

**Transporte Radiativo em Envoltórios Circunstelares  
usando o Método de Monte Carlo**

ALEX CAVALIÉRI CARCIOFI

Tese de Doutorado, sob a orientação do  
PROF. DR. ANTÔNIO MÁRIO MAGALHÃES

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

Departamento de Astronomia

Universidade de São Paulo

Julho de 2001

*Alex C. Carciofi*



*Para Mônica,  
com amor.*



## Agradecimentos

Ao professor *Antônio Mário Magalhães*, pela oportunidade de trabalho e pela orientação nesses últimos anos.

Ao professor *Walter Junqueira Maciel*.

Ao professor *Jon Eric Bjorkman*, pela oportunidade e orientação durante meu estágio na Universidade de Toledo, EUA.

Aos membros do grupo de polarimetria do IAG, *Rocío Melgarejo Yrupailla* e *Antonio Pereyra Quirós*, pela interação produtiva e amigável.

A *Cláudia Villega Rodrigues*, pela colaboração em vários momentos do trabalho e pela boa vontade sempre demonstrada.

A todos os colegas do IAG, em especial ao *Hélio Rocha-Pinto* e *Marcelo Porto Allen*.

Ao CNPq e à Fapesp (processo 98/02238-2) pelo suporte financeiro.

Ao *José Grosso*, *Scheilla*, *Palminha*, *Camilo*, *Joseph Gleber*, *Vô Américo*, *Vó Rita* e muitos outros amigos espirituais anônimos, mas que estão sempre do meu lado.

Aos meus irmãos *Andrea*, *Aulus*, *Alessandra* e *Acácio*. Em especial, agradeço ao *Acácio* pela grande ajuda com os cálculos.

Aos amigos do Mofra, em especial à *Lilian*, *Marcos*, *Lucila*, *Celso*, *Tatá*, *Netinho* e *Nil*.

Aos meus sogros, *Sr. José Antônio* e *D. Déo*, pela paciente revisão deste texto e pela amizade sempre demonstrada.

E por último, mas não menos importante:

Aos meus pais, *Acácio* e *Annunciata*, pela formação espiritual, pela dedicação e pelo apoio de todas as horas, que nunca me faltou.

E à *Mônica*, pelo carinho, amor, compreensão, paciência, dedicação, por acreditar mais em meu trabalho que eu próprio, e pela grande ajuda na elaboração desta Tese, sem a qual esse trabalho não seria possível.



# Índice

<i>Resumo</i> .....	v
<i>Abstract</i> .....	vii
<i>Resumo*</i> .....	ix
<i>Índice das Figuras</i> .....	xi
<i>Índice das Tabelas</i> .....	xvii
<i>Lista dos Símbolos e Nomes de Função Utilizados</i> .....	xviii
<i>Lista das Abreviaturas Utilizadas</i> .....	xviii
<b>Capítulo 1 - Introdução</b> .....	<b>I</b>
Resumo .....	1
<b>1.1. Apresentação</b> .....	<b>2</b>
<b>1.2. Ventos Estelares</b> .....	<b>2</b>
1.2.1. Perfis P Cygni .....	5
1.2.2. Linhas de emissão .....	5
1.2.3. Excesso de infravermelho e rádio .....	6
1.2.4. Linhas de emissão moleculares.....	6
1.2.5. Emissão infravermelha e milimétrica por grãos de poeira .....	7
<b>1.3. Envoltórios de estrelas de baixa massa</b> .....	<b>8</b>
<b>1.4. Envoltórios de estrelas de alta massa</b> .....	<b>11</b>
1.4.1. Estrelas Be .....	11
1.4.2. Supergigantes B[e].....	11
1.4.3. Variáveis luminosas azuis.....	12
1.4.4. Estrelas Wolf-Rayet .....	12
<b>1.5. Conceitos básicos da teoria de transporte radiativo</b> .....	<b>12</b>
<b>1.6. Polarização da luz</b> .....	<b>14</b>
1.6.1. Natureza da luz polarizada.....	14
1.6.2. Os parâmetros de Stokes .....	16
1.6.3. O espalhamento como mecanismo de polarização .....	18
<b>1.7. Organização deste trabalho</b> .....	<b>21</b>
<b>Capítulo 2 - O Método de Monte Carlo</b> .....	<b>23</b>
Resumo .....	23
<b>2.1. Introdução</b> .....	<b>24</b>
<b>2.2. Um exemplo simples</b> .....	<b>25</b>
<b>2.3. O método de Monte Carlo aplicado ao transporte radiativo</b> .....	<b>27</b>
<b>2.4. Amostragem de variáveis a partir de funções de distribuição de probabilidades</b> .....	<b>29</b>
2.4.1. O Princípio Fundamental .....	29
2.4.2. Método da rejeição.....	31
2.4.3. Geração de números aleatórios .....	32
<b>2.5. Tratamento Geométrico do Transporte Radiativo</b> .....	<b>33</b>
2.5.1. Sistema de Coordenadas .....	33
2.5.2. Integração de Monte Carlo.....	34
2.5.3. Geometria do Espalhamento .....	35

