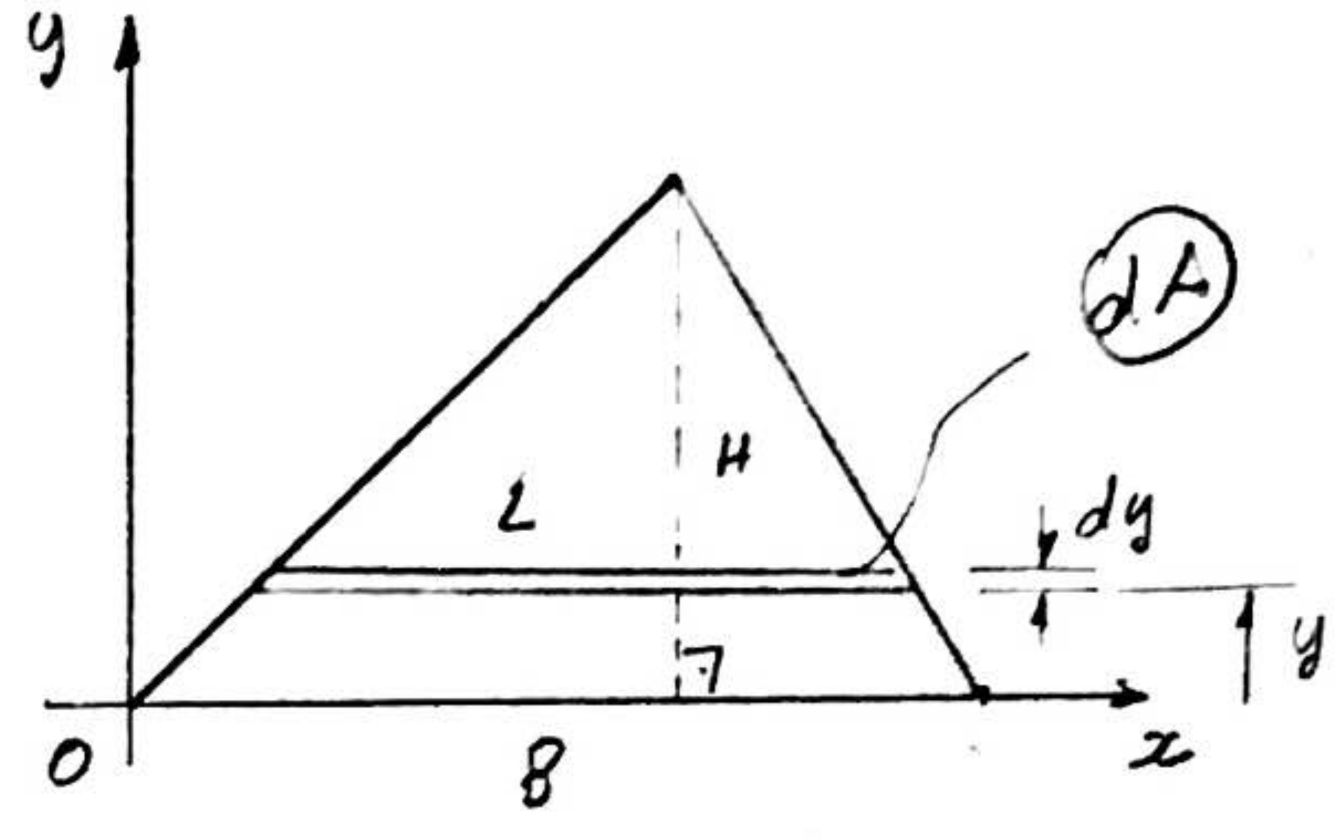
9.3. CÁLCULO DO BARICENTRO DE ALGUMAS FIGURAS GEOMÉTRICAS (FIG. HOMOGÊNEAS)

1- BARICENTRO DE UM TRIÂNGULO : BASE B , ALTURA H



$$y_G = \frac{\int_A y \cdot dA}{A}$$, POIS TEMOS UMA FIGURA PLANA.

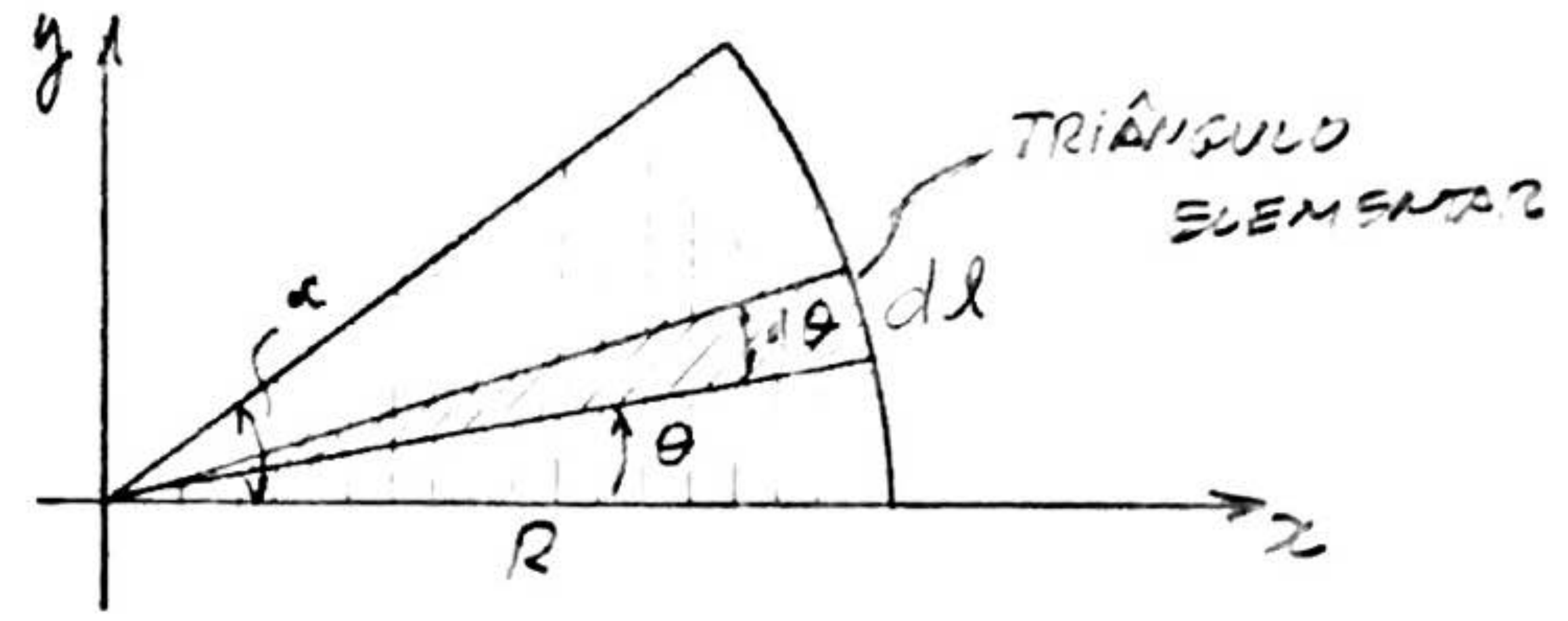
POR OUTRO LADO, A ÁREA ELEMENTAR $dA = L\,dy$, POR SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO :

$$\frac{H}{B} = \frac{H-y}{L} \implies L = \frac{B}{H}(H-y)$$

E $$y_G = \frac{1}{\frac{1}{2}BH}\int_0^H y\,\frac{B}{H}(H-y)\,dy = \frac{H}{3}$$

COMO O LADO DA FOI ESCOLHIDO ARBITRARIAMENTE, O BARICENTRO DE UM TRIÂNGULO, ESTÁ A $\frac{1}{3}$ DA ALTURA RELATIVA A CADA LADO, COINCIDINDO PORTANTO COM O PONTO DE ENCONTRO DAS MEDIANAS.

2. BARICENTRO DE UM SETOR CIRCULAR.



$$x_G = \frac{\int_A x \, dA}{A}$$, EM COORDENADAS POLARES

$$dA = \frac{R^2}{2} d\theta \quad , \quad x = \frac{2}{3} R \cos\theta$$

$$x_G = \frac{2}{R^2\alpha} \int_0^{\alpha} \frac{R^2}{2}\frac{2R}{3} \cos\theta \, d\theta = \frac{2R}{3\alpha} \operatorname{sen}\alpha$$

POR OUTRO LADO,

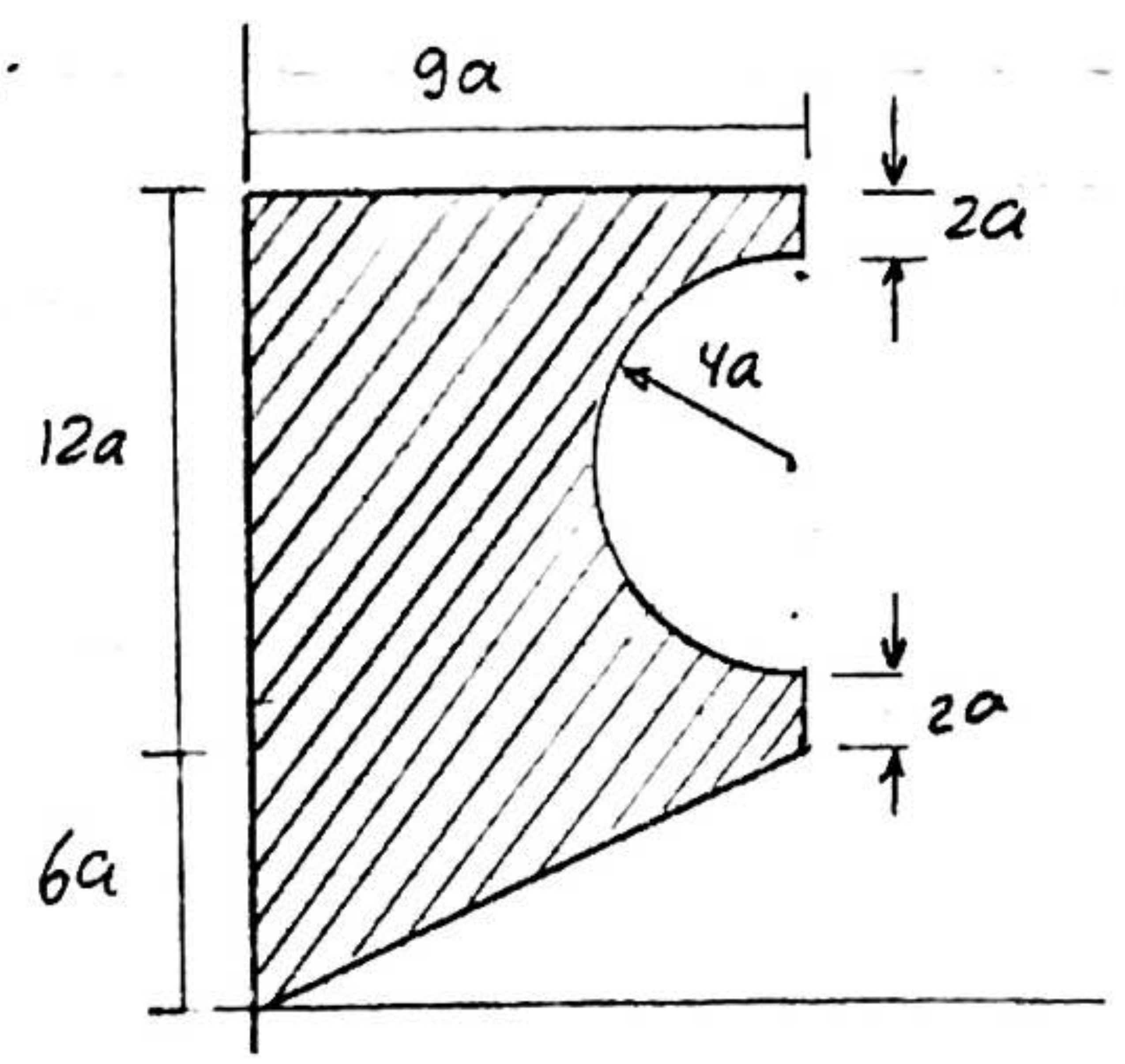
$$y_G = \frac{\int_A y \, dA}{A} \quad , \quad y = \frac{2}{3} R \operatorname{sen}\theta$$

$$y_G = \frac{2}{R^2\alpha} \int_0^{\alpha} \frac{R^2}{2}\frac{2}{3} R \operatorname{sen}\theta \, d\theta$$

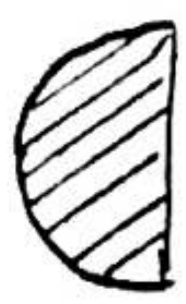
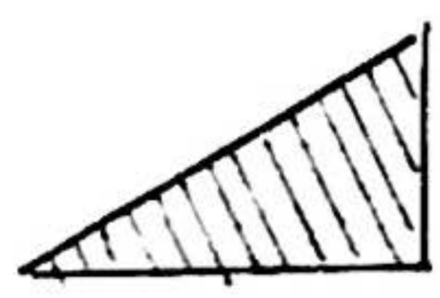
$$y_G = \frac{2R}{3\alpha} (1 - \cos\alpha)$$

3. PLACA HOMOGÊNEA COMPOSTA.

CALCULAR O BARICENTRO DA PLACA AO LADO.



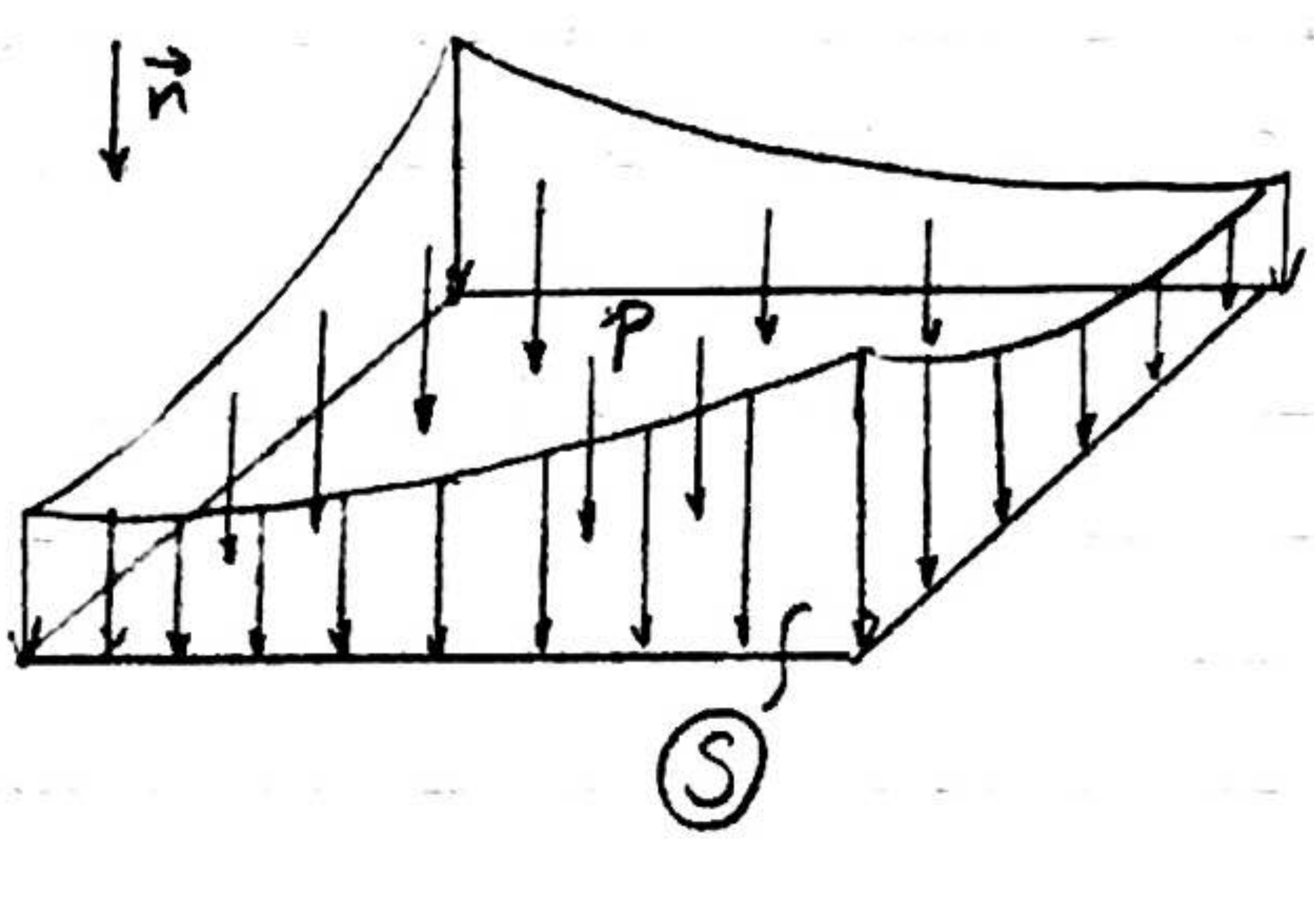
VAMOS USAR A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DO BARICENTRO, COMO A PLACA É HOMOGÊNEA DETERMINAMOS EM FUNÇÃO DAS ÁREAS.

		ÁREA (A_i)	x_{Gi}	y_{Gi}	$A_i x_{Gi}$	$A_i y_{Gi}$
(+)		$162a^2$	$4,5a$	$9a$	$729a^3$	$1458a^3$
(-)		$25,1a^2$	$7,3a$	$12a$	$183,2a^3$	$301,2a^3$
(-)		$27a^2$	$6a$	$2a$	$162a^3$	$54a^3$
Σ		$109,9a^2$			$383,8a^3$	$1.102,8a^3$

FINALMENTE: $x_G = \dfrac{\Sigma x_{Gi} A_i}{\Sigma A_i} \Rightarrow x_G = 3,49\,a$

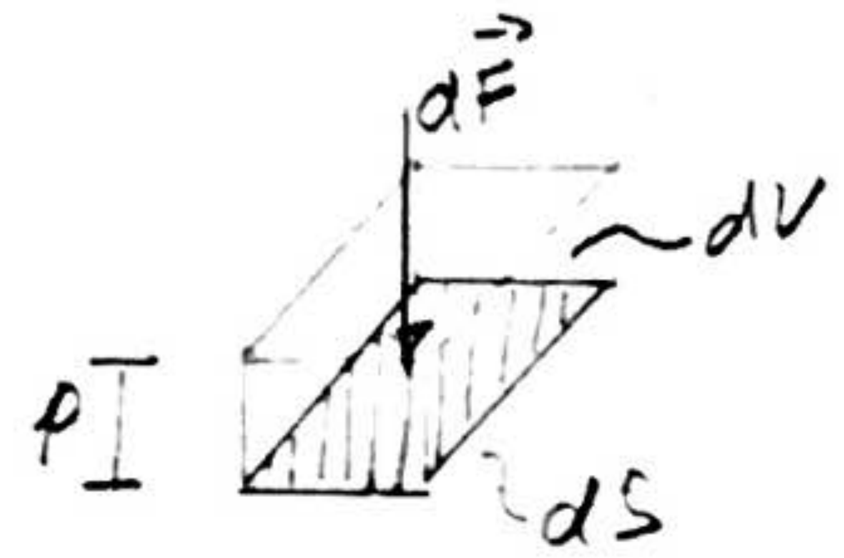
$$y_G = \frac{\Sigma y_{Gi} . A_i}{\Sigma A_i} \Rightarrow y_G = 10,03\,a$$

9.4. FORÇAS DISTRIBUÍDAS NORMAIS A UMA SUPERFÍCIE PLANA (SISTEMA DE FORÇAS PARALELAS)



SEJA p A INTENSIDADE DAS FORÇAS POR UNIDADE DE ÁREA.

TOMEMOS UM ELEMENTO DE ÁREA dS.



$$d\vec{F} = p\vec{n}\,dS$$

$$\vec{R} = \int_S p\vec{n}\,dS = \vec{n}\int_S p\,dS \quad (1)$$

IMAGINEMOS UM SÓLIDO DE BASE S E CUJA ALTURA EM CADA PONTO P DESTA BASE SEJA p, TEREMOS DESTA FORMA UM VOLUME ELEMENTAR.

$$dV = p\,dS \quad \therefore \quad V = \int_S p\,dS \qquad (2)$$

SUBSTITUINDO (2) EM (1), TEMOS:

$\vec{R} = V\vec{n}$, LOGO $|\vec{R}| = V$, QUE É O VOLUME DO SÓLIDO DESCRITO ANTERIORMENTE. ESTE VOLUME É CHAMADO DE VOLUME DAS PRESSÕES, SENDO DEFINIDO SOMENTE PARA FORÇAS PARALELAS.

COMO SABEMOS, UM SISTEMA DE FORÇAS PARALELAS PODE SER REDUZIDO À UMA ÚNICA FORÇA: RESULTANTE APLICADA EM QUALQUER PONTO DO EIXO CENTRAL E EM PARTICULAR NO CENTRO DAS FORÇAS PARALELAS. CALCULANDO-SE ESTE PONTO, CONCLUÍMOS QUE ELE COINCIDE COM O BARICENTRO DO VOLUME DAS PRESSÕES.

*** FINALMENTE, A DISTRIBUIÇÃO EQUIVALE A UMA FORÇA APLICADA EM UM PONTO DA SUPERFÍCIE QUE É A PROJEÇÃO ORTOGONAL DO BARICENTRO DO VOLUME DAS PRESSÕES SOBRE A SUPERFÍCIE.