MAT 1514 – MEB – A Matemática na Educação Básica
Segundo Semestre de 2023 – Profa. Daniela
Licenciatura em Matemática - Noturno

Primeira Lista de Exercícios

Números em outras bases. A Matemática da Babilônia.

Seja $b > 1$ um número natural. O símbolo $(a_n a_{n-1} ... a_0)_b$ representa o número

$$a_n . b^n + a_{n-1} b^{n-1} + ... + a_0 b^0,$$

onde os números $a_0, ... a_n$ devem pertencer ao conjunto $\{ 0, 1, 2, ..., b-1 \}$.

1)
(a) Expresse $(3012)_5$ na base *8*.
(b) Expresse $(15306)_7$ na base *12*.
(c) Escreva os dez primeiros números inteiros na base *2* (Base Binária).

2)
(a) Em que base $b>1$ se tem $9 = (10)_b$?
(b) Determine $c>1$ de modo que $83 = (123)_c$.
(c) Pode um número par ser representado, em alguma base, por *27*?
(d) Pode um número ímpar ser representado, em alguma base, por *32*?
(e) Prove que $(144)_b$ é sempre quadrado perfeito, para qualquer base *b*.
(f) Um número (≠0) de 3 algarismos na base 7 se expressa pelos mesmos algarismos, porém na ordem contrária, na base 9. Determine os três algarismos.

Os exercícios a seguir referem-se à Matemática Babilônica. A base será sempre 60.

Escrita Representativa Babilônica $a, b, c; d, e, f = a \cdot 60^2 + b \cdot 60^1 + c \cdot 60^0 + \frac{d}{60} + \frac{e}{60^2} + \frac{f}{60^3}$

3) Qual número é representado por:

(a) *7,30,15* **(b)** *7,3,0,15* **(c)** *7,30;15* **(d)** *7,3;1,0,5* **(e)** *7,3,1,5*

4) Determine a representação fracionária sexagesimal de $\frac{5}{27}$ e de $\frac{1}{11}$ (este último com *5* algarismos após o "ponto-e-vírgula"). Como fica a representação fracionária sexagesimal para $\frac{1}{59}$? E para $\frac{1}{61}$?

5) Onde deve ficar o ponto-e-vírgula para que *0 - 44 - 26 - 40* seja a representação fracionária sexagesimal de $\frac{1}{81}$?

6) Dos números de *2* a *20*, quais possuem inverso com desenvolvimento decimal finito, e quais são os que têm inverso com desenvolvimento sexagesimal finito?

7)
(a) Descobriu-se uma tábua babilônica que dá os valores de n^3+n^2 para *n* de *1* a *30*. Construa uma tabela dessa para *n* de *1* a *10*.

(b) Encontre, por meio da tábua construída em (a), uma raiz da equação cúbica $x^3 + 2x^2 - 3136 = 0$.

(c) Um problema babilônico cuja data aproximada é 1800 a.C. parece pedir a solução do sistema de equações $xyz + xy = \frac{7}{6}$, $y = \frac{2x}{3}$ e $z = 12x$. Resolva esse problema usando a tabela construída em (a).

8) Em 1936 desenterrou-se em Susa, a cerca de 200 milhas da Babilônia, um grupo de tábuas dos Antigos Babilônios. Uma delas compara as áreas e os quadrados dos lados dos polígonos regulares de *3, 4, 5, 6,* e *7* lados. Para o pentágono, o hexágono e o heptágono as razões dadas são *1;40, 2;37,30* e *3;41*. Teste a precisão desses valores.

9) Na mesma tábua considerada no exercício 7, a razão entre o perímetro de um hexágono regular e a circunferência do círculo circunscrito é dada como *0;57,36*. Mostre que isso leva a *3;7,30*, (ou *3* e $\frac{1}{8}$), uma aproximação de π.

10) Um outro problema dos Antigos Babilônios afirma que um trapézio isósceles de bases *14* e *50* e de lados *30* tem área *12,48*. Verifique isso.

11) Um problema dos Antigos Babilônios diz: “Um cateto de um triângulo retângulo é *50*. Uma paralela ao outro cateto e a distância *20* dele corta o triângulo formando um trapézio retângulo de área *5,20*. Determine os comprimentos das bases do trapézio”. Resolva esse problema.