<b>Capítulo 3 - Um Código de Monte Carlo para o Transporte Radiativo em Envoltórios Eletrônicos</b> .....	<b>39</b>
Resumo .....	39
3.1. Introdução .....	40
3.2. O Código de Monte Carlo .....	41
3.2.1. Fontes Luminosas .....	41
3.2.1.1 Fontes Plano-Paralelas .....	41
3.2.1.2 Fontes Pontuais .....	42
3.2.1.3 Fontes Extensas .....	42
3.2.1.4 Sistemas com múltiplas fontes luminosas .....	44
3.2.2. Caracterização da Região de Interação .....	45
3.2.2.1 Geometrias .....	45
3.2.2.2 Leis de densidade .....	46
3.2.2.3 Propagação por camadas .....	47
3.2.3. Método numérico para a integração de Monte Carlo .....	49
3.2.4. Classificação dos pacotes de fótons .....	50
3.2.4.1 Fluxo e polarização integrados .....	51
3.2.4.2 Imagens sintéticas .....	52
3.2.4.3 Erros .....	52
3.3. Testes .....	52
3.4. Uma Aplicação .....	55
<b>Capítulo 4 - Formação de Linhas Ressonantes em Ventos Estelares</b> .....	<b>57</b>
Resumo .....	57
4.1. Introdução .....	58
4.2. A Natureza do Problema .....	59
4.2.1. Espalhamento Atômico Ressonante .....	61
4.3. O Código de Monte Carlo .....	63
4.3.1. Zona de Interação .....	63
4.3.2. Frequência do Fóton Emitido .....	65
4.3.3. Classificação dos Pacotes de Fótons .....	66
4.3.3.1 Perfis Integrados .....	66
4.3.3.2 Mapas de Linha e Perfis do Envoltório .....	66
4.4. Testes para Validação do Código .....	67
4.4.1. Ventos em Expansão Constante .....	68
4.4.2. Ventos em Expansão Acelerada .....	70
4.4.3. Ventos em Expansão Acelerada com Velocidade Térmica .....	71
4.5. Resultados para Geometria Esférica .....	71
4.5.1. Modelos .....	71
4.5.2. Perfis Integrados .....	73
4.5.3. Perfis do Envoltório .....	75
4.5.3.1 Fatias ao longo do envoltório .....	75
4.5.3.2 Anéis em torno da estrela .....	79
4.5.3.3 Um modelo analítico simples para o PBE .....	79
4.5.4. Mapas de Linha .....	83
4.5.4.1 Efeitos da lei de velocidades .....	84
4.5.4.2 Efeitos da Profundidade Óptica .....	84
4.5.4.3 Efeitos da Velocidade Térmica .....	86
4.5.4.4 Efeitos do Parâmetro $e_1$ .....	88
4.5.4.5 Polarização da Fatia Central .....	89
4.6. Conclusões .....	90



<b>Capítulo 5 - Envoltórios Circunstelares de Poeira: Distribuição Espectral de Energia .....</b>	<b>93</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>93</b>
<b>5.1. Introdução .....</b>	<b>94</b>
<b>5.2. A Natureza do Problema .....</b>	<b>95</b>
5.2.1. Espalhamento Mie .....	96
5.2.2. Equilíbrio radiativo .....	98
5.2.3. Propriedades de escalonamento do transporte radiativo.....	100
<b>5.3. Um novo método para o cálculo do equilíbrio radiativo com o método de Monte Carlo.....</b>	<b>102</b>
<b>5.4. O código de Monte Carlo .....</b>	<b>106</b>
5.4.1. Pré-cálculo das propriedades ópticas .....	106
5.4.2. Emissão do pacote de fótons pela fonte (passo 1).....	106
5.4.3. Amostragem de uma espécie e tamanho de grão (passo 4) .....	107
5.4.4. Cálculo da nova temperatura da célula (passo 5).....	108
5.4.5. Amostragem do ângulo de espalhamento (passo 6) .....	109
<b>5.5. Testes para validação do código.....</b>	<b>109</b>
<b>5.6. Escalonamento aproximado .....</b>	<b>110</b>
<b>5.7. Resultados para modelos com um tamanho de grão .....</b>	<b>113</b>
5.7.1. Distribuição espectral de energia .....	113
5.7.1.1 Caso A: envoltórios opticamente finos.....	115
5.7.1.2 Caso B: envoltórios opticamente espessos no visível e UV .....	122
5.7.1.3 Caso C: envoltórios opticamente espessos também no IV.....	125
5.7.2. Efeitos de uma função de fase anisotrópica na distribuição de energia espectral.....	129
<b>5.8. Resultados para uma distribuição de tamanhos de grão .....</b>	<b>132</b>
5.8.1. Distribuição Espectral de Energia.....	134
5.8.1.1 Caso A: envoltórios opticamente finos.....	134
5.8.1.2 Caso B: envoltórios opticamente espessos no visível e UV .....	139
5.8.1.3 Caso C: envoltórios opticamente espessos também no IV .....	142
5.8.2. Temperatura dos Grãos da Distribuição.....	142
<b>5.9. Efeitos de outros parâmetros do envoltório na DEE.....</b>	<b>149</b>
5.9.1. Raio externo do envoltório.....	149
5.9.2. Perfil de densidade da poeira .....	149
5.9.3. Temperatura de Sublimação do Material .....	151
<b>5.10. Conclusões .....</b>	<b>152</b>
<b>Capítulo 6 - Envoltórios Circunstelares de Poeira: Polarização.....</b>	<b>155</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>155</b>
<b>6.1. Introdução .....</b>	<b>156</b>
<b>6.2. Modelo Básico .....</b>	<b>157</b>
<b>6.3. Propriedades de polarização dos grãos de poeira.....</b>	<b>163</b>
6.3.1. Efeitos do albedo .....	163
6.3.2. Propriedades de polarização dos grãos de poeira.....	165
<b>6.4. Um modelo semi-analítico para envoltórios opticamente finos.....</b>	<b>170</b>
<b>6.5. Giro de polarização devido à profundidade óptica .....</b>	<b>175</b>
<b>6.6. Polarização no infravermelho .....</b>	<b>178</b>
<b>6.7. Conclusões .....</b>	<b>180</b>
<b>Capítulo 7 - Conclusões Finais e Perspectivas Futuras .....</b>	<b>181</b>
<b>Referências .....</b>	<b>183</b>



## Resumo

A radiação de objetos estelares que possuem um envoltório pode sofrer um significativo reprocessamento pelo material circunstelar. Para investigar a natureza do objeto central, e também do envoltório, é necessária uma ferramