompleto de su obra posterior, de tal modo que todo lo que aparece en aquélla está en ésta incluido y desarrollado.*

Una última palabra acerca de la traducción. En su exposición, Carroll utiliza constantemente los mismos términos, los mismos giros, las mismas frases, en una repetición obsesiva, casi kafkiana (hablar de Kafka en relación con Carroll no tiene, como es sabido, nada de gratuito). Hemos procurado conservar en nuestra versión esas repeticiones, tal vez poco elegantes, pero muy reveladoras del clima del libro.

Quizá alguien se pregunte por qué, habiendo excluido de nuestra edición el texto de The Game of Logic, *la hemos titulado, sin embargo,* El juego de la lógica. *Pues porque lo que Carroll nos ofrece* no es *propiamente un* libro *de lógica, sino un* juego *de lógica. Lástima que Carroll no haya vivido en nuestro tiempo, para poder jugar con toda la lógica, y no sólo con una mínima parte de ella. Esperemos que surja un lógico lo suficientemente hábil, lo suficientemente jocundo y lo suficientemente reprimido como para seguir sus pasos.*

Esta colección de textos es una muestra de esquizofrenia (en el sentido explicado en el apartado 1, sentido metafórico, y, por otra parte, etimológico). La ofrecemos en castellano con la esperanza de que les sea de alguna utilidad a los burgueses malpensantes que hayan elegido el camino de la carrollización.

Alfredo Deaño

Junio de 1971

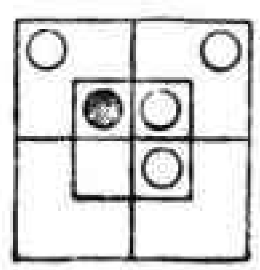
Lógica simbólica

Un silogismo resuelto

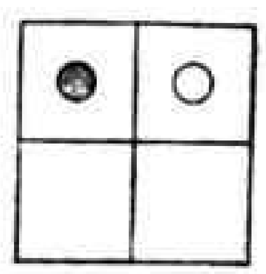
Esa historia que usted me cuenta acerca de su encuentro con una serpiente de mar siempre me hace bostezar.
Yo sólo bostezo cuando estoy oyendo algo totalmente desprovisto de interés.

Las Premisas, por separado

Las Premisas, combinadas



La Conclusión



Esa historia suya acerca de su encuentro con una serpiente de mar está totalmente desprovista de interés.

Al estudiante que experimente un deseo *serio* de comprobar si este librito le proporciona o no le proporciona los materiales para una muy interesante recreación intelectual, se le exhorta *encarecidamente* a que observe las siguientes normas:

(1) Empezar por el *principio*, sin permitirse satisfacer una curiosidad ociosa chapoteando en el libro aquí y allá. Esto le llevaría verosímilmente a dejarlo a un lado con el siguiente comentario: «¡Es demasiado duro para mí!», desperdiciando así la oportunidad de enriquecer su acervo de delicias intelectuales. Esta regla (la de no *chapotear)* es muy deseable que se siga con *otros* tipos de libros —tales como novelas, por ejemplo, donde puede usted fácilmente echar a perder gran parte del goce que de otro modo podría obtener del relato chapoteando en él constantemente, de tal modo que lo que el autor había previsto como agradable sorpresa aparece ante usted como algo de cajón. Conozco alguna gente que hace la experiencia de leer el Volumen III antes de tomarse la molestia de leer el Volumen I. Quizá lo hacen para cer-

ciorarse de que todo termina *felizmente*— que los amantes tan perseguidos acaban después de todo por casarse, que se demuestra la inocencia del protagonista en el asesinato, que el malvado primo ha fracasado por completo en sus intrigas y recibe el castigo que merece, que el tío adinerado que está en la India *(Pregunta.* —¿Por qué en la India? *Respuesta.* —Porque, de algún modo, los tíos no pueden nunca hacerse ricos en ninguna otra parte) muere exactamente en el momento adecuado. Esto, digo, es permisible con una *Novela*, donde el volumen III tiene un *sentido* incluso para los que no han leído la parte anterior de la historia; pero con un libro *científico* es pura demencia; la última parte la encontrará usted *desesperadamente* ininteligible si la lee antes de haber llegado a ella en una marcha regular.

(2) No empiece ningún nuevo capítulo o sección hasta tanto no esté cierto de que ha entendido usted *completamente* todo lo anterior y no haya resuelto correctamente la mayoría, si no todos los ejemplos que se han puesto. Si tiene usted conciencia de que todo el terreno que ha recorrido está absolutamente *conquistado* y de que no está dejando a sus espaldas dificultades sin resolver, su marcha triunfal será fácil y deliciosa. Si procediera de otro modo vería usted cómo su estado de confusión iba a peor a medida que avanzaba, hasta llegar a abandonarlo todo en medio de un completo fastidio.

(3) Cuando llegue a algún pasaje que no entienda *léalo de nuevo;* si todavía no lo entiende, *léalo de nuevo.* Si fracasa incluso después de *tres* lecturas, habrá que pensar que su cerebro se encuentra un poco cansado. En ese caso, deje el libro, dedíquese a otras ocupaciones y al día siguiente, cuando vuelva a él fresco, verá probablemente que se trata de algo *completamente* fácil.

(4) Si es posible, provéase de algún amigo genial que le acompañe en la lectura del libro y en la discusión de las dificultades. *Discutir* es un maravilloso modo de allanar los obstáculos. *Yo*, cuando me topo —en lógica o en cualquier otro terreno difícil— con algo que me sume en total perplejidad, encuentro que es un plan excelente

comentarlo *en voz alta* incluso cuando estoy completamente solo. ¡Se puede uno explicar tan *claramente* las cosas a sí mismo! Y además, como usted sabe, ¡es uno tan *paciente* consigo mismo! ¡Uno *nunca* se irrita con la propia estupidez!

Si observa usted fielmente estas reglas, querido lector, y somete así a mi libro a una prueba verdaderamente *objetiva*, le prometo con la máxima confianza que la lógica simbólica aparecerá ante usted como una de las más —si no la más— fascinante de las recreaciones intelectuales. En esta primera parte he evitado cuidadosamente todas las dificultades que, a mi modo de ver, desbordaran los límites de comprensión de un niño inteligente de, por ejemplo, doce o catorce años. Yo mismo he enseñado la mayoría de mis temas, *viva voce*, a *muchos* niños, y me he encontrado con que tomaban un auténtico e inteligente interés en el asunto. A aquellos que hayan logrado dominar la parte I y que empiezan, como Oliver, «a pedir más», espero proporcionarles, en la parte II, algunas nueces *tolerablemente* duras que cascar, nueces que requerirán el empleo de todos los cascanueces de que dispongan.

La recreación intelectual es algo que todos necesitamos para nuestra salud mental; y es indudable que se puede lograr un gran goce saludable con juegos como el del chaquete, el del ajedrez, o el nuevo juego «Halma». Pero, al fin y al cabo, cuando usted ya ha llegado a dominar cualquiera de estos juegos, no obtiene de ello ningún *resultado* que pueda mostrar. Usted disfruta del juego y de la victoria, no lo dude, pero no entra en posesión de ningún resultado que pueda atesorar y del que pueda sacar provecho efectivo. Y, en el entretanto, ha dejado usted sin explotar una mina perfecta de salud. Domine usted la maquinaria de la lógica simbólica y tendrá siempre a mano una ocupación intelectual que absorberá su interés y que será de una efectiva *utilidad* en cualquier tema del que pueda ocuparse. Ello le proporcionará la claridad de pensamiento y la habilidad para *encontrar el camino* en medio de la confusión, el hábito de disponer sus ideas de una forma metódica y ordenada y —lo cual vale más que todo eso— el poder de detectar *falacias* y despedazar los argumentos insustancialmente ilógicos que encontrará de continuo en los libros, en los periódicos, en los discursos e incluso en los sermones, y que con tanta facilidad engañan a los que nunca se han tomado la molestia de aprender este arte fascinante. *Inténtelo*. Es lo único que le pido.

L. C.

29, Bedford Street, Strand
21 de febrero de 1896

Libro I
Las cosas y sus atributos

1. Introducción

El Universo contiene 'Cosas'.

> [Por ejemplo, «yo», «Londres», «rosas», «verdor», «libros ingleses viejos», «la carta que recibí ayer».]

Las Cosas tienen 'Atributos'.

> [Por ejemplo, «grande», «verde», «viejo», «que recibí ayer».]

Una Cosa puede poseer muchos Atributos; y un Atributo puede pertenecer a muchas Cosas.

> [Así, la Cosa «una rosa» puede poseer los Atributos «roja», «perfumada», «abierta», etc.; y el Atributo «rojo» puede pertenecer a las Cosas «una rosa», «un ladrillo», «una cinta», etc.]

2. La Clasificación

La 'Clasificación' o formación de Clases es un Proceso Mental en el que imaginamos que hemos reunido en un grupo ciertas cosas. A ese grupo se le llama una 'Clase'.

Este proceso se puede llevar a cabo de tres modos diferentes, a saber:

(1) Podemos imaginar que hemos reunido todas las cosas. La clase así formada (es decir, la clase «Cosas») contiene el Universo entero.

(2) Podemos pensar en la clase «Cosas» e imaginar que hemos espigado en ella todas las cosas que poseen un determinado atributo no poseído por la clase entera. Decimos que este atributo es 'peculiar' de la clase así formada. En este caso, a la clase «Cosas» se le llama un 'Género' con respecto a la clase que hemos construído: a esta Clase se le llama una 'Especie' de la clase «Cosas»: y al atributo peculiar se le llama su 'Diferencia'.

Como este proceso es enteramente *mental*, podemos llevarlo a cabo *haya* o *no haya* una cosa *existente* que posea ese atributo. Si la hay, se dice que la clase es 'Real'; si *no*, se dice que es 'Irreal' o 'Imaginaria'.

[Por ejemplo, podemos imaginar que hemos entresacado, de la clase «Cosas», todas las cosas que poseen el conjunto de atributos «material, artificial, compuesto de casas y calles»; y podemos formar de este modo la clase real «ciudades». Aquí consideraríamos a «Cosas» como un *Género*, a «Ciudades» como una *Especie* de cosas y a «material, artificial, compuesto de casas y calles» como su *Diferencia*.
O podemos imaginar que hemos entresacado las cosas que poseen el conjunto de atributos «que pesan una tonelada, que pueden ser levantadas fácilmente por un niño»; y podemos formar así la clase *imaginaria* «Cosas que pesan una tonelada y que pueden ser levantadas fácilmente por un niño».]

(3) Podemos pensar en una determinada clase —que *no* sea la clase «Cosas»— e imaginar que hemos entresacado de ella todos aquellos miembros suyos que poseen un cierto atributo no poseído por la clase entera. De este atributo se dice que es 'peculiar' a la clase inferior así formada. En este caso, la clase en la que se ha pensado se llama un 'Género' respecto a la clase inferior extraída de ella: la clase inferior se llama una 'Especie' de la superior: y su atributo peculiar se llama su 'Diferencia'.

[Por ejemplo, podemos pensar en la clase «ciudades» e imaginar que hemos entresacado de ella todas las ciudades que poseen el atributo «alumbradas con gas»; y podemos entonces formar la clase real «ciudades alumbradas con gas». En este caso podemos considerar a «ciudades» como un *Género*, a «ciudades alumbradas con gas» como una *Especie* de ciudades, y a «alumbradas con gas» como su *Diferencia*.
Si en el ejemplo anterior cambiáramos «alumbradas con gas» por «pavimentadas con oro», obtendríamos la clase *imaginaria* «ciudades pavimentadas con oro».]

Una clase que contenga *un* solo miembro se llama un 'Individuo'.

[Por ejemplo, la clase «ciudades con más de cuatro millones de habitantes en 1896», que sólo tiene un miembro, «Londres».]

Por lo tanto, cualquier cosa singular que podamos nombrar distinguiéndola de las demás cosas se puede considerar como una clase de un solo miembro.

[Así, «Londres» se puede considerar como la clase de un solo miembro extraída de la clase «ciudades» y que tiene como Diferencia «tener cuatro millones de habitantes en 1896».]

Una clase que contenga dos o más miembros se considera a veces como *una sola cosa*. Cuando se la considera así se le pueden asignar atributos que sus miembros tomados separadamente *no* poseen.

[Así, la clase «los soldados del décimo regimiento», cuando se considera como *una sola cosa*, puede poseer el atributo «formados en cuadro», atributo que sus miembros tomados separadamente no poseen.]

3. La División

§ *1. Introducción*

La 'División' es un proceso mental por el cual pensamos en una determinada clase de cosas e imaginamos que la hemos dividido en dos o más clases inferiores.

> [Así, podemos pensar en la clase «libros» e imaginar que la hemos dividido en dos clases inferiores: «libros encuadernados» y «libros sin encuadernar»; o en las tres clases siguientes: «libros que cuestan menos de un chelín», «libros de a chelín» y «libros que cuestan más de un chelín»; o en las siguientes veintiocho clases: «libros cuyo título empieza por A», «libros cuyo título empieza por B», etc.]

Una clase que ha sido obtenida mediante una determinada división se dice que es 'codivisional' con toda clase obtenida mediante esa división.

> [Así, la clase «libros encuadernados» es codivisional con cada una de las dos clases «libros encuadernados» y «libros sin encuadernar».
> De modo similar, se puede decir que la batalla de Waterloo fue «contemporánea» de todos los sucesos que tuvieron lugar en 1815.]

Por tanto, una clase obtenida por división es codivisional consigo misma.

> [Así, la clase «libros encuadernados» es codivisional consigo misma.
> De modo similar, se puede decir que la batalla de Waterloo fue «contemporánea» de sí misma.]

§ *2. La dicotomía*

Si pensamos en una cierta clase e imaginamos que hemos extraído de ella una determinada clase inferior es evidente que el *resto* de la clase superior *no* posee la diferencia, es decir, el atributo específico de la clase inferior. Por lo tanto, se puede considerar a ese *resto* como *otra* clase inferior cuya diferencia se puede formar a partir de la clase que habíamos extraído anteriormente mediante el prefijo «no», y podemos imaginar que hemos dividido la clase primitiva en dos clases inferiores cuyas diferencias son *contradictorias*. A este tipo de división se le llama 'Dicotomía'.

> [Por ejemplo, podemos dividir «libros» en dos clases cuyas diferencias sean «viejos» y «no-viejos».]

Al llevar a cabo este proceso podemos encontrarnos a veces con que los atributos que hemos escogido se usan de una manera tan vaga en la conversación ordinaria que no es fácil decidir *cuáles* cosas pertenecen a una clase y *cuáles* a otra. En un caso semejante sería necesario establecer alguna *regla* arbitraria que determinara *dónde* termina una clase y empieza otra.

> [Así, al dividir «libros» en «viejos» y «no-viejos» podemos decir: «Consideremos como 'viejos' todos los libros impresos antes del año 1801 de nuestra era, y todos los demás como 'no-viejos'».]

Quede bien entendido a partir de ahora que si dividimos una clase de cosas en dos clases cuyas diferencias tienen significados contrarios, cada diferencia ha de ser considerada como equivalente a la otra con la palabra «no» delante.

> [Así, si dividimos «libros» en «viejos» y «nuevos», el atributo «viejo» ha de ser considerado como equivalente a «no-nuevo», y el atributo «nuevo» como equivalente a «no-viejo».]

Una vez que hemos dividido una clase, por el procedimiento de la *dicotomía*, en dos clases inferiores, podemos subdividir cada una de éstas en dos clases todavía más pequeñas, y este proceso se puede repetir una y otra vez, obteniendo con cada repetición un número doble de clases.

[Por ejemplo, podemos dividir «libros» en «viejos» y «nuevos» (es decir, «*no*-viejos»): podemos luego subdividir cada una de estas clases en «ingleses» y «extranjeros» (es decir, «*no*-ingleses»), obteniendo así cuatro clases:

(1) (libros) viejos ingleses;
(2) (libros) viejos extranjeros;
(3) (libros) nuevos ingleses;
(4) (libros) nuevos extranjeros.

Si hubiéramos empezado dividiéndolos en «ingleses» y «extranjeros» y los hubiéramos subdividido luego en «viejos» y «nuevos», las cuatro clases hubieran sido éstas:

(1) (libros) ingleses viejos;
(2) (libros) ingleses nuevos;
(3) (libros) extranjeros viejos;
(4) (libros) extranjeros nuevos.

El lector podrá ver fácilmente que se trata de las mismas cuatro clases que teníamos arriba.]

4. Nombres

La palabra «cosa», que conlleva la idea de una cosa *sin* idea alguna de un atributo, representa *cualquier* cosa singular. Cualquier otra palabra o expresión que conlleve la idea de una cosa *junto con* la idea de un atributo representa cualquier cosa que posea ese atributo; es decir, representa cualquier miembro de la clase de la que ese atributo es *peculiar*.

Tal palabra (o expresión) se llama un 'Nombre'; y si existe alguna cosa que ese nombre represente se dice que es nombre de esa cosa.

[Por ejemplo, las palabras «cosa», «tesoro», «ciudad», y las expresiones «cosa valiosa», «cosa material artificial compuesta de casas y calles», «ciudad alumbrada con gas», «ciudad pavimentada con oro», «libro inglés viejo».]

Así como decimos que una clase es *real* o *irreal* según que *haya* o no *haya* una cosa existente que pertenezca a ella, así también se dice que un nombre es *real* o *irreal* según que *haya* o *no haya* una cosa existente representada por él.

[Así, «ciudad alumbrada con gas» es un nombre *real*; «ciudad pavimentada con oro» es un nombre *irreal*.]

Todo nombre es o bien un sustantivo solo o bien una expresión que consta de un sustantivo y uno o más adjetivos (o expresiones usadas como adjetivos).

Todo nombre, excepto «Cosa», se puede expresar normalmente de tres modos distintos:

(*a*) El sustantivo «cosa» y uno o más adjetivos (o expresiones usadas como adjetivos) que denotan los atributos.
(*b*) Un sustantivo que denote una cosa y connote a la vez *algunos* de los atributos, y uno o más adjetivos (o expresiones usadas como adjetivos) que denotan los *demás* atributos.
(*c*) Un sustantivo que denote una cosa junto con *todos* sus atributos.

[Así, la expresión «cosa material viviente, perteneciente al reino animal, dotada de dos manos y dos pies» es un nombre expresado en forma (a).

Si optamos por agrupar el sustantivo «cosa» y los adjetivos «material, viviente, perteneciente al reino animal» y formar así el nuevo sustantivo «animal», obtenemos la expresión «animal que tiene dos manos y dos pies», que es un nombre (que representa la misma cosa que el anterior) expresado en forma (b). Y si optamos por resumir la expresión entera en una sola palabra y formamos el nuevo sustantivo «hombre», obtenemos un nombre (que representa también la misma cosa que los anteriores) expresado en forma (c).]

Un nombre cuyo sustantivo está en *plural* se puede emplear para representar:

(1) O bien miembros de una clase *considerados como cosas separadas;*

(2) O bien una clase entera *considerada como una sola cosa.*

[Así, cuando yo digo «algunos soldados del décimo regimiento son altos» o «los soldados del décimo regimiento son valientes», estoy usando el nombre «soldados del décimo regimiento» en el *primer* sentido; y esto es exactamente lo mismo que si yo tomara a cada uno de ellos *por separado* y dijera «*Este* soldado del décimo regimiento es alto», «*Ese* soldado del décimo regimiento es alto», etc.

Pero cuando digo «los soldados del décimo regimiento están formados en cuadro», estoy usando la expresión en el *segundo* sentido; y esto es exactamente lo mismo que si dijera «el *décimo regimiento* está formado en cuadro».]

5. Definiciones

Es evidente que todo miembro de una *especie* es *también* miembro del *género* del que esa especie ha sido extraída, y que posee la *diferencia* de esa especie. Por tanto, puede ser representado mediante un nombre compuesto de dos partes: una que sea un nombre que designe cualquier miembro del género, y otra que exprese la *diferencia* de esa especie. A ese nombre se le llama una 'Definición' de cualquier miembro de esa especie, y darle ese nombre es 'definirlo'.

[Así, podemos definir un «tesoro» como una «cosa valiosa». En este caso, consideramos «cosas» como el *género*, y «valioso» como la *diferencia.*]

Los siguientes ejemplos de este proceso se pueden tomar como modelos para construir otros.

[Nótese que, en cada definición, el sustantivo que representa un miembro (o miembros) del *género* está impreso en letras mayúsculas.]

1. Defina usted «un tesoro».

Resp.: «una COSA valiosa».

2. Defina «tesoros».

Resp.: «COSAS valiosas».

3. Defina «una ciudad».

Resp.: «COSA material artificial que se compone de casas y calles».

4. Defina «hombres».

Resp.: «COSAS materiales, vivientes, pertenecientes al reino animal, dotadas de dos manos y dos pies»,
o bien
«ANIMALES que tienen dos manos y dos pies».

[El lector puede ponerse a sí mismo cuantos ejemplos quiera de este proceso escogiendo simplemente el nombre de cualquier cosa corriente (tal como «casa», «árbol», «navaja»), dando una definición de ella y contrastando su respuesta por referencia a cualquier diccionario de la lengua castellana.]

Libro II
Las proposiciones

1. De las proposiciones en general

§ *1. Introducción*

Nótese que la palabra «algunos» ha de ser tomada, de ahora en adelante, como si significara «uno o más».

La palabra 'proposición', tal como se usa en la conversación ordinaria, se puede aplicar a *cualquier* palabra o expresión que comunique una información cualquiera.

[Así, las palabras «sí» y «no» son proposiciones en el sentido ordinario de la palabra; y así también las expresiones como «me debe ud. cinco cuartos de penique» y «¡Yo, no!».

Palabras tales como «¡Oh!» o «¡Nunca!» y expresiones del tipo de «tráigame ese libro», «¿a qué libro se refiere?», no parecen, a primera vista, proporcionar ninguna *información*; pero pueden ser transformadas fácilmente en formas equivalentes, que serían éstas: «Estoy sorprendido», «nunca lo consentiré», «le ordeno que me traiga ese libro», «quiero saber a qué libro se refiere usted».]

Pero una 'Proposición' tal como la usamos aquí tiene una forma peculiar, que podríamos llamar su 'forma normal'; y si alguna proposición que queramos usar en una argumentación no está en forma normal, debemos reducirla a esa forma antes de poder usarla.

Una 'Proposición', cuando está en forma normal, afirma, respecto de dos clases determinadas, que se denominan 'Sujeto' y 'Predicado':

(1) O bien que *algunos* miembros de su sujeto son miembros de su predicado;
(2) o bien que *ningún* miembro de su sujeto es miembro de su predicado;
(3) o bien que *todos* los miembros de su sujeto son miembros de su predicado.

Al sujeto y al predicado de una proposición les llamamos sus 'Términos'.

Dos proposiciones que comunican la *misma* información se dice que son 'equivalentes'.

> [Así, las dos proposiciones «Yo veo a John» y «John es visto por mí» son equivalentes.]

§ 2. *Forma normal de una proposición*

Una proposición en forma normal consta de cuatro partes, a saber:

(1) La palabra «algunos» o «ningún» o «todos». (Esta palabra, que nos dice *cuántos* miembros del sujeto son también miembros del predicado, se llama 'Signo de cantidad'.)
(2) Nombre del sujeto.
(3) El verbo «son» (o «es»). (A esto se le llama la 'Cópula'.)
(4) Nombre del predicado.

§ 3. *Distintos tipos de proposiciones*

Una Proposición que empieza con «algunos» se dice que es 'Particular'. También se le llama 'una proposición en I'.

> [Nótese que se llama 'particular' porque se refiere a una *parte* tan sólo del sujeto.]

Una proposición que empieza por «Ningún» se llama 'Universal Negativa', o también 'una proposición en E'.

Una Proposición que empieza por «todos» se dice que es 'Universal Afirmativa', o también 'una proposición en A'.

> [Nótese que se llaman 'universales' porque se refieren a *todo* el sujeto.]

Una proposición cuyo sujeto es un *individuo* ha de ser considerada como *universal*.

> [Tomemos, como ejemplo, la proposición «John no está bien». Esto implica por supuesto que hay un *individuo* a quien el hablante se refiere cuando menciona a John y a quien el oyente conoce como referencia del signo. Por tanto, la clase «hombres a los que el hablante se refiere cuando menciona a 'John'» es una clase de un solo miembro, y la proposición es equivalente a «*todos* los hombres a los que el hablante se refiere cuando menciona a 'John' no están bien».]

Las proposiciones son de dos tipos: 'Proposiciones de Existencia' y 'Proposiciones de relación'.

Las discutiremos por separado.

2. Las Proposiciones de Existencia

Una 'Proposición de Existencia', cuando está en forma normal, tiene como *sujeto* la clase «cosas existentes».

Su signo de cantidad es «algunos» o «ninguno».

[Nótese que, aunque su signo de cantidad nos dice *cuántas* cosas existentes son miembros de su predicado, *no* nos dice el número *exacto*: de hecho, sólo opera con *dos* números, que son, en orden ascendente, «0» y «1 o más».]

Se le llama «proposición de existencia» porque mediante ella se afirma el carácter *real* (es decir, la *existencia* real) o bien el carácter *imaginario* de su predicado.

[Así, la proposición «algunas cosas existentes son hombres honestos» afirma que la clase «hombres honestos» es *real*.

Esta es la forma *normal*; pero también se puede expresar de cualquiera de los siguientes modos:

(1) «Existen hombres honestos»;
(2) «Existen algunos hombres honestos»;
(3) «La clase 'hombres honestos' existe»;
(4) «Hay hombres honestos»;
(5) «Hay algunos hombres honestos».

De modo similar, la proposición «Ninguna cosa existente es un hombre de cincuenta pies de altura» afirma que la clase «hombre de cincuenta pies de altura» es *imaginaria*.

Esta es la forma *normal*; pero también se puede expresar de cualquiera de los siguientes modos:

(1) «No existen hombres de cincuenta pies»;
(2) «No existe ningún hombre de cincuenta pies»;
(3) «La clase 'hombres de cincuenta pies' no existe»;
(4) «No hay hombre alguno que mida cincuenta pies»;
(5) «No hay hombres de cincuenta pies».]

3. Las proposiciones de relación

§ *1. Introducción*

Una proposición de relación del tipo que se discutirá aquí tiene como términos dos especies del mismo género, de tal modo que cada uno de los dos nombres connota un atributo *no* connotado por el otro.

[Así, la proposición «algunos mercaderes son avaros» es del tipo correcto, porque «mercaderes» y «avaros» son especies del mismo género, «hombres»; y puesto que el nombre «mercaderes» connota el atributo «mercantil» y el nombre «avaros» el atributo «avariciosos», resulta que cada uno de los atributos está connotado por uno de los nombres, pero *no* por el otro.

En cambio, la proposición «algunos perros son perdigueros» *no* es del tipo correcto, puesto que, si bien «perros» y «perdigueros» son especies del mismo género, «animales», no es cierto que el nombre «perros» connote algún atributo no connotado por el nombre «perdigueros». Tales proposiciones serán discutidas en la parte II.]

El género del que los dos términos son especies se llama el 'Universo del Discurso', o (más brevemente) el 'Univ.'.

El signo de cantidad es «algunos» o «ninguno» o «todos».

[Nótese que aunque su signo de cantidad nos dice *cuántos* miembros del sujeto son *también* miembros del predicado, no nos dice el número *exacto*: de hecho, sólo opera con *tres* números, que son, en orden ascendente, «0», «1 o más» y «el número total de miembros del sujeto».]

Se le llama «una proposición de relación» porque con ella se afirma la existencia de una cierta *relación* entre sus términos.

§ 2. *Reducción de una proposición de relación a su forma normal*

Las reglas para llevar esto a cabo son las siguientes:

(1) Averigüe cuál es el *sujeto* (es decir, averigüe *de qué* clase estamos *hablando);*
(2) Si el verbo, regido por el sujeto, *no* es el verbo «son» (o «es»), sustitúyalo por una expresión que empiece con «son» (o «es»);
(3) Averigüe cuál es el *predicado* (es decir, averigüe cuál es la clase de la que se dice que contiene *algunos*, o *ninguno* o *todos* los miembros del sujeto);
(4) Si el nombre de cada término está *completamente explícito* (es decir, si contiene un sustantivo), no hay necesidad de determinar el 'Univ.'; pero si hay algún nombre que está *expresado de una manera incompleta* y contiene sólo *atributos*, en ese caso es necesario determinar un 'univ.', con el fin de insertar como sustantivo el nombre de ese universo.
(5) Averigüe cuál es el *signo de cantidad;*
(6) Dispóngalos en el orden siguiente:
Signo de cantidad,
Sujeto,
Cópula,
Predicado.

[Veamos algunos ejemplos para ilustrar la aplicación de estas reglas.

(1)

«Un perrito cojo no le diría a usted «gracias» si le ofreciera una comba en préstamo.»

(1) El sujeto es evidentemente «perrito cojo», y todo el resto de la oración debe ser incluido en el predicado.
(2) El verbo es «no le diría a vd. ...», que podríamos sustituir por la expresión «no se mostraría agradecido».

(3) El predicado se puede expresar por «... no agradecido por el ofrecimiento de una comba en préstamo».
(4) Sea el universo «perritos».
(5) El signo de cantidad es «todos».
(6) La proposición se convierte en esto:

«Todos / los perritos cojos / son / perros no agradecidos por el ofrecimiento en préstamo de una comba.»

(2)

«Algunos labradores se quejan del tiempo que hace, sea éste el que fuere.»

(1) El sujeto es «labradores».
(2) El verbo es «se quejan», que nosotros sustituímos por la expresión «son ... que se quejan».
(3) El predicado es «... que siempre se quejan».
(4) Sea el universo «personas».
(5) El signo de cantidad es «algunos».
(6) La proposición se convierte en esto:

«Algunos / labradores / son / personas que siempre se quejan del tiempo que hace, sea éste el que fuere.»

(3)

«Ningún borrego es fumador habitual de cigarros puros.»

(1) El sujeto es «borrego».
(2) El verbo es «es».
(3) El predicado es «fumador habitual ...».
(4) Sea el universo «animales».
(5) El signo de cantidad es «ningún».
(6) La proposición se convierte en esto:

«Ningún / borrego / es / un animal fumador habitual de cigarros puros.»]

§ 3. *Una proposición de relación que empiece por «todos» es una proposición doble*

Una proposición de relación que empiece por «todos» afirma, como ya sabemos, que «*todos* los miembros del sujeto son miembros del predicado». Evidentemente, en esta proposición está contenida, como *parte* de lo que se nos dice, la proposición subalterna «*algunos* miembros del sujeto son miembros del predicado».

[Así, la proposición «*todos* los banqueros son hombres adinerados», contiene evidentemente la proposición subalterna «*algunos* banqueros son hombres adinerados».]

Pero ahora se plantea un problema: «¿Cuál es el *resto* de información que esta proposición nos proporciona?»

A fin de responder a esta pregunta, empecemos por la proposición subalterna «*algunos* miembros del sujeto son miembros del predicado», y supongamos que esto es *todo* lo que se nos ha dicho; procedamos luego a averiguar qué *más* necesitamos que nos digan para saber que «*todos* los miembros del sujeto son miembros del predicado».

[Así, supongamos que la proposición «*algunos* banqueros son hombres adinerados» constituye toda la información que poseemos; podemos entonces proceder a averiguar qué *otra* proposición ha de ser añadida a ella, con el fin de llegar a la proposición entera «*todos* los banqueros son hombres adinerados».]

Supongamos asimismo que el 'Univ.' (es decir, el género del que tanto el sujeto como el predicado son especies) ha sido dividido (mediante el proceso de *dicotomía)* en dos clases inferiores, a saber:

(1) el predicado;
(2) la clase cuya diferencia es *contradictoria* de la del predicado.

[Así, supongamos que el género «hombres» (del que tanto «banqueros» como «hombres adinerados» son especies) ha sido dividida en dos clases inferiores, «hombres adinerados» y «hombres pobres».]

Ahora bien: sabemos que *todo* miembro del sujeto es un miembro del Univ. Por lo tanto, *todo* miembro del

sujeto pertenece o bien a la clase (1) o bien a la clase (2).

[Así, sabemos que *todo* banquero es miembro del género «hombres». Por lo tanto, *todo* banquero o bien pertenece a la clase «hombres adinerados» o bien a la clase «hombres pobres».]

También se nos ha dicho que, en el caso que estamos discutiendo, *algunos* miembros del sujeto pertenecen a la clase (1). ¿Qué *más* necesitamos que nos digan para saber que *todos* ellos pertenecen a ella? Evidentemente necesitamos que nos digan que *ninguno* de ellos pertenece a la clase (2); es decir, que *ninguno* de ellos es miembro de la clase cuya diferencia es *contradictoria* de la del predicado.

[Así, podemos suponer que se nos ha dicho que *algunos* banqueros pertenecen a la clase «hombres adinerados». ¿Qué *más* necesitamos que nos digan para saber que pertenecen *todos?* Evidentemente necesitamos que nos digan que ninguno de ellos pertenece a la clase «hombres *pobres*».]

Por lo tanto, una proposición de relación que empiece por «todos» es una proposición *doble* y es 'equivalente' a (es decir, proporciona la misma información que) las *dos* proposiciones siguientes:

(1) «*Algunos* miembros del sujeto son miembros del predicado»;
(2) «*Ningún* miembro del sujeto es miembro de la clase cuya diferencia es *contradictoria* de la del predicado».

[Así, la proposición «*Todos* los banqueros son hombres adinerados» es una proposición *doble*, y equivale a estas *dos* proposiciones:

(1) «*Algunos* banqueros son hombres adinerados»;
(2) «Ningún banquero es hombre *pobre*».]

§ 4. *¿Qué es lo que está implicado, en una proposición de relación, respecto de la realidad de sus términos?*

Nótese que las reglas aquí establecidas son *arbitrarias* y sólo se aplican a la Parte I de mi «Lógica Simbólica».

Una proposición de relación que empiece por «algunos» será entendida de ahora en adelante como si afirmara que hay *algunas cosas existentes* que, siendo miembros del sujeto, son también miembros del predicado; es decir, que *algunas cosas existentes* son miembros de *ambos* términos a la vez. Por lo tanto, se ha de entender como si implicara que *cada uno* de los términos, tomado aisladamente, es *real*.

[Así, la proposición «algunos hombres adinerados son inválidos» se ha de entender como si afirmara que *algunas cosas existentes* son «hombres adinerados inválidos». Por lo tanto, implica que *cada* una de las dos clases, «hombres adinerados» e «inválidos», tomada aisladamente, es *real*.]

Una proposición de relación que empiece por «ningún» se entenderá de ahora en adelante como si afirmara que *no* hay *ninguna cosa existente* que, siendo miembro del sujeto, sea también miembro del predicado; es decir, que no hay *ninguna cosa existente* que sea miembro de *ambos* términos a la vez. Pero esto no implica nada con respecto a la *realidad* de cualquiera de los términos tomados aisladamente.

[Así, la proposición «ninguna sirena es modista» se entenderá como si afirmara que *ninguna cosa existente* es una «sirena-modista». Pero esto no implica nada respecto de la *realidad* o *irrealidad* de cualquiera de las dos clases, «sirenas» y «modistas», tomadas aisladamente. En este caso en concreto se da la circunstancia de que el sujeto es *imaginario* y el predicado *real*.]

Una proposición de relación que empiece por «todos» contiene (véase 3) una proposición similar que empiece por «algunos». Por tanto, se entenderá como si implicara que *cada uno* de los términos, tomado aisladamente, es *real*.

[Así, la proposición «todas las hienas son animales salvajes» contiene la proposición «algunas hienas son animales salvajes». Por tanto, esto implica que *cada una* de las dos clases, «hienas» y «animales salvajes», tomada aisladamente, es *real*.]

§ 5. *Traducción de una proposición de relación a una o más proposiciones de existencia*

Hemos visto que una proposición de relación que empieza con «algunos» afirma que *algunas cosas existentes* que son miembros de un sujeto son miembros *también* de su predicado. Por lo tanto, lo que afirma es que algunas cosas existentes son miembros de *ambos;* es decir, que algunas cosas existentes son miembros de la clase de cosas que *poseen* todos los atributos del sujeto y del predicado.

Así pues, para traducirla a una proposición de existencia tomamos «cosas existentes» como el nuevo *sujeto*, y las cosas que poseen *todos* los atributos del sujeto y del predicado como el nuevo predicado.

De modo similar procederemos con una proposición de relación que empiece por «ninguno».

Una proposición de relación que empiece por «todos» es (tal como se muestra en 3) equivalente a *dos* proposiciones, una de las cuales empezará por «algunos» y la otra por «ninguno». Sabemos ya cómo traducir cada una de ellas.

[Veamos algunos ejemplos que ilustren la aplicación de estas reglas.

(1)

«Algunos labradores se quejan del tiempo que hace, sea éste el que fuere.»

La ordenación sería ésta:

«Algunas / cosas existentes / son / labradores que siempre se quejan del tiempo que hace, sea éste el que fuere.»

(2)

«Ningún borrego es fumador habitual de cigarros puros.»

La ordenación sería ésta:

«Ninguna / cosa existente / es / un borrego fumador de cigarros puros.»

(3)

«Todos los banqueros son hombres adinerados.»

Esto equivale a las dos proposiciones siguientes:

«Algunos banqueros son hombres adinerados» y «Ningún banquero es hombre pobre.»

La ordenación sería ésta:

«Algunas / cosas existentes / son / banqueros adinerados»; y

«Ninguna / cosa existente / es / un banquero pobre.»]

Libro III
El diagrama biliteral

xy	xy'
$x'y$	$x'y'$

1. Símbolos y celdillas

Supongamos en primer lugar que el diagrama arriba reproducido es un espacio asignado a una cierta clase de cosas que hemos seleccionado como nuestro 'Universo del discurso' o, más brevemente, como nuestro 'Univ.'.

> [Por ejemplo, podemos decir: «sea el universo 'libros'»; y podemos imaginar que el diagrama es un gran tablero asignado a todos los libros.
>
> Se recomienda vivamente al lector que, al leer este capítulo, *no* tome como punto de referencia el diagrama arriba expuesto, sino que diseñe uno de mayor tamaño para su uso particular, *sin letras*, que lo tenga a su lado mientras lee y que tenga su dedo sobre aquella *parte* concreta de él a la que se refiera lo que está leyendo.]

En segundo lugar, supongamos que hemos seleccionado un determinado atributo o conjunto de atributos que podemos llamar «x», y hemos dividido la clase superior, representada por el diagrama entero, en dos clases inferiores cuyas diferencias son «x» y «no-x» (que podríamos llamar «x'»), y hemos asignado la mitad *norte* del diagrama a una de ellas (que podríamos llamar «la clase de las cosas x» o «la clase x») y la mitad *sur* a la otra (que podríamos llamar «la clase de las cosas x'» o «la clase x'»).

[Por ejemplo, podemos decir: «Convengamos en que x significa 'viejo', de tal modo que x' significará 'nuevo'», y podemos suponer que hemos dividido los libros en las dos clases cuyas diferencias son «viejos» y «nuevos» y que hemos asignado la mitad *norte* del tablero a «libros *viejos*» y la mitad *sur* a «libros *nuevos*».]

En tercer lugar, supongamos que hemos seleccionado otro atributo o conjunto de atributos, que podemos llamar «y», y que hemos subdividido la clase x en dos clases cuyas diferencias son «y» y «y'», y que hemos asignado la celdilla nor-*occidental* a una de ellas (que podemos llamar «la clase xy»), y la celdilla nor-*oriental* a la otra (que podemos llamar «la clase xy'»).

[Por ejemplo, podemos decir «convengamos en que y significa 'inglés', de tal modo que y' significará 'extranjero'», y podemos suponer que hemos subdividido «libros viejos» en las dos clases cuyas diferencias son «ingleses» y «extranjeros», y que hemos asignado la celdilla nor-*occidental* a «libros viejos *ingleses*», y la celdilla nor-*oriental* a «libros viejos *extranjeros*».]

En cuarto lugar, supongamos que hemos subdividido la clase x' del mismo modo, y que hemos asignado la celdilla sur-*occidental* a la clase $x'y$, y la celdilla sur-*oriental* a la clase $x'y'$.

[Por ejemplo, podemos suponer que hemos subdividido «libros nuevos» en las dos clases «libros nuevos *ingleses*» y «libros nuevos *extranjeros*», y que hemos asignado la celdilla sur-*occidental* a una, y la celdilla sur-*oriental* a la otra.]

Es evidente que si hubiéramos empezado dividiendo en y e y' y luego hubiéramos subdividido en x y x', hubiéramos obtenido las *mismas* cuatro clases. Vemos por tanto que hemos asignado la mitad *occidental* a la clase y, y la mitad *oriental* a la clase y'.

[Así, en el ejemplo de antes, nos encontraríamos con que habíamos asignado la mitad *occidental* del tablero a «libros *ingleses*» y la mitad *oriental* a «libros *extranjeros*».]

De hecho, hemos asignado los cuatro cuarteles del tablero a cuatro clases diferentes de libros, como puede verse:

Libros ingleses viejos	Libros extranjeros viejos
Libros ingleses nuevos	Libros extranjeros nuevos

El lector recordará que, en una expresión como «las cosas x», la palabra «cosas» significa aquel *tipo* particular de cosas al que se ha asignado el diagrama entero.

[Así, si decimos «sea 'libros' nuestro universo del discurso», queremos indicar que hemos asignado el diagrama entero a la clase «libros». En ese caso, si convenimos en que «x» signifique «viejo», la expresión «las cosas x» significaría «los libros viejos».]

El lector no debe pasar al capítulo siguiente hasta tanto no se haya *familiarizado por completo* con el diagrama *en blanco* del que se le ha aconsejado que se provea.

Debe ser capaz de nombrar *instantáneamente* el atributo o conjunto de atributos asignados a cualquier compartimento mencionado en la columna de la derecha de la Tabla siguiente.

TABLA I

Atributos de Clases	*Compartimentos o celdillas que les han sido asignadas*
x........	Mitad Norte
x'.......	Mitad Sur
y........	Mitad Oeste
y'.......	Mitad Este
xy.......	Celdilla Nor-occidental
xy'......	Celdilla Nor-oriental
$x'y$......	Celdilla Sur-occidental
$x'y'$.....	Celdilla Sur-oriental

Asimismo debe ser capaz de nombrar *instantáneamente* el *compartimento* asignado a cualquier atributo mencionado en la columna de la izquierda.

Para tener seguridad en esto, lo mejor sería que pusiera el libro en manos de algún amigo genial, quedándose él mismo sólo con el diagrama en blanco, e hiciera que el amigo genial le planteara problemas en este tablero, tan astutamente como sea posible. Las preguntas y respuestas serían algo así:

Pregunta.—«¿Atributo para la mitad oeste?
Respuesta.—«y».
Pregunta.—«¿Compartimento para xy'?»
Respuesta.—«Celdilla nor-oriental».
Pregunta.—«¿Atributo para la celdilla sur-occidental?»
Respuesta.—«$x'y$».
Etc., etc.

Una vez que haya adquirido un poco de práctica, el lector se encontrará con que es capaz de operar sin el diagrama en blanco, y con que puede ver *mentalmente* («¡con los ojos de mi espíritu, Horacio!») las respuestas a las preguntas de su amigo genial. Cuando haya conseguido este resultado, puede pasar felizmente al próximo capítulo.

2. Fichas

Convengamos en que una ficha *roja*, colocada dentro de una celdilla, significará «Esta celdilla está *ocupada*» (es decir, «hay al menos *una* cosa en ella»).

Convengamos asimismo en que una ficha *roja*, colocada en la divisoria entre dos celdillas, significa «el compartimento formado por estas dos celdillas, está *ocupado;* pero no se sabe *por dónde* están sus ocupantes». Por tanto, se puede entender que significa «al menos *una* de estas dos celdillas está ocupada: posiblemente lo estén *ambas*».

Nuestros ingeniosos primos americanos han inventado una expresión para describir la condición de un hombre que no ha decidido aún a *cuál* de dos partidos políticos apuntarse: de un hombre en esa situación se dice que está «sentado en la valla». Esta expresión describe exactamente la situación de la ficha roja.

Convengamos también en que una ficha *gris*, colocada dentro de una celdilla, significará «esta celdilla está *vacía*» (es decir, «no hay *nada* en ella»).

[El lector haría bien en proveerse de cuatro fichas rojas y cinco grises.]

3. Representación de proposiciones

§ 1. *Introducción*

De ahora en adelante, al enunciar proposiciones tales como «existen algunas cosas x» o «ninguna cosa x es una cosa y», omitiré la palabra «cosas», que el lector puede suplir por su cuenta, y las escribiré así: «Existen algunos x» o «ningún x es y».

Una proposición que contenga sólo *una* de las letras usadas como símbolos de atributos se dice que es 'uniliteral'.

[Por ejemplo, «existen algunos x», «no existe ningún y'».]

Una proposición que contiene *dos* letras se dice 'biliteral'.

[Por ejemplo, «existen algunos xy'», «ningún x' es y», etcétera.]

Se dice que una proposición está 'en términos de' las letras que contiene, lleven o no lleven acentos.

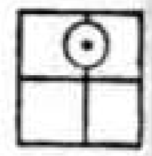
[Así, «existen algunos xy'», «ningún x' es y», etc., se dice que están *en términos de x e y*.]

§ 2. *Representación de proposiciones de existencia*

Tomemos primero la proposición «existen algunos x».

[Recuérdese que esta proposición es equivalente a «algunas cosas existentes son cosas x».]

Esto nos dice que hay al menos *una* cosa en la mitad norte; es decir, que la mitad norte está *ocupada*. Y es evidente que esto podemos representarlo colocando una ficha *roja* (simbolizada aquí por un círculo *con un punto)* en la divisoria de la mitad norte.

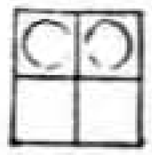


[En el ejemplo de los libros, esta proposición sería «existen algunos libros viejos».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «existen algunos x», «existen algunos y», «existen algunos y'».

[Que el lector desarrolle estos ejemplos por su cuenta.
En el ejemplo de los libros estas proposiciones serían «existen algunos libros buenos», etc.]

Tomemos a continuación la proposición «ningún x existe». Esto nos dice que no hay *nada* en la mitad norte; es decir, que la mitad norte está *vacía;* es decir, que la celdilla nor-occidental y la nor-oriental están ambas *vacías*. Y esto se puede representar colocando *dos* fichas *grises* en la mitad norte, una en cada celdilla.



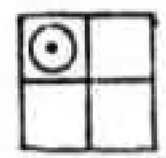
[El lector podría pensar que sería suficiente con colocar una ficha *gris* en la divisoria de la mitad norte, y que, del mismo modo que una ficha roja allí colocada significaría «esta mitad está *ocupada*», así también una ficha *gris* significaría «esta mitad está *vacía*».
Pero esto sería un error. Hemos visto que una ficha *roja* en esa posición quería decir «al menos *una* de estas dos celdillas está ocupada; posiblemente lo estén *ambas*».

Por tanto, una ficha gris significaría simplemente «al menos una de estas dos celdillas está vacía: posiblemente lo estén *ambas*». Pero lo que nosotros tenemos que representar es que ambas celdillas están *con seguridad* vacías; y esto sólo se puede hacer colocando una ficha *gris* en *cada una* de ellas.
En el ejemplo de los libros esta proposición sería «ningún libro viejo existe».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «ningún x' existe», «ningún y existe», y «ningún y' existe».

[Que el lector desarrolle estos ejemplos por su cuenta.
En el ejemplo de los «libros» éstas tres proposiciones serían «ningún libro nuevo existe», etc.]

Tomemos a continuación la proposición «existen algunos xy».
Esto nos dice que hay al menos *una* cosa en la celdilla nor-occidental; es decir, que la celdilla nor-occidental está *ocupada*. Y esto se puede representar colocando en ella una ficha *roja*.

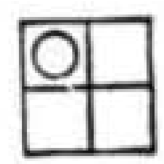


[En el ejemplo de los libros esta proposición sería «existen algunos viejos libros ingleses».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «existen algunos xy'», «existen algunos $x'y$», y «existen algunos $x'y'$».

[Que el lector desarrolle estos ejemplos por su cuenta.
En el ejemplo de los libros estas tres proposiciones serían «existen algunos viejos libros extranjeros», etc.]

Tomemos a continuación la proposición «no existe ningún xy». Esto nos dice que no hay *nada* en la celdilla nor-occidental; es decir, que la celdilla nor-occidental está *vacía*. Y esto se puede representar colocando en ella una ficha *gris*.

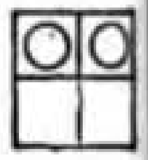


[En el ejemplo de los libros esta proposición sería «no existe ningún libro inglés viejo».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «no existe ningún xy'», «no existe ningún $x'y$», y «no existe ningún $x'y'$».

[Que el lector desarrolle estos ejemplos por su cuenta.
En el ejemplo de los libros, estas tres proposiciones serían «no existe ningún libro extranjero viejo», etc.]

Hemos visto que la proposición «no existe ningún x» se puede representar colocando *dos* fichas *grises* en la mitad norte, una en cada celdilla.



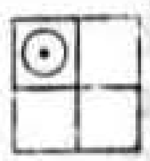
Hemos visto también que estas dos fichas *grises*, tomadas *separadamente*, representan las dos proposiciones siguientes: «no existe ningún xy» y «no existe ningún xy'».

Vemos, por tanto, que la proposición «no existe ningún x» es una proposición *doble*, y que equivale a las *dos* proposiciones «no existe ningún xy» y «no existe ningún xy'».

[En el ejemplo de los libros esta proposición sería «no existe ningún libro viejo».
Por lo tanto, esta es una proposición doble, que equivale a las dos siguientes: «No existe ningún libro *inglés* viejo» y «no existe ningún libro *extranjero* viejo».]

§ 3. *Representación de proposiciones de relación*

Tomemos, en primer lugar, la proposición «algunos x son y». Esto nos dice que al menos *una* cosa que está en la mitad *norte* está también en la mitad *oeste*. Por tanto, debe estar en el espacio *común* a ellas, es decir, en la *celdilla nor-occidental*. Por tanto, la celdilla nor-occidental está *ocupada*. Y esto se puede representar colocando una ficha *roja* en ella.

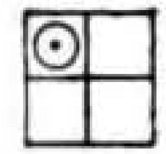


[Nótese que el *sujeto* de la proposición establece cuál es la mitad que hemos de usar; y que el *predicado* establece en qué *porción* de ella hemos de colocar la ficha roja.
En el ejemplo de los libros esta proposición sería «algunos libros viejos son ingleses».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «algunos x son y'», «algunos x' son y», y «algunos x' son y'».

[Que el lector los desarrolle por su cuenta.
En el ejemplo de los libros, estas tres proposiciones serían «algunos libros viejos son extranjeros», etc.]

Tomemos a continuación la proposición «algunos y son x». Esto nos dice que al menos *una* cosa que está en la mitad *oeste* está también en la mitad *norte*. Por tanto, debe estar en el espacio *común* a ellas, es decir, en la *celdilla nor-occidental*. Por tanto, la celdilla nor-occidental está *ocupada*. Y esto se puede representar colocando una ficha *roja* en ella.

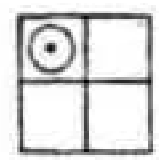


[En el ejemplo de los libros, esta proposición sería «algunos libros ingleses son viejos».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «algunos y son x'», «algunos y' son x», y «algunos y' son x'».

[Que el lector los desarrolle por su cuenta.
En el ejemplo de los libros estas tres proposiciones serían «algunos libros ingleses son nuevos», etc.]

Vemos que este *único* diagrama nos ha servido para representar no menos de *tres* proposiciones, a saber:



(1) «Existen algunos xy;
(2) Algunos x son y;
(3) Algunos y son x».

Por tanto, estas tres proposiciones son equivalentes.

[En el ejemplo de los libros estas proposiciones serían:

(1) «Existen algunos libros ingleses viejos;
(2) Algunos libros viejos son ingleses;
(3) Algunos libros ingleses son viejos».]

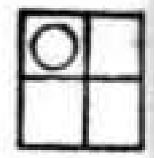
Las dos proposiciones equivalentes, «algunos x son y» y «algunos y son x», se dice que son 'conversas' entre sí; y el proceso por el que se pasa de la una a la otra se llama 'convertir' o 'conversión'.

[Por ejemplo, si se nos dice que convirtamos la proposición «algunas manzanas son no-verdes» elegiríamos primero nuestro univ. (digamos, «dos frutos»), y luego completaríamos la proposición añadiendo el sustantivo «fruto» en el predicado, de donde resultaría «algunas manzanas son frutos no-verdes»; y luego la convertiríamos intercambiando sus términos, así: «algunos frutos no-verdes son manzanas».]

De modo parecido podemos representar los tres tríos similares de proposiciones equivalentes. El conjunto completo de cuatro tríos sería como sigue:

(1) «Existen algunos xy» = «Algunos x son y» = = «Algunos y son x».
(2) «Existen algunos xy'» = «Algunos x son y'» = = «Algunos y' son x».
(3) «Existen algunos $x'y$» = «Algunos x' son y» = = «Algunos y son x'».
(4) «Existen algunos $x'y'$» = «Algunos x' son y'» = = «Algunos y' son x'».

Tomemos a continuación la proposición «ningún x es y». Esto nos dice que ninguna cosa que está en la mitad *norte* está también en la mitad *oeste*. Por tanto, no hay *nada* en el espacio *común* a ellas, es decir, en la *celdilla nor-occidental*. Por tanto, la celdilla nor-occidental está *vacía*. Y esto podemos representarlo colocando en ella una ficha *gris*.

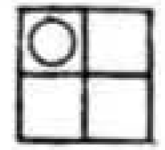


[En el ejemplo de los libros esta proposición sería «ningún libro viejo es inglés».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «ningún x es y'», «ningún x' es y» y «ningún x' es y'».

[Que el lector los desarrolle por su cuenta.
En el ejemplo de los libros estas tres proposiciones serían «ningún libro viejo es extranjero», etc.]

Tomemos a continuación la proposición «ningún y es x». Esto nos dice que ninguna cosa que está en la mitad *oeste* está también en la mitad *norte*. Por tanto, no hay nada en el espacio *común* a ellas, es decir, en la *celdilla nor-occidental*. Es decir, la celdilla nor-occidental está *vacía*. Y esto podemos representarlo colocando una ficha *gris* en ella.

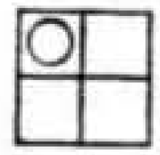


[En el ejemplo de los libros esta proposición sería «ningún libro inglés es viejo».]

De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares «ningún y es x'», «ningún y' es x» y «ningún y' es x'».

[Que el lector los desarrolle por su cuenta.
En el ejemplo de los libros estas tres proposiciones serían «ningún libro inglés es nuevo», etc.]

Vemos que este *único* diagrama nos ha servido para representar no menos de tres proposiciones, a saber:



(1) «No existe ningún xy;
(2) Ningún x es y;
(3) Ningún y es x».

Por tanto, estas tres proposiciones son equivalentes.

[En el ejemplo de los libros, estas proposiciones serían:

(1) «No existe ningún libro inglés viejo;
(2) Ningún libro viejo es inglés;
(3) Ningún libro inglés es viejo».]

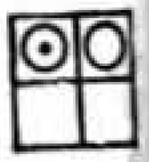
Las dos proposiciones equivalentes, «ningún x es y» y «ningún y es x» se dice que son 'conversas' entre sí.

[Por ejemplo, si se nos dice que convirtamos la proposición «Ningún puercoespín es locuaz» elegiríamos primero nuestro univ. (digamos, «dos animales»), y luego completaríamos la proposición añadiendo el sustantivo «animal» en el predicado, de donde resultaría «Ningún puercoespín es un animal locuaz»; y luego la convertiríamos, intercambiando sus términos, así: «Ningún animal locuaz es puercoespín».]

De modo parecido podemos representar los tres tríos similares de proposiciones equivalentes; el conjunto completo de *cuatro* tríos sería como sigue:

(1) «No existe ningún xy» = «Ningún x es y» = = «Ningún y es x».
(2) «No existe ningún xy'» = «Ningún x es y'» = = «Ningún y' es x».
(3) «No existe ningún $x'y$» = «Ningún x' es y» = = «Ningún y es x'».
(4) «No existe ningún $x'y'$» = «Ningún x' es y'» = = «Ningún y' es x'».

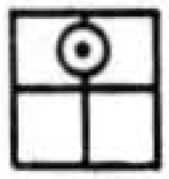
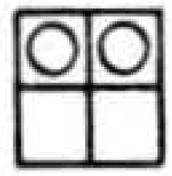
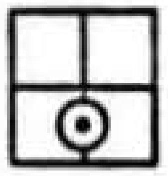
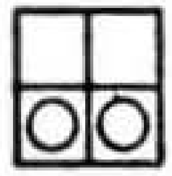
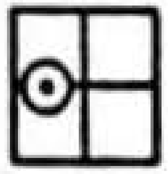
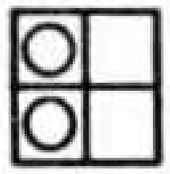
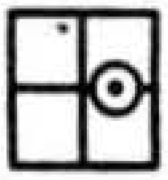
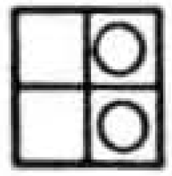
Tomemos a continuación la proposición «todos los x son y». Sabemos que se trata de una proposición *doble* y que equivale a las dos proposiciones siguientes: «Algunos x son y» y «ningún x es y'», y sabemos también cómo representar cada una de éstas.



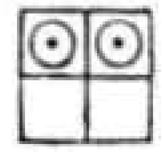
[Nótese que el *sujeto* de la proposición dada establece *cuál* es la mitad que hemos de usar; y que su *predicado* establece en qué *porción* de esta mitad hemos de colocar la ficha *roja*.]

De modo parecido podemos representar las siete proposiciones similares, «todos los x son y'», «todos los x' son y», «todos los x' son y'», «todos los y son x», «todos los y son x'», «todos los y' son x» y «todos los y' son x'».

TABLA II

Existen algunos x		No existe ningún x	
Existen algunos x'		No existe ningún x'	
Existen algunos y		No existe ningún y	
Existen algunos y'		No existe ningún y'	

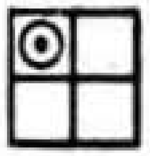
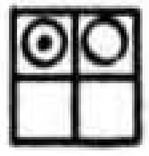
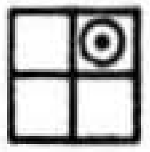
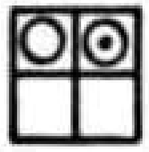
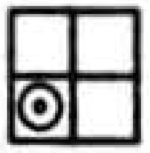
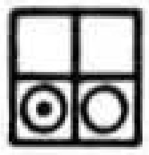
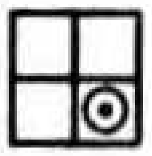
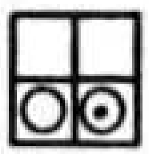
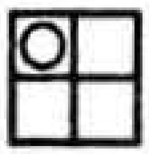
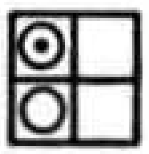
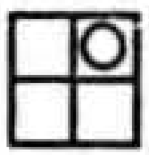
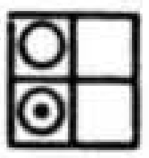
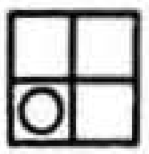
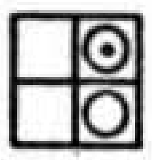
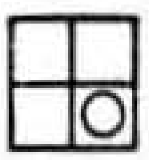
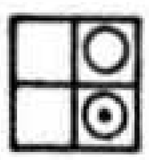
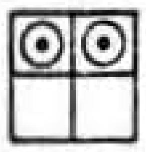
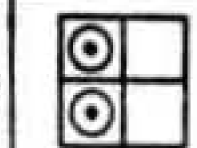
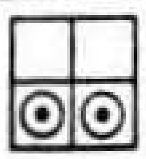
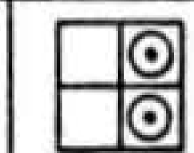
Tomemos finalmente la proposición doble «algunos x son y y algunos son y'», cuyas partes sabemos cómo representar.



De modo parecido podemos representar las tres proposiciones similares, «algunos x' son y y algunos son y'», «algunos y son x y algunos son x'», «algunos y' son x y algunos son x'».

El lector tendría que conseguir que su amigo genial le interrogara con severidad acerca de estas dos tablas. El *Inquisidor* tendría las tablas ante sí; la *Víctima*, en cambio, no tendría más que un diagrama en blanco y las fichas con las que ha de representar las diversas proposiciones nombradas por su amigo: por ejemplo, «existen algunos y», «ningún y' es x», «todos los x son y», etc.

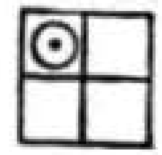
TABLA III

Existen algunos xy = Algunos x son y = Algunos y son x		Todos los x son y	
Existen algunos xy' = Algunos x son y' = Algunos y' son x		Todos los x son y'	
Existen algunos $x'y$ = Algunos x' son y = Algunos y son x'		Todos los x' son y	
Existen algunos $x'y'$ = Algunos x' son y' = Algunos y' son x'		Todos los x' son y'	
No existe ningún xy = Ningún x es y = Ningún y es x		Todos los y son x	
No existe ningún xy' = Ningún x es y' = Ningún y' es x		Todos los y son x'	
No existe ningún $x'y$ = Ningún x' es y = Ningún y es x'		Todos los y' son x	
No existe ningún $x'y'$ = Ningún x' es y' = Ningún y' es x'		Todos los y' son x'	
Algunos x son y, y algunos son y'		Algunos y son x, y algunos son x'	
Algunos x' son y, y algunos son y'		Algunos y' son x, y algunos son x'	

4. Interpretación del diagrama biliteral cuando aparece marcado con fichas

Se supone que tenemos ante nosotros el diagrama, y que sobre él hay colocadas determinadas fichas; el problema está en averiguar qué proposición o proposiciones representan esas fichas.

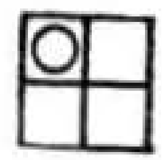
Puesto que el proceso es simplemente el inverso del que se discutió en el capítulo anterior, podemos aprovecharnos de los resultados allí obtenidos en la medida en que nos sean útiles.



Supongamos, en primer lugar, que encontramos una ficha *roja* colocada en la celdilla nor-occidental.

Sabemos que esto representa cada una de las tres proposiciones equivalentes:
«Existen algunos xy» = «Algunos x son y» = «Algunos y son x».

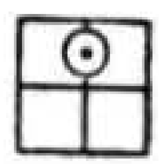
De modo parecido podemos interpretar una ficha *roja* cuando aparece en la celdilla nor-oriental, o sur-occidental, o sur-oriental.



A continuación, supongamos que encontramos una ficha *gris* colocada en la celdilla nor-occidental.

Sabemos que esto representa cada una de las tres proposiciones equivalentes:
«No existe ningún xy» = «Ningún x es y» = «Ningún y es x».

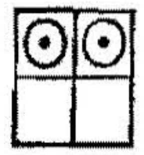
De modo parecido podemos interpretar una ficha *gris* cuando aparece en la celdilla nor-oriental, o sur-occidental o sur-oriental.



A continuación supongamos que encontramos una ficha *roja* colocada en la divisoria de la mitad norte.

Sabemos que esto representa la proposición «Existen algunos x». De modo parecido podemos interpretar una ficha *roja* cuando está situada en la línea que divide la mitad sur, o la occidental, o la oriental.

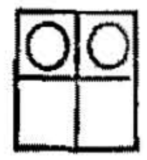
Supongamos a continuación que encontramos *dos* fichas *rojas* colocadas en la mitad norte, una en cada celdilla.



Sabemos que esto representa la *doble* proposición «Algunos x son y y algunos son y'».

De modo parecido podemos interpretar *dos* fichas *rojas* cuando están colocadas en la mitad sur, o en la mitad oeste, o en la mitad este.

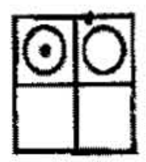
Supongamos a continuación que encontramos *dos* fichas *grises* colocadas en la mitad norte, una en cada celdilla.



Sabemos que esto representa la proposición «No existe ningún x».

De modo parecido podemos interpretar *dos* fichas *grises* cuando están colocadas en la mitad sur, o en la mitad oeste, o en la mitad este.

Por último, supongamos que nos encontramos en la mitad norte una ficha *roja* y otra *gris*, la roja en la celdilla nor-*occidental*, y la gris en la nor-*oriental*.



Sabemos que esto representa la proposición «Todos los x son y».

> [Nótese que la *mitad* ocupada por las dos fichas establece cuál ha de ser el *sujeto* de la proposición, y que la celdilla ocupada por la ficha *roja* establece cuál ha de ser su *predicado*.]

De modo parecido podemos interpretar una ficha *roja* y una *gris* cuando están colocadas en cualquiera de las siete posiciones similares:

La roja en la nor-oriental, la gris en la nor-occidental;
La roja en la sur-occidental, la gris en la sur-oriental;

La roja en la sur-oriental, la gris en la sur-occidental;
La roja en la nor-occidental, la gris en la sur-occidental;
La roja en la sur-occidental, la gris en la nor-occidental;
La roja en la nor-oriental, la gris en la sur-oriental;
La roja en la sur-oriental, la gris en la nor-oriental.

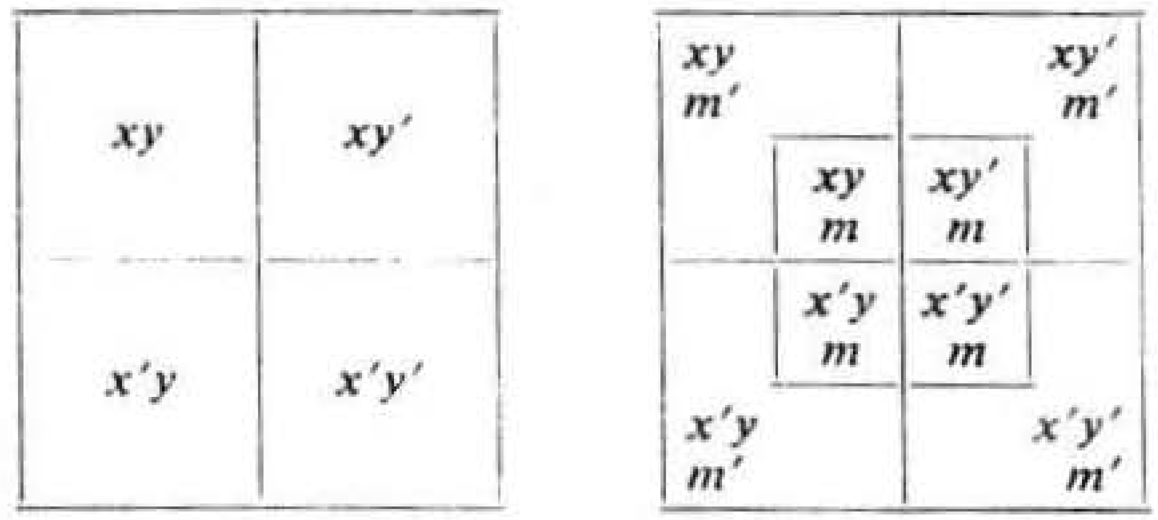
Aquí una vez más se debe acudir al amigo genial y demandar de él que examine al lector sobre las tablas II y III, y le haga no sólo *representar* proposiciones, sino también *interpretar* diagramas cuando están marcados con fichas.

Las preguntas y respuestas serían de este tipo:

Preg.—Represente «Ningún x' es y'».
Resp.—Ficha gris en la celdilla sur-oriental.
Preg.—Interprete una ficha roja sobre la divisoria oriental.
Resp.—«Existen algunos y'».
Preg.—Represente «todos los y' son x».
Resp.—Rojo en la celdilla nor-oriental; gris en la sur-oriental.
Preg.—Interprete una ficha gris en la celdilla sur-occidental.
Resp.—«No existe ningún $x'y$» = «Ningún x' es y» = «Ningún y es x'», etc.

Al principio el examinado necesitará tener delante el tablero y las fichas; pero pronto aprenderá a pasar sin ellas y a responder con los ojos cerrados o mirando al vacío.

Libro IV
El diagrama triliteral



1. Símbolos y celdillas

En primer lugar, supongamos que el diagrama de arriba a la *izquierda* es el diagrama biliteral que hemos estado usando en el libro III, y que lo transformamos en un diagrama *triliteral* trazando un *cuadrado interior;* cada una de sus cuatro celdillas queda dividida en dos porciones, y obtenemos así ocho celdillas. El diagrama de la *derecha* muestra el resultado.

[Se recomienda vivamente al lector que, en la lectura de este capítulo *no* tome como referencia los diagramas arriba reproducidos sino que haga una copia en grande del de la derecha *sin letra alguna,* y lo tenga a mano mientras lee, manteniendo su dedo sobre la *parte* concreta a la que se refiere lo que está leyendo.]

En segundo lugar, supongamos que hemos seleccionado un cierto atributo o conjunto de atributos que podemos llamar «m», y que hemos subdividido la clase xy en dos clases cuyas diferencias son m y m'; supongamos asimismo que hemos asignado la celdilla nor-occidental *interior* a una de ellas (que podemos llamar «la clase de las cosas xym», o «la clase xym»), y la celdilla nor-occidental *exterior* a la otra (que podemos llamar «la clase de las cosas xym'», o «la clase xym'»).

> [Así, en el ejemplo de los libros podemos decir «supongamos que m significa 'encuadernado', de modo que m' significará 'sin encuadernar', y podemos suponer que hemos subdividido la clase «libros ingleses viejos» en las dos clases, «libros ingleses viejos encuadernados» y «libros ingleses viejos sin encuadernar», y que hemos asignado la celdilla nor-occidental *interior* a una, y la nor-occidental *exterior* a la otra.]

En tercer lugar, supongamos que hemos subdividido la clase xy', la clase $x'y$ y la clase $x'y'$ del mismo modo, y que hemos, en cada caso, asignado la celdilla *interior* a la clase que posee el atributo m, y la celdilla *exterior* a la clase que posee el atributo m'.

> [Así, en el ejemplo de los libros podemos suponer que hemos subdividido «libros ingleses nuevos» en dos clases, «libros ingleses nuevos encuadernados» y «libros ingleses nuevos sin encuadernar», y hemos asignado la celdilla sur-occidental *interior* a una, y la celdilla sur-occidental *exterior* a la otra.]

Es evidente que hemos asignado ahora el *cuadrado interno* a la clase m, y el *borde exterior* a la clase m'.

> [Así, en el ejemplo de los libros hemos asignado el cuadrado *interno* a «libros encuadernados» y el *borde exterior* a «libros sin encuadernar».]

Cuando el lector se haya familiarizado con este diagrama debe ser capaz de encontrar en un momento el compartimento asignado a un determinado *par* de atributos, o la celdilla asignada a un determinado *trío* de atributos. Las reglas siguientes le ayudarán en esta tarea:

(1) Disponga los atributos en el orden x, y, m.
(2) Tome el *primero* de ellos y averigüe cuál es el compartimento que le ha sido asignado.
(3) Tome luego el *segundo*, y vea qué *porción* de ese compartimento le ha sido asignada.
(4) Proceda con el *tercero*, si lo hay, del mismo modo.

> [Por ejemplo, supongamos que tenemos que encontrar el compartimento asignado a ym. Nos decimos: «y tiene la mitad *occidental*; y m tiene la porción *interior* de esa mitad occidental».
> O supongamos que tenemos que encontrar la celdilla asignada a $x'ym'$. Nos decimos: «x' tiene la *mitad* sur; y tiene la porción *occidental* de esa mitad sur, es decir, tiene el *cuartel sur-occidental*; y m' tiene la porción *exterior* de ese cuartel sur-occidental».]

El lector deberá conseguir que su amigo genial le haga preguntas sobre la tabla reproducida en la página próxima, del estilo del siguiente diálogo modelo.

Preg.—¿Atributo para la parte interior de la mitad sur?
Resp.—$x'm$.
Preg.—¿Compartimento para m'?
Resp.—El borde exterior.
Preg.—¿Atributo para la parte externa del cuartel nor-oriental?
Resp.—$xy'm'$.
Preg.—¿Compartimento para ym?
Resp.—Porción interior de la mitad oeste.
Preg.—¿Atributo para la mitad sur?
Resp.—x'.
Preg.—¿Compartimento para $x'y'm$?
Resp.—Parte interna del cuartel sur-oriental, etc.

TABLA IV

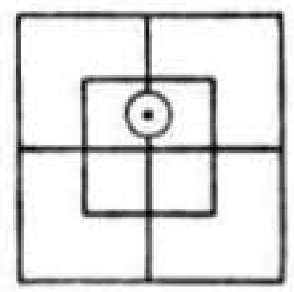
Atributos de clases	*Compartimentos o celdillas que les han sido asignados*
x.........	Mitad Norte.
x'........	Mitad Sur.
y.........	Mitad Oeste.
y'........	Mitad Este.
m.........	Cuadrado interior.
m'........	Borde exterior.
xy........	Cuartel Nor-occidental.
xy'.......	Cuartel Nor-oriental.
$x'y$.......	Cuartel Sur-occidental.
$x'y'$......	Cuartel Sur-oriental.
xm........	Porción interior de la mitad Norte.
xm'.......	Porción exterior de la mitad Norte.
$x'm$.......	Porción interior de la mitad Sur.
$x'm'$......	Porción exterior de la mitad Sur.
ym........	Porción interior de la mitad Oeste.
ym'.......	Porción exterior de la mitad Oeste.
$y'm$.......	Porción interior de la mitad Este.
$y'm'$......	Porción exterior de la mitad Este.
xym.......	Porción interior del cuartel Nor-occidental.
xym'......	Porción exterior del cuartel Nor-occidental.
$xy'm$......	Porción interior del cuartel Nor-oriental.
$xy'm'$.....	Porción exterior del cuartel Nor-occidental.
$x'ym$......	Porción interior del cuartel Sur-occidental.
$x'ym'$.....	Porción exterior del cuartel Sur-occidental.
$x'y'm$.....	Porción interior del cuartel Sur-oriental.
$x'y'm'$....	Porción exterior del cuartel Sur-oriental.

2. Representación de proposiciones en términos de *x* y *m* o de *y* y *m*

§ 1. *Representación de proposiciones de existencia en términos de* x y m, *o de* y y m

Tomemos, en primer lugar, la proposición «existen algunos *xm*».

[Nótese que el significado *completo* de esta proposición, es, como ya se ha señalado, «algunas cosas existentes son cosas *xm*».]

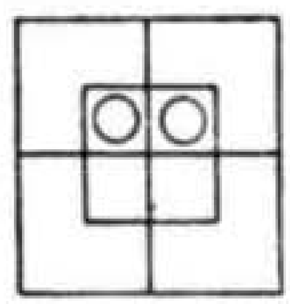


Esto nos dice que hay al menos *una* cosa en la porción interna de la mitad norte; es decir, que este compartimento está *ocupado*. Y evidentemente esto se puede representar colocando una ficha *roja* sobre la línea que lo divide.

[En el ejemplo de los libros esta proposición sería «existen algunos libros viejos encuadernados» (o «hay algunos libros viejos encuadernados»).]

De modo parecido podemos representar las siete proposiciones similares «existen algunos *xm'*», «existen algunos *x'm*», «existen algunos *x'm'*», «existen algunos *ym*», «existen algunos *ym'*», «existen algunos *y'm*» y «existen algunos *y'm'*».

Tomemos a continuación la proposición «no existe ningún *xm*».



Esto nos dice que no hay *nada* en la porción interior de la mitad norte; es decir, que este compartimento está *vacío*. Y esto podemos representarlo colocando en él *dos* fichas *grises*, una en cada celdilla.

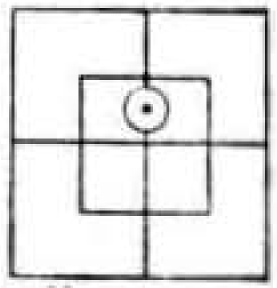
De modo parecido podemos representar las siete proposiciones similares en términos de x y m, o de y y m, a saber, «no existe ningún xm'», «no existe ningún $x'm$», etc.

Estas dieciséis proposiciones de existencia son las únicas que tendremos que representar en este diagrama.

§ 2. *Representación de proposiciones de relación en términos de* x *y* m *o de* y *y* m

Tomemos, en primer lugar, el siguiente par de proposiciones conversas:

«algunos x son m» = «algunos m son x»

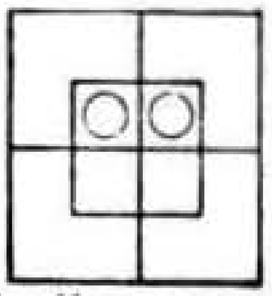


Sabemos que cada una de ellas es equivalente a la proposición de existencia «existen algunos xm», cuyo modo de representación ya conocemos.

De modo parecido para los siete pares similares, en términos de x y m, o de y y m.

Tomemos a continuación el par de proposiciones conversas:

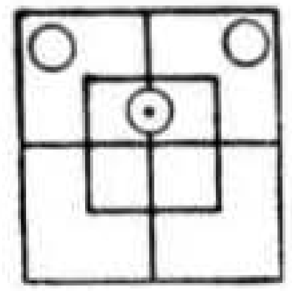
«ningún x es m» = «ningún m es x».



Sabemos que cada una de ellas es equivalente a la proposición de existencia «no existe ningún xm», cuyo modo de representación ya conocemos.

De modo parecido para los siete pares similares en términos de x y m o de y y m.

Tomemos a continuación la proposición «todos los x son m».



Sabemos que se trata de una proposición *doble*, y que equivale a las dos proposiciones siguientes: «Algunos x son m» y «ningún x es m'», cuyos modos de representación conocemos.

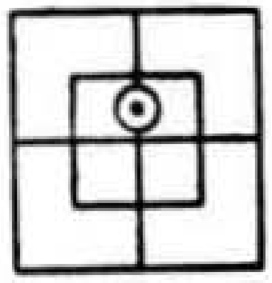
De modo parecido para las quince proposiciones similares en términos de x y m, o de y y m.

Estas treinta y dos proposiciones de relación son las únicas que tendremos que representar en este diagrama.

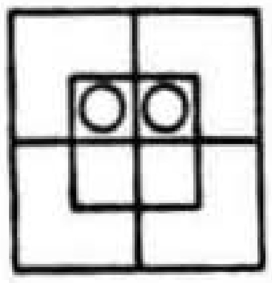
El lector debe conseguir ahora que su amigo genial le examine sobre las siguientes cuatro tablas.

La Víctima no tendrá ante sí más que un diagrama triliteral en blanco, una ficha roja y dos grises, con las cuales ha de representar las diversas proposiciones mencionadas por el Inquisidor; por ejemplo, «ningún y' es m», «existen algunos xm'», etc.

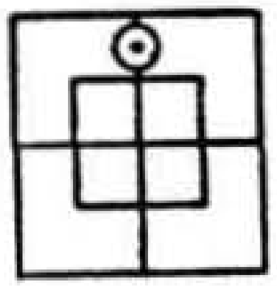
TABLA V



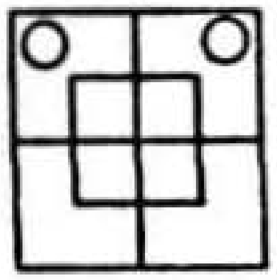
Existen algunos xm
= Algunos x son m
= Algunos m son x



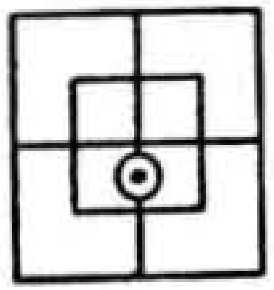
No existe ningún xm
= Ningún x es m
= Ningún m es x



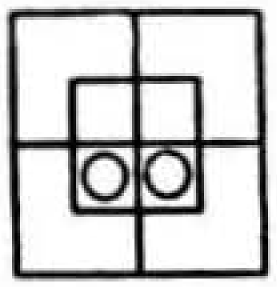
Existen algunos xm'
= Algunos x son m'
= Ningún m' es x



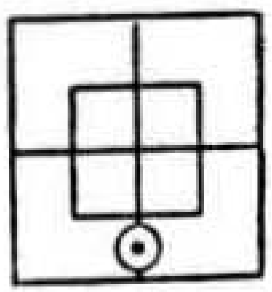
No existe ningún xm'
= Ningún x es m'
= Ningún m' es x



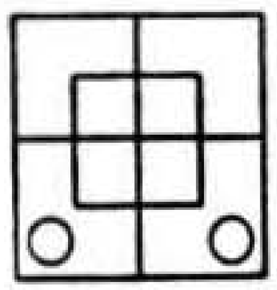
Existen algunos $x'm$
= Algunos x' son m
= Algunos m son x'



No existe ningún $x'm$
= Ningun x' es m
= Ningún m es x'

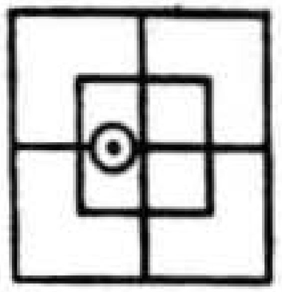


Existen algunos $x'm'$
= Algunos x' son m'
= Algunos m' son x'

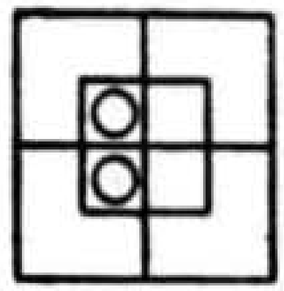


No existe ningún $x'm'$
= Ningún x' es m'
= Ningún m' es x'

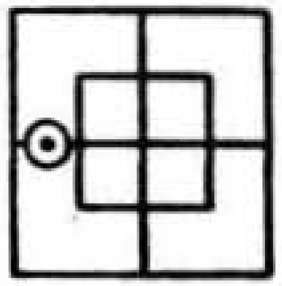
TABLA VI



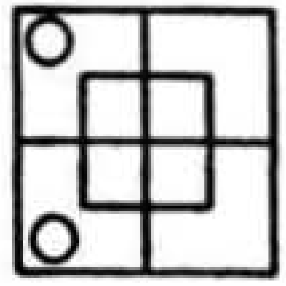
Existen algunos ym
= Algunos y son m
= Algunos m son y



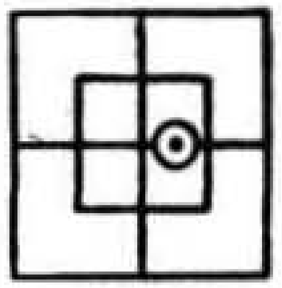
No existe ningún ym
= Ningún y es m
= Ningún m es y



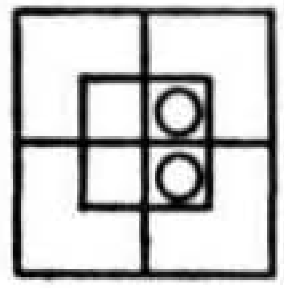
Existen algunos ym'
= Algunos y son m'
= Algunos m' son y



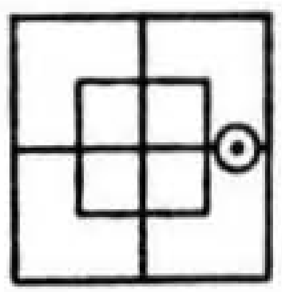
No existe ningún ym'
= Ningún y es m'
= Ningún m' es y



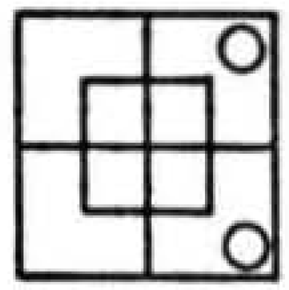
Existen algunos $y'm$
= Algunos y' son m
= Algunos m son y'



No existe ningún $y'm$
= Ningún y' es m
= Ningún m es y'



Existen algunos $y'm'$
= Algunos y' son m'
= Algunos m' son y'



No existe ningún $y'm'$
= Ningún y' es m'
= Ningún m' es y'

TABLA VII

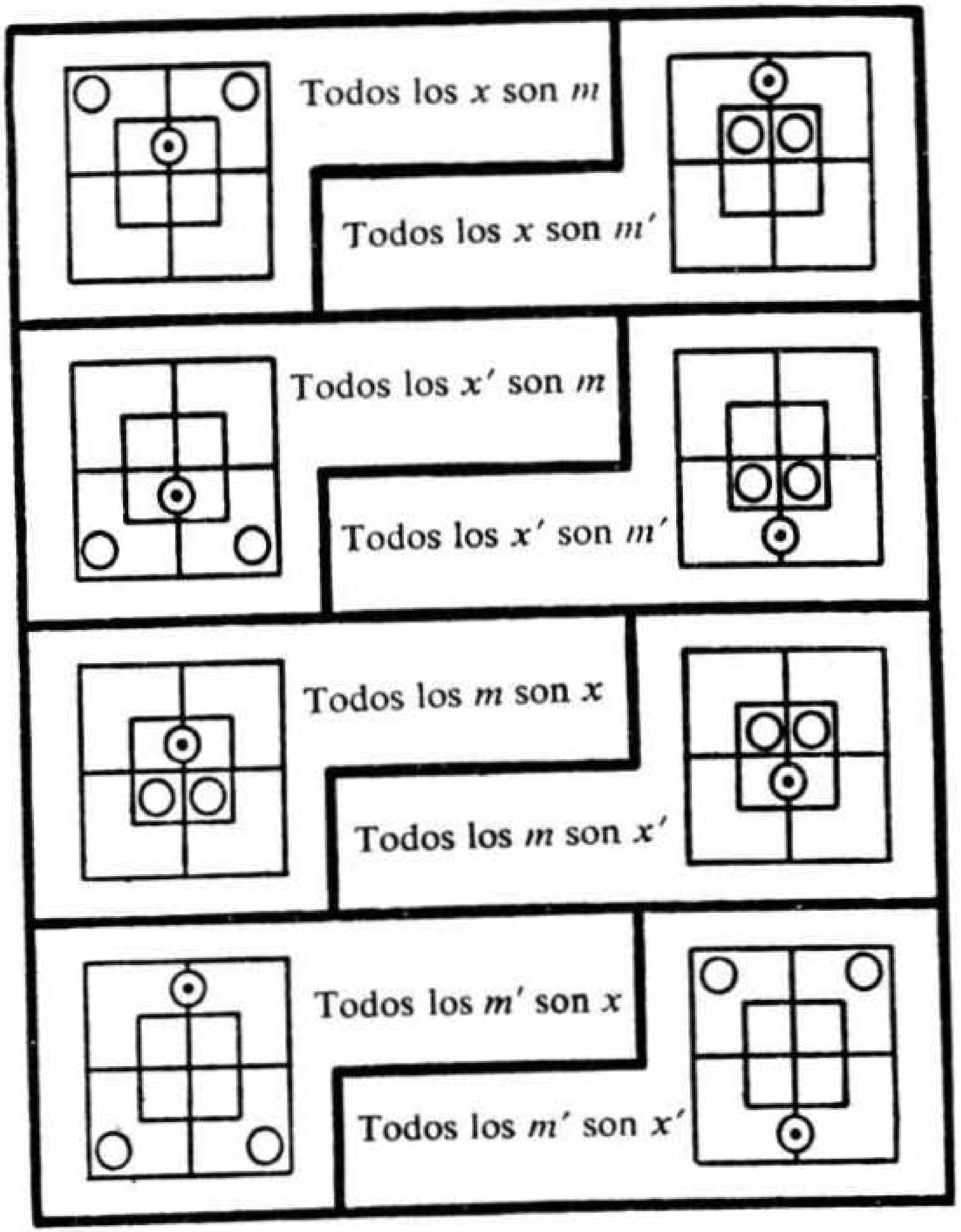
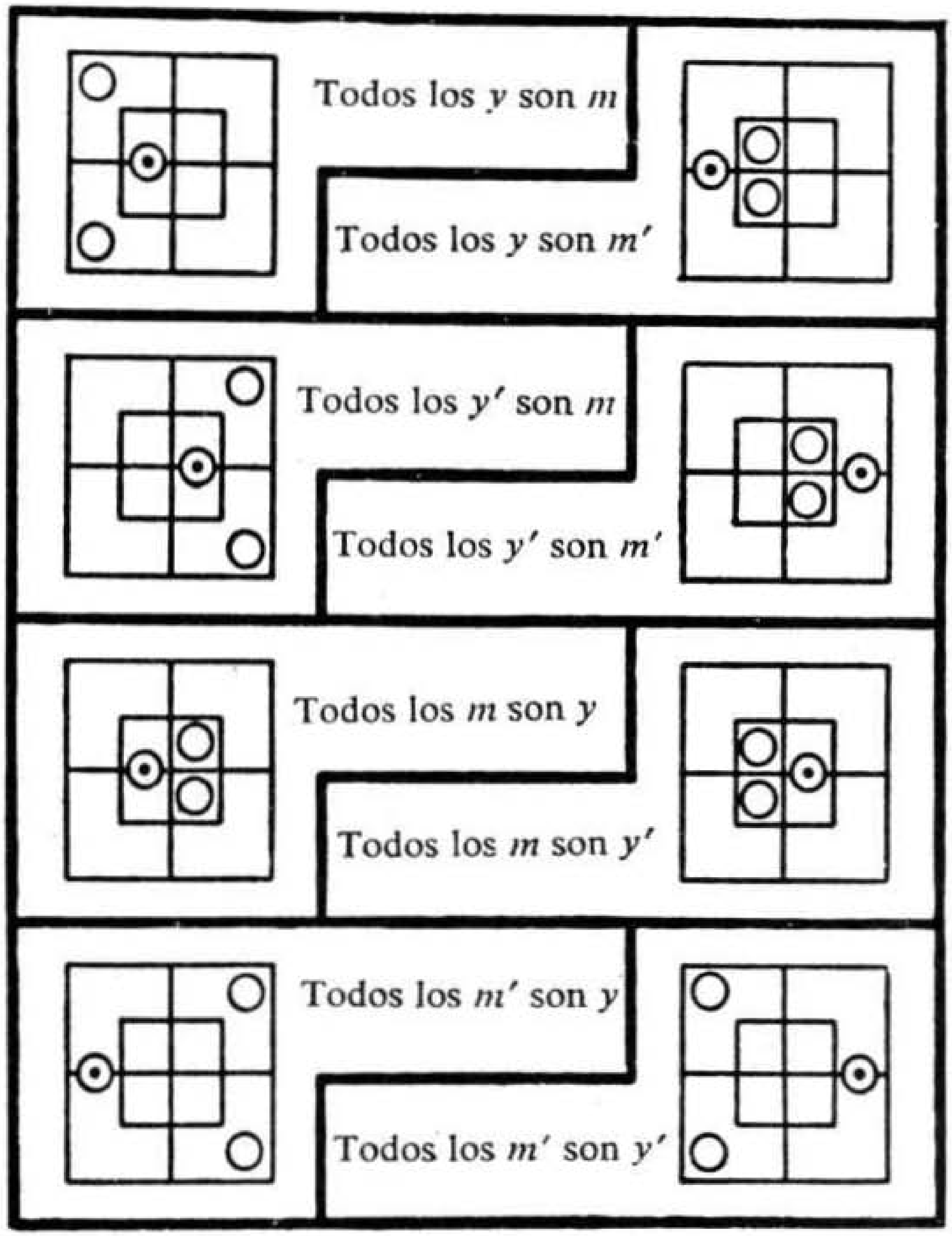


TABLA VIII



3. Representación de dos proposiciones de relación, una en términos de *x* y *m*, y la otra en términos de *y* y *m* en el mismo diagrama

El lector haría bien ahora en empezar por dibujar pequeños diagramas para su uso particular y marcarlos con los dígitos «I» y «O», en lugar de usar el tablero y las fichas: podría poner un «I» para representar una ficha *roja* (lo cual se puede interpretar como si significara «hay al menos *una* cosa ahí»), y un «O» para representar una ficha *gris* (lo cual se puede interpretar como si significara «no hay *nada* ahí»).

El par de proposiciones que tendremos que representar constará siempre de una proposición en términos de *x* y *m*, y de otra en términos de *y* y *m*.

Cuando tengamos que representar una proposición que empieza por «todos», la descompondremos en las *dos* proposiciones a las que equivale.

Cuando tengamos que representar en el mismo diagrama proposiciones de las cuales algunas empiezan por «algunos» y otras por «ningún», representaremos *primero* las *negativas*. Esto nos ahorrará a veces de tener que poner un «I» «en la valla», para tener que desplazarlo después a una celdilla.

[Veamos unos pocos ejemplos.

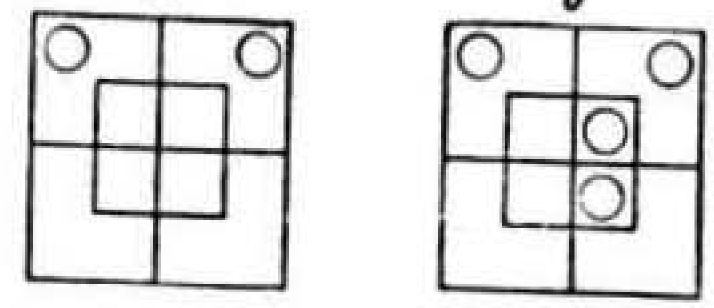
(1)

«Ningún *x* es *m'*;
Ningún *y'* es *m*».

Representemos primero «ningún *x* es *m'*». Esto nos da el Diagrama *a*.

Representando luego «ningún *y'* es *m*» en el mismo diagrama obtenemos el diagrama *b*.

a *b*



(2)

«Algunos *m* son *x*;
Ningún *m* es *y*».

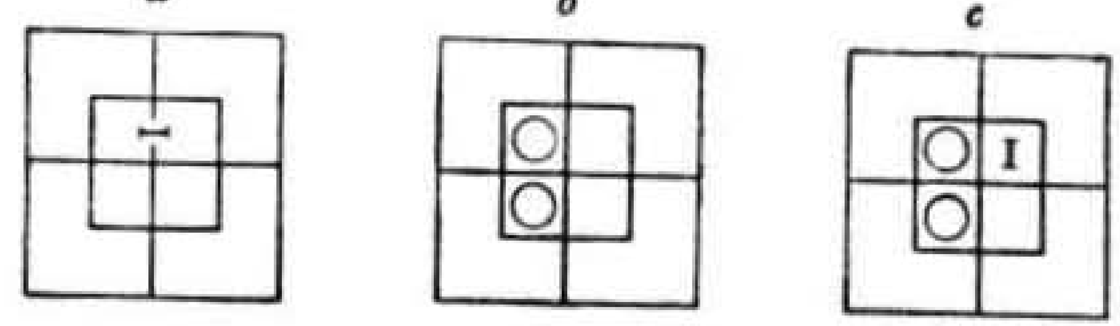
Si, despreciando la regla antes enunciada, empezáramos por «algunos *m* son *x*», obtendríamos el diagrama *a*.

Y si tomáramos después «ningún *m* es *y*», que nos dice que la celdilla nor-occidental interior está *vacía*, nos veríamos obligados a quitar el «I» de la valla (puesto que no puede elegir ya entre *dos* celdillas) y ponerlo en la celdilla nor-oriental interior, como en el diagrama *c*.

Esta dificultad se puede soslayar empezando por «ningún *m* es *y*», como en el diagrama *b*.

Y *ahora*, cuando tomamos «algunos *m* son *x*» no hay valla donde colocarlo. El «I» tiene que ir inmediatamente en la celdilla nor-oriental, como en el diagrama *c*.

a *b* *c*



(3)

«Ningún *x'* es *m'*;
Todos los *m* son *y*».

Aquí empezamos descomponiendo la segunda proposición en las dos proposiciones a las que es equivalente. Tenemos, pues, tres proposiciones para representar, a saber:

(1) «Ningún x' es m';
(2) Algunos m son y;
(3) Ningún m es y'».

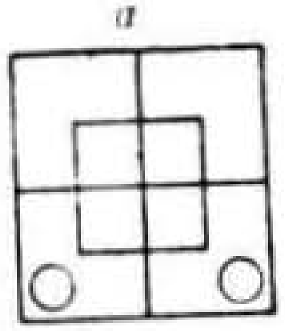
Hemos de tomarlas en el orden 1, 3, 2.

Tomamos primero la núm. 1, es decir, «ningún x' es m'». Esto nos da el diagrama *a*.

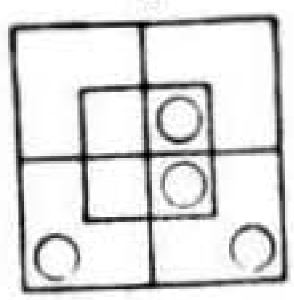
Añadiendo a ésta la núm. 3, es decir, «ningún m es y'», obtenemos el diagrama *b*.

Esta vez el «I» que representa a la núm. 2 —«Algunos m son y»— *tiene* que estar en la valla, puesto que no hay «0» que lo eche. Esto nos da el diagrama *c*.]

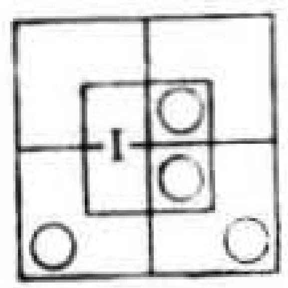
a



b



c



4. Interpretación, en términos de *x* e *y*, del diagrama triliteral cuando está marcado con fichas o dígitos

El problema que se nos plantea es éste: dado un diagrama triliteral marcado, hemos de averiguar *qué* proposiciones de relación, en términos de *x* e *y*, están representadas en él.

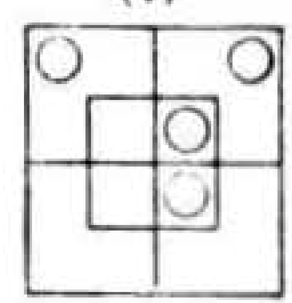
El mejor plan que podría adoptar un *principiante* es dibujar un diagrama *biliteral* paralelo a aquél, y transferir del uno al otro toda la información que pueda. Así podrá leer en el diagrama biliteral las proposiciones en cuestión. En cuanto haya cogido un poco de práctica será capaz de prescindir del diagrama biliteral y leer directamente el resultado en el propio diagrama triliteral.

Para llevar a cabo la *transferencia* de información han de observarse las siguientes reglas:

(1) Examinar el cuartel nor-occidental del diagrama triliteral.
(2) Si contiene una «I» en *una cualquiera* de las celdillas, entonces es seguro que está *ocupado*, y puede usted marcar el cuartel nor-occidental del diagrama biliteral con una «I».
(3) Si contiene *dos* «O», una en *cada* celdilla, entonces es seguro que está *vacío*, y puede usted marcar el cuartel nor-occidental del diagrama biliteral con una «O».
(4) Proceda del mismo modo con los cuarteles nor-oriental, sur-occidental y sur-oriental.

[Veamos como ilustración los resultados de los dos primeros ejemplos desarrollados en capítulos anteriores.

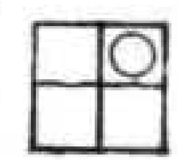
(1)



En el cuartel nor-occidental sólo *una* de las dos celdillas está marcada como *vacía*: de modo que no sabemos si el cuartel nor-occidental del diagrama biliteral está *ocupado* o *vacío*: no podemos, por tanto, marcarlo.

En el cuartel nor-oriental, encontramos *dos* «O»: de modo que es seguro que *este* cuartel está vacío; y lo marcamos así en el diagrama biliteral.

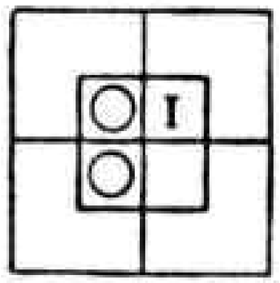
En el cuartel sur-occidental, carecemos *en absoluto* de información.



En el cuartel sur-oriental no tenemos la suficiente como para poder hacer uso de ella.

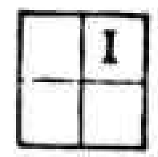
Podemos leer el resultado como «ningún x es y'», o bien «Ningún y es x», según prefiramos.

(2)



En el cuartel nor-occidental no tenemos la suficiente información como para poder hacer uso de ella.

En el cuartel nor-oriental encontramos una «I». Esto nos muestra que está *ocupado*: de modo que podemos marcar el cuartel nor-oriental en el diagrama biliteral con una «I».



En el cuartel sur-occidental no tenemos la suficiente información como para poder hacer uso de ella.

En el cuartel sur-oriental carecemos *en absoluto* de ella. Podemos leer el resultado como «algunos x son y'», o «algunos y' son x», según prefiramos.]

Libro V
Los silogismos

1. Introducción

Cuando un trío de proposiciones biliterales de relación reúne las siguientes condiciones:

(1) sus seis términos son especies del mismo género,
(2) cualesquiera dos de esos términos contienen siempre entre ellos un par de clases codivisionales,
(3) las tres proposiciones se relacionan de tal modo que, si las dos primeras son verdaderas, la tercera lo será también,

llamamos a ese trío un 'Silogismo'; el género del que cada uno de los seis términos es una especie se denomina 'Universo del discurso', o, más brevemente, 'Univ.'; las dos primeras proposiciones se llaman 'Premisas' del silogismo, y la tercera 'Conclusión'; asimismo el par de términos codivisionales que aparecen en las premisas se denominan los 'Eliminandos' del silogismo, y los otros dos, los 'Retinendos'.

Se dice que la conclusión de un silogismo es 'consecuente' de sus premisas: de ahí que sea usual preceder la conclusión de la expresión «Por lo tanto» (o del símbolo «. . .»).

[Nótese que los 'Eliminandos' reciben este nombre debido a que resultan *eliminados* y no aparecen en la conclusión; y que los 'Retinendos' reciben este nombre debido a que resultan *retenidos*, y *sí* aparecen en la conclusión.

Nótese también que la cuestión de si la conclusión es o no *consecuente* de las premisas, no se ve afectada por la *efectiva* verdad o falsedad de cualquier de las tres proposiciones, sino que depende enteramente de las *relaciones entre ellas*. Como modelo de silogismo podemos presentar el siguiente trío de proposiciones:

«Ninguna cosa x es una cosa m;
ninguna cosa y es una cosa m';
Ninguna cosa x es una cosa y».

lo cual podría ser formulado también así:

«Ningún x es m;
ningún y es m'.
Ningún x es y».

Aquí la primera y la segunda proposición contienen el par de clases codivisionales m y m'; la primera y la tercera contienen el par x y x; y la segunda y la tercera contienen el par y y y.

Asimismo las tres proposiciones se relacionan de tal modo que, si las dos primeras fueran verdaderas, la tercera lo sería también.

Por tanto, este trío es un *silogismo*; las dos proposiciones «ningún x es m» y «ningún y es m'» son sus *premisas*; la proposición «ningún x es y» es su *conclusión*; los términos m y m' son sus *eliminandos*; y los términos x e y son sus *retinendos*.

Podemos, en consecuencia, escribirlo así:

«Ningún x es m;
Ningún y es m'.
∴ Ningún x es y».

Como segundo modelo tomemos el siguiente trío:

«Todos los gatos entienden francés;
Algunos polluelos son gatos.
Algunos polluelos entienden francés».

Estas tres proposiciones, puestas en forma normal, serían:

«Todos los gatos son criaturas que entienden francés;
Algunos polluelos son gatos.
Algunos polluelos son criaturas que entienden francés».

Aquí los seis términos son especies del género «criaturas». También la primera y la segunda proposición contienen el par de clases codivisionales «gatos» y «gatos»; la primera y la tercera contienen el par «criaturas que entienden francés» y «criaturas que entienden francés»; y la segunda y la tercera contienen el par «polluelos» y «polluelos».

También las tres proposiciones se relacionan de tal modo que, si las dos primeras fueran verdaderas, la tercera lo sería. (De hecho las dos primeras *no* son estrictamente verdaderas en *nuestro* planeta. Pero nada les impide ser verdaderas en *otro* planeta, *Marte* o *Júpiter*, por ejemplo, en cuyo caso la tercera sería *también* verdadera en ese planeta, y es probable que sus habitantes contrataran polluelos como institutrices de niños. Gozarían así *eventualmente* de un singula. privilegio desconocido en Inglaterra, a saber: el de poder, en un momento en que escaseen las provisiones, utilizar las institutrices de los niños como alimentos para los niños.)

Por tanto, este trío es un silogismo; el género «criaturas» es su 'univ.'; las dos proposiciones, «todos los gatos entienden francés» y «algunos polluelos son gatos» son sus *premisas*; la proposición «algunos gatos entienden francés» es su *conclusión*; los términos «gatos» y «gatos» son sus *eliminandos*; y los términos «criaturas que entienden francés» y «polluelos» son sus *retinendos*.

Podemos, en consecuencia, escribirlo así:

«Todos los gatos entienden francés;
Algunos polluelos son gatos;
∴ Algunos polluelos entienden francés».]

2. Problemas sobre silogismos

§ 1. *Introducción*

Cuando los términos de una proposición están representados por *palabras* se dice que es 'concreta'; cuando lo están por *letras* se dice que es 'abstracta'.

Para traducir una proposición de forma concreta a forma abstracta, fijamos un Univ., consideramos cada término como una *especie* de ese Univ., y elegimos una letra para representar su *diferencia.*

[Por ejemplo, supóngase que deseamos traducir «algunos soldados son valientes» a forma abstracta. Podemos tomar «hombres» como universo y considerar «soldados» y «hombres valientes» como *especies* del *género* «hombres»; y podemos elegir x para representar el atributo peculiar («militares», por ejemplo) de «soldados», e y para representar «valientes». Entonces la proposición se puede escribir «algunos hombres militares son hombres valientes»; es decir, «algunos hombres x son hombres y»; es decir (omitiendo «hombres», tal como hemos explicado), «algunos x son y».

En la práctica nos limitaríamos a decir: «sea «hombres» el Univ., x = soldados, y = valientes», y en seguida traduciríamos «algunos soldados son valientes» en «algunos x son y».]

Los problemas que tendremos que resolver son de dos tipos:

(1) «Dado un par de proposiciones de relación que contienen entre sí un par de clases codivisionales y que se nos proponen como premisas, averiguar qué conclusión —si es que hay alguna— es consecuente de ellas.»

(2) «Dado un trío de proposiciones de relación, dos cualesquiera de las cuales contienen un par de clases codivisionales, y que se nos proponen como un silogismo, averiguar si la conclusión propuesta es consecuente de las premisas propuestas, y, en el caso de que lo sea, si es *completa.*»

Discutiremos estos problemas por separado.

§ 2. *Dado un par de proposiciones de relación que contienen entre sí un par de clases codivisionales y que se nos proponen como premisas, averiguar qué conclusión —si es que hay alguna— es consecuente de ellas.*

Las reglas para llevar esto a cabo son las siguientes:

(1) Determinar el 'Universo del Discurso'.
(2) Construir un diccionario, haciendo que m y m (o m y m') representen el par de clases codivisionales, y x (o x') e y (o y') las otras dos clases.
(3) Traducir las premisas propuestas a forma abstracta.
(4) Representarlas todas juntas en un diagrama triliteral.
(5) Averiguar qué proposición en términos de x e y —si es que hay alguna— está *también* representada en el diagrama.
(6) Traducir esto a su forma concreta.

Es evidente que, si las premisas propuestas fueran verdaderas, esta otra proposición sería *también* verdadera. Por tanto, es una conclusión consecuente de las premisas propuestas.

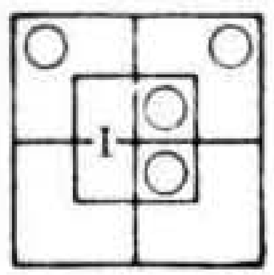
[Veamos algún ejemplo.

(1)

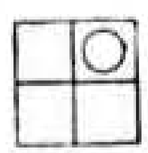
«Ningún hijo mío es deshonesto;
La gente trata siempre a un hombre honesto con respeto»
Tomando «hombres» como Univ, podemos escribir esto del modo siguiente:
«Ningún hijo mío es un hombre deshonesto;
Todos los hombres honestos son hombres tratados con respeto».
Podemos ahora construir nuestro diccionario:
m = Honesto; x = hijo mío; y = tratado con respeto.
Lo siguiente que tenemos que hacer es traducir las premisas propuestas a forma abstracta, así:

«Ningún x es m';
Todos los m son y».

A continuación, y mediante el proceso que ya hemos descrito, representamos estas proposiciones en un diagrama triliteral, así:



A continuación, y mediante otro proceso también descrito ya, transferimos a un diagrama biliteral toda la información que podamos.



El resultado se puede leer o bien como «ningún x es y'» o bien como «ningún y' es x», según prefiramos. De modo que acudimos a nuestro diccionario para ver cuál parece mejor; y elegimos

«Ningún x es y'»,

que, traducida a forma concreta, es

«Ningún hijo mío deja nunca de ser tratado con respeto».

(2)

«Todos los gatos entienden francés.
Algunos polluelos son gatos».

Tomando «criaturas» como Univ., podemos escribir esto del modo siguiente:

«Todos los gatos son criaturas que entienden francés;
algunos polluelos son gatos».

Podemos ahora construir nuestro diccionario, a saber:
m = gatos; x = que entienden francés; y = polluelos.
Las premisas propuestas, traducidas a forma abstracta, son:

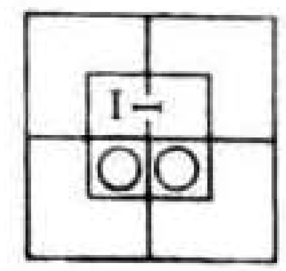
«Todos los m son x;
algunos y son m».

A fin de representarlas sobre un diagrama triliteral, descomponemos la primera en las dos proposiciones a las que es equivalente, y obtenemos las *tres* proposiciones:

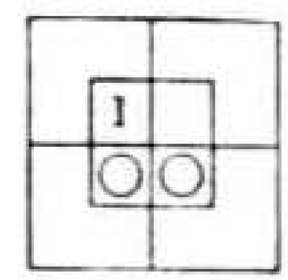
(1) «Algunos m son x,
(2) Ningún m es x';
(3) Algunos y son m».

Una regla que ya hemos dado nos indicaría que las tomáramos en el orden 2, 1, 3.

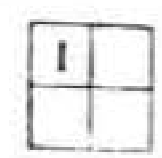
Esto, sin embargo, produciría este resultado:



De modo que sería mejor tomarlas en el orden 2, 3, 1. Los números 2 y 3 nos dan el resultado que ahí se muestra; y ahora no se nos plantea problema alguno respecto de la número 1, puesto que la proposición «algunos m son x» está *ya* representada en el diagrama.



Transfiriendo nuestra información a un diagrama biliteral, obtenemos



Este resultado se puede leer o bien como «algunos x son y» o como «algunos y son x».
Después de consultar nuestro diccionario, elegimos

«algunos y son x»,

que, traducido a forma concreta, es

«algunos polluelos entienden francés».

(3)

«Todos los estudiantes diligentes son triunfadores;
Todos los estudiantes ignorantes son fracasados».

Sea «estudiantes» el Univ.; m = triunfadores; x = diligentes; y = ignorantes.

Estas premisas, en forma abstracta, son

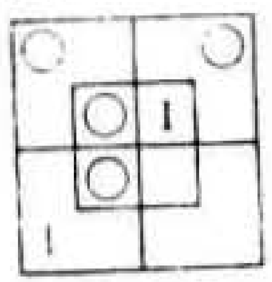
«Todos los x son m;
todos los y son m'».

Cuando las descomponemos nos dan estas cuatro proposiciones:

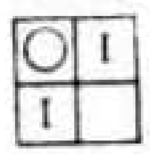
(1) «Algunos x son m;
(2) Ningún x es m';
(3) Algunos y son m';
(4) Ningún y es m».

que tomaremos en el orden 2, 4, 1, 3.

Representando esto sobre un diagrama triliteral, obtenemos



Y esta información, transferida a un diagrama biliteral, es



En este caso obtenemos *dos* conclusiones, a saber:

«Todos los x son y';
Todos los y son x'»,

que, traducidas a forma concreta, se convierten en
«Todos los estudiantes diligentes son (no-ignorantes, es decir) instruidos;
Todos los estudiantes ignorantes son (no-diligentes, es decir) perezosos».

(4)

«De los prisioneros que fueron procesados en la última sesión del tribunal, todos aquellos contra los que se pronunció el veredicto 'culpable' fueron sentenciados a prisión;
Algunos que fueron sentenciados a prisión lo fueron también a trabajos forzados».

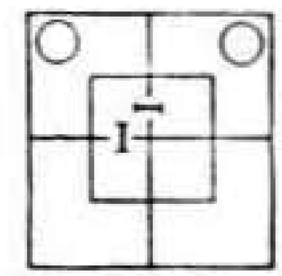
Sea «los prisioneros que fueron procesados en la última sesión del tribunal» nuestro Univ.; m = que fueron sentenciados a prisión»; x = contra los que se pronunció el veredicto 'culpable'; y = que fueron sentenciados a trabajos forzados. Las premisas, traducidas a forma abstracta, son:

«Todos los x son m;
algunos m son y».

Descomponiendo la primera, obtenemos estas tres:

(1) «Algunos x son m;
(2) Ningún x es m';
(3) Algunos m son y».

Representándolas, en el orden 2, 1, 3, sobre un diagrama triliteral, obtenemos



En este caso no llegamos a ninguna conclusión.

Si se hubiera fijado *tan sólo* en las premisas, podría haber supuesto usted que la conclusión sería ésta:

«Algunos de aquellos contra los que fue pronunciado el veredicto 'culpable', fueron sentenciados a trabajos forzados».

Pero esta conclusión ni siquiera es *verdadera* con respecto al proceso que me acabo de inventar.

«¡No es *verdadera!*», exclama usted. «Entonces, ¿quiénes eran aquellos que fueron sentenciados a prisión y sentenciados también a trabajos forzados? *Es necesario* que contra ellos se haya pronunciado el veredicto 'culpable', porque, de otro modo, ¿cómo podían haber sido sentenciados?»

Bien. Lo que sucedió fue esto. Se trataba de tres rufianes, salteadores de caminos. Cuando fueron conducidos ante el tribunal *se confesaron* 'culpables'. De modo que no fue pronunciado *veredicto* alguno; y fueron sentenciados inmediatamente.]

§ 3. *Dado un trío de proposiciones de relación, dos cualesquiera de las cuales contienen un par de clases codivisionales, y que se nos proponen como un silogismo, averiguar si la conclusión propuesta es consecuente de las premisas propuestas, y, en el caso de que lo sea, si es completa.*

Las reglas para llevar esto a cabo son las siguientes:

(1) Tómense las premisas propuestas, y averígüese, por el procedimiento descrito en la sección anterior, qué conclusión —si es que hay alguna— es consecuente de ellas.
(2) Si *no* hay conclusión, hágase constar.
(3) Si hubiera conclusión, compáresela con la conclusión propuesta y decídase de acuerdo con esto.

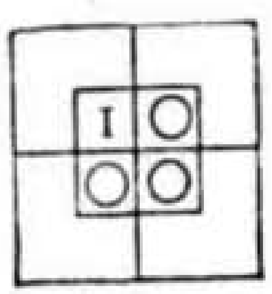
Voy ahora a desarrollar, de la forma más breve y para que sirvan de modelos al lector, seis problemas.

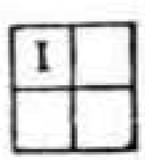
(1)

«Todos los soldados son fuertes;
todos los soldados son valientes.
Algunos hombres fuertes son valientes».

Univ., «hombres»; *m* = soldados; *x* = fuertes; *y* = valientes.

«Todos los *m* son *x;*
Todos los *m* son *y*.
Algunos *x* son *y*».





∴ «Algunos *x* son *y*».

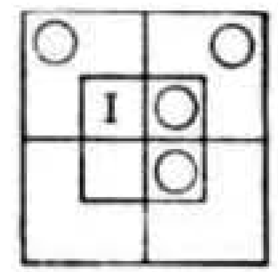
Por tanto, la conclusión propuesta es correcta.

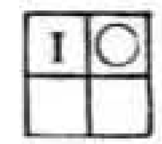
(2)

«Yo admiro estas pinturas;
Cuando yo admiro algo me gusta examinarlo exhaustivamente.
Me gusta examinar algunas de estas pinturas exhaustivamente».

Univ., «cosas»; *m* = admiradas por mí; *x* = estas pinturas; *y* = cosas que me gusta examinar exhaustivamente.

«Todos los *x* son *m;*
Todos los *m* son *y*.
Algunos *x* son *y*».





∴ «Todos los *x* son *y*».

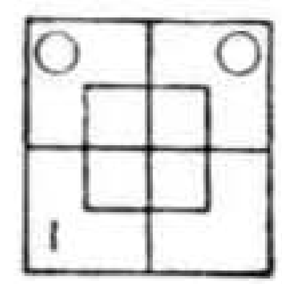
Por tanto, la conclusión propuesta es *incompleta;* la conclusión *completa* sería «me gusta examinar *todas* estas pinturas exhaustivamente».

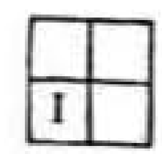
(3)

«Todos los soldados saben andar».
Algunos niños no son soldados.
Algunos niños no saben andar».

Univ., «personas»; *m* = soldados; *x* = que saben andar; *y* = niños.

«Todos los *m* son *x;*
Algunos *y* son *m'*.
Algunos *y* son *x'*».





No hay conclusión.

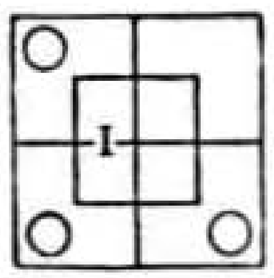
(4)

«Nadie que quiera tomar el tren y que no pueda coger un taxi y que no tenga tiempo suficiente para ir dando

un paseo hasta la estación, puede tomarlo sin echar a correr.
Este grupo de turistas quiere tomar el tren y no puede coger un taxi, pero les sobra tiempo para ir hasta la estación dando un paseo.
Este grupo de turistas no necesita correr».

Univ., «personas que quieren tomar el tren y no pueden coger un taxi»; m = que tienen tiempo suficiente para ir hasta la estación dando un paseo; x = que necesitan correr; y = estos turistas.

«Ningún m' es x';
Todos los y son m.
Todos los y son x'».



No hay conclusión.

[He aquí, amable lector, otra oportunidad de hacerle una jugarreta a un amigo cándido. Preséntele este silogismo y pregúntele qué opina de la conclusión.
El replicará: «¿A qué viene esa pregunta? Desde luego, es perfectamente correcta. Y si tu precioso libro de lógica te dice que *no lo es*, no hagas caso. No pretenderás decirme que esos turistas *necesitan* echar a correr, ¿verdad? Si yo fuera uno de ellos y supiera que las *premisas* son verdaderas vería *completamente* claro que *no necesito* hacerlo. Y *me iría dando un paseo*».
Y *usted* le replicará: «Pero supongamos que le persiguiera un toro demente».
Entonces su cándido amigo dirá: «Hum. ¡Ah! Tengo que pensarlo un rato».
Puede usted entonces explicarle que hay un modo de comprobar la corrección de un silogismo, y es éste: si se pueden imaginar circunstancias que, sin interferir en la verdad de las premisas hacen falsa la conclusión, el silogismo *debe* ser incorrecto.]

Libro VI
El método de los subíndices

1. Introducción

Convengamos en que «x_1» significa «algunas cosas existentes tienen el atributo x», es decir, con mayor brevedad, «existen algunos x»; convengamos también en que «xy_1» significa «existen algunos xy», etc. A una proposición de este tipo se le puede llamar una 'entidad'.

[Nótese que cuando hay dos letras en la expresión no importa nada en absoluto que sea una o la otra la que va *primero*: «xy_1» y «yx_1» significan exactamente lo mismo.]

Convengamos también en que «x_0» significa «ninguna cosa existente tiene el atributo x», es decir, con mayor brevedad, «no existe ningún x»; y convengamos también en que «xy_0» significa «no existe ningún xy», etc. A una proposición de este tipo se le puede llamar una 'nulidad'.
Convengamos también en que «†» significa la conjunción copulativa «y».

[Así, «ab_1 † cd_0» significa «existen algunos ab y no existe ningún cd».]

Convengamos también en que «¶» significa «probaría, si fuera verdadera».

[Así, «x_0 ¶ xy_0» significa «la proposición 'no existe ningún x' probaría, si fuera verdadera, la proposición 'no existe ningún xy'».]

2. Representación de proposiciones de relación

Tomemos, en primer lugar, la proposición «algunos x son y».

Sabemos que esta proposición equivale a la proposición de existencia «existen algunos xy». Por tanto, se puede representar mediante la expresión «xy_1».

La proposición conversa «algunos y son x» se puede representar, por supuesto, mediante la *misma* expresión, a saber, «xy_1».

De modo parecido podemos representar los tres pares similares de proposiciones conversas, a saber:

«Algunos x son y'» = «Algunos y' son x»,
«Algunos x' son y» = «Algunos y son x'»,
«Algunos x' son y'» = «Algunos y' son x'».

Tomemos a continuación la proposición «Ningún x es y».

Sabemos que esta proposición es equivalente a la proposición de existencia «no existe ningún xy». Por tanto, se puede representar mediante la expresión «xy_0».

La proposición conversa «ningún y es x» se puede representar, por supuesto, mediante la *misma* expresión, a saber «xy_0».

De modo parecido podemos representar los tres pares similares de proposiciones conversas, a saber:

«Ningún x es y'» = «Ningún y' es x»,
«Ningún x' es y» = «Ningún y es x'»,
«Ningún x' es y'» = «Ningún y' es x'».

Tomemos, a continuación, la proposición «todos los x son y». Ahora bien: es evidente que la proposición doble de existencia «existen algunos x y no existe ningún xy'» nos dice que existen *algunas* cosas x, pero que *ninguna* de ellas tiene el atributo y': es decir, nos dice que «todos los x son y».

También es evidente que la expresión «$x_1 \dagger xy'_0$» representa esta doble proposición.

Por tanto, también representa la proposición «todos los x son y».

Esta expresión se puede escribir de una forma abreviada, a saber, «$x_1 y'_0$», puesto que *cada* subíndice retrotrae su efecto hasta el *principio* de la expresión.

De modo parecido podemos representar las siete proposiciones similares «todos los x son y'», «todos los x' son y», «todos los x' son y'», «todos los y son x», «todos los y son x'», «todos los y' son x» y «todos los y' son x'».

[Que el lector los desarrolle por su cuenta.]

Conviene recordar que, al traducir una proposición que empieza por «todos» de forma abstracta a forma con subíndices, o viceversa, el predicado *cambia de signo* (es decir, pasa de negativo a positivo, o al revés).

[Así, la proposición «todos los y son x'» se convierte en «$y_1 x_0$», donde el predicado cambia de x' a x.
Y la expresión «$x_1' y_0'$» se convierte en «todos los x' son y», donde el predicado cambia de y' a y.]

3. Los silogismos

§ 1. *Representación de silogismos*

Sabemos ya cómo representar por medio de subíndices cada una de las tres proposiciones de un silogismo. Una vez que hemos hecho esto necesitamos además escribir las tres expresiones en línea, con «†» entre las premisas, y «¶» antes de la conclusión.

[Así, el silogismo

«Ningún x es m';
Todos los m son y.
∴ Ningún x es y'».

se puede representar de este modo:

$$xm'_0 \dagger m_1 y'_0 \P xy'_0]$$

§ 2. *Fórmulas para resolver problemas de silogismos*

Una vez que hayamos encontrado, mediante diagramas, la conclusión de un determinado par de premisas, y una vez que hayamos representado el silogismo en una forma con subíndices, tenemos una *fórmula* por medio de la cual podemos inmediatamente encontrar, sin necesidad de usar diagramas otra vez, la conclusión de *cualquier* otro par de premisas que tengan las *mismas* formas con subíndices.

[Así, la expresión

$$xm_0 \dagger ym'_0 \P xy_0$$

es una *fórmula* por medio de la cual podemos encontrar la conclusión de cualquier par de premisas cuyas formas con subíndices sean

$$xm_0 \dagger ym'_0$$

Por ejemplo: supongamos que tenemos el siguiente par de proposiciones:

«Ningún glotón goza de buena salud;
Ningún hombre de buena salud está fuerte»,

propuestas como premisas. Tomando «hombres» como universo, y con m = goza de buena salud; x = glotón; y = fuerte; podemos traducir el par de proposiciones a forma abstracta así:

«Ningún x es m;
Ningún m' es y».

Estas proposiciones, llevadas a una forma con subíndices, serían

$$xm_0 \dagger m'y_0$$

es decir, igual que en nuestra *fórmula*. Por tanto, sabemos inmediatamente que la conclusión es

$$xy_0$$

es decir, en forma abstracta,

«Ningún x es y»;

es decir, en forma concreta,

«Ningún glotón es fuerte».]

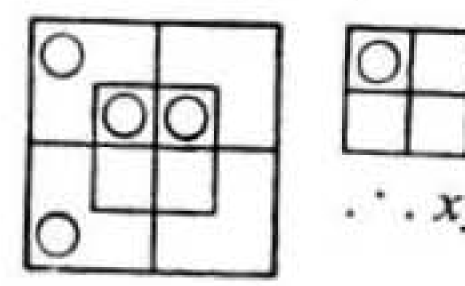
Ahora tomaré tres formas diferentes de pares de premisas y extraeré sus conclusiones de una vez para siempre, mediante diagramas; así obtendremos algunas fórmulas útiles. Las llamaré «Fig. I», «Fig. II» y «Fig. III».

Fig. I

Se incluye en esta figura cualquier par de premisas que sean nulidades y que contengan eliminandos.

El caso más simple es

$$xm_0 \dagger ym'_0$$



∴ xy_0

En este caso vemos que la conclusión es una nulidad, y que los retinendos han conservado sus signos.

Podríamos comprobar que esta regla se cumple con *cualquier* par de premisas que reúna las condiciones dadas.

[El lector haría bien en convencerse de esto desarrollando sobre diagramas diversas variedades, tales como

$m_1x_0 \dagger ym'_0$ (que ¶ xy_0)
$xm'_0 \dagger m_1y_0$ (que ¶ xy_0)
$x'm_0 \dagger ym'_0$ (que ¶ $x'y_0$)
$m'_1x'_0 \dagger m_1y'_0$ (que ¶ $x'y'_0$).]

Si uno cualquiera de los retinendos es afirmado como existente en una de las *premisas*, debe serlo también en la *conclusión*.

Por tanto, tenemos dos *variantes* de la figura I, a saber:

(a) cuando *un* retinendo es afirmado de ese modo;
(b) cuando lo son *los dos*.

[El lector haría bien en desarrollar sobre diagramas ejemplos de estas dos variantes, tales como

$m_1x_0 \dagger y_1m'_0$ (que prueba y_1x_0)
$x_1m'_0\ m_1y_0$ (que prueba x_1y_0)
$x'_1\ m_0\ y_1m'_0$ (que prueba $x'_1y_0\ y_1x'_0$).]

La fórmula, recordémoslo, es ésta:

$$xm_0 \dagger ym'_0 \P xy_0$$

con las dos reglas siguientes:

(1) *Dos nulidades con eliminandos conducen a una nulidad en la que ambos retinendos conservan sus signos.*
(2) *Un retinendo afirmado como existente en las premisas puede serlo también en la conclusión.*

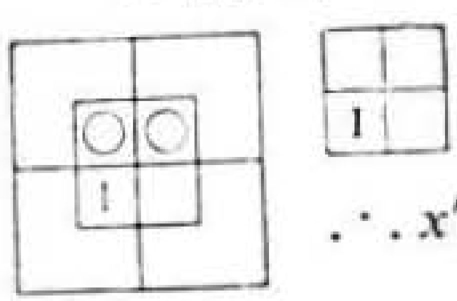
[Nótese que la regla (1) es simplemente la fórmula expresada en palabras.]

Fig. II

Se incluye en ella cualquier par de premisas de las que una es una nulidad y la otra una entidad y que contienen eliminandos.

El caso más simple es

$$xm_0 \dagger ym_1$$



$\therefore x'y_1$

En este caso vemos que la conclusión es una entidad, y que el retinendo de la nulidad ha cambiado de signo.

Podríamos comprobar que esta regla se cumple con *cualquier* par de premisas que reúnan las condiciones dadas.

[El lector haría bien en convencerse de esto desarrollando sobre diagramas diversas variedades, tales como

$x'm_0 \dagger ym_1$ (que $\P xy_1$)
$x_1m'_0 \dagger y'm'_1$ (que $\P x'y'_1$)
$m_1x_0 \dagger y'm_1$ (que $\P x'y'_1$).]

La fórmula, recordémoslo, es ésta:

$$xm_0 \dagger ym_1 \P x'y_1$$

con la regla siguiente:

Una nulidad y una entidad, con eliminandos, producen una entidad en la que el retinendo de la nulidad cambia de signo.

[Nótese que esta regla es simplemente la fórmula expresada en palabras.]

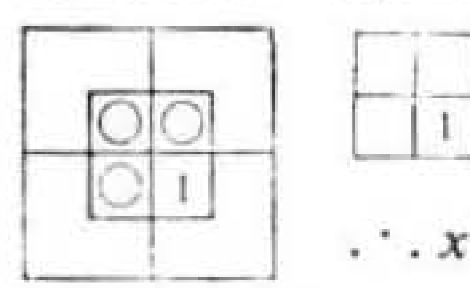
Fig. III

Se incluye en ella cualquier par de premisas que sean nulidades y que contengan eliminandos afirmados como existentes.

El caso más simple es

$$xm_0 \dagger ym_0 \dagger m_1$$

[Nótese que aquí «m» está formulada *por separado*, porque no importa en *cuál* de las dos premisas aparezca: de modo que quedan incluidas las *tres* formas «$m_1x_0 \dagger ym_0$», «$xm_0 \dagger m_1y_0$», y «$m_1x_0 \dagger m_1y_0$».]



$\therefore x'y'_1$

En este caso vemos que la conclusión es una entidad, y que *ambos* retinendos han cambiado sus signos.

Podríamos comprobar que esta regla se cumple con cualquier *par* de premisas que reúnan las condiciones dadas.

[El lector haría bien en convencerse de esto desarrollando sobre diagramas diversas variedades, tales como

$x'm_0 \dagger m_1 y_0$ (que $\P x y'_1$)
$m'_1 x_0 \dagger m' y'_0$ (que $\P x' y$)
$m_1 x'_0 \dagger m_1 y'_0$ (que $\P x y_1$).]

La fórmula, recordémoslo, es

$$x m_0 \dagger y m_0 \dagger m_1 \P x' y'_1$$

con la siguiente regla (que es simplemente la fórmula expresada en palabras):

Dos nulidades, con eliminandos afirmados como existentes, producen una entidad en la que ambos retinendos cambian de signo.

Voy ahora a desarrollar por medio de estas fórmulas, y como modelos a imitar por parte del lector, algunos problemas sobre silogismos que han sido ya desarrollados por medio de diagramas en el libro V, capítulo II.

(1)

«Ningún hijo mío es deshonesto;
La gente trata siempre a un hombre honesto con respeto»

Univ., «hombres; m = honesto; x = mis hijos; y = tratado con respeto.

$$x m'_0 \dagger m_1 y'_0 \P x y'_0 \text{ [Fig. I]}$$

es decir, «ningún hijo mío deja nunca de ser tratado con respeto».

(2)

«Todos los gatos entienden francés;
Algunos polluelos son gatos».

Univ., «criaturas»; m = gatos; x = que entienden francés; y = polluelos.

$$m_1 x'_0 \dagger y m_1 \P x y_1 \text{ [Fig. II]}$$

es decir, «algunos polluelos entienden francés».

(3)

«Todos los soldados son fuertes;
Todos los soldados son valientes.
Algunos hombres fuertes son valientes».

Univ., «hombres»; m = soldados; x = fuerte; y = valiente.

$$m_1 x'_0 \dagger m_1 y'_0 \P x y_1 \text{ [Fig. III]}$$

Por tanto, la conclusión propuesta es correcta.

§ 3. *Falacias*

¿Así que usted piensa que la utilidad fundamental de la lógica en la vida real está en que nos permite deducir conclusiones a partir de premisas viables y en que proporciona la seguridad de que las conclusiones deducidas por otras personas son correctas? ¡Ojalá fuera así! La sociedad estaría mucho menos expuesta a pánicos y otros engaños, y la vida *política*, especialmente, sería algo totalmente distinto con sólo que una mayoría de los argumentos difundidos por todo el mundo fueran correctos. Pero me temo que ocurre al contrario. Por cada par de premisas viables (quiero decir: un par de premisas que conduzcan a una conclusión lógica) que pueda leer usted en su periódico o revista se encontrará probablemente con *cinco* que no conducen a ninguna conclusión en absoluto; e, incluso cuando las premisas *son* viables, por cada vez que el autor extrae una conclusión correcta, hay probablemente diez casos en los que la conclusión extraída no lo es.

En el primer caso puede usted decir: «las *premisas* son falaces»; en el segundo: «la *conclusión* es falaz».

La utilidad fundamental que le encontrará usted a la habilidad adquirida gracias al estudio de la lógica será la posibilidad de detectar falacias de estos dos tipos.

El primer tipo de falacia —'Premisas Falaces'— lo detectará usted cuando, después de haberlas marcado en el diagrama triliteral intente transferir las marcas al biliteral. Tomará usted sus cuatro compartimentos, uno por uno, y preguntará cada vez: «¿Qué marca puedo colocar aquí?» Y en *todos* la respuesta será: «No hay información», mostrando así que *no* hay *conclusión en absoluto*. Por ejemplo:

«Todos los soldados son valientes;
Algunos ingleses son valientes.
. ˙ . Algunos ingleses son soldados».

se parece extraordinariamente a un silogismo y podría engañar con facilidad a un lógico menos experimentado. ¡Pero a *usted* no le cogerían en esa trampa! Usted se limitaría a señalar las premisas y diría con serenidad: «¡Premisas falaces!», sin descender a preguntar qué *conclusión* pretendía haber deducido el autor, sabiendo como sabe usted que *cualquiera* que ella sea *debe* ser equivocada. Usted se encontrará tan a cubierto como lo estaba aquella sabia madre que decía: «Mary, sube al cuarto de los niños, mira lo que está haciendo el pequeño y *dile que no lo haga*».

El otro tipo de falacia —'Conclusión falaz'— no lo detectará usted hasta tanto no haya marcado *ambos* diagramas, haya extraído la conclusión correcta y la haya comparado con la conclusión que el autor ha deducido.

Pero ojo: no debe usted decir «conclusión falaz» sólo porque no sea *idéntica* a la conclusión correcta: puede ser una *parte* de la conclusión correcta y ser, por tanto, completamente correcta, *dentro de su limitación*. En este caso usted haría notar simplemente con una sonrisa misericordiosa: «Conclusión *defectiva*». Supongamos, por ejemplo, que se encuentra usted con este silogismo:

«Todas las personas altruístas son generosas;
Ningún avaro es generoso.
. ˙ . Ningún avaro es altruísta».

cuyas premisas, expresadas por medio de letras serían:

«Todos los x' son m;
ningún y es m».

Aquí la conclusión correcta sería «Todos los x' son y'» (es decir, «todas las personas altruístas son no avaras»), mientras que la conclusión extraída por el autor es «Ningún y es x'» (que es lo mismo que «Ningún x' es y», y, por tanto, *parte* de «todos los x' son y'»). En este caso usted diría simplemente «Conclusión *defectiva*». Otro tanto ocurriría si estuviera usted en una tienda de confituras y entrara un pequeño, pusiera dos peniques sobre el mostrador y se marchara triunfalmente llevándose un solo bollo de a penique. Usted sacudiría la cabeza tristemente y diría «Conclusión defectiva. ¡Pobre muchachito!». Y quizá preguntara a la muchacha que está detrás del mostrador si *le* permitiría comerse el bollo que el niño había pagado y se había dejado. Y ella replicaría quizá: «¡Ni hablar!»

En cambio, si en el ejemplo anterior el autor ha extraído la conclusión «Todos los avaros son egoístas» (es decir, «todos los x son y») esto sería ir más allá de sus legítimos derechos (puesto que afirmaría la *existencia* de y, lo cual no está contenido en las premisas) y usted diría con mucha propiedad: «Conclusión falaz».

Ahora bien: cuando lea usted otros tratados de lógica se encontrará con varios tipos de lo que llaman 'falacias', que en modo alguno lo son *siempre*. Por ejemplo, si usted presentara a uno de esos lógicos este par de premisas

«Ningún hombre honesto comete estafas;
Ningún hombre honesto es digno de confianza».

y le preguntara qué conclusión se seguía, probablemente diría «¡Ninguna en absoluto! Sus premisas atentan contra dos reglas distintas, y no pueden ser más falaces». Supongamos entonces que fuera usted lo bastante audaz como para decir: «La conclusión es 'Ningún hombre que comete estafas es digno de confianza'». Me temo que su amigo lógico daría media vuelta apresuradamente —quizás airado, quizá solamente despreciativo—; en cualquier caso, el resultado sería desagradable. *¡Le aconsejo que no intente la experiencia!*

«Pero, ¿y esto por qué?», dirá usted. «¿Quiere usted decir que todos estos lógicos están equivocados?» ¡Nada más lejos de mi intención, querido lector! Desde *su* punto de vista, tienen perfecta razón. Pero ocurre que ellos no incluyen en su sistema algo así como *todas* las formas posibles de silogismos.

Tienen una especie de miedo nervioso a los atributos que empiezan por una partícula negativa. Por ejemplo, proposiciones tales como «todos los no-x son y», «ningún x es no-y», quedan por completo fuera de su sistema. Y así, habiendo excluído (por un simple nerviosismo) gran cantidad de formas muy útiles, han hecho reglas que, aunque del todo aplicables a las pocas formas que admiten, carecen en absoluto de utilidad cuando se consideran todas las formas posibles.

¡No disputemos con ellos, querido lector! En el mundo hay espacio suficiente para ellos y para nosotros a la vez. Empleemos tranquilamente nuestro sistema, más amplio que el suyo, y si ellos prefieren cerrar los ojos ante todas esas formas útiles y decir «¡No son silogismos!», no podemos hacer otra cosa que echarnos a un lado y dejarles correr al encuentro de su destino. No hay cosa más peligrosa para usted que correr hacia su destino. Usted puede correr hacia el macizo de patatas de su jardín, o hacia el macizo de fresas, sin arrostrar por ello grandes riesgos; puede usted correr hacia su balcón (a menos que se trate de una casa nueva edificada por acuerdo amistoso, sin un arquitecto responsable de la obra) y sobrevivir a una empresa tan temeraria. Pero si usted corre hacia su *destino*, entonces, ¡aténgase a las consecuencias! [1]

Todo argumento que nos *engaña*, porque parece probar algo que en realidad no prueba, puede ser llamado una 'falacia' (palabra derivada del verbo latino *fallo*, «yo engaño»); pero el tipo particular de falacia que vamos a discutir ahora consiste en un par de proposiciones que se nos proponen como premisas de un silogismo, pero que no conducen a ninguna conclusión.

Cuando cada una de las premisas propuestas es una proposición en I o en E o en A (que son los únicos tipos de los que nos estamos ocupando ahora) la falacia se puede detectar por el 'método de los diagramas' con sólo instalarlas en un diagrama triliteral y observar que no proporcionan ninguna información que pueda ser transferida al diagrama biliteral.

Pero supongamos que estamos empleando el 'método de los *subíndices*' y que tenemos que vérnoslas con un par de premisas que constituyen una falacia. ¿Cómo podemos asegurarnos de que no conducen a ninguna conclusión?

Pienso que el mejor plan es tratar las *falacias* del mismo modo que hemos tratado los *silogismos:* es decir, tomar ciertas formas de pares de proposiciones y desarrollarlas de una vez por todas sobre el diagrama triliteral, averiguando entonces que no conducen a ninguna conclusión; y luego, registrarlas, para un uso ulterior, como *fórmulas para falacias*, del mismo modo que hemos registrado ya nuestras tres *fórmulas para silogismos*.

Ahora bien: si registráramos los dos conjuntos de fórmulas de la *misma* forma, es decir, por el método de subíndices, correríamos un riesgo considerable de confundirlos entre sí. Por tanto, en orden a mantener la distinción propongo registrar las fórmulas para *falacias* en *palabras*, y llamarlas «formas» en lugar de «fórmulas».

Procedamos ahora a descubrir, por el método de los diagramas, tres «formas de falacias», que luego registraremos para uso ulterior. Son las siguientes:

(1) Falacia de eliminandos no afirmados como existentes.
(2) Falacia de eliminandos con una premisa que es una entidad.
(3) Falacia de dos premisas que son entidades.

Las discutiremos por separado, y veremos cómo de ninguna de ellas se puede extraer una conclusión.

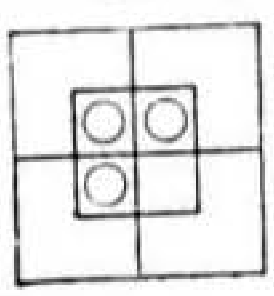
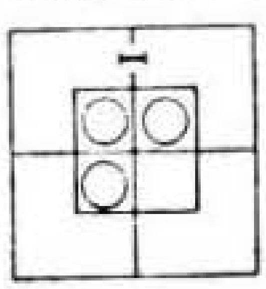
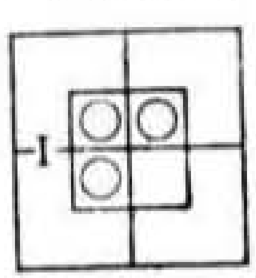
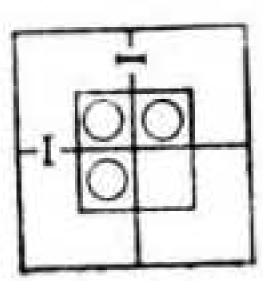
(1) *Falacia de eliminandos no afirmados como existentes.*

Es evidente que ninguna de las proposiciones dadas puede ser una *entidad*, puesto que las proposiciones que llamamos «entidades» afirman la existencia de sus dos términos. Por tanto, tiene que tratarse de *nulidades*.

Si esto es así, el par de proposiciones se puede representar por $(xm_0 \dagger ym_0)$, con o sin x_1, y_1.

Estas proposiciones, dispuestas en diagramas triliterales, son

xm_0 ym_0 | $x_1m_0 \dagger ym_0$ | $xm_0 \dagger y_1m_0$ | $x_1m_0 \dagger y_1m_0$

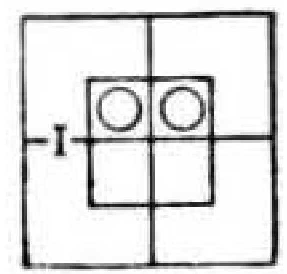
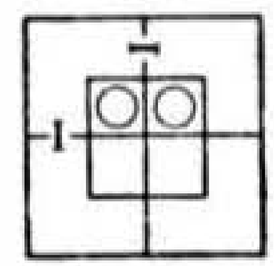
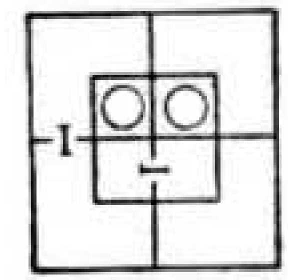





(2) *Falacia de eliminandos con una premisa que es una entidad.*

Aquí el par de proposiciones puede ser representado por $(xm_0 \dagger ym'_1)$, con o sin x_1 o m_1.

Estas proposiciones, dispuestas en diagramas triliterales, son

$xm_0 \dagger ym'_1$ | $x_1m_0 \dagger ym'_1$ | $m_1x_0 \dagger ym'_1$

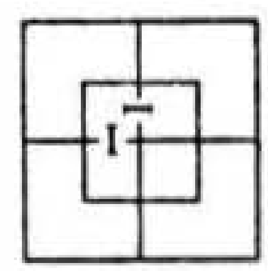
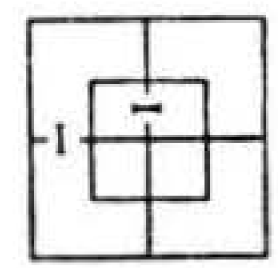




(3) *Falacia de dos premisas que son entidades.*

Aquí el par de proposiciones puede ser representado o bien por $(xm_1 \dagger ym_1)$ o bien por $(xm_1 \dagger ym'_1)$.

Estas proposiciones, dispuestas en diagramas triliterales, son

$xm_1 \dagger ym_1$ | $xm_1 \dagger ym'_1$

§ 4. *Método para proceder con un par dado de proposiciones*

Supongamos que tenemos ante nosotros un cierto par de proposiciones de relación, que contienen entre sí un par de clases codivisionales, y que deseamos averiguar qué conclusión —si es que hay alguna— se puede deducir de ellas. Si es necesario, las traducimos a una forma con subíndices y luego procedemos del modo siguiente:

(1) Examinamos sus subíndices para ver si son
(a) Un par de nulidades;
o bien (b) una nulidad y una entidad;
o bien (c) un par de entidades.

(2) Si se trata de un par de nulidades, examinamos sus eliminandos para ver si *o bien* sus letras están ambas acentuadas o ambas sin acentuar, *o bien* hay una que lo está y otra que no lo está.

Si ocurre esto último, es un caso de la Fig. I. Examinamos entonces sus retinendos, para ver si uno o ambos están afirmados como *existentes*. Si hay *uno* afirmado como tal, es un caso de la Fig. I (a); si lo están *los dos*, es un caso de la Fig. I (b).

Si ocurre que ambos eliminandos están o bien acentuados o bien sin acentuar, los examinamos para ver si uno cualquiera de ellos está afirmado como existente. Si es así, se trata de un caso de la Fig. III; si no, es un caso de la «falacia de eliminandos no afirmados como existentes».

(3) Si las dos proposiciones en cuestión son una nulidad y una entidad, examinamos sus eliminandos para ver si están *o bien* ambos acentuados o ambos sin acentuar *o bien* uno está acentuado y otro no lo está.

Si ocurre lo primero, es un caso de la Fig. II; si lo último, es un caso de «falacia de eliminandos con una premisa que es una entidad».

(4) Si se trata de un par de entidades, es un caso de «falacia de dos premisas que son entidades».

Libro VII
Los sorites

1. Introducción

Cuando un conjunto de tres o más proposiciones biliterales son de tal modo que todos sus términos son especies del mismo género y están relacionadas de tal modo que dos de ellas, tomadas juntamente, conducen a una conclusión que, tomada junto con otra de ellas, conduce a otra conclusión, y así sucesivamente hasta que las hayamos tomado todas, es evidente que, si el conjunto originario fuera verdadero, la última conclusión lo sería *también*.

A un conjunto como ese (incluyendo en él la última conclusión deducida) se le llama un 'sorites'; el conjunto originario de proposiciones recibe el nombre de 'premisas'; cada una de las conclusiones intermedias es una 'conclusión parcial' del sorites; la última conclusión es su 'conclusión completa', o, más brevemente, su 'conclusión'; el género del que todos los términos son especies es el 'universo del discurso', o, más brevemente, el 'univ.'; los términos usados como eliminandos en los silogismos se llaman 'eliminandos'; y los dos términos que se *retienen* y por tanto aparecen en la conclusión son los 'retinendos'.

[Nótese que cada conclusión *parcial* contiene uno o dos *eliminandos*, pero que la conclusión *completa* contiene sólo *retinendos*.]

Se dice que la conclusión es 'consecuente' de las premisas, razón por la cual es usual que vaya precedida de la partícula «por lo tanto» (o del símbolo «$\therefore$»).

[Nótese que la cuestión de si la conclusión es o no es *consecuente* de las premisas no se ve afectada por la *efectiva* verdad o falsedad de cualquiera de las proposiciones que componen el sorites, sino que depende enteramente de las *relaciones entre ellas*.]

[Como modelo de sorites tomemos el siguiente conjunto de 5 proposiciones:

(1) «Ningún a es b';
(2) Todos los b son c;
(3) Todos los c son d;
(4) Ningún e' es a';
(5) Todos los h son e'».

Aquí la primera y la segunda proposiciones, tomadas juntamente, llevan a «Ningún a es c'».

Esta última proposición, unida a la tercera, nos da «Ningún a es d'». Esta última proposición, unida a la cuarta, nos da «ningún d' es e'».

Y esta última, junto con la quinta, nos da «todos los h son d».

Por tanto, si el conjunto originario de proposiciones fuera verdadero, esta proposición *también* lo sería.

El conjunto originario, con esta última proposición incluida, es un *sorites*; el conjunto originario son las *premisas*; la proposición «todos los h son d» es su *conclusión*; los términos a, b, c, e, son los *eliminandos*; y los términos d y h son los *retinendos*.

Por lo tanto, el sorites completo podíamos escribirlo así:

«Ningún a es b';
Todos los b son c;
Todos los c son d;
Ningún e' es a';
Todos los h son e'.
$\therefore$ Todos los h son d».

En este sorites las 3 conclusiones parciales son las proposiciones «Ningún a es c'», «ningún a es d'», «ningún d' es e'»; pero, si dispusiéramos las premisas en otro orden se podrían obtener conclusiones parciales de este sorites, que sería interesante para el lector desarrollar.]

2. Problemas sobre sorites

§ *1. Introducción*

Los problemas que tendremos que resolver son de la siguiente forma:

«Dadas tres o más proposiciones de relación, que se nos proponen como premisas, averiguar qué conclusión —si es que hay alguna— se deduce de ellas».

Por el momento nos limitaremos a ver los problemas que se pueden resolver mediante las fórmulas de la Fig. I. Los que requieran otras fórmulas son demasiado duros para principiantes.

Esos problemas se pueden resolver por cualquiera de los dos siguientes métodos:

(1) El método de los silogismos separados;
(2) El método del subrayado.

Los discutiremos uno por uno.

§ *2. Solución por el método de los silogismos separados*

Las reglas para llevar esto a cabo son las siguientes:

(1) Señalar el 'Universo del discurso'.
(2) Construir un diccionario haciendo que a, b, c, etc., representen los términos.

(3) Poner las premisas propuestas en una forma con subíndices.

(4) Seleccionar dos que, conteniendo entre ellas un par de clases codivisionales, puedan ser usadas como premisas de un silogismo.

(5) Hallar su conclusión por medio de una fórmula.

(6) Encontrar una tercera premisa que, unida a esta conclusión, tome con ella las premisas de un segundo silogismo.

(7) Hallar una segunda conclusión por medio de una fórmula.

(8) Proceder de este modo hasta que hayan sido utilizadas todas las premisas propuestas.

(9) Poner la última conclusión, que es la conclusión completa del sorites, en forma concreta.

[A título de ejemplo de este proceso, tomemos, como conjunto propuesto de premisas, el siguiente:

(1) «Todos los policías de la ronda comen con nuestra cocinera;
(2) Ningún hombre de pelo largo puede dejar de ser poeta;
(3) Amos Judd no ha estado nunca en prisión;
(4) A todos los primos de nuestra cocinera les gusta el cordero frío;
(5) Sólo los policías de la ronda son poetas;
(6) Sólo sus primos comen con nuestra cocinera;
(7) Todos los hombres con el pelo corto han estado en prisión».

Univ.: «hombres»; a = Amos Judd; b = primos de nuestra cocinera; c = que han estado en prisión; d = de cabello largo; e = que les gusta el cordero frío; h = poetas; k = policías de la ronda; l = que comen con nuestra cocinera.

Ahora tenemos que poner las premisas propuestas en una forma con *subíndices*. Comencemos por ponerlas en forma *abstracta*. El resultado es

(1) «Todos los k son l;
(2) Ningún d es h';
(3) Todos los a son c';
(4) Todos los b son e;
(5) Ningún k' es h;
(6) Ningún b' es l;
(7) Todos los d' son c».

Y ahora es fácil ponerlas en una forma con *subíndices*, del modo siguiente:

(1) $k_1 l'_0$
(2) dh'_0
(3) $a_1 c_0$
(4) $b_1 e'_0$
(5) $k'h_0$
(6) $b'l_0$
(7) $d'_1 c'_0$

Tenemos que encontrar ahora un par de premisas que lleven a una conclusión. Empecemos por el núm. (1) y recorramos la lista hasta encontrar una que forme con la primera un par de premisas pertenecientes a la Fig. I. Vemos que la núm. (5) cumple este requisito, puesto que podemos tomar k como eliminando. De modo que nuestro primer silogismo es

(1) $k_1 l'_0$
(5) $k'h_0$
$\therefore\ l'h_0$... (8)

Ahora debemos empezar de nuevo con $l'h_0$ y encontrar una premisa que la acompañe. La núm. (2), con h como eliminando. De modo que nuestro próximo silogismo es

(8) $l'h_0$
(2) dh'_0
$\therefore\ l'd_0$... (9)

Hasta ahora hemos utilizado los números (1), (5) y (2). Debemos buscar compañía para $l'd$. La encontramos en el núm. (6). De modo que escribiremos

(9) $l'd_0$
(6) $b'l_0$
$\therefore\ db'_0$... (10)

Y ahora, ¿qué es lo que podemos tomar junto con db'_0? El núm. (4).

(10) db'_0
(4) $b_1 e'_0$
$\therefore\ de'_0$... (11)

Junto con *ésta* podemos tomar la núm. (7).

(11) dc'_0
(7) $d'_1 c'_0$
$\therefore\ e'c'_0$... (12)

Y junto con *ésta* podemos tomar la núm. (3)

$$\begin{array}{rl} (12) & e'c'_0 \\ (3) & a_1c_0 \\ & \therefore a'_1e'_0 \end{array}$$

Esta conclusión completa, traducida a forma *abstracta*, es

«Todos los a son e»;

y, traducida a forma *concreta*,

«A Amos Judd le gusta el cordero frío».]

§ 3. *Solución por el método del subrayado*

Considérese el siguiente par de premisas

$$xm_0 \dagger ym'_0$$

que llevan a la conclusión xy_0.

Vemos que para llegar a esta conclusión debemos eliminar m y m' y escribir x e y juntas en una misma expresión.

Ahora bien: si tomamos el acuerdo de *marcar* m y m' como eliminadas y leemos las dos expresiones juntas, como si estuvieran escritas en una, las dos premisas representarán exactamente la *conclusión*, y no necesitamos escribirlas por separado.

Convengamos en marcar las letras eliminadas *subrayándolas*, poniendo una *sola* raya bajo la primera y una raya *doble* bajo la *segunda*.

Ahora las dos premisas quedarán así

$$x\underline{m}_0 \dagger y\underline{\underline{m}}'_0$$

que leemos como «xy_0».

Al copiar las premisas para el subrayado, será conveniente *omitir todos los subíndices*. Respecto de los «0»

podemos siempre *suponerlos* escritos, y, respecto de los «1», no nos estamos ocupando de *cuáles* términos están afirmados como *existentes*, si exceptuamos a aquellos que aparecen en la conclusión *completa;* y para *ellos* será bastante fácil acudir a la lista original.

[Voy a intentar ahora desarrollar el proceso para resolver por este método el ejemplo de la sección anterior. Los datos son:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & 6 & & 7 \\ k_1l'_0 & \dagger & dh'_0 & \dagger & a_1c_0 & & b_1e'_0 & \dagger & k'h_0 & \dagger & b'l_0 & \dagger & d'_1c'_0 \end{array}$$

El lector debiera proveerse de un papel y transcribir por su cuenta la solución. La primera línea constará de los datos arriba reproducidos; la segunda debe ser compuesta, gradualmente, de acuerdo con las siguientes directrices:

Empezamos por escribir la primera premisa, con su número sobre ella, pero sin subíndices.

Ahora tenemos que encontrar una premisa que se pueda combinar con la anterior, es decir, una premisa que contenga o k' o l. La primera que encontramos es la núm. (5), que añadimos a la núm. (1) por medio de †.

Para obtener a partir de ellas una conclusión, se deben eliminar k y k' y tomar lo que queda como una sola expresión. Por tanto, las subrayamos, poniendo una *sola* raya bajo k y una raya doble bajo k'. El resultado lo leemos como $l'h$. Ahora debemos encontrar una premisa que contenga o l o h'. Recorriendo la lista, nos fijamos en la núm. (2) y la añadimos. Pero estas tres nulidades en realidad equivalen a $(l'h \dagger dh')$, en la que h y h' deben ser eliminadas y lo que queda tomado como una expresión. Por tanto, las *subrayamos*. El resultado se lee $l'd$.

Queremos ahora una premisa que contenga l o d'. La núm. (6).

Estas cuatro nulidades en realidad equivalen a $(l'd \dagger b'l)$. Así que subrayamos l' y l. El resultado se lee db'.

Queremos ahora una premisa que contenga d' o b. La núm. (4).

Aquí subrayamos b' y b. El resultado se lee de'.

Queremos ahora una premisa que contenga d' o e. La núm. (7).

Aquí subrayamos d y d'. El resultado se lee $e'c'$.

Queremos ahora una premisa que contenga e o c. La núm. (3) —que, además, es la única que queda.

Aquí subrayamos c' y c; y puesto que el total se lee ahora $e'a$, podemos añadir $e'a_0$ como conclusión, con un ¶.

Ahora miramos la lista de datos para ver si c' o a han sido dados como *existentes*. Nos encontramos que a ha sido dada como existente en el núm. (3). De modo que añadimos este hecho a la conclusión, que ahora quedará así: $\P e'a_0 \dagger a_1$, es decir, $\P a_1 e'_0$; es decir, «Todos los a son e».

Si el lector ha obedecido fielmente las directrices expuestas, la solución que ha escrito será la siguiente:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ k_1 l'_0 \dagger & dh'_0 \dagger & a_1 c_0 \dagger & b_1 e'_0 \dagger & k'h_0 \dagger & b'l_0 \dagger & d'_1 c'_0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 5 & 2 & 6 & 4 & 7 & 3 \\ \underline{k}\,\underline{l}' \dagger & \underline{\underline{k}}'\underline{h} \dagger & \underline{d}\,\underline{\underline{h}}' \dagger & \underline{b}'\underline{\underline{l}} \dagger & \underline{\underline{b}}e' \dagger & \underline{\underline{d}}'\underline{c}' \dagger & a\underline{\underline{c}} \end{array} \P e'a_0 \dagger a_1, \text{ es decir } \P a_1 e'_0,$$

es decir, «todos los a son e».

El lector debería tomar ahora un segundo trozo de papel, copiar tan sólo los datos e intentar sacar la solución por sí mismo, partiendo de alguna otra premisa.

Si no consigue llegar a la conclusión $a_1 e'_0$, le aconsejo que coja un tercer trozo de papel y *empiece de nuevo*.]

Quisiera ahora desarrollar, en su forma más breve, un sorites de cinco premisas, que sirva como modelo para que el lector lo imite con otros ejemplos.

(1) «Yo valoro en mucho todo lo que Juan me da;
(2) Nada salvo este hueso satisfará a mi perro;
(3) Me preocupo con especial cuidado por todo lo que valoro en mucho;
(4) Este hueso era un regalo de Juan;
(5) Las cosas por las que me preocupo con especial cuidado son cosas que *no* doy a mi perro».

Univ., «cosas»; a = dado por Juan; b = dado por mí a mi perro; c = valorado en mucho por mí; d = satis-

factorio para mi perro; e = tomado por mí con especial cuidado; h = este hueso.

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ a_1 c'_0 \dagger & h'd_0 \dagger & c_1 e'_0 \dagger & h_1 a'_0 \dagger & e_1 b_0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 4 & 2 & 5 \\ \underline{a}\ \underline{c}' \dagger & \underline{\underline{c}}\ \underline{e}' \dagger & \underline{h}\ \underline{\underline{a}}' \dagger & \underline{\underline{h}}'d \dagger & \underline{\underline{e}}\ b \end{array} \P\ db_0$$

es decir, «nada de lo que yo doy a mi perro le satisface», o «mi perro no está satisfecho con *nada* de lo que yo le doy».

Libro VIII
Ejercicios con respuesta

1. Ejercicios

§ *1. Pares de proposiciones concretas propuestas como premisas. Hay que encontrar su conclusión*

1. Algunos judíos son ricos;
   Todos los esquimales son gentiles.

2. Todas las avispas son hoscas;
   Todas las criaturas hoscas son mal acogidas.

3. Todos los canarios bien nutridos cantan con potencia;
   Ningún canario se siente melancólico si canta con potencia.

4. Ningún país que haya sido explorado está infestado de dragones;
   Los países inexplorados son fascinantes.

5. Ningún cuadrúpedo sabe silbar;
   Algunos gatos son cuadrúpedos.

6. Los pelmazos son terribles;
   Usted es un pelmazo.

7. Algunas ostras son silenciosas;
   Las criaturas no silenciosas son divertidas.

8. Algunos sueños son terribles;
Ningún borrego es terrible.

9. Ninguna pesadilla es agradable;
Las experiencias desagradables no se buscan con avidez.

10. Ningún bogavante es irrazonable;
Ninguna criatura razonable espera imposibles.

11. A todos los abstemios les gusta el azúcar;
Ningún ruiseñor bebe vino.

§ 2. Tríos de proposiciones concretas propuestos como silogismos. Averigüe si las conclusiones son correctas.

1. Ningún fósil puede estar traspasado de amor;
Una ostra puede estar traspasada de amor.
Las ostras no son fósiles.

2. Todos los leones son fieros;
Algunos leones no beben café.
Algunas criaturas que beben café no son fieras [1].

3. «Lo ví en un periódico».
«Todos los periódicos dicen mentiras».
Era una mentira.

4. Un hombre prudente rehúye las hienas;
Ningún banquero es imprudente.
Ningún banquero deja de rehuir las hienas.

5. Algunas almohadas son blandas;
Ningún atizador es blando.
Algunos atizadores no son almohadas.

6. Ningún pájaro, excepto los pavos reales, se pavonea de su cola;
Algunos pájaros que se pavonean de sus colas no saben cantar.
Algunos pavos reales no saben cantar.

7. Ninguna rana es poética;
Algunos ánades están desprovistos de poesía.
Algunos ánades no son ranas.

8. Toda águila puede volar;
Algunos cerdos no pueden volar.
Algunos cerdos no son águilas.

§ 3. Conjuntos de proposiciones concretas propuestas como premisas de un sorites. Encontrar las conclusiones.

1

(1) Los niños son ilógicos;
(2) Nadie que sepa manejar un cocodrilo es despreciado;
(3) Las personas ilógicas son despreciadas.

Univ., «personas»; a = capaz de manejar un cocodrilo; b = niños; c = despreciado; d = lógico.

2

(1) No hay judíos en la cocina;
(2) Ningún gentil dice «shpoonj»;
(3) Todos mis sirvientes están en la cocina.

Univ., «personas»; a = que están en la cocina; b = judíos; c = sirvientes míos; d = que dicen «shpoonj».

3

(1) Ningún ánade baila el vals;
(2) Ningún oficial declina nunca una invitación a bailar el vals;
(3) Todas mis aves de corral son ánades.

Univ., «criaturas»; a = ánades; b = mis aves de corral; c = oficiales; d = deseosos de bailar el vals.

4

(1) Ningún perro terrier corretea entre los signos del zodíaco;
(2) Nada que no corretee entre los signos del zodíaco es un cometa;
(3) Nadie sino un terrier tiene una cola rizada.

Univ., «cosas»; a = cometas; b = de de cola rizada; c = terriers; d = que corretean entre los signos del zodíaco.

5

(1) Los perrillos que no están quietos se muestran siempre agradecidos por el préstamo de una comba;
(2) Un perrillo cojo no le diría a usted «gracias» si le ofreciera en préstamo una comba;

(3) Nadie salvo los perrillos cojos se preocupa nunca por hacer labor de estambre.

Univ., «perrillos»; a = que se preocupan de hacer labor de estambre; b = agradecidos por el préstamo de una comba; c = cojo; d = deseosos de estar quietos.

6

(1) Nadie que aprecie realmente a Beethoven deja de guardar silencio cuando se está interpretando la sonata «Claro de Luna;
(2) Los conejillos de indias son desesperadamente ignorantes en cuestiones musicales;
(3) Nadie que sea desesperadamente ignorante en cuestiones musicales guarda nunca silencio cuando se está interpretando la sonata «Claro de Luna».

Univ., «criaturas»; a = conejillos de Indias; b = desesperadamente ignorantes en cuestiones musicales; c = que guardan silencio mientras se está interpretando la sonata «Claro de Luna»; d = que realmente aprecian a Beethoven.

7

(1) Ningún gatito al que le guste el pescado es embrutecible;
(2) Ningún gatito sin cola jugará con un gorila;
(3) A los gatitos con bigotes les gusta el pescado;
(4) Ningún gatito que no sea embrutecible tiene ojos verdes;
(5) Ningún gatito tiene cola a menos que tenga bigotes.

Univ., «gatos»; a = de ojos verdes; b = que le gusta el pescado; c = con cola; d = embrutecible; e = con bigotes; h = deseoso de jugar con un gorila.

8

(1) Todos los animales que no cocean son flemáticos;
(2) Los asnos no tienen cuernos;
(3) Un búfalo puede siempre lanzarlo a uno contra una puerta;
(4) Ningún animal que cocea es fácil de engullir;
(5) Ningún animal sin cuernos puede lanzarlo a uno contra una puerta;
(6) Todos los animales son excitables, excepto los búfalos.

Univ.; «animales»; a = capaz de lanzarlo a uno contra una puerta; b = búfalos: c = asnos; d = fácil de engullir; e = excitable [no flemático]; h = con cuernos; k = que cocea.

9

(1) Los animales se irritan siempre mortalmente si no les presto atención;
(2) Los únicos animales que me pertenecen a *mí* están en ese prado;
(3) Ningún animal puede adivinar un acertijo a menos que haya sido adecuadamente instruído en un colegio con internado;
(4) Ningún animal de los que están en este prado es un tejón;
(5) Cuando un animal está mortalmente irritado corre de un lado para otro salvajemente y gruñe;
(6) Nunca presto atención a un animal, a no ser que me pertenezca;
(7) Ningún animal que haya sido adecuadamente instruído en un colegio con internado corre de un lado para otro salvajemente y gruñe.

Univ., «animales»; a = capaz de adivinar un acertijo; b = tejones; c = que está en ese prado; d = mortalmente irritado si no le presto atención; e = yo; h = atendido por mí; k = adecuadamente instruído en un colegio con internado; l = que corre de un lado para otro salvajemente y gruñe.

10

(1) Los únicos animales que hay en esta casa son gatos;
(2) Todo animal aficionado a contemplar la luna es digno de mimo;
(3) Cuando yo detesto a un animal, lo rehúyo;
(4) Ningún animal que no merodee de noche es carnívoro;
(5) Ningún gato deja de matar ratones;
(6) Ningún animal la toma conmigo, excepto los que están en esta casa;
(7) Los canguros no son dignos de mimo;
(8) Sólo los carnívoros matan ratones;
(9) Detesto a los animales que no la toman conmigo;
(10) Los animales que merodean de noche son siempre aficionados a contemplar la luna.

Univ., «animales»; a = evitados por mí; b = carnívoros; c = gatos; d = detestados por mí; e = que están en esta casa; h = canguros; k = que matan ratones; l = aficionados a contemplar la luna; m = que merodean de noche; n = dignos de mimo; r = que la toman conmigo.

11

(1) Nadie que se disponga a ir a una fiesta deja de cepillarse el cabello;
(2) Nadie parece fascinante si va desaliñado;

(3) Los consumidores de opio no tienen dominio de sí mismos;
(4) Todo el que ha cepillado su cabello parece fascinante;
(5) Nadie usa guantes de cabrito blanco a menos que vaya a una fiesta;
(6) Un hombre está siempre desaliñado si no tiene dominio de sí mismo.

Univ., «personas»; a = que van a una fiesta; b = que se han cepillado el cabello; c = que tienen dominio de sí mismos; d = que parecen fascinantes; e = consumidores de opio; h = aliñado; k = que usan guantes de cabrito blanco.

2. Respuestas

Respuestas a § 1.

1. Algunas personas ricas no son esquimales.
2. Todas las avispas son mal acogidas.
3. Todos los canarios bien nutridos son joviales.
4. No hay ningún país infestado de dragones que no sea fascinante.
5. Algunos gatos no saben silbar.
6. Es usted terrible.
7. Algunas ostras no son divertidas.
8. Algunos sueños no son borregos.
9. Ninguna pesadilla se busca con avidez.
10. Ningún bogavante espera imposibles.
11. A ningún ruiseñor le disgusta el azúcar.

Respuestas a § 2.

1. Conclusión correcta.
2. Conclusión incorrecta. La correcta es «Algunas criaturas fieras no beben café.»
3. Conclusión incorrecta. La correcta es «La publicación en la que lo vi dice mentiras.»
4. Conclusión correcta.
5. Conclusión incorrecta. La correcta es «Algunas almohadas no son atizadores.»
6. Conclusión correcta.
7. No hay conclusión. Es un ejemplo de la Falacia de Eliminandos con una premisa que es una entidad.
8. Conclusión correcta.

Respuestas a § 3.

1. Los niños no saben manejar cocodrilos.
2. Mis sirvientes no dicen nunca «shpoonj».
3. Mis aves de corral no son oficiales.
4. Ningún cometa tiene una cola rizada.
5. Los perrillos que no están quietos no se preocupan nunca por hacer labor de estambre.
6. Ningún conejo de indias aprecia realmente a Beethoven.
7. Ningún gatito de ojos verdes jugará con un gorila.
8. Los asnos no son fáciles de engullir.
9. Ningún tejón puede adivinar un acertijo.
10. Yo siempre rehúyo a un canguro.
11. Los consumidores de opio no usan nunca guantes de cabrito blanco.

Apéndice, dirigido a los profesores

Algunas observaciones sobre las partes II y III de esta obra[1], y siete problemas para profesores.

En la parte II se encontrarán temas tales como el del «compromiso existencial» [«existential import»] de las proposiciones, el del uso de una cópula ***negativa*** o la teoría de que «de dos premisas negativas no se concluye nada». También ampliaré el radio de acción de los silogismos introduciendo proposiciones que contengan ***alternativas*** (tales como «No todos los x son y»), proposiciones que contengan tres o más términos (tales como «todos los ab son c»), que, unida a «algunos bc' son d» serviría como premisa para deducir «algunos d son a»), etcétera. Otros temas de esta parte II serán los sorites que contienen entidades y la *muy* compleja cuestión de las proposiciones hipotéticas y de los dilemas.

En la parte III espero ocuparme de muchos temas curiosos y originales, algunos de los cuales no aparecen ni siquiera aludidos en ninguno de los tratados de lógica que conozco. En esta última parte se encontrarán cuestiones tales como el análisis de las proposiciones en sus elementos, el tratamiento de problemas numéricos y geométricos, la construcción de problemas y la solución de silogismos y sorites con proposiciones más complicadas que las que habré utilizado en la parte II.

Quiero concluir planteando algunos problemas, como muestra de lo que vendrá en la parte II. Me alegrará mucho recibir de cualquier lector que piense que ha resuelto uno de ellos (especialmente si lo ha hecho *sin* utilizar ningún método simbólico) lo que él considere como solución completa.

1

Todos los alumnos de una escuela se sientan juntos todas las tardes en un aula espaciosa. Los hay de cinco nacionalidades: ingleses, escoceses, galeses, irlandeses y alemanes. Uno de los instructores (lector ferviente de las novelas de Wilkie Collins) es muy observador y toma notas manuscritas de casi todo lo que ocurre, con vistas a convertirse en un testigo de excepción en el caso de que se estuviera fraguando allí una conspiración para cometer un asesinato. Las siguientes son algunas de sus notas:

(1) Cuandoquiera que algunos de los alumnos ingleses cantan «Rule Britannia» y otros no lo hacen, algunos de los instructores permanecen muy despiertos;
(2) Cuandoquiera que algunos de los escoceses bailan una danza típica de su tierra y algunos de los irlandeses se pelean, algunos de los galeses comen queso tostado;
(3) Cuandoquiera que algunos alemanes juegan al ajedrez, algunos de los once *no* están engrasando los palos de juego;
(4) Cuandoquiera que algunos de los instructores están dormidos y otros no lo están, algunos de los irlandeses se pelean;
(5) Cuandoquiera que algunos de los alemanes juegan al ajedrez y ninguno de los escoceses baila una danza típica de su tierra, algunos de los galeses *no* comen queso tostado;
(6) Cuandoquiera que algunos de los escoceses *no* bailan una danza típica de su tierra y algunos de los irlandeses *no* se pelean, algunos de los alemanes juegan al ajedrez;
(7) Cuandoquiera que algunos de los instructores están despiertos y algunos de los galeses comen queso tostado, ninguno de los escoceses está bailando una danza típica de su tierra;
(8) Cuandoquiera que algunos de los alemanes no juegan al ajedrez y algunos de los galeses no comen queso tostado, ninguno de los irlandeses se pelea;
(9) Cuandoquiera que todos los ingleses cantan «Rule Britannia» y algunos de los escoceses *no* bailan una danza de su tierra, ninguno de los alemanes juega al ajedrez;
(10) Cuandoquiera que algunos de los ingleses cantan «Rule Britannia» y algunos de los instructores están dormidos, algunos de los irlandeses *no* se pelean;
(11) Cuandoquiera que algunos de los monitores están despiertos y algunos de los once *no* están engrasando sus palos de juego, algunos de los escoceses bailan una danza típica de su tierra;
(12) Cuandoquiera que algunos de los ingleses cantan «Rule Britannia» y algunos de los escoceses *no* bailan una danza de su tierra...

Aquí se interrumpe súbitamente el manuscrito. El problema consiste en completar la frase, si es posible.

[NB.—En la resolución de este problema es necesario tener presente que la proposición «Todos los x son y» es una proposición *doble*, y que equivale a «Algunos x son y, y ninguno es y'».]

2

(1) Un lógico que tome para cenar chuletas de cerdo probablemente perderá dinero;
(2) Un jugador cuyo apetito no sea feroz probablemente perderá dinero;
(3) Un hombre que está deprimido porque ha per-

dido dinero y es verosímil que pierda más se levanta siempre a las cinco de la mañana;

(4) Un hombre que no juega ni tampoco toma para cenar chuletas de cerdo, es seguro que tiene un apetito feroz;

(5) Un hombre dinámico que se acuesta antes de las cuatro de la mañana debería hacerse conductor de coche de punto;

(6) Un hombre de apetito feroz que no haya perdido dinero y que no se levante a las cinco de la mañana toma siempre para cenar chuletas de cerdo;

(7) Un lógico que corre el riesgo de perder dinero debería hacerse conductor de coche de punto;

(8) Un jugador diligente que esté deprimido aunque no haya perdido dinero no corre peligro de perderlo;

(9) Un hombre que no juegue y cuyo apetito no sea voraz es siempre dinámico;

(10) Un lógico dinámico que sea realmente diligente no corre ningún peligro de perder su dinero;

(11) Un hombre de apetito voraz no tiene necesidad de hacerse conductor de coche de punto si es realmente diligente;

(12) Un jugador que esté deprimido aunque no corra el riesgo de perder su dinero trasnocha hasta las cuatro de la madrugada;

(13) Un hombre que haya perdido dinero y que no tome para cenar chuletas de cerdo debería hacerse conductor de coche de punto, a menos que se levante a las cinco de la madrugada;

(14) Un jugador que se acueste antes de las cuatro de la madrugada no necesita hacerse conductor de coche de punto a menos que tenga un apetito feroz;

(15) Un hombre de apetito feroz, que está deprimido, aunque no en peligro de perder su dinero, es un jugador.

3

(1) Cuando hace buen día le digo a Froggy: «¡Viejo, eres un completo *dandy!*»

(2) Cada vez que yo permito que Froggy olvide que me debe diez libras y él empieza a pavonearse, su madre declara: «¡No te dejaré ir de galanteo!»

(3) Ahora que su pelo no está ensortijado, Froggy se ha quitado su suntuoso chaleco;

(4) Cada vez que voy a la terraza a fumar un cigarro con tranquilidad estoy seguro de descubrir que mi cartera está vacía;

(5) Cuando mi sastre me pasa su pequeña cuenta y yo le recuerdo a Froggy que me debe diez libras, él no se pone a reír como una hiena;

(6) Cuando hace mucho calor, el termómetro está alto;

(7) Cuando hace un hermoso día, y yo no estoy de humor para fumar un cigarro y Froggy se ríe como una hiena, nunca me arriesgo a sugerirle que es un completo *dandy;*

(8) Cuando mi sastre me pasa su pequeña cuenta y me encuentro con la cartera vacía, le recuerdo a Froggy que me debe diez libras;

(9) Mis acciones de ferrocarriles están en alza;

(10) Cuando mi cartera está vacía y cuando, sabiendo que Froggy se ha comprado un suntuoso chaleco, me aventuro a recordarle las diez libras que me debe, la temperatura se muestra inclinada a subir;

(11) Ahora que amenaza lluvia y Froggy se está riendo como una hiena, puedo pasarme sin mi cigarro;

(12) Cuando el termómetro está alto no necesita usted preocuparse por conseguir un paraguas;

(13) Cuando Froggy lleva puesto su suntuoso chaleco, pero no se está pavoneando, me dedico a fumar un cigarro con tranquilidad;

(14) Cuando le digo a Froggy que es un completo *dandy* se ríe como una hiena;

(15) Cuando mi cartera está razonablemente llena y el pelo de Froggy es una masa de bucles, y cuando no se está pavoneando, yo salgo a la terraza;

(16) Cuando mis acciones de ferrocarriles suben, y hace frío, y amenaza lluvia, me fumo un cigarro en paz;

(17) Cuando la madre de Froggy le permite ir de galanteo, parece enloquecer de alegría y se pone un chaleco de suntuosidad indescriptible;

(18) Cuando va a llover y yo estoy fumando tranquilamente un cigarro y Froggy no está intentando ir de galanteo, lo mejor es procurarse un paraguas;

(19) Cuando mis acciones de ferrocarriles suben y Froggy parece enloquecer de alegría, *ese* es el momento que mi sastre escoge para pasarme su pequeña cuenta;

(20) Cuando hace un día frío y el termómetro está bajo y yo no le digo a Froggy que es un completo *dandy* y no hay ni rastro de una sonrisa en su cara, no tengo ánimo para fumar un cigarro.

4

(1) Todo individuo apto para entrar en el Parlamento que no se pase el día hablando es un benefactor público;

(2) La gente de cabeza clara y palabra fácil ha recibido una buena educación;

(3) Una mujer digna de elogio es una mujer capaz de guardar un secreto;

(4) La gente que beneficia al pueblo, pero que no usa su influencia con buenos propósitos, no es apta para entrar en el Parlamento;

(5) La gente que vale su peso en oro y que merece elogio es siempre gente nada pretenciosa;

(6) Los benefactores del pueblo que usan su influencia con buenos propósitos, merecen elogios;

(7) La gente que es impopular y que no vale su peso en oro, es incapaz de guardar jamás un secreto;

(8) Las personas que saben hablar durante horas y son aptas para entrar en el Parlamento, merecen elogios;

(9) Cualquiera que sepa guardar un secreto y sea poco pretencioso es un benefactor del pueblo cuyo recuerdo será imperecedero;

(10) Una mujer benefactora del pueblo es siempre popular;

(11) Las personas que valen su precio en oro, que hablan sin parar y a quienes es imposible olvidar, son justamente aquellas cuyas fotografías están en todos los escaparates;

(12) Una mujer mal educada, que no tiene la cabeza clara, no es apta para entrar en el Parlamento;

(13) Cualquiera que sepa guardar un secreto y que no esté siempre hablando, es seguro que carece de popularidad;

(14) Una persona de cabeza clara, que tenga influencia y la utilice con buenos propósitos, es un benefactor del pueblo;

(15) Un benefactor del pueblo que no sea pretencioso no es el tipo de persona cuya fotografía figura en todos los escaparates;

(16) La gente que sabe guardar un secreto y que usa su influencia con buenos propósitos, vale su peso en oro;

(17) Una persona que no tenga facilidad de expresión y carezca de capacidad para influir sobre los demás no es ciertamente una *mujer;*

(18) Las personas que son populares y merecedoras de elogio, o bien son benefactores del pueblo, o bien no son nada pretenciosos.

5

Seis amigos, y sus seis respectivas esposas, se hospedan en el mismo hotel; y todos ellos salen todos los días, asistiendo a reuniones de distinto volumen y composición. Para asegurar la variedad en estas diarias salidas, han acordado establecer las siguientes reglas:

(1) Si Acres está con su mujer —es decir, en la misma reunión que su mujer— y Barry con la suya, y Eden con la señora Hall, Cole debe estar con la señora Dix;

(2) Si Acres está con su mujer y Hall con la suya, y Barry con la señora Cole, Dix *no* debe estar con la señora Eden;
(3) Si Cole y Dix y sus mujeres están todos en la misma reunión, y Acres *no* está con la señora Barry, Eden *no* debe estar con la señora Hall;
(4) Si Acres está con su mujer y Dix con la suya, y Barry *no* está con la señora Cole, Eden debe estar con la señora Hall;
(5) Si Eden está con su mujer y Hall con la suya y Cole con la señora Dix, Acres *no* debe estar con la señora Barry;
(6) Si Barry y Cole y sus mujeres están todos en la misma reunión, y Eden *no* está con la señora Hall, Dix debe estar con la señora Eden.

El problema consiste en demostrar que todos los días debe haber al menos *un* matrimonio cuyos miembros no estén juntos en la misma reunión.

6

Una vez que los seis amigos del problema anterior han regresado de su viaje, tres de ellos, Barry, Cole y Dix acuerdan, con otros dos amigos, Lang y Mill, encontrarse todos a diario en un determinado restaurante. Recordando el mucho placer que habían conseguido obtener de su código de reglas para distribuirse en las reuniones, establecieron las siguientes reglas, que debían ser observadas cada vez que se sirviera la carne de vaca:

(1) Si Barry toma sal, entonces o bien Cole o bien Lang toman *uno* solo de estos dos condimentos: sal y mostaza; si toma mostaza, entonces o bien Dix no toma ningún condimento, o bien Mill toma ambos;
(2) Si Cole toma sal, entonces o bien Barry toma sólo un condimento o bien Mill no toma ninguno; si toma mostaza, entonces o Dix o Lang toman ambos;

(3) Si Dix toma sal, entonces o bien Barry no toma ningún condimento o bien Cole toma ambos; si toma mostaza, entonces o Lang o Mill no toman ninguno;
(4) Si Lang toma sal, entonces o bien Barry o bien Dix toman sólo *un* condimento;
(5) Si Mill toma sal, entonces o bien Barry o bien Lang toman ambos condimentos; si toma mostaza, entonces o bien Cole o bien Dix toman sólo *un* condimento.

El problema consiste en descubrir si estas reglas son *compatibles*, y, en caso de que lo sean, cuáles son las ordenaciones posibles.

[NB.—En este problema se supone que la frase «Si Barry toma sal» admite *dos* casos posibles: (1) «Barry toma *sólo* sal»; (2) «Barry toma *ambos* condimentos». Y así también con todas las expresiones similares.

Se supone también que la expresión «O bien Cole o bien Lang toman solamente *uno* de los dos condimentos» admite *tres* casos posibles: (1) «Cole toma solamente *uno*, y Lang toma ambos o ninguno»; (2) «Cole toma ambos o ninguno, y Lang toma solamente *uno*»; (3) «Cole toma solamente *uno*, y Lang toma solamente *uno*». Y así también con todas las frases similares.

Se supone asimismo que toda regla ha de ser entendida como si implicara las palabras «y viceversa». Así, la primera regla implicaría la cláusula adicional «y, si o Cole o Lang toman solamente *un* condimento, entonces Barry toma sal».]

7

(1) Un hombre puede siempre ser amo de su padre;
(2) Un subordinado de un tío de un hombre debe dinero a ese hombre;
(3) El padre de un enemigo de un amigo de un hombre no debe nada a ese hombre;
(4) Un hombre es siempre perseguido por los acreedores de su hijo;
(5) Un subordinado del amo del hijo de un hombre es más viejo que este hombre;
(6) Un nieto de una persona más joven que un hombre no es sobrino de éste;

(7) Un sirviente de un subordinado de un amigo de un enemigo de un hombre no es nunca perseguido por ese hombre;

(8) Un amigo de un superior del amo de la víctima de un hombre es enemigo de este hombre;

(9) Un enemigo de un perseguidor de un sirviente del padre de un hombre es amigo de este hombre.

El problema consiste en deducir algún hecho acerca de los biznietos.

[NB.—En este problema se supone que todos los hombres a los que aquí nos referimos viven en la misma ciudad, que cada par de entre ellos son o bien amigos o bien enemigos, que cada par está relacionado como «senior y junior», «superior y subordinado», y que ciertos pares se relacionan como «acreedor y deudor», «padre e hijo», «amo y sirviente», «perseguidor y víctima», «tío y sobrino».]

«¿Cómo? ¿No tienes nada que hacer? —dijo tío Jim—. Entonces ven conmigo a casa de Allen. Puedes dar una vuelta mientras yo me afeito».

«De acuerdo —dijo tío Joe—. Supongo que el cachorro podría acompañarnos, ¿no?»

«El cachorro» era yo, como quizá haya adivinado el lector por sí mismo. He cumplido *quince* años hace más de tres meses, pero es inútil mencionarle *eso* a tío Joe. Se limitaría a decirme «Vete a tu camita, muchachito», o «Entonces supongo que serás capaz de hacer ecuaciones cúbicas»[1] o cualquier otro retruécano igualmente ruín. Ayer me pidió que le pusiera un ejemplo de proposición en A. Y yo le dije: «Todos los tíos hacen retruécanos ruines». Pienso que no le gustó. En todo caso, la cuestión no es ésa. Yo estaba contento de acompañarlos. Me encanta oír a mis tíos «despedazar la lógica», como ellos dicen; y puedo asegurarles por experiencia que su habilidad para eso es terrible.

«Eso no se infiere lógicamente de la observación que acabo de hacer» —dijo tío Jim.

«Nunca dije que así fuera —dijo tío Joe—; se trata de una *Reductio ad Absurdum*».

«¡Mi premisa menor no lleva consigo que debamos llevar con nosotros al menor!» —dijo tío Jim riéndose [2].

Ese es el tipo de comportamiento que adoptan cuando *yo estoy* con ellos. ¡Como si fuera muy divertido llamarme «un menor»!

Al cabo de un rato, cuando avistábamos la barbería, tío Jim empezó de nuevo. «Mi única esperanza es que esté Carr —dijo—. ¡Brown es tan torpe! Y la mano de Allen tiembla constantemente desde que tuvo aquel acceso de fiebre».

«*Seguro* que Carr está» —dijo tío Joe.

«Te apuesto seis peniques a que *no está*» —dije yo.

«Guárdate tus apuestas, apuesto muchacho [3] —dijo tío Joe—. Quiero decir —se apresuró a aclarar, al comprender por la mueca de mi cara que su intervención no había sido muy afortunada—, quiero decir que puedo *probarlo* lógicamente. No es cuestión de *azar*».

«¡Pruébalo *lógicamente!* —se burló tío Jim—. ¡Al ataque, pues! ¡Te desafío a que lo hagas!»

«Supongamos como hipótesis de trabajo —empezó tío Joe— que Carr no está. Y veamos a dónde nos conduce esta suposición. Voy a utilizar para ello la *Reductio ad Absurdum*».

«Eso, desde luego —gruñó tío Jim—. ¡No he visto nunca un razonamiento desarrollado por ti que no terminara en una absurdidad!»

«Sin dejarme desmoralizar por tus vituperios —dijo tío Joe con tono altivo— voy a proceder a la deducción. Si Carr no está, admitirás que, si Allen tampoco está, Brown debe estar, ¿no?»

«¿Y qué tiene de bueno el que esté? —dijo tío Jim—. Yo no quiero que me afeite Brown. Es demasiado torpe».

«La paciencia es una de esas cualidades inestimables...» —empezó tío Joe; pero tío Jim le cortó.

«¡Razona! —dijo—. ¡No moralices!»

«Bueno, pero ¿lo admites? —persistió tío Joe—. ¿Me admites que, si Carr no está se sigue de ello que, si Allen no está, Brown *tiene que* estar allí?»

«Claro que tiene que estar —dijo tío Jim—; de otro modo, no habría nadie que cuidara de la barbería».

«Vemos, entonces, que la ausencia de Carr hace entrar en juego una proposición hipotética, cuya *prótasis* es 'Allen no está' y cuya *apódosis* es 'Brown está'. Vemos también que esta proposición conserva su fuerza lógica mientras Carr no esté, ¿no?»

«Bueno, supongo que sí. Y ¿qué pasa entonces?» —dijo tío Jim.

«Me admitirás también que la verdad de una proposición hipotética —quiero decir: su *validez* como *inferencia* lógica— no depende en absoluto de que su prótasis sea de hecho *verdadera*, ni siquiera de que sea *posible*. La proposición hipotética 'si tú llegaras de aquí a Londres en cinco minutos, la gente se sorprendería' sigue siendo verdadera en cuanto inferencia, tanto si puedes como si no puedes llegar a Londres en ese tiempo».

«No puedo hacer*lo*» —dijo tío Jim.

«Hemos de considerar ahora *otra* proposición hipotética. ¿Qué es lo que me dijiste tú ayer a propósito de Allen?»

«Te dije —recordó tío Jim— que desde que tuvo el acceso de fiebre lo pone tan nervioso salir solo que siempre se lleva a Brown con él».

«Justamente —dijo tío Joe—. Entonces la proposición hipotética 'Si Allen no está, Brown no está' es siempre verdadera, ¿no?»

«Supongo que sí» —dijo tío Jim. (Parecía como si se estuviera poniendo un poco nervioso.)

«Entonces, si Carr no está, tenemos *dos* proposiciones hipotéticas, 'Si Allen no está, Brown *está*' y 'Si Allen no está, Brown *no* está' ¡Pero fíjate en que son dos proposiciones hipotéticas *incompatibles!* ¡No es *posible* que sean verdaderas a un tiempo!»

«¿No pueden?» —dijo tío Jim.

«¡Cómo van a poder! —dijo tío Joe—. ¿Cómo puede una y la misma *prótasis* probar dos *apódosis* contradictorias? Supongo que me aceptarás que las dos *apódosis*, 'Brown está' y 'Brown no está' *son* contradictorias, ¿no?»

«Sí, admito *eso*» —dijo tío Jim.

«Entonces, resumamos —dijo tío Joe—. Si Carr no está estas dos proposiciones hipotéticas son verdaderas a un tiempo. Y sabemos que *no pueden* ser verdaderas a la vez. Lo cual es absurdo. Por tanto, Carr *no puede* estar ausente. ¡He aquí una exquisita *Reductio ad Absurdum* para usted!»

Tío Jim parecía sumido en la más absoluta perplejidad. Pero al cabo de un rato cobró valor y empezó de nuevo. «No veo en modo alguno clara esa *incompatibilidad*. ¿Por qué no pueden ser verdaderas a la vez? Me parece que lo único que todo ello probaría es la proposición 'Allen está'. Desde luego, es claro que las apódosis de esas dos proposiciones hipotéticas —'Brown está' y 'Brown no está'— son incompatibles. Pero ¿por qué no podemos presentarlo de otra manera? Por ejemplo, así: Si Allen no está, Brown *no* está. Si Carr y Allen no están *ninguno*, Brown *está*. Lo cual es absurdo. Por lo tanto, Carr y Allen no pueden estar ausentes *ambos*. Pero, puesto que Allen *está*, no veo qué es lo que impide que Carr no esté».

«Mi querido pero sumamente ilógico hermano —dijo tío Joe (siempre que tío Joe comienza diciendo 'querido' su interlocutor puede tener la seguridad de que está a su merced)— ¿no te das cuenta de que estás dividiendo equivocadamente la *prótasis* y la *apódosis* de esa proposición hipotética? Su prótasis es simplemente 'Carr no está', y su *apódosis* es una especie de proposición subhipotética, 'Si Allen no está, Brown está'. Apódosis absurda, puesto que es fatalmente incompatible con esa otra proposición hipotética de la que sabemos que es siempre verdadera, 'Si Allen no está, Brown no está'. La causa de este absurdo es simplemente la hipótesis de que 'Carr no está'. De modo que sólo hay una conclusión posible: *¡Carr está!*»

Ignoro cuánto tiempo *hubiera* podido durar esta discusión. Creo que cualquiera de ellos era capaz de argumentar durante seis horas de un tirón. Pero justo en este momento llegábamos a la barbería, y al entrar nos encontramos...

Nota bibliográfica.—La paradoja de los tres peluqueros ha sido ampliamente discutida, sobre todo en las mismas páginas de la revista *Mind* donde se publicó por vez primera. Cf. a este respecto:

J. Venn: *Symbolic Logic*. Londres, Macmillan, 1881; 2.ª ed., 1894, p. 442.—W. E. Jonhson: «A Logical Paradox». *Mind*, N. S., vol. III (1894), p. 583; y también vol. IV (1895), pp. 143-44.—A. Sidgwick: *ibid.*, vol. III (1894), p. 582; y también vol. IV (1895), p. 143.—B. Russell: *The Principles of Mathematics*. Londres, Allen and Unwin, 1903; 2.ª ed., 1937, p. 18, nota.—B. Russell: «The existential import of propositions», en *Mind*, N. S., vol. XIV (1905), pp. 308-401.—L. Couturat: *Les principes des mathématiques*. París, Alcan, 1905, p. 16.—W. (pseudónimo): «Lewis Carroll's logical paradox», en *Mind*, N. S., vol. XIV (1905), pp. 292-93.—E. E. C. Jones, *ibid.*, pp. 146-47 y 576-78.—A. W. Burks and I. M. Copi: «Lewis Carroll's Barber Shop Paradox», en *Mind*, N. S. vol. LIX (1950).—A. W. Burks: «The logic of causal propositions», *Mind*, N. S., vol. LX (1951), pp. 363-382.—G. P. Henderson: «Causal Implication», en *Mind*, N. S., vol. LXIII (1954), pp. 504-518. A. J. Baker: «Incompatible Hypotheticals and the Barber Shop Paradox», en *Mind*, N. S., vol. LXIV (1955), pp. 384-387.—Daniel F. Kirk: *Charles Dodgson semeiotician*. Gainesville, University of Florida Monographs, Humanities, núm. 11, Fall 1962.—Ernest Coumet: «Lewis Carroll logicien», en *La logique sans peine*, antología de escritos lógicos de L. C. París, Hermann, 1966, pp. 255-288.

Lo que la tortuga le dijo a Aquiles

Aquiles había dado alcance a la Tortuga y había tomado asiento cómodamente en su caparazón.

«¿Así que ha llegado usted al final de nuestra carrera? —dijo la Tortuga—. Y ello a pesar de que la carrera se componía de una serie infinita de distancias. Tenía entendido que algún sabihondo había probado que eso era imposible».

«Es *posible* —dijo Aquiles—. ¡Es un hecho! *Solvitur ambulando*. Ha visto usted que las distancias iban disminuyendo constantemente, y, claro, ...»

«Pero ¿y si hubieran ido *aumentando* constantemente? —le interrumpió la Tortuga—. ¿Qué hubiera sucedido en ese caso?»

«Entonces yo no estaría *aquí* —replicó Aquiles modestamente—. Y usted a estas alturas hubiera dado ya varias veces la vuelta al mundo».

«Me halaga usted (perdón, *quiero decir que me aplasta*) —dijo la Tortuga—. ¡Pesa usted demasiado, se lo aseguro!... Bien: ¿le gustaría que le contara a usted una carrera de la que todo el mundo cree que puede terminar en dos o tres pasos y que, *en realidad*, consta de un número infinito de distancias, cada una de ellas mayor que la precedente?»

«¡Ya lo creo que me gustaría! —dijo el guerrero griego sacando de su casco (raros eran los guerreros griegos que disponían de *bolsillos* en aquellos tiempos) una enorme libreta de notas y un lápiz—. ¡Empiece! ¡Y hable *despacio*, por favor! ¡Todavía no se ha inventado la *taquigrafía!*»

«¡Esa maravillosa Primera Proposición de Euclides...! —murmuró la Tortuga como en sueños—. ¿Admira usted a Euclides?»

«¡Apasionadamente! O al menos lo admiro en la medida en que se puede admirar un tratado que no se publicará hasta dentro de algunos siglos».

«Bien, en ese caso tomemos una pequeña parte de la argumentación contenida en esa Primera Proposición: dos premisas, y la conclusión extraída de ellas. Sólo eso. Tenga la bondad de anotarlas en su libreta. Y a fin de poder referirnos a ellas cómodamente, llamémoslas A, B y Z.

(A) Dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí.
(B) Los dos lados de este triángulo son iguales a un tercero.
(Z) Los dos lados de este triángulo son iguales entre sí.

Los lectores de Euclides concederán, supongo, que Z se sigue lógicamente de A y B, de modo que todo el que acepte A y B como verdaderas *debe* aceptar Z como verdadera, ¿no?»

«¡Sin duda! El más bisoño de los alumnos de una Escuela Superior —tan pronto como se inventen las Escuelas Superiores, cosa que no tendrá lugar hasta dentro de dos mil años— admitiría *eso*».

«E incluso si algún lector no ha aceptado A y B como verdaderos, supongo que no por eso dejará de aceptar que la *inferencia* es *válida*».

«No cabe duda de que algún lector podría encontrarse en ese caso. Podría haber alguien que dijera: 'Acepto como verdadera la proposición hipotética que dice que si A y B son verdaderas Z debe ser verdadera, pero no acepto que A y B sean verdaderas'. Ese lector procedería muy sabiamente si abandonara a Euclides y se dedicara al balompié».

«¿Y no podría haber también otro lector que dijera 'Acepto A y B como verdaderas, pero *no* acepto la inferencia como válida' ['... no acepto la proposición hipotética']».

«Ciertamente podría haberlo. Y también *éste* haría mejor dedicándose al balompié».

«Y *ninguno* de estos lectores está *hasta ahora* lógicamente obligado a aceptar Z como verdadero. ¿No es así?»

«Así es» —asintió Aquiles.

«Bien. Quisiera ahora que me considerara como un lector del segundo tipo y que me obligara lógicamente a aceptar Z como verdadero».

«Una Tortuga jugando al balompié sería...» —empezó Aquiles.

«... algo fuera de lo común, desde luego —le interrumpió la Tortuga con irritación—. ¡No se desvíe usted del tema! ¡Primero, Z; el balompié, después!»

«Así que, si le he entendido bien, yo debo obligarle a usted a aceptar Z, ¿no es así? —dijo Aquiles meditativamente—. Y su postura, en este momento, es que usted acepta A y B, pero *no* acepta la proposición hipotética...»

«Llamémosle C» —dijo la Tortuga.

«... pero *no* acepta usted

(C) Si A y B son verdaderas, Z debe ser verdadera».

«Esa es mi postura en este momento».

«De modo que yo debo pedirle a usted que acepte C».

«Así lo haré —dijo la Tortuga—, tan pronto como lo hayáis apuntado en vuestra libreta. Por cierto, ¿qué son esas otras notas que tenéis en ella?»

«Sólo unas pocas anotaciones para una memoria —dijo Aquiles pasando nerviosamente las hojas—, unas pocas notas para una memoria de las batallas en las que me he distinguido particularmente».

«Cuántas hojas en blanco —observó la Tortuga con jovialidad—. ¡Las vamos a necesitar *todas!* (Aquiles se estremeció). Ahora copie lo que le dicto:

(A) Las cosas que son iguales a una tercera son iguales entre sí.
(B) Los dos lados de este triángulo son iguales a un tercero.
(C) Si A y B son verdaderas, Z debe ser verdadera.
(Z) Los dos lados de este triángulo son iguales entre sí».

«Debería llamarla usted D y no Z —dijo Aquiles—. Viene *inmediatamente después* de las otras tres. Si acepta usted A y B y C, *debe* usted aceptar Z».

«¿Y por qué *debo* aceptarla?»

«Porque se sigue lógicamente de ellas. Si A y B y C son verdaderas, Z *debe* ser verdadera. Me imagino que no se le ocurrirá ponerlo en duda».

«Si A y B y C son verdaderas, Z *debe* ser verdadera —repitió pensativamente la Tortuga—. He aquí *otra* proposición hipotética, ¿no? Y si yo no soy capaz de ver que es verdadera, puedo aceptar A y B y C y, *sin embargo*, no aceptar Z. ¿No es cierto que puedo?»

«Cierto que puede —admitió con franqueza el héroe—, aunque ello sería ciertamente una muestra fenomenal de espíritu obtuso. Así que debo pedirle que acepte una proposición hipotética más».

«Muy bien. Estoy dispuesta a aceptarla tan pronto como usted haya tomado nota de ella. La llamaremos

(D) Si A y B y C son verdaderas, Z debe ser verdadera. ¿La ha anotado ya en su libreta?»

«¡*Claro* que la he anotado! —exclamó Aquiles lleno de alegría, guardando el lápiz en su estuche—. ¡Y por fin hemos llegado a la meta de esta carrera ideal! Ahora que acepta usted A y B y C y D, por supuesto que acepta usted Z».

«¿La acepto? —dijo la Tortuga con ingenuidad—. Entendámonos. Yo acepto A y B y C y D. Supongamos que yo me niego, *sin embargo*, a aceptar Z».

«¡En ese caso la lógica la cogería a usted por el cuello y le *obligaría* a hacerlo! —replicó triunfalmente Aquiles—. La lógica le diría: 'No tiene otro recurso. Si ha aceptado A y B y C y D, *debe* usted aceptar Z!' No hay alternativa, como puede ver».

«Todo lo que la lógica tenga a bien decirme merece ser *anotado* —dijo la Tortuga—. Así que apúntelo en su libreta, por favor. Lo llamaremos

(E) Si A y B y C y D son verdaderas, Z debe ser verdadera. Hasta que yo haya admitido *eso* es claro que no tengo por qué admitir Z. De modo que se trata de un paso totalmente *necesario*. ¿Lo ve usted?»

«Lo veo» —dijo Aquiles. Y había en su voz un tono de tristeza.

Al llegar a este punto, el narrador, que tenía cosas urgentes que hacer en el Banco, se vio obligado a abandonar a la feliz pareja, y no volvió a pasar por allí hasta algunos meses después. Cuando lo hizo, Aquiles estaba todavía sentado en el caparazón de la muy paciente Tortuga escribiendo en su libreta de notas, que parecía estar casi llena. La Tortuga estaba diciendo: «¿Ha tomado nota usted de este último paso? Si no he perdido la cuenta vamos en el mil uno. Nos quedan todavía varios millones. Y *querría* pedirle algo, a título de favor personal: ¿le importaría, habida cuenta de la gran cantidad de enseñanzas que este coloquio nuestro ha de proporcionar a los lógicos del siglo XIX, le importaría, digo, adoptar un retruécano que mi prima, la Tortuga Artificial, hará hacia esa época y dejaros rebautizar con el nombre de 'Aquiles el sutiles'?»

«Lo que usted quiera —replicó el fatigado guerrero, con tonos de desesperanza en su voz, mientras sepultaba su cara en las manos—. ¡Siempre y cuando *usted*, por *su* parte, haga suyo un retruécano que la Tortuga Artificial nunca hizo permitiéndome rebautizaros 'Tortuga-Tortura'!» [1]

Nota bibliográfica.—Quien desee informarse sobre la polémica suscitada en torno a este artículo puede consultar, entre otros textos: B. Russell: *The Principles of Mathematics*. Londres, Allen and Unwin, 1903; 2.ª ed., 1937, p. 35.—W. J. Rees: «What Achilles said to the Tortoise (being a revised account of a famous interview, first reported ... by Lewis Carroll)», en *Mind*, N. S., vol LX (1951), pp. 142-46.—D. G. Brown: «What the Tortoise taught us», en *Mind*, N. S., vol. LXIII (1954), pp. 170-79.—J. Woods: «Was 'Achilles' heel' Achilles' heel», en *Analysis*, vol. 25 (1965), pp. 142-46. E. Coumet: «Lewis Carroll logicien», en *La logique sans peine*, antología de escritos lógicos de L. C. París, Hermann, 1966.—J. L. Borges: «Avatares de la tortuga», en *Discusión*. Buenos Aires, pp. 355-388. Emecé Editores, 1957, pp. 129-36.

Notas

Aventuras de Lewis Carroll en el país de la Lógica

[1] Cf. el enigma de Edipo y la Esfinge.

[2] «Canción del Jardinero Loco», en *Silvia y Bruno* (1889, 1893). Hemos seguido en líneas generales la traducción que da del poema Joaquín Jordá en la edición castellana del libro de H. Parisot: *Lewis Carroll*. París, Seghers, 1952, 1965. Trad. cast. en Barcelona, Kairós, 1970, pp. 177-79.

[3] «La Caza del Snark». Trad. cast. en *op. cit.*, en nota anterior páginas 138-61, p. 153.

[4] G. K. Chesterton: «A Defence of Nonsense», en *The Defendant* (1901). Ed. en *Stories, Essays and Poems*. Londres, Dent and Sons, 1966, pp. 123-27.

[5] A. Breton: *Antología del humor negro*. Cit. por Parisot, *op. cit.*, p. 21.

[6] *Alice's Adventures in Wonderland and Through the Looking Glass edited by M. Gardner*. Harmondsworth, Penguin Books, 1965; revised edition, 1970. Introduction, pp. 15 y 16.

[7] «Alice on the stage», aparecido en *The Theatre*, abril 1887. Recogido en *Diversions and Digressions of Lewis Carroll (formerly titled The Lewis Carroll Picture Book)*. Edited by Stuart Dodgson Collingwood. Nueva York, Dover Publications, 1961, pp. 163-74, pp. 167-68.

[8] Citado por Parisot, *op. cit.*, p. 72.

[9] «Creemos que la invención en Carroll es esencialmente de vocabulario, y no sintáctica o gramatical». G. Deleuze: *Logique du sens*. París, Les Éditions de Minuit, 1969. *Lógica del sentido*. V. cast. de A. Abad. Barcelona, Barral Editores, 1971, p. 122, nota.

[10] L. Wittgenstein: *Philosophische Untersuchungen*, mún. 116.

[11] J. Gattégno: «La logique et les mots dans l'oeuvre de Lewis Carroll», en *La logique sans peine*. París, Hermann, 1966, pp. 6-43. Deleuze, *op. cit.*, p. 36.
[12] Gattégno, *op. cit.*, pp. 40-41.
[13] *Philosophische Untersuchungen*, núm. 109.
[14] Cf. pp. 107-111 de este libro. Cf. también el final de la *Introducción para estudiantes*, p. 27 de este libro.
[15] *Through the Looking Glass*, cap. VIII.
[16] Ver pp. 125-130 y también pp. 133-142 de esta edición.
[17] Inmanuel Kant: *Kritik der Reinen Vernunft*, B 8-9.
[18] Wittgenstein: *Philosophische Untersuchungen*, núm. 38.
[19] *Alice's Adventures in Wonderland*, cap. VI.
[20] Citado por M. Gardner, en *op. cit.*, pp. 13-14.
[21] I. Kant: *K. der R. V.*, B VIII: seguimos la traducción de la *Crítica de la Razón Pura* de Andrés Sánchez Pascual, de próxima publicación.
[22] Ver pp. 145-149 de esta edición.
[23] Calímaco, bibliotecario de Alejandría, decía en el siglo II antes de Cristo: «Hasta los cuervos graznan en los tejados sobre cuál es la implicación correcta» (Sexto Empírico: *Adversus Mathematicos*, VIII, 112).
[24] Ver pp. 153-158 de esta edición.
[25] La traducción de *The Game of Logic* y de *Symbolic Logic* la hemos hecho sobre la edición moderna de ambas: *Symbolic Logic and The Game of Logic (both books bound as one)*. Nueva York, Dover, 1958. El texto de *Symbolic Logic* es, naturalmente, el de la cuarta edición. Para la traducción de «A Logical Paradox» hemos utilizado la versión que de ella ofrece Stuart Dodgson Collingwood en *Diversions and Digressions of Lewis Carroll (formerly entitled The Lewis Carroll Picture Book)*. Nueva York, Dover, 1961, pp. 312-316. El texto de «What the Tortoise said to Achilles» que hemos seguido es el de la revista *Mind*, donde se publicó por vez primera.

Lógica simbólica

Silogismos
[1] Las páginas precedentes, desde el comienzo de esta sección 3, no pertenecen a *Symbolic Logic*, sino a *The Game of Logic (N. del T.)*

Ejercicios con respuesta
[1] En *The Game of Logic* Carroll propone el siguiente ejercicio: «Extraer un par de premisas del siguiente párrafo y deducir la conclusión, si la hay:

> 'El león —y esto puede decírselo cualquiera que haya sido perseguido por ellos con tanta frecuencia como yo lo he sido— es un animal muy salvaje. Y entre ellos hay algunos —aunque no garantizo que esto sea una ley general— que no beben café'» *(N. del T.)*

Apéndice
[1] Que nunca llegaron a publicarse *(N. del T.)*

Una paradoja lógica

[1] Juego de palabras intraducible con 'cub' ('cachorro'), 'cubbicle' ('camita') y 'cubbic' ('cúbico') *(N. del T.)*.
[2] Juego de palabras relativamente sofisticado y difícilmente vertible al castellano. Hemos optado por parafrasearlo.
La frase original es:

> «An Illicit Process of the Minor!»,

que puede entenderse como

> «deducción ilegítima de la premisa menor»

o bien como

> «deducción ilegítima del menor»,

es decir,

> «deducción ilegítima de que debemos llevar con nosotros al menor» *(N. del T.)*.

[3] Nuevo juego de palabras con 'bet' ('apuesta') y 'betters' ('los mayores'): «Keep your bets for your betters» *(N. del T.)*.

Lo que la tortuga le dijo a Aquiles

[1] Se trata de un juego de palabras intraducible y difícilmente adaptable al castellano. Carroll juega con la similitud fonética entre «Tortoise» y «Taught-Us», por una parte, y entre «Achilles» y «A Kill-Ease», por otra. La Tortuga pretende rebautizar a Aquiles con un nombre que suena parecido a «Tortuga», y Aquiles pretende rebautizar a la Tortuga con un nombre que suena parecido a «Aquiles». Con el fin de dar una versión castellana medianamente inteligible hemos preferido alterar la correspondencia.
Esa Tortuga Artificial que hará juegos de palabras en el siglo XIX no es otra que el sollozante quelonio que aparece en el capítulo IX de *Alicia en el país de las maravillas* («La historia de la Tortuga Artificial»). Allí la Tortuga Artificial cuenta su vida:
«Cuando éramos pequeños íbamos al colegio bajo el mar. El maestro era una vieja tortuga [turtle] a la que nosotros solíamos llamar tortuga [tortoise...]».
«¿Por qué?», preguntó Alicia.
«Le llamábamos tortuga [tortoise] porque nos enseñaba [taught us]».
Cf. M. Gardner: *The Annotated Alicia...*, cit., cap. IX nota 7., *(N. del T.)*.

Cuadro cronológico

	Vida y obra	Lógica / Matemática / Literatura	Historia
1832	27 de enero. Nace Charles Lutwidge Dodgson en Daresbury, cerca de Warrington.	—Muere Galois. Muere Goethe. Muere Walter Scott. Máquina de calcular de Babbage.	—Reforma electoral en Inglaterra. Establecimiento de los dos grupos, *tories* y *whigs*. Grey *(whig)*, primer ministro.
1833		—Bolyai, geometrías no euclídeas. Balzac, *Eugenia Grandet*.	—Comienzos del movimiento de Oxford. Abolición de la esclavitud en las colonias británicas. La *Trade's Union* de Owen.
1834			—Ley de los Pobres en Inglaterra. Primer *trek* de los boers. China cierra sus puertos al comercio europeo.
1835		—Nace Jevons. Andersen, *Cuentos*.	
1836		—Dickens, *Club Pickwick's Papers*.	—Comienza el movimiento de los cartistas ingleses en favor del sufragio universal.
1837		—M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géometrie*. Bolzano, *Wissenschaftlehre*.	—Victoria, reina de Inglaterra.
1838		—E. A. Poe, *Arthur Gordon Pym*.	—Agitación cartista. Cobden funda la *Anticorn law association*. Se funda la Liga de Manchester propugnando el librecambio. Los ingleses toman posesión de Aden.
1839		—Nace Peirce. Stendhal, *La cartuja de Parma*. Longfellow, *Hyperion*.	—Primeras daguerrotipias. Comienza la guerra del opio en China. Louis Blanc, *Sobre la organización del trabajo*.
1840			—Los ingleses, en Nueva Zelanda. Creación del sello de correos en Inglaterra. Palmerston, primer ministro. Cabet, *Viaje a Icaria*. Proudhon, *Qué es la propiedad*.
1841		—Nace Schröder. Boole, teoría de las invariantes y las covariantes.	—Fundación del sindicato de los mineros en Inglaterra. Fundación de *Punch*. Desastre de los ingleses en Kaboul.
1842		—Gogol, *Las almas muertas*.	—Tratado de Nankín. Fin de la guerra del opio. Hong-Kong pasa a Inglaterra.
1843	la familia Dodgson se traslada a Croft, aldea de Yorkshire.	—J. Stuart Mill, *A System of Logic*. Ruskin, primer volumen de *Pinturas modernas*. Poe, *El escarabajo de oro*.	—Los ingleses, en Natal. Segundo *trek* de los boers.
1844	su padre le envía al colegio de Richmond.	—Grassman, *Die Ausdehnungslehre*. Comte, *Discours sur l'Esprit positif*.	—Comienza la conquista de la India.
1845		—Nace Cantor. Poe, *El cuervo*.	—Hambre en Irlanda. Elegibilidad de los judíos en Gran Bretaña. Sir Robert Peel *(tory)*, primer ministro. Engels, *La condición de las clases trabajadoras en Inglaterra*. Stirner, *El único y su propiedad*.
1846	ingresa en el colegio de Rugby.	—De Morgan comienza a publicar su serie de cinco artículos *On the Sillogism* (1846-1863). W. Hamilton, *New Analytic of Logical Forms*. Edward Lear, *A Book of Nonsense*.	—Escasez y crisis en Europa. Descubrimiento de Neptuno.
1847		—Boole, *Mathematical Analysis of Logic*. De Morgan, *Formal Logic, or The Calculus of Inference, Necessary and Probable*. Staudt, *Geometrie der Lage*. Kummer, *Zur Theorie des Complexen Zahlen*. Emily Brönte, *Cumbres borrascosas*.	—Conferencia internacional obrera en Londres. Inglaterra establece la jornada de diez horas para mujeres y jóvenes.
1848		—Nace Frege. Prerrafaelismo en Inglaterra. Thackeray, *La feria de las vanidades*.	—Revolución en Francia. Caída de Luis Felipe. Proclamación de la república. Luis Napoleón, presidente. Movimientos revolucionarios en Europa. Los británicos, en el Pendjab. J. S. Mill, *Principios de economía política*. Marx y Engels, *Manifiesto comunista*.

Vida y obra	Lógica / Matemática / Literatura	Historia
1849	—Ruskin, *Las siete lámparas de la arquitectura.*	—Reacción en Europa. Abolición del Acta de Navegación en Inglaterra.
1850 el 23 de mayo se matricula en el Christ Church, de la Universidad de Oxford.	—Tennyson, *In Memorian.* Dickens, *David Copperfield.* Hawthorne, *La letra escarlata.*	—Restablecimiento de la jerarquía católica en Inglaterra. Guerra de los ingleses contra los cafres.
1851 el 24 de enero ingresa definitivamente en Christ Church. No saldrá de allí hasta su muerte. Muere su madre.	—Memoria de Riemann sobre la teoría de las funciones de variable compleja. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen.* Mansel, *Prolegomena Logica.* Liouville descubre los números trascendentes. Ruskin, *Prerrafaelismo* y *Las piedras de Venecia.* H. Melville, *Moby Dick.*	—Ley sobre las viviendas en Inglaterra. Golpe de Estado en Francia. Luis Napoleón, presidente vitalicio.
1852		—Reconocimiento de la independencia del Transvaal y anexión del Pegú por los ingleses. Se bota en Inglaterra el primer barco carbonero. Napoleón III, emperador.
1853 consigue una bolsa de estudios.	—Hamilton (Sir William Rowan), *Lectures on Quaternions.*	
1854 diciembre. Obtiene el título de Licenciado en Letras (Graduated B.A.).	—Boole, *An Investigation of the Laws of Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities.* Riemann lee su memoria sobre las hipótesis que sirven de fundamento a la geometría. Cayley, definición de los grupos abstractos. Tennyson, *La carga de la brigada ligera.*	—Guerra de Crimea.

1855 *Lecturer* de matemáticas. Mayo: se le nombra subbibliotecario. Comienza a colaborar en la revista THE COMIC TIMES y luego en THE TRAIN. Adopta el seudónimo de «Lewis Carroll».	—Prantl comienza la publicación de su *Geschichte der Logik im Abendlande* (1855-1870). Lobatchevski dicta su *Pangeometría.* Whitman, *Hojas de hierba.*	—Caída de Sebastopol.
1856	—Staudt, *Beiträge zur Geometrie der Lage.*	—Tratado de París. Fin de la guerra de Crimea.
1857 es admitido oficialmente por el vicecanciller como docente de la Universidad. Ejercerá hasta 1881.	—Flaubert, *Madame Bovary.* Baudelaire, *Las flores del mal.* Ibsen, *Olaf Liljekrans.*	—Sublevación de los cipayos en la India.
1858	—Nace Peano. Cayley, cálculo de matrices. Comienza la publicación póstuma de las *Lectures on Metaphysics and Logic,* de W. Hamilton (1858-1860).	—La India se incorpora a la corona británica. Expedición francoinglesa en Extremo Oriente. Tratado de Tien-tsin. China es obligada a abrir puertos a los extranjeros.
1859	—Ponson du Terrail, *Hazañas de Rocambole.*	—Comienza la construcción del canal de Suez. Darwin, *El origen de las especies.*
1860 publica SYLLABUS OF PLANE ALGEBRAICAL GEOMETRY.	—De Morgan, *Syllabus of a proposed System of Logic.*	—Tratado de comercio francobritánico. Expedición francobritánica en China. Tratado de Pekín. Junta de las *Trade Unions* en Inglaterra. Construcción del metropolitano en Londres.
1861 22 de diciembre. El obispo de Oxford lo ordena de diácono. Publica FORMULAE OF PLANE TRIGONOMETRY.		—Comienza la Guerra de Secesión.

	Vida y obra	Lógica / Matemática / Literatura	Historia
1862	4 de julio. Paseo por el río con las tres pequeñas Liddell, en el transcurso del cual les relata la historia de las aventuras de Alicia bajo tierra. En Navidad, Alicia Liddell recibe el manuscrito de ALICE'S ADVENTURES UNDERGROUND.	—Nace D. Hilbert. Víctor Hugo, *Los miserables*. Baudelaire, *Pequeños poemas en prosa*.	—Bismarck, primer ministro. Exposición de Londres.
1863		—Dirichlet, *Théorie des nombres*. J. Verne, *Cinco semanas en globo*. E. Lear, edición revisada y ampliada de *A Book of Nonsense*.	—Abolición de la esclavitud en USA.
1864		—De Morgan, *On the Syllogism IV and the Logic of Relations*. Jevons, *Pure Logic, or the Logic of Quality apart from Quantity*. Muere Boole. Comienza a publicarse *Guerra y Paz*, de Tolstoi (1864-1869). Tennyson, *Enoch Arden*.	—Fundación de la Primera Internacional. Convención de Ginebra: Fundación de la Cruz Roja. Encíclica *Quanta Cura*. El *Syllabus*.
1865	4 de julio. Tres años justos después del paseo por el río Alicia recibe el primer ejemplar impreso del libro, que ahora se titula ALICE'S ADVENTURES IN WONDERLAND. Publica THE DYNAMICS OF A PARTI-CLE y THE NEW METHOD OF EVALUATION AS APPLIED TO π	—J. Verne, *De la tierra a la luna*.	—Fin de la Guerra de Secesión. Asesinato de Lincoln.
1866	publica FACTS, FIGURES AND FANCIES.	—Dostoievski, *Crimen y castigo*. Verlaine, *Poemas saturnianos*. Ibsen, *Peer Gynt*.	
1867	publica AN ELEMENTARY TREATISE ON DETERMINANTS. Durante el verano viaja por el continente hasta Rusia.		—Intervención británica en Abisinia. Reforma electoral en Inglaterra. Extensión del sufragio. K. Marx, *El capital*, I.
1868	muere su padre. Publica THE FIFTH BOOK OF EUCLID TREATED ALGEBRAICALLY, SO FAR AS IT RELATES TO COMMENSURABLE MAGNITUDES. En noviembre se instala en el apartamento que ocupará hasta su muerte. Solicita autorización para montar en él un taller de fotografía.	—Beltrami, *Saggio di interpretazione della Geometria non-euclidea*.	—Primer congreso de las *Trade Unions* británicas. Revolución en España.
1869	publica PHANTASMAGORIA, colección de poemas.	—Huhglins, *The logic of names*. Piano lógico de Jevons. Lautréamont, *Los cantos de Maldoror*.	—Apertura del canal de Suez. Fundación del Partido Socialdemócrata Alemán. Apertura del Concilio Vaticano I. J. S. Mill, *The Subjection of Women*.
1870		—S. Jevons, *Elementary Lessons in Logic, Deductive and Inductive*. Bain, *Logic*. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques*. Julio Verne, *Veinte mil leguas de viaje submarino*.	—Guerra franco-prusiana. Derrota de Sedán. Caída de Napoleón. Proclamación de la República.
1871	aparece THROUGH THE LOOKING GLASS AND WHAT ALICE FOUND THERE, segunda parte de las aventuras de Alicia.		—Thiers, presidente de la República. La Comuna. Estatuto legal de las *Trade Unions* en Inglaterra.
1872	publica (anónimamente) THE NEW BELFRY.	—Klein, programa de Erlangen. Nace Bertrand Russell. J. Verne, *La vuelta al mundo en ochenta días*.	—Reformas de Gladstone en Inglaterra.
1873	publica THE VISION OF THE THREE T'S.	—Hermite demuestra la trascendencia del número e. Cantor demuestra que el conjunto de los números racionales es numerable. Muere Stuart Mill. Rimbaud, *Una temporada en el infierno*.	—Reforma judicial en Inglaterra. Primera República en España.

Vida y obra	Lógica / Matemática / Literatura	Historia
1874 publica THE BLANK CHEQUE. A FABLE.	—S. Jevons, *The Principles of Science, a Treatise on Logic and Scientific Method*. Primera memoria de Cantor sobre la teoría de conjuntos. Rimbaud, *Teoría de las iluminaciones*.	—Ley del Trabajo en Inglaterra. Disraeli, primer ministro.
1875	—Mark Twain, *Tom Sawyer*.	—Restauración en España. Inglaterra adquiere a Egipto las acciones del canal de Suez.
1876 publica THE HUNTING OF THE SNARK.	—Mallarmé, *La siesta de un fauno*.	—Disraeli nombra a Victoria emperatriz de la India. Disolución de la Primera Internacional.
1877	—Schröder, *Der Operationskreis des Logikkalküls*.	—Inglaterra se anexiona el Transvaal.
1878	—McColl comienza a publicar su serie *The Calculus of Equivalent Statements* (1878-1880).	—Chipre pasa a los ingleses.
1879 publica EUCLID AND HIS MODERN RIVALS.	—G. Frege, *Beggriffsschrift*. Ibsen, *Casa de muñecas*.	—Los ingleses, en Afganistán.
1880 publica DOUBLETS. A WORD-PUZZLE.	—Wundt comienza a publicar su *Logik* (1880-1883). McColl comienza a publicar su serie de ocho artículos sobre *Symbolical Reasoning* (1880-1906). Peirce, *On the Algebra of Logic*. Dostoievski, *Los hermanos Karamazov*.	—Gladstone, primer ministro. Primera guerra anglo-bóer. Invención de la bicicleta.
1881 dimite de sus funciones activas como profesor en Christ Church.	—Poincaré, teoría de las funciones fuchsianas. Venn, *Symbolic Logic*.	—Congreso anarquista de Londres. Tratado de Pretoria. Autonomía del Transvaal bajo la supremacía inglesa.
1882 publica EUCLID, BOOKS I AND II. Adquiere un «velociman», antepasado del triciclo.	—Linderman demuestra la trascendencia del número π. Muere Jevons.	—Intervención británica en Egipto.
1883 publica RHYME? OR REASON? (reimpresión con adiciones de su obra anterior, PHANTASMAGORIA).	—Bradley, *The Principles of Logic*. Nietzsche comienza a publicar *Así hablaba Zaratustra* (1883-1885). Stevenson, *La isla del tesoro*.	—Fundación de la Sociedad Fabiana de intelectuales radicales.
1884 publica THE PRINCIPLES OF PARLIAMENTARY REPRESENTATION.	—Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik*. Klein, *Vorlesungen über das Ikosaeder*. Mary Boole, *Symbolical Methods of study*. J. N. Keynes, *Studies and Exercises in Formal Logic*.	—Conferencia de Berlín: reparto de África. Sufragio universal en Inglaterra. Desarrollo del movimiento cooperativista en Gran Bretaña.
1885 publica A TANGLED TALE. Por estas fechas parece que empieza a sufrir ilusiones ópticas.	—Mark Twain, *Aventuras de Huckleberry Finn*.	—Anexión de Birmania por Inglaterra. Los ingleses fundan Nigeria. Partido del Congreso de los intelectuales indios, con la divisa «India para los indios». *El capital* (II).
1886	—Stevenson, *El extraño caso del doctor Jeckyll y míster Hyde*. J. Vallés, *El rebelde*. Rimbaud, *Las iluminaciones*.	—Huelgas en Gran Bretaña, Bélgica, Alemania y USA.
1887 publica THE GAME OF LOGIC.	—Primeros trabajos de Volterra sobre el análisis funcional.	—Primera Conferencia Imperial Británica. Fundación de Rodesia.
1888 publica CURIOSA MATHEMATICA. PART I: A NEW THEORY OF PARALLELS.	—Bosanquet, *Logic, or the Morphology of Knowledge*. Peano, *Calcolo geometrico*. Dedekind, aritmetización del análisis. Sophus Lie, *Théorie des groupes continus de transformation*. Comienzan a editarse los *Collected Mathematical Papers*, de Cayley (1888-1898). Kipling, *Cuentos de las colinas*.	—Fundación del Partido Laborista en Escocia.
1889 publica SYLVIE AND BRUNO. Publica también una «Nursery Edition» de ALICIA, abreviada y modificada, para niños «de cero a cinco años».	—Peano, *Arithmetices principia*. Peano, *I principi di geometria logicamente expositi*.	—Ola de huelgas en Europa. Fundación de la Segunda Internacional.

Vida y obra	Lógica / Matemática / Literatura	Historia
1890	—Schröder comienza a publicar sus *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (1890-1905). Curva de Peano. Wilde, *El retrato de Dorian Gray*. P. Valéry, *Narciso*.	—Inglaterra reconoce el Africa Nororiental a Francia. Caída de Bismarck.
1891	—Hillebrand, *Die neuen Theorien der kategorischen Schlüsse*. Husserl, *Philosophie der Arithmetik*. A. Conan Doyle, *Aventuras de Sherlock Holmes*.	—Encíclica *Rerum Novarum*.
1892	—Poincaré, *Méthodes nouvelles de la mécanique celeste*.	—Ampliación de los poderes de los Consejos legislativos de la India.
1893 publica SYLVIE AND BRUNO CONCLUDED, y también la segunda parte de CURIOSA MATHEMATICA, titulada PILLOW PROBLEMS, THOUGHT OUT DURING WAKEFUL HOURS.	—Frege, *Grundgesetze des Arithmetik* (vol. I). Minto, *Logic, Inductive and Deductive*. Verlaine, *Elegías*.	—Fundación del Partido Independiente del Trabajo en Inglaterra.
1894	—Peano, *Notation de logique mathématique*. Venn, *Symbolic Logic* (2.ª ed.). Kipling, *El libro de la jungla*.	—Gandhi y la fundación del Congreso de los indios del Natal. *El capital* (III).
1895	—Peano comienza la publicación del *Formulaire de mathématiques* (1895-1908). Poincaré, *L'Analysis situs*. Cantor, *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre* (I). Kipling, *El segundo libro de la jungla*.	—Fracaso de un proyecto de *Home Rule* en Irlanda. Invención del cine. Salisbury, primer ministro. Chamberlain, secretario de las Colonias.
1896 publica SYMBOLIC LOGIC. PART I: ELEMENTARY.	—Volterra, trabajos sobre ecuaciones funcionales.	—Agitación en Inglaterra. Comienza la conquista del Sudán por los ingleses.
1897	—Cantor, *Beiträge...* (II). Adamson, *The logical copula and the quantification of the predicate*. Hilbert, *Theorie der algebraischen Zahlkörper*. Paradoja de Burali-Forti. Russell, *An Essay on the Foundations of Geometry*. Wells, *El hombre invisible*. Rilke, *Coronada de sueños*. Strindberg, *Inferno*.	—Rebelión en Cuba. Ley inglesa de accidentes de trabajo.
1898 14 de noviembre. Muere de gripe complicada con congestión pulmonar.	—Whitehead, *A Treatise of Universal Algebra with Applications*. Wells, *La guerra de los mundos*. Rostand, *Cyrano de Bergerac*. B. Shaw, *Piezas agradables y desagradables*. Strindberg, *El camino de Damasco*.	—Guerra España-USA. Muerte de Gladstone. Independencia de Cuba. *Affaire* Dreyfus en Francia.

Indice