

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AERONÁUTICA

SAA0205 - Projeto de Elementos Estruturais de Aeronaves II

ANÁLISE QUANTO À FADIGA DE CAIXÃO DE ASA

Carlos Renan dos Santos (8005559)

Manuella Huynh (9113277)

Rafael Maccari Crepaldi (8005611)

Raphael de Andrade Jorge (8005455)

Vinícius Rodrigues Mangili (8070678)

Prof. Assoc. Volnei Tita

São Carlos, 22 de Novembro de 2015

Sumário

Resumo	4
1. Introdução.....	4
2. Cargas.....	5
3. Modelagem Computacional	9
4. Cálculo de K_t e K_f	16
5. Determinação do <i>Scatter Factor</i>	19
6. Diagrama de excedências	19
7. Funções Transferência.....	22
8. Tensão por Excedências	23
9. Margens de segurança da região do intradorso em material compósito	25
10. Cálculo de Vida por Fadiga.....	28
11. Conclusão	37
12. Bibliografia.....	37

Lista de Figuras

Figura 1 - Distribuição de esforços para o caso de carga 1	6
Figura 2 - Distribuição de esforços para o caso de carga 2	6
Figura 3 - Distribuição de esforços para o caso de carga 3	7
Figura 4 - Pontos principais do caixão de asa	9
Figura 5 - Curvas principais do caixão de asa	9
Figura 6 - Superfícies básicas do caixão de asa.....	10
Figura 7 - Geometria final do caixão de asa.....	10
Figura 8 - <i>Meshseed</i> da malha do caixão de asa.....	11
Figura 9 - <i>Mesh</i> das superfícies do caixão de asa.....	11
Figura 10 - <i>Equivalence</i> dos nós da malha gerada	11
Figura 11 - Exemplo de aplicação de cargas e condições de contorno	12
Figura 12 - Seção das flanges	13
Figura 13 - Seção do <i>Stringer</i>	13
Figura 14 - Deformada do modelo computacional para o caso de carga 1	14
Figura 15 - Tensão principal X na lâmina externa do revestimento do compósito para o caso de carga 2.....	15
Figura 16 - Tensão máxima principal para a nervura 3 para o caso de carga 3	15
Figura 17 - Gráfico de máxima tensão principal para obtenção do <i>Kt</i> computacional	16
Figura 18 - Efeito do espaçamento no fator de concentração de tensão de uma linha de furos infinita em uma chapa com largura definida sob tensão paralela a linha de furos.....	17
Figura 19 - Fator de concentração de tensão de um furo elíptico em uma chapa de comprimento infinito e largura finita sob tensão uniaxial	18
Figura 20 - Obtenção do diagrama de fator de carga por excedências.....	21
Figura 21 - Espectro final de fator de carga por excedências	21
Figura 22 - Função transferência para o ponto A da nervura N2.	22
Figura 23 - Função transferência para o ponto B da nervura N3.	23
Figura 24 - Tensão por excedências para o ponto A da nervura N2.	24
Figura 25 - Tensão por excedências para o ponto B da nervura N3.....	24
Figura 26 - Curva S-N Típica.....	28
Figura 27 - Modelo ilustrativo de divisão em blocos do diagrama de tensão por excedências.....	29
Figura 28 - Gráfico de ciclos por tensão.....	30
Figura 29 - Regressão de Paris	33
Figura 30 - Parâmetros de Walker.....	34
Figura 31 - Cálculo de trinca por Dowling.....	34
Figura 32 - Iterações para determinação da trinca crítica.....	35
Figura 33 - Exemplificação da vida em função do tamanho de trinca	36

Resumo

Este trabalho tem por objetivo analisar nervuras e painéis de um caixão de asa quanto à fadiga e verificar se são passíveis de serem certificados. Para isso, a partir dos diagramas de carregamento para cada caso de carga, foram determinadas as forças e momentos a serem aplicados na porção da estrutura destacada para análise. Essas cargas foram aplicadas no modelo criado no software MSC.Patran, com o qual pode-se determinar os níveis de tensão atuantes em cada região estrutural. Com isso, o painel central, de interesse, foi analisado e as margens de segurança do compósito foram calculadas. Ainda, fez-se uma correspondência do fator de carga equivalente a cada caso de carregamento a uma tensão em um ponto de controle e associou-se essa correspondência ao diagrama de excedências construído em conformidade com a AC 23-13A. Determinaram-se, com isso, os espectros de tensão por excedências de cada ponto de controle, a partir dos quais determinaram-se as vidas de duas nervuras de interesse, uma pela filosofia *Safe Life*, com devida aplicação do *Scatter Factor* calculado em conformidade com a AC 23-13A, e outra pela filosofia *Damage Tolerance*, que levou também à determinação de janelas de inspeção.

1. Introdução

Para que uma aeronave possa executar sua missão de forma apropriada ela deve apresentar uma estrutura compatível com os esforços aos quais ela estará submetida em voo e atender aos requisitos mínimos de segurança especificados em sua base de certificação. Além disso, essa estrutura deve ser suficientemente leve de forma a maximizar a carga paga transportada pela aeronave. Assim, diferentes filosofias de projeto são empregadas ponderando esses critérios.

De maneira geral, pode-se dividir essas filosofias em quatro: *Fail Safe*, *Safe Life*, *Damage Tolerance* e *Infinite Life*, sendo que as três últimas são o foco desse trabalho. A filosofia *Safe Life* tem por critério projetar uma estrutura ou componente que não sofrerá nenhum dano ao longo da vida da aeronave com um fator de segurança em vida. Já a filosofia *Damage Tolerance* tem por critério projetar uma estrutura capaz de operar de forma eficiente mesmo com a existência de defeitos. Quando isso não for mais possível um reparo deve ser efetuado. Assim, essa filosofia de projeto está fortemente associada a determinação de intervalos de inspeção que buscam acompanhar esses defeitos. Por fim a filosofia *Infinite Life* tem por objetivo o projeto de

componentes que jamais falharão sob circunstâncias normais de operação. Essa última filosofia é amplamente empregada em estruturas em material compósito, principalmente devido ao pequeno tempo de experiência na utilização desse material na aviação.

Busca-se então, com esse trabalho, analisar a estrutura de um caixão de asa quanto a fadiga e verificar se os componentes desse caixão podem ser certificados de acordo com as filosofias utilizadas para o seu respectivo dimensionamento.

2. Cargas

Para a análise quanto à fadiga do caixão de asa analisado, são considerados três casos de carga simulando condições críticas da aeronave à qual pertence este componente. O primeiro caso é o de uma rajada crítica ascendente com fator de carga $n = 2.516$; o segundo caso é o de uma rajada crítica descendente com $n = -2.012$; e o terceiro caso de carga é para velocidade de *stall* crítica com asa flapeada e um fator de carga $n = 1.958$. Para os três casos, têm-se esforços cortantes distribuídos pela estrutura da asa: uma força cortante na direção da corda da asa, advinda do arrasto da asa e denominada V_x , uma parcela de força cortante vertical na longarina principal, V_{z1} , e outra na longarina secundária, chamada V_{z2} .

Como critério para análise no presente projeto, todas as dimensões e cargas padrão devem ser multiplicadas por um fator Δ . Como os dois últimos algarismos do número USP do primeiro integrante do grupo em ordem alfabética formam 59, tem-se:

$$\Delta = 0.004 \cdot 59 + 0.8 = 1.036$$

Os gráficos da Figura 1, Figura 2 e Figura 3 mostram as distribuições dos esforços ao longo do eixo y para os casos de carga 1, 2 e 3, respectivamente.

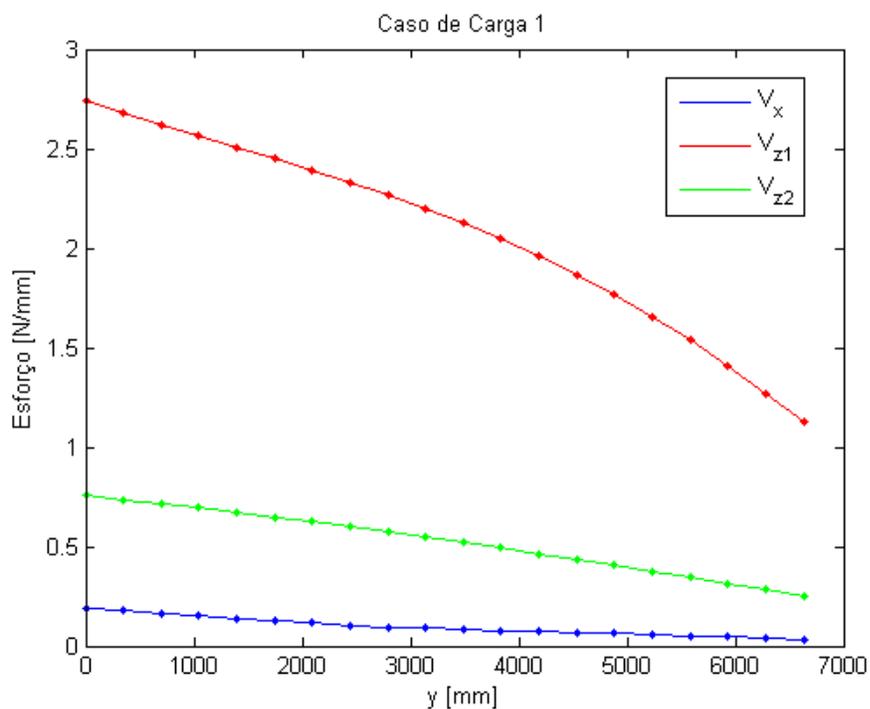


Figura 1 - Distribuição de esforços para o caso de carga 1

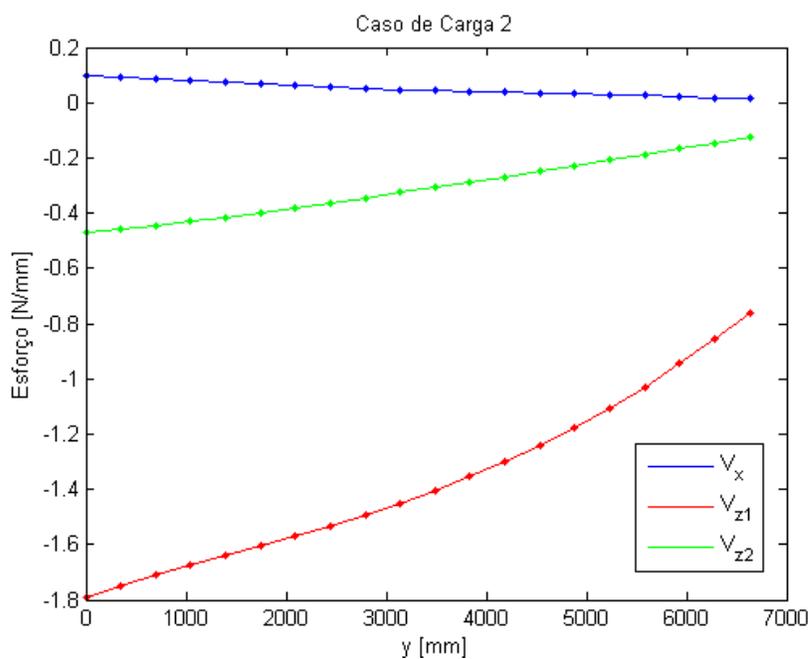


Figura 2 - Distribuição de esforços para o caso de carga 2

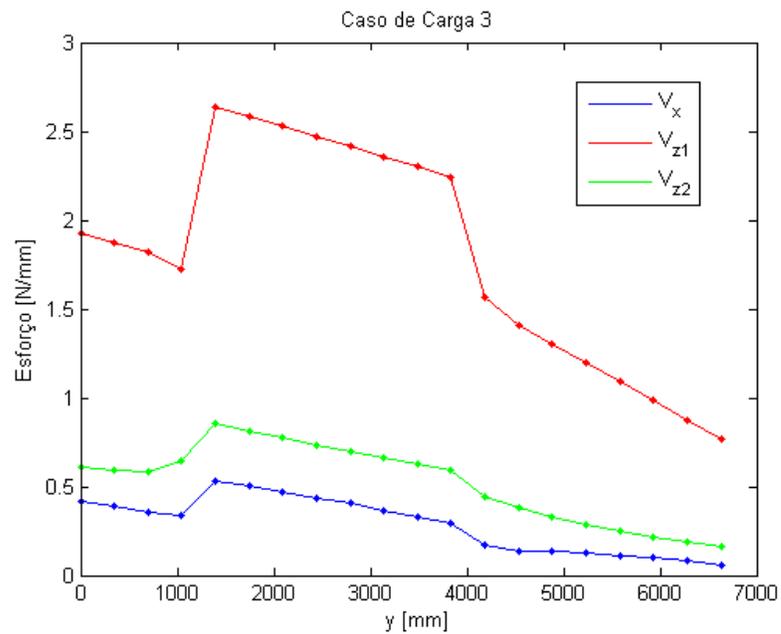


Figura 3 - Distribuição de esforços para o caso de carga 3

Segundo os casos de carga apresentados e considerando as posições das nervuras ao longo do caixão da asa, além do fato de que a primeira delas está a 450 mm da raiz da asa, integrou-se a distribuição de cortantes ao longo da asa, considerando-se as regiões apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Regiões de carregamento consideradas para cada nervura

Nervura	y na nervura [mm]	y no início da região [mm]	y no fim da região [mm]
N ₁	466.2	233.1	1165.5
N ₂	1864.8	1165.5	2564.1
N ₃	3263.4	2564.1	3962.7
N ₄	4662.0	3962.7	5361.3

Assim, obtiveram-se as forças concentradas a serem aplicadas em cada nervura no modelo computacional: uma força na direção do eixo x , denominada F_x , uma força aplicada na direção do eixo z na longarina principal, F_{z1} , e outra aplicada na direção do eixo z na longarina secundária, chamada F_{z2} . A Tabela 2 apresenta os esforços calculados.

Tabela 2 - Forças concentradas aplicadas nas nervuras para os 3 casos de carga

Caso de Carga	Nervura	F_x [N]	F_{z1} [N]	F_{z2} [N]
1	N1	194.93	3076.14	841.51
	N2	171.51	3394.82	893.65
	N3	121.59	3031.67	751.25
	N4	144.47	4300.13	984.43
2	N1	102.66	-2010.89	-523.11
	N2	90.61	-2226.10	-547.78
	N3	65.02	-2000.95	-445.97
	N4	73.00	-2872.08	-546.13
3	N1	435.16	2150.85	711.21
	N2	669.97	3511.33	1100.65
	N3	492.22	3257.42	903.90
	N4	328.90	3206.11	791.52

Todavia, os esforços distribuídos além do caixão da asa geram momentos sobre este que devem ser considerados na simulação computacional, os quais serão aplicados de maneira distribuída pela nervura N_4 . Sabendo-se que a área dessa nervura, obtida no software MSC.Patran[®], é:

$$A_{N_4} = 261651.59 \text{ mm}^2$$

Têm-se os momentos por área m_x na direção do eixo $-x$ e m_z na direção do eixo z , como na Tabela 3 para cada caso de carga.

Tabela 3 - Momentos distribuídos na nervura N4

Momento distribuído	Caso de carga 1	Caso de carga 2	Caso de Carga 3
m_x [N/mm]	10.64	-6.86	7.37
m_z [N/mm]	0.264	0.127	0.578

Como os esforços verticais já foram divididos nas longarinas primária e secundária pode-se inferir que os efeitos do momento torçor do restante da asa já são contabilizados nesta divisão.

3. Modelagem Computacional

No intuito de obter as tensões atuantes na estrutura do caixão da asa, utilizou-se uma abordagem computacional através de uma análise linear elástica, utilizando os softwares de análise estruturais, via método dos elementos finitos, MSC.Patran e MSC.Nastran. Por meio das plantas presentes no Projeto [1] e do fator Δ , obtido anteriormente, foi possível o início do desenho da estrutura no *software* MSC.Patran.

3.1 Geometria

Inicialmente, definiram-se os pontos principais necessários à criação da estrutura (Figura 4) e, também, as curvas iniciais que delimitam o caixão de asa, bem como alguns planos (Figura 5) posicionados de forma estratégica para auxiliar a construção da geometria.

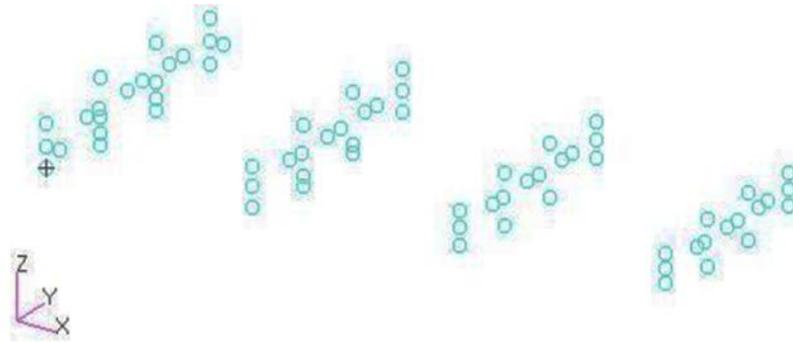


Figura 4 - Pontos principais do caixão de asa

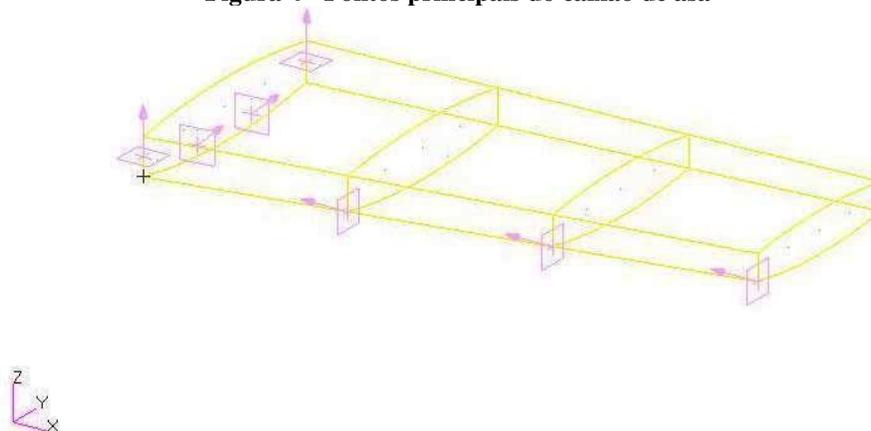


Figura 5 - Curvas principais do caixão de asa

Posteriormente, foi possível obter as superfícies básicas do modelo (Figura 6) e com auxílio dos planos gerados anteriormente, dividiram-se algumas partes do caixão no intuito de facilitar os processos posteriores para a modelagem e a geração da malha. Além disso, os furos nas nervuras foram realizados e, assim, pôde-se obter uma geometria final do caixão de asa (Figura 7).

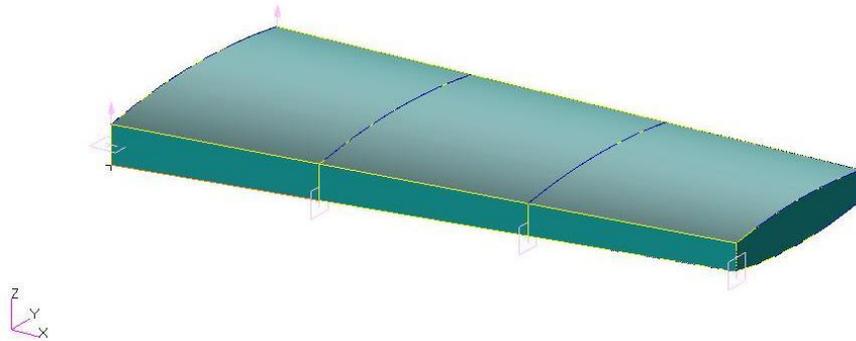


Figura 6 - Superfícies básicas do caixão de asa

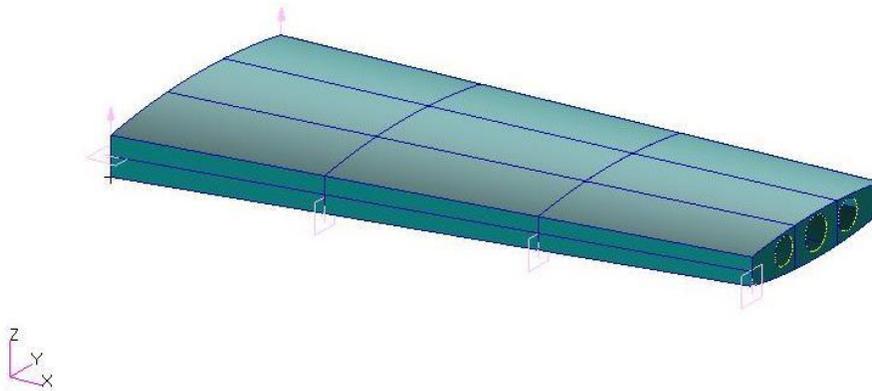


Figura 7 - Geometria final do caixão de asa

Ressalta-se que os elementos de flanges das longarinas e nervuras e os *stringers* foram idealizados como elementos unidimensionais. As demais estruturas do caixão da asa, como superfície.

3.2 Malha

Obtida a estrutura básica do desenho, superfícies e curvas, pôde-se gerar a malha do modelo em elementos finitos. Primeiramente, criou-se o *meshseed* dos elementos (Figura 8), atentando-se à quantidade de elementos em cada curva, a fim de obter uma malha refinada e bem

estruturada para facilitar a geração da malha em superfícies. Desta forma, a malha das curvas e superfícies foi gerada (Figura 9).

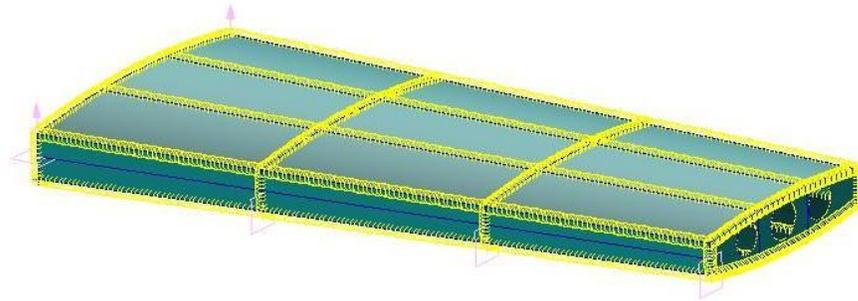


Figura 8 - Meshseed da malha do caixão de asa

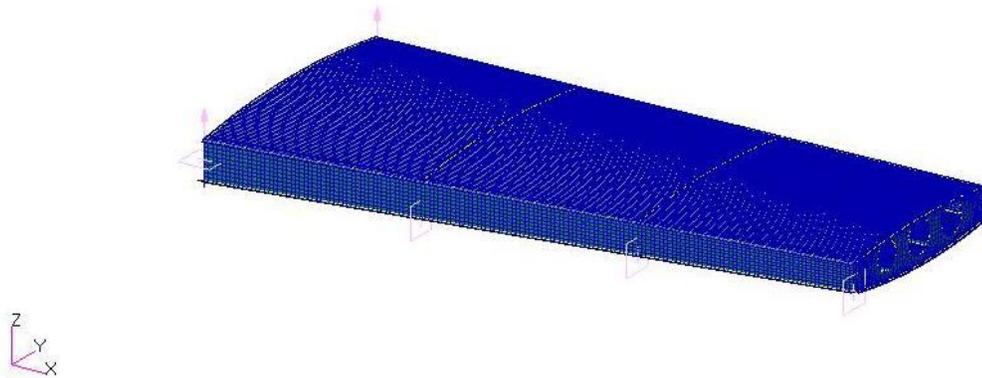


Figura 9 - Mesh das superfícies do caixão de asa

Observa-se, pelos nós de cor rosa após o *equivalence* (Figura 10), que a malha está bem estruturada e todas as uniões entre diferentes elementos foram unificadas pelos nós da malha final.

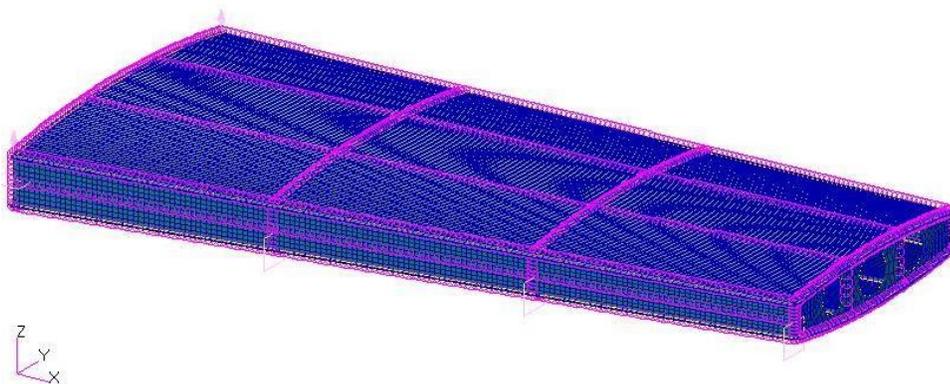


Figura 10 - Equivalence dos nós da malha gerada

A Tabela 5 foi extraída de Projeto SAA0205 [1], e apresenta as propriedades elásticas do compósito.

Tabela 5 - Propriedades elásticas do compósito

E_{11} [MPa]	$E_{22}=E_{33}$ [MPa]	$G_{12}=G_{13}$ [MPa]	G_{23} [MPa]	ν_{12} [-]
100000	10000	5400	3050	0.34

Definiram-se também as seções de vigas que seriam utilizadas na modelagem. Para tal, baseou-se no Projeto SAA0205 [1] e em posse do valor Δ , obtido na *Seção 2*, obtiveram-se as dimensões das seções das flanges das longarinas principal e secundária, das flanges das nervuras e do *stringer* dos painéis do extradorso. As flanges foram modeladas como seções retangulares, como pode ser visualizado na Figura 12, enquanto o *stringer* possui seção em forma *T* (Figura 13).

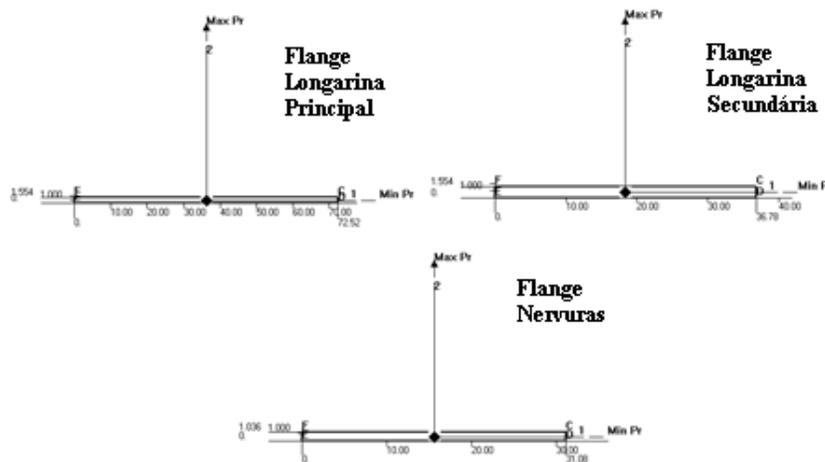


Figura 12 - Seção das flanges

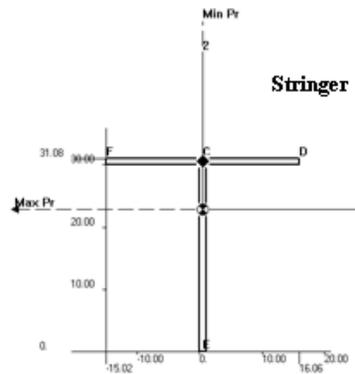


Figura 13 - Seção do Stringer

Em posse das seções de vigas e de propriedades dos materiais, pôde-se aplicar as propriedades unidimensionais e bidimensionais no modelo computacional. Em elementos de viga atentou-se, principalmente, aos parâmetros *bar orientation* e *offsets*, no intuito de obter uma modelagem mais fidedigna à estrutura real. Os elementos bidimensionais foram distribuídos pelas superfícies das almas das longarinas principal e secundária, almas das nervuras e revestimentos, atentando-se ao material designado para cada um dos elementos, além da espessura dos mesmos. A Tabela 6 mostra como ficou a divisão de materiais e espessuras seguindo as orientações e requisitos do Projeto SAA0205 [1].

Elementos	Materiais	Espessuras [mm]
Alma Longarina Principal		2.59
Alma Longarina Secundária	Al 7475-T6	2.072
<i>Stringers</i>		-
Flanges Longarinas		-
Alma das Nervuras		1.554
Revestimento Extradorso	Al 2024-T3	1.2432
Flanges Nervuras		-
Revestimento Intradorso	Compósito	0.8288

3.5 Resultados

Finalizado o modelo computacional pôde-se obter os resultados desejados. A Figura 14 mostra a estrutura deformada para o caso de carga 1, como exemplificação dos resultados.

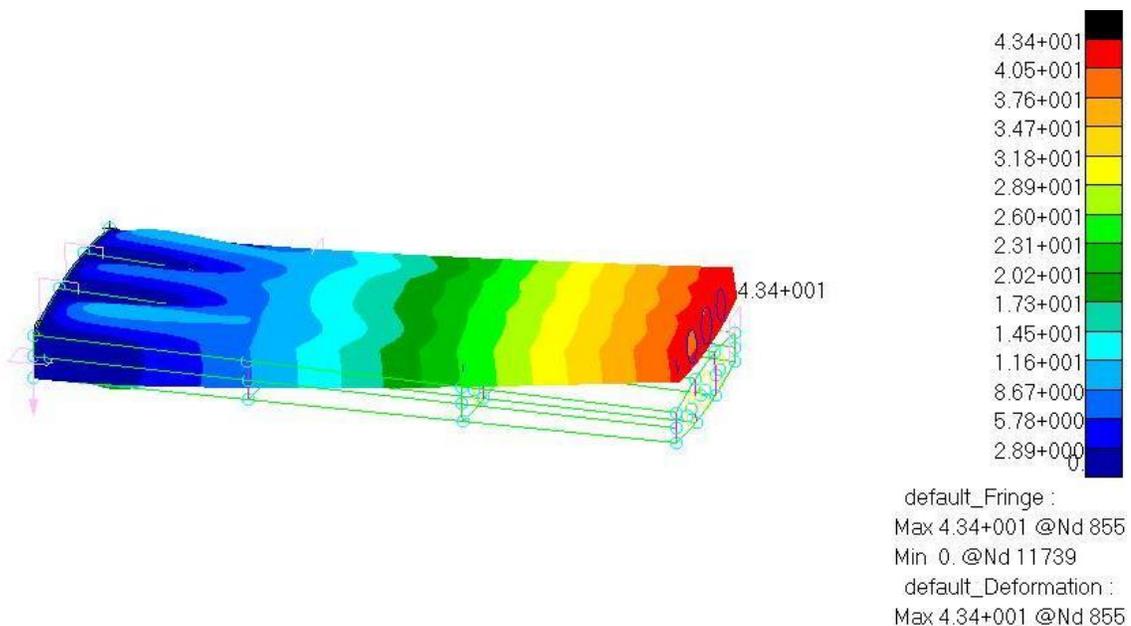


Figura 14 - Deformada do modelo computacional para o caso de carga 1

A Figura abaixo exemplifica a obtenção das tensões nas lâminas do compósito presente no revestimento do intradorso. O exemplo refere-se ao caso de carga 2 e a tensão plotada é a componente X da lâmina 8.

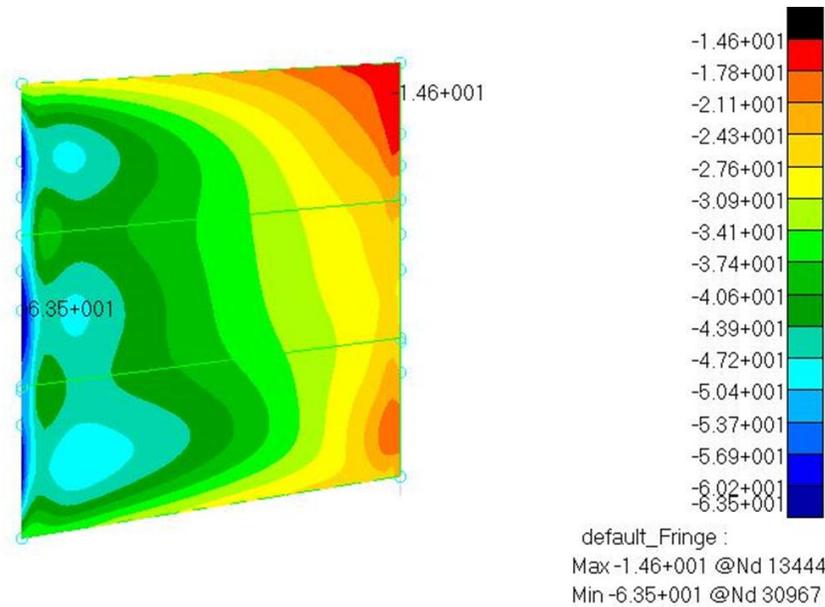


Figura 15 - Tensão principal X na lâmina externa do revestimento do compósito para o caso de carga 2

A Figura 16 exemplifica as tensões máxima principal obtidas na nervura 3 para o caso de carga 3.

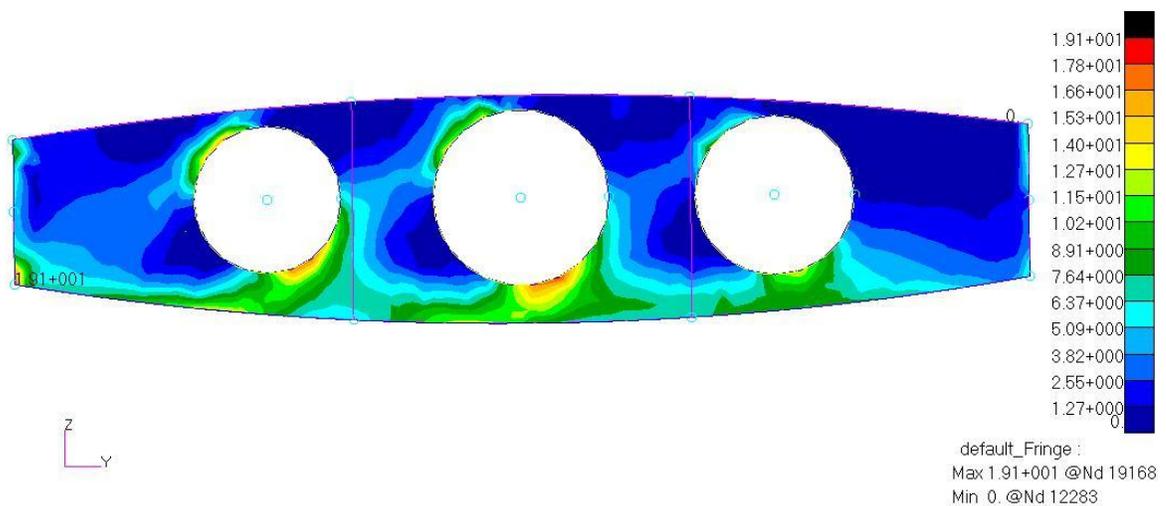


Figura 16 - Tensão máxima principal para a nervura 3 para o caso de carga 3

4. Cálculo de Kt e Kf

4.1 Cálculo de Kt

Por meio das tensões obtidas computacionalmente nas nervuras (Figura 16), foi possível obter o Kt computacional para cada caso de carga. A Figura 17 exemplifica a obtenção do Kt para o caso de carga 3. O valor aproximado encontrado foi $Kt = 2.90$.

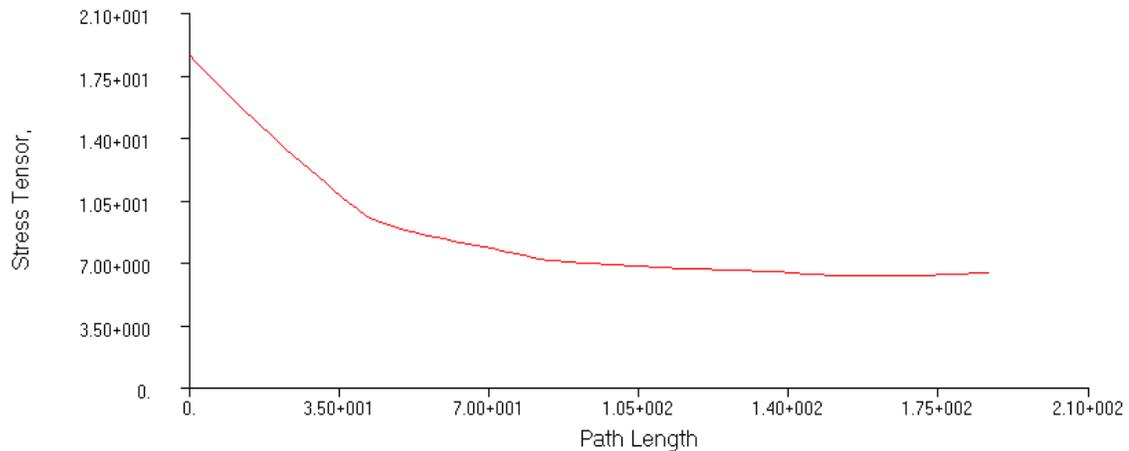


Figura 17 - Gráfico de máxima tensão principal para obtenção do Kt computacional

Ainda, a partir da Figura Figura 18 [3] é possível determinar o valor do fator de concentração de tensão para uma linha de furos infinita em uma chapa com largura finita, numa tentativa de encontrar um modelo teórico semelhante à geometria e ao caso de carga da nervura N3. Para isso primeiramente buscou-se determinar as dimensões equivalentes para essa chapa, ou seja, um valor para H e para a .

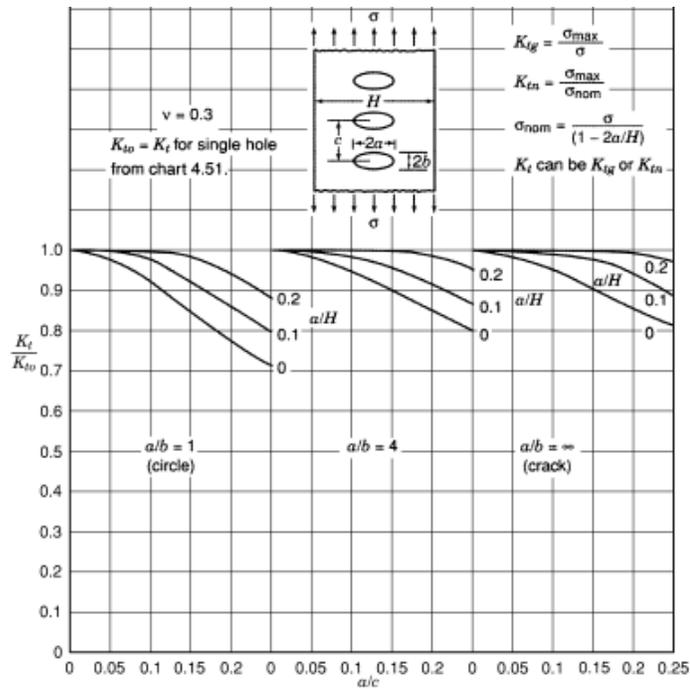


Figura 18 - Efeito do espaçamento no fator de concentração de tensão de uma linha de furos infinita em uma chapa com largura definida sob tensão paralela a linha de furos

Determinando um retângulo de mesma área e comprimento que a nervura N3 estimou-se $H = 258\text{mm}$ e distribuindo as áreas dos três furos de alívio da nervura em três outros furos de mesmo raio estimou-se $a = 121\text{mm}$. Assim, tem-se $a/H = 0.47$ e $a/c = 0.31$. A partir desses valores e de uma extrapolação dos dados foi possível obter $k_t/k_{t\infty} = 1$. Para determinar o valor de $k_{t\infty}$ recorreu-se a figura Figura 19. Sendo o furo circular, $a/b = 1$, e com o valor de a/H tem-se $kt = 25$ para essa geometria.

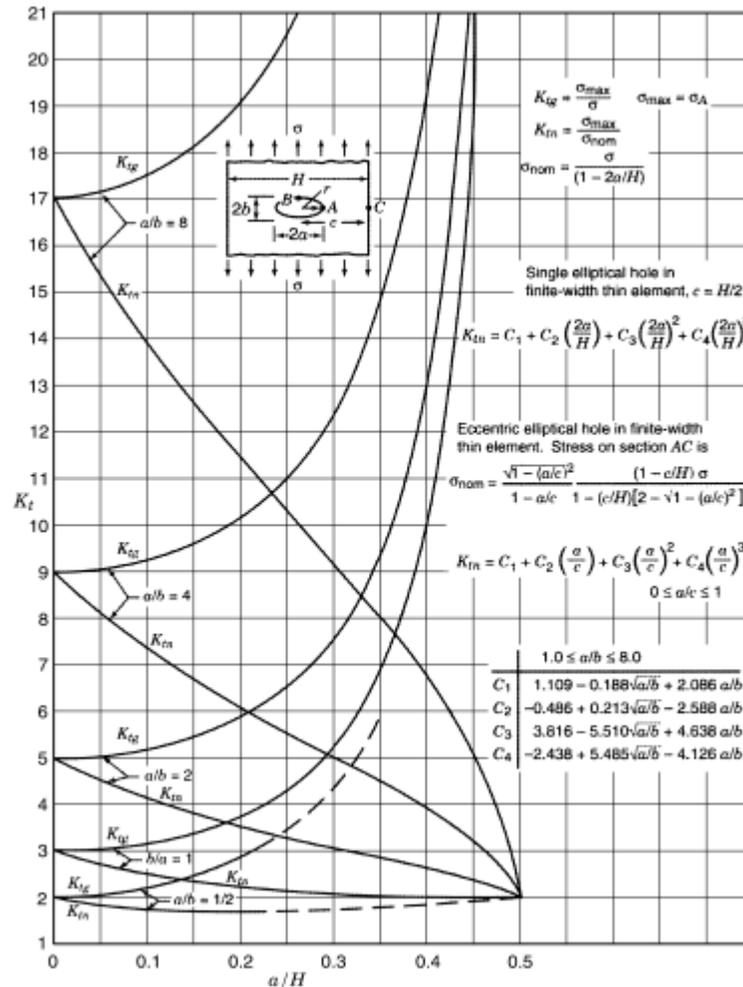


Figura 19 - Fator de concentração de tensão de um furo elíptico em uma chapa de comprimento infinito e largura finita sob tensão uniaxial

Vale observar que não se pode esperar que esse valor reflita com fidelidade o nível de concentração de tensão correspondente a nervura N3, uma vez que várias simplificações tiverem que ser adotadas para se chegar a esse valor. Ainda, esse valor é totalmente dependente da geometria do problema e do caso de carga, e não foi possível encontrar nas literaturas uma geometria que apresentasse alguma semelhança com a da nervura N3 sob o mesmo caso de carga, razão essa que motivou a realização dessas simplificações.

4.2 Cálculo de K_f

Para o cálculo do fator de severidade do entalhe (K_f), utilizou-se da referência Dowling [4], que pode ser obtido da seguinte forma:

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}}$$

$$Kf = 1 + \frac{Kt - 1}{1 + \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}}$$

onde, ρ é raio do entalhe e β é dado pela aproximação empírica a seguir:

$$\log \beta = -9.402x10^{-9}\sigma_u^3 + 1.422x10^{-5}\sigma_u^2 - 8.249x10^{-3}\sigma_u + 1.4151$$

Assim, determinou-se os valores de Kf obtido com os dados computacionais e teóricos, apresentados na tabela a seguir, juntamente com os respectivos valores de Kt .

Computacional		Teórico	
Kt	Kf	Kt	Kf
2.90	2.78	25.00	23.45

5. Determinação do *Scatter Factor*

Por meio da AC 23-13A [5], calcula-se o *Scatter Factor* como:

$$SF = 10^{Z_p \sigma \sqrt{\frac{n_s+1}{n_s}}}$$

Sendo $Z_p = 3.511$ a variância da distribuição normal para uma vida segura livre de trincas detectáveis com probabilidade de 99.9777%, $\sigma = 14\%$ é o desvio padrão do logaritmo em base decimal da vida da população de testes de fadiga para estruturas de alumínio e $n_s = 4$ é o número de espécimes testados. Com esses valores assumidos, obtém-se $SF = 3.545$.

6. Diagrama de excedências

Os espectros de cargas desse projeto são os apresentados na AC23-13A [5], figura A1-1 para as rajadas e figura A1-4 para as manobras. Para obter um diagrama equivalente, escolhe-se ponderar com 60% o diagrama de manobra e 40% o de rajadas.

No entanto, na AC23-13A [5], os diagramas não são dados com o fator de cargas senão com o incremento de fator de carga normalizado $\frac{a_n}{a_{nLLF}}$.

Para as manobras, segundo a FAR 23 [6], $a_{nLLF \text{ manobra}} = 3.8 - 1 = 2.8$.

Para as rajadas, a AC23-13A [5] dá:

$$a_{nLLF} = \frac{U K V m}{498 \frac{W}{S}}$$

Onde

$\frac{W}{S} = 53.51 \text{ lb/ft}^2$; carga alar para o peso máximo

$$K = 1.33 - \frac{2.67}{\left(\frac{W}{S}\right)^{\frac{3}{4}}}$$

$U = 30 \text{ ft/s}$; velocidade nominal de rajada

$V = 314.71 \text{ knots}$; velocidade de cruzeiro de projeto

$m = 4.38/\text{rad}$; inclinação da curva $C_L\alpha$

Obtém-se $a_{nLLF \text{ rajada}} = 1.86$.

Ressalta-se que a inclinação da curva $C_L\alpha$ foi obtida através da geometria da asa [1], e cálculo da inclinação m ($C_{L\alpha}^{3D}$) dado pela teoria da *Linha de Sustentação de Prandtl*:

$$C_{L\alpha}^{3D} = \frac{C_{L\alpha}^{2D}}{1 + \frac{C_{L\alpha}^{2D}}{\pi AR e}}$$

Utilizando $C_{L\alpha}^{2D} = 2\pi$, $AR = 5.38$ e e obtida pela aproximação empírica $e = \frac{1}{1.05 + 0.007\pi AR}$ [7], obtém-se o valor utilizado, $m = 4.38$.

Assim, para obter o fator de carga positivo equivalente n,

$$n = 1 + \frac{a_n}{a_{nLLF}} \cdot a_{nLLF}$$

E fator de carga negativo equivalente n, de forma mais conservadora:

$$n = \frac{a_n}{a_{nLLF}} \cdot a_{nLLF}$$

Como os fatores de cargas obtidos são diferentes para os casos de manobra e os casos de rajada, realiza-se uma regressão linear de cada caso que se pondera do coeficiente escolhido (0.6 para manobra e 0.4 para rajada) para obter o diagrama equivalente final. Seguem os resultados.

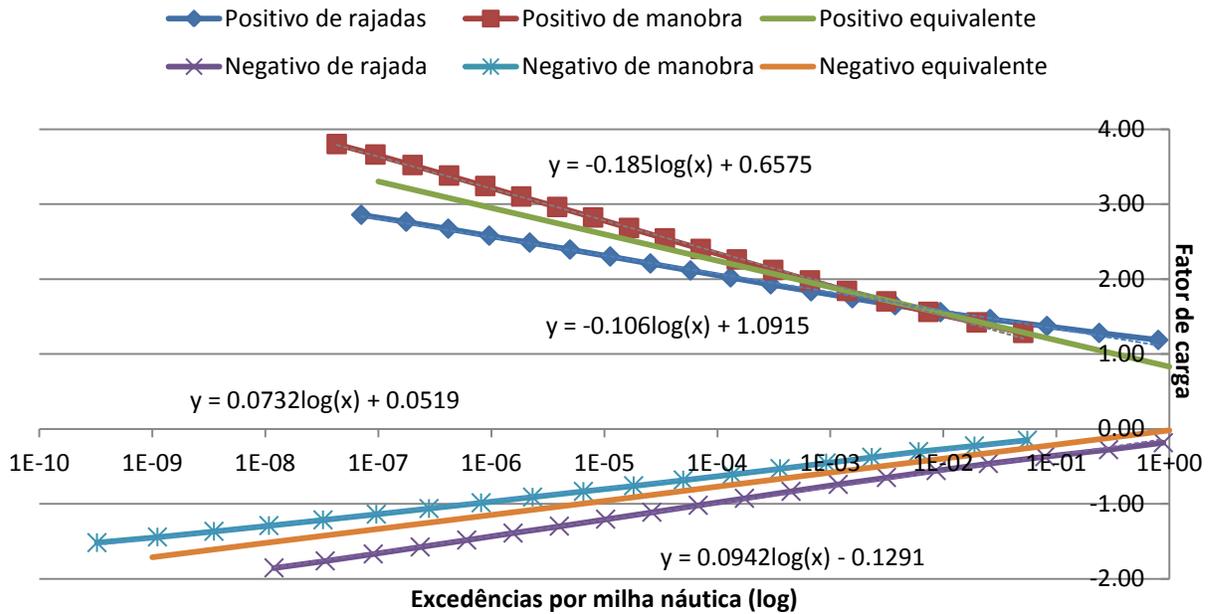


Figura 20 - Obtenção do diagrama de fator de carga por excedências

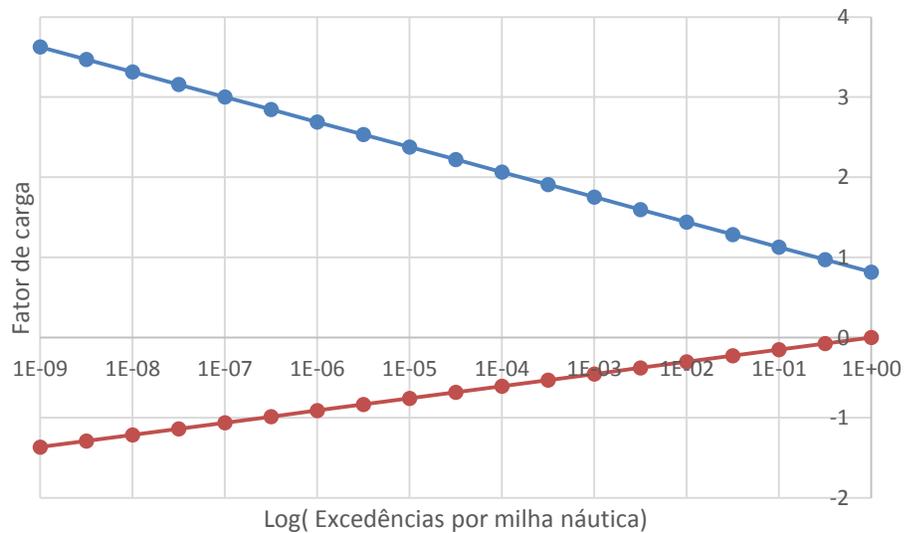


Figura 21 – Espectro final de fator de carga por excedências

7. Funções Transferência

Conforme os resultados obtidos pelo modelo computacional, são conhecidas as tensões máximas principais nos casos de carga 1 e 3 e as tensões mínimas principais no caso de carga 2 nas nervuras N2 e N3. Como será realizada a análise de vida *safe life* para a nervura N2 e a análise de vida segundo o critério *damage tolerance* para a nervura N3, foram tomadas as tensões locais para um ponto crítico na nervura N2, na borda do furo central e as tensões globais para a nervura N3. Notou-se que um mesmo ponto A era crítico nas três condições de carregamento na nervura N2 e um mesmo ponto B era crítico nesses casos na nervura N3. Assim, têm-se as tensões para esses pontos como na Tabela 7.

Tabela 7 - Tensões nos pontos para funções transferência

Caso de carga	Fator de carga	Tensão no ponto A (σ_A [MPa])	Tensão no ponto B (σ_B [MPa])
0	0.0	0.0	0.0
1	2.516	26.947	6.531
2	-2.012	-17.388	-4.389
3	1.958	27.579	6.424

De maneira gráfica, tem-se as tensões nos pontos das nervuras N2 e N3 dadas pelas Figuras Figura 22 e Figura 23.

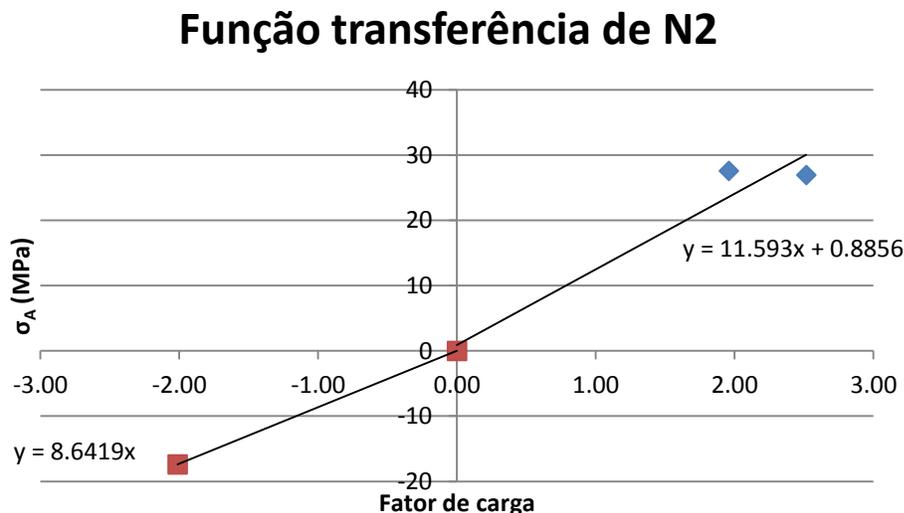


Figura 22 - Função transferência para o ponto A da nervura N2.

Função transferência de N3

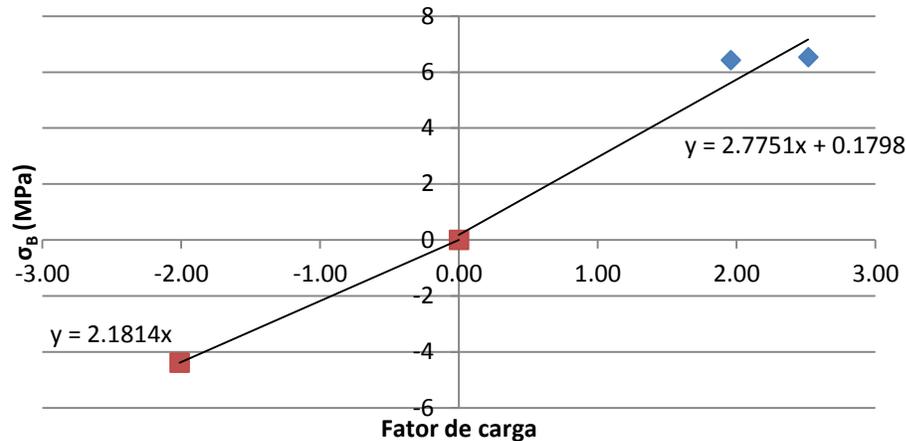


Figura 23 - Função transferência para o ponto B da nervura N3.

Assim, podem ser escritas as funções transferências para os ramos positivos e negativos para os pontos A e B:

$$FT_A^+ = 11.593 n$$

$$FT_A^- = 8.6419 n$$

$$FT_B^+ = 2.7751 n$$

$$FT_B^- = 2.1814 n$$

8. Tensão por Excedências

Tomando o diagrama de fator de cargas por excedências e as funções transferência para os pontos A e B, críticos para as nervuras N2 e N3, respectivamente, multiplicam-se as funções transferência para os ramos positivos de cada ponto pelo ramo positivo do diagrama de fator de cargas por excedências e procede-se de forma análoga com o ramo negativo e as funções transferência para os ramos negativos. Dessa maneira, têm-se os diagramas de tensão por excedências para os pontos A e B dados pelas Figuras Figura 24 e Figura 25, respectivamente.

Ponto A (Nervura 2)

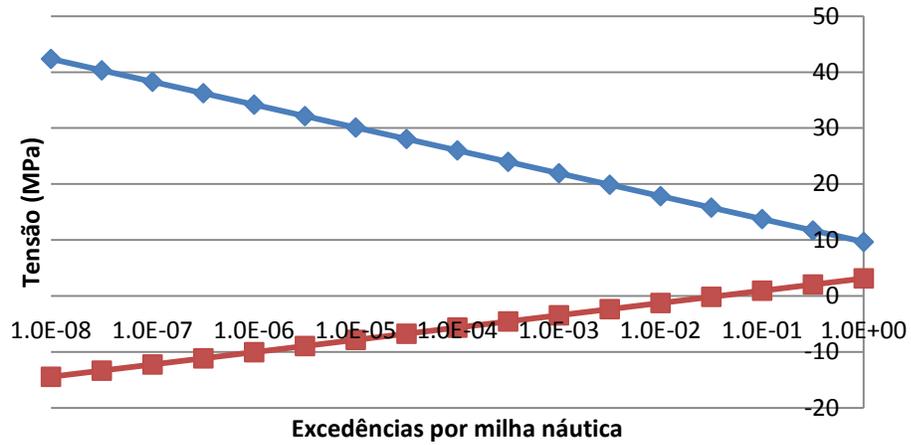


Figura 24 - Tensão por excedências para o ponto A da nervura N2.

Ponto B (Nervura 3)

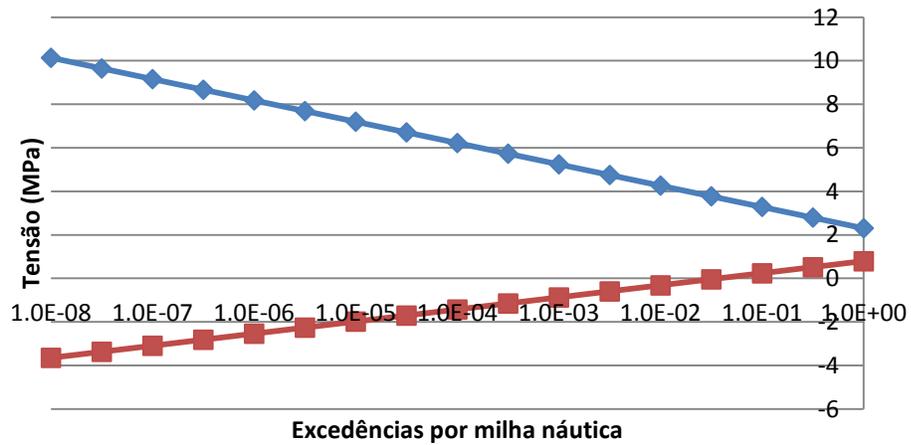


Figura 25 - Tensão por excedências para o ponto B da nervura N3

9. Margens de segurança da região do intradorso em material compósito

Como fornecido no Projeto [1] os limites de resistência do compósito são dados na Tabela 8:

Tabela 8 - Limites de resistência do compósito

Tração na direção da fibra, X_T	1400 MPa
Compressão na direção da fibra, X_C	-930 MPa
Tração na direção perpendicular a fibra, Y_T	47 MPa
Compressão na direção da fibra, Y_C	-130 MPa
Cisalhamento, S_{12}	53 MPa

Para cada um dos três casos de carga descritos na *Seção 2*, calculam-se as margens de segurança para cada nó da malha da região do painel central do intradorso da asa segundo quatro critérios:

1. Critério de máxima tensão:

- Em tração

$$MS = \frac{X_T}{\sigma_{1T}} - 1$$

$$MS = \frac{Y_T}{\sigma_{2T}} - 1$$

- Em compressão

$$MS = \frac{X_C}{\sigma_{1C}} - 1$$

$$MS = \frac{Y_C}{\sigma_{2C}} - 1$$

- Cisalhamento

$$MS = \frac{S_{12}}{\tau_{12}} - 1$$

2. Critério de Tsai-Wu

$$F_1 = \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C}$$

$$F_{11} = \frac{1}{X_C X_T}$$

$$F_2 = \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}$$

$$F_{22} = \frac{1}{Y_C Y_T}$$

$$F_{66} = \frac{1}{S_{12}^2}$$

$$\alpha = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2$$

$$\beta = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2$$

$$SF_{1,2} = \left| -\frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\alpha}}{2\alpha} \right|$$

$$MS = \min(SF_{1,2}) - 1$$

3. Critério de Tsai-Hill

$$MS = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau^2}{S_{12}^2}}} - 1$$

Onde X e Y são os valores de compressão ou de tração segundo o estado de tensão do elemento.

4. Critério de Hashin

Cada valor aqui tem que ter a raiz inferior ou igual a 1.

- Fibra a tração

$$e_f^2 = \left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2$$

- Fibra a compressão

$$e_c^2 = \left(\frac{\sigma_1}{X_C}\right)^2$$

- Matriz a compressão

$$e_m^2 = \left(\frac{\sigma_2}{2S_{12}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_{12}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2$$

- Matriz a tração

$$e_m^2 = \left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2$$

- Cisalhamento

$$e_s^2 = \frac{|\tau_{12}|}{S_{12}}$$

$$MS = \frac{1}{e} - 1$$

Segundo um código desenvolvido no Matlab, não existe nenhum ponto de falha sob o ponto de vista estático, ou seja, todas as margens de segurança são positivas. Contudo, como pode ser visto na Tabela 9, que mostra os casos críticos para cada critério de falha, o compósito não pode ser certificado quanto a filosofia *Infinite-Life* por *Tsai-Wu* e *Hashin* em cisalhamento, já que as margens de segurança são menores que dois.

Tabela 9 – Resultados críticos finais da análise do painel em compósito

Critério	Valor	Caso de Carga	Estado de Tensão
Máxima Tensão X	8.86	1	Tração
Máxima Tensão Y	3.07	1	Tração
Máximo Cisalhamento	4.92	1	Tração
Tsai-Wu	1.75	1	Tração
Tsai-Hill	3.03	1	Tração
Hashin - Fibra	4.79	1	Tração
Hashin - Matriz	3.06	1	Tração
Hashin - Cisalhamento	1.43	1	Tração

10.Cálculo de Vida por Fadiga

10.1 Metodologia Safe-Life

Dentre os critérios de projeto por fadiga conhecidos, a metodologia *Safe Life* é aquela em que, durante a vida operacional do componente projetado segundo essa filosofia, não irá ocorrer nenhum dano à estrutura. Ou seja, considera-se que a falha por fadiga ocorre quando há a nucleação de uma trinca. Apesar de a estrutura em questão ficar com maior massa em relação a outras filosofias de projeto, em geral, ainda existem componentes que são projetados desta maneira, seja por se localizarem em áreas de difícil inspeção, ou por serem componentes estruturais primários. A Figura 26 ilustra esse tipo de critério baseado na curva S-N, relacionando o número de ciclos (vida) com a tensão atuante correspondente.

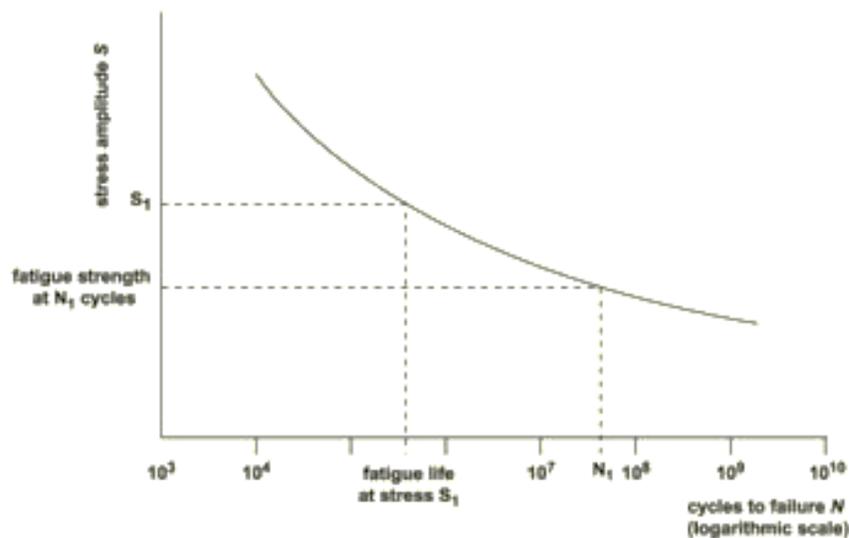


Figura 26 - Curva S-N Típica

Em se tratando desse projeto, foi realizado o cálculo da vida segundo tal filosofia para a nervura (N2), feita de Al2024-T3. Para isso, obtém-se o correspondente espectro de tensão por excedência, a partir do qual discretizam-se as excedências em blocos, de modo a se obter o número de ocorrências, $\sigma_{máx}$ e $\sigma_{mín}$. A figura exemplifica a aproximação feita, comparando o gráfico de tensão por excedências obtido com o modelo adotado (ilustrativo).

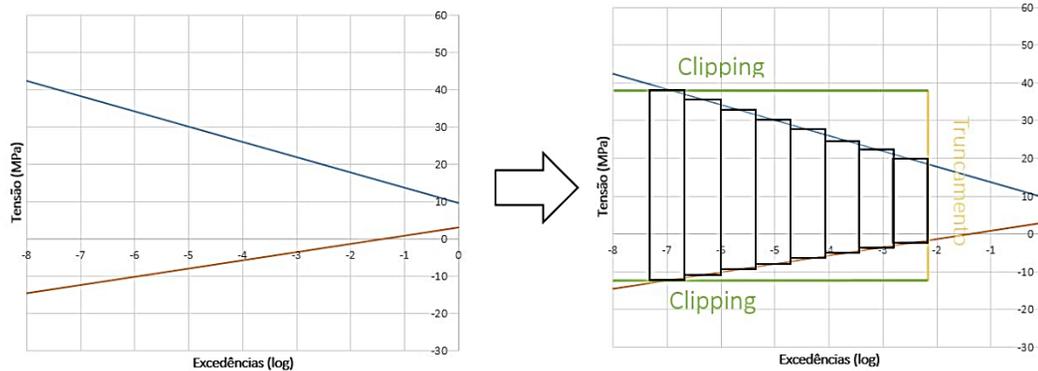


Figura 27 - Modelo ilustrativo de divisão em blocos do diagrama de tensão por excedências

Fez-se também *clipping*, de modo a retirar ciclos de altas tensões e baixa ocorrência; e truncamento, para retirar ciclos cujas tensões causam danos irrelevantes. Nesse caso, os pontos em que foram feitos os processos são, no eixo das abcissas, $10^{-7.5}$ e 10^{-1} . Assim, pode-se ver que cada bloco possui um número de ciclos bem definido com suas respectivas tensões máxima e mínima. Foram feitas 200 divisões igualmente espaçadas no eixo de excedências, gerando essa mesma quantidade de blocos de ocorrência para posterior análise. Em posse desses dados, obtêm-se, para cada um desses ciclos, a amplitude de tensão σ_a , a tensão média σ_m , e a razão entre as tensões mínima e máxima R.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2}$$

$$R = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}}$$

Portanto, para cada bloco, é possível calcular, conforme [2], o S_{eq} e a vida do material, definidos abaixo, tendo os ciclos caracterizados por tensões máximas e mínimas: essa vida corresponde ao número de ciclos que a peça suporta quando submetida somente às tensões daquele bloco.

É importante ressaltar que as entradas para o cálculo de S_{eq} e vida do material estão na unidade inglesa e dependem do K_t da peça. Como as tensões utilizadas na construção de espectro

de tensão por excedência são locais, considerou-se o gráfico para componentes sem furo (*unnotched*) (Figura 28).

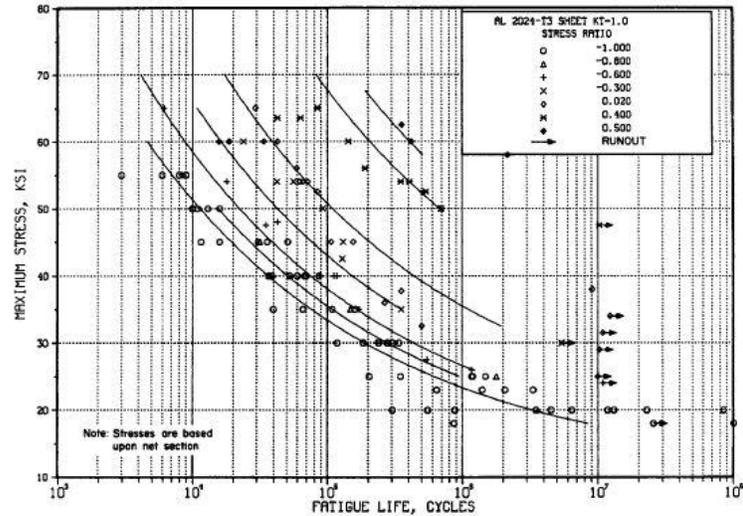


Figura 28 - Gráfico de ciclos por tensão

Então, as correspondentes fórmulas para o cálculo de S_{eq} e vida são:

$$S_{eq} = S_{m\acute{a}x}(1 - R)^{0.56}$$

$$\log(N_f) = 11.1 - 3.97 \log(S_{eq} - 15.8)$$

Tendo a vida limite de cada bloco e seu número de ocorrências, a integração dos diferentes blocos para o cômputo da final do componente submetido ao espectro é feita através da Regra de Palmgren-Miner: inicialmente, calcula-se o dano total à estrutura (D) com a somatória da razão entre o número de ocorrências (N) e o número limite de vida (N_f) para cada bloco; a vida pela filosofia de *Safe Life* é dada então pelo inverso do dano dividido pelo *Scatter Factor* (SF), sendo o número de blocos n .

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N_{fi}}$$

$$vida = \frac{D^{-1}}{SF}$$

Para os espectros considerados na nervura N2, não foi possível calcular sua vida exata. A aproximação em escala logarítmica feita para calcular o número de vidas limite é feita empiricamente pelo MIL-Handbook [2]. Entretanto, devido as baixas tensões locais obtidas, como mostrado na Tabela 10, todos os S_{eq} calculados (unidade inglesa) ficaram abaixo do valor de 15.8 ksi que é o limite de resistência a fadiga, fazendo com que o logaritmando da respectiva equação fosse negativo, o que impossibilita o cálculo da vida exata segundo tal modelo.

Tabela 10 - Tensões obtidas em *Safe-Life*

Seq (unnotched) [Mpa]	Seq (unnotched) [ksi]
60.22	8.73
59.96	8.70
59.70	8.66
59.44	8.62
59.18	8.58
58.92	8.55
58.66	8.51
58.40	8.47
58.13	8.43
57.87	8.39
57.61	8.36
57.35	8.32
57.09	8.28
56.83	8.24
56.57	8.20
56.31	8.17
56.05	8.13
55.79	8.09
55.53	8.05
55.27	8.02
55.01	7.98
54.75	7.94
54.49	7.90
54.23	7.86
53.96	7.83
53.70	7.79
53.44	7.75
53.18	7.71
52.92	7.68

Supondo $S_{eq} = 15.9 \text{ ksi}$ para possibilitar o cálculo da vida, o que vai a favor da segurança, obtém-se é da ordem de $10^{12} FH$. Interpreta-se, portanto, que as tensões atuantes sobre a nervura fornecem uma vida infinita a esse componente. É importante ressaltar que mesmo sem a realização de *clipping* e truncamento, ainda assim esse componente teria vida infinita. Isso vai ao encontro do baixo valor das tensões atuantes sobre a nervura em questão.

10.2 Metodologia Damage-Tolerance

Outro critério de fadiga, baseado na mecânica da fratura, amplamente utilizado na área aeronáutica, é o *damage tolerance*, em que a estrutura deve suportar um defeito de modo seguro até sua manutenção. Assume-se uma falha inicial na estrutura, e através do modo de propagação já conhecido de um material, calculam-se os intervalos de inspeção para que não se atinja a trinca crítica durante a operação da aeronave, isto é, o reparo é feito muito antes da trinca crítica.

Nesse projeto, essa análise foi feita para a nervura N3, também de Al2024-T3, a partir do respectivo espectro de tensão por excedência. Assim como na filosofia *Safe Life* utilizou-se o mesmo modelo da discretização de blocos e realizou-se *clipping* e truncamento nos mesmos ponto. Portanto, obtêm-se as tensões $\sigma_{m\acute{a}x}$ e $\sigma_{m\acute{i}n}$, para cada bloco de ocorrências. Então pode-se calcular, para cada bloco, a razão entre as tensões mínima e máxima R, e o $\overline{\Delta S}$.

$$R = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}}$$

$$\overline{\Delta S} = S_{m\acute{a}x}(1 - R)^{\nu}$$

Posteriormente, para o cálculo da contribuição de cada bloco de ocorrências na vida final do componente, é calculado o ΔS_e , que é uma variação de tensão equivalente. O número de blocos de ocorrências é n .

$$\Delta S_e = \left(\frac{N_1(\overline{\Delta S}_1)^m + N_2(\overline{\Delta S}_2)^m + N_3(\overline{\Delta S}_3)^m + \dots + N_n(\overline{\Delta S}_n)^m}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_n} \right)^{1/m}$$

Então, finalmente para o cálculo da vida do componente, foi utilizado o modelo de Paris para $\frac{dA}{dN} \times \Delta K$ (Figura 29).

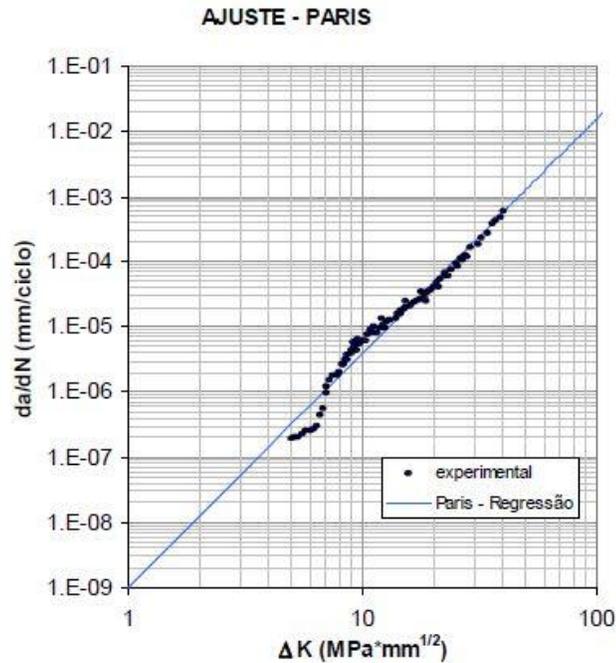


Figura 29 – Regressão de Paris

A partir desse modelo, obtêm-se a equação de Paris e seus parâmetros, bem como a fórmula final da vida, obtida por integração.

$$\frac{dA}{dN} = C_p (\Delta K)^{m_p}$$

$$N_{if} = \frac{a_f^{1-m_p/2} - a_i^{1-m_p/2}}{C_p (\beta \Delta S_e \sqrt{\pi})^{m_p} (1 - \frac{m_p}{2})}$$

O parâmetro C_p , determinado pela aproximação de Paris da curva $\frac{dA}{dN} \propto \Delta K$, é calculado da literatura a partir de C_1 (parâmetro de Walker para a mesma aproximação), retirado de Dowling [4]. O parâmetro m_p também é calculado a partir de m_1 (Walker).

$$C_p = \frac{C_1}{(1 - R)^{m_1(1-\gamma)}}$$

$$m_p = m_1$$

Material	Walker Equation ¹				Forman Equation ¹		
	C_1	m_1	γ ($R \geq 0$)	γ ($R < 0$)	C_2	m_2	K_c
AISI 4340 steel ² ($\sigma_u = 1296$ MPa)	5.11×10^{-10} (2.73×10^{-11})	3.24	0.42	0	—	—	—
7075-T6 Al	2.71×10^{-8} (1.51×10^{-9})	3.70	0.64	0	5.29×10^{-6} (2.56×10^{-7})	3.21	78.7^3 (71.6)
2024-T3 Al	1.42×10^{-8} (7.85×10^{-10})	3.59	0.68	—	2.31×10^{-6} (1.14×10^{-7})	3.38	110^3 (100)

Figura 30 - Parâmetros de Walker

O parâmetro a_i , trinca inicial detectável, é dependente do tipo de inspeção utilizado. Nesse caso, foi escolhida inspeção Visual Detalhada, com $a_i = 25.4mm$. O parâmetro a_f , trinca final ou crítica para o componente, é obtido através de iterações para cálculo de trinca segundo Dowling [4].

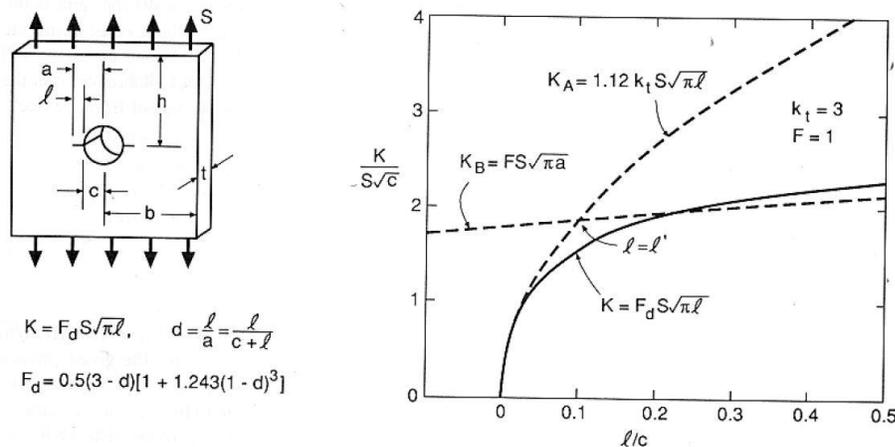


Figura 31 - Cálculo de trinca por Dowling

Têm-se os parâmetros $c = 0.1326m$, raio do furo analisado; $S = S_{m\acute{a}x} = 12.09MPa$, tensão máxima atuante sobre o furo; $K = K_{IC} = 34.06MPa\sqrt{m}$, tenacidade à fratura do material, segundo MIL-Handbook [2]. O método para determinação de a_f é feito da seguinte maneira: estipula-se um l inicial e calcula-se a , como abaixo. Posteriormente, calcula-se d , e o correspondente F_d . Com esses valores, calcula-se o próximo l . São dadas a seguir a sequência de

fórmulas utilizadas e a planilha utilizada para isso. O número da iteração é j . Seguiu-se iterando até que o erro computado fosse praticamente nulo, como pode ser visto na Figura 32.

1) Inicialmente, estipula-se qualquer $l_j = 0.001 \text{ m}$

2) Cálculo de a_j

$$a_j = l_j + c$$

3) Cálculo de d_j

$$d_j = \frac{l_j}{a_j}$$

4) Cálculo de F_{d_j}

$$F_{d_j} = 0.5(3 - d_j) \left[1 + 1.243(1 - d_j)^3 \right]$$

5) Cálculo de l_{j+1}

$$l_{j+1} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K}{F_{d_j} S} \right)^2$$

Iterações	l	a	d	Fd	l	Erro
1	0.001	0.134	0.007	3.315	0.230	-
2	0.230	0.362	0.634	1.255	1.603	5.975
3	1.603	1.735	0.924	1.039	2.339	0.460
4	2.339	2.472	0.946	1.027	2.393	0.023
5	2.393	2.526	0.948	1.026	2.396	0.001
6	2.396	2.529	0.948	1.026	2.396	0.000

Figura 32 - Iterações para determinação da trinca crítica

6) Cálculo do erro

$$E = \frac{\text{abs}(l_{j+1} - l_j)}{l_j}$$

Pode-se concluir que o tamanho crítico de trinca foi de $a_f = 2.39\text{m}$. O parâmetro β utilizado foi o valor de F_d para o qual l_j já convergiu. Assim, entende-se que o valor N_{if} obtido é

o número de ciclos para a trinca se propagar de seu valor inicial a_i , determinado pelo tipo de inspeção, até a_f .

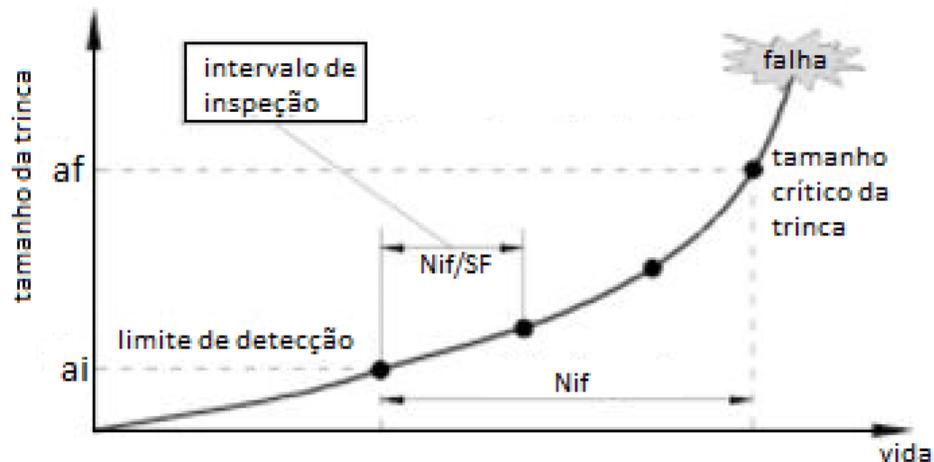


Figura 33 - Exemplificação da vida em função do tamanho de trinca

Entretanto, a trinca crítica é muito maior que a distância entre o furo e a borda da nervura de 58.74 mm. Assim, para a_f , considerou-se essa distância entre a borda do furo e a borda da nervura multiplicada por um fator de segurança de 80%, ou seja, $a_f = 47 \text{ mm}$.

Portanto, $N_{if} = 1.08 \times 10^7 FH$, e o intervalo de inspeção deve ser feito em $3.046 \times 10^6 FH$, considerando-se o mesma *Scatter Factor* para *Safe Life*. A vida final convergiu a um resultado bastante alto, o que reflete o baixo valor das tensões atuantes sobre a nervura em questão. A tabela abaixo resume o tempo das inspeções que deverão ser feitas.

Tabela 11 - Tempo de inspeções em FH

Check	Ciclos
Primeira Inspeção	$N_i + 3.0456E6$
Segunda Inspeção	$N_i + 6.093E6$
Terceira Inspeção	$N_i + 9.1397E6$

11. Conclusão

A partir dos diagramas de esforços atuantes na estrutura em questão e da modelagem em elementos finitos realizada foi possível estimar os níveis de tensão atuantes em cada componente dessa estrutura. Pôde-se assim, analisar a vida em fadiga de três desses componentes: um painel em material compósito, não-certificável quanto à filosofia *Infinite Life*, por apresentar margens de segurança menores que dois; e duas nervuras metálicas, sendo que uma delas apresenta vida infinita segundo a filosofia *Safe Life* e a outra também apresenta uma vida demasiadamente grande segundo a filosofia *Damage Tolerance*.

12. Bibliografia

- [1] V. Tita e M. Leite, “SAA 0205 - Projeto de Elementos Estruturais de Aeronaves 2015”.
- [2] MIL-Handbook, Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures.
- [3] D. P. Walter, Peterson's Stress Concentration Factors.
- [4] D. Norman E., Mechanical Behavior of Materials.
- [5] A. 23-13A, “Fatigue, Fail-Safe, ad Damage Tolerance Evaluation of Metallic Structure for Normal, Utility, Acrobatic, and Commuter Category Airplanes,” US Federal Aviation Administration, 2005.
- [6] FAA, “FAR Part 23”.
- [7] M. Nita e D. Scholz, “Estimating the Oswald Factor from Basic Aircraft Geometrical Parameters”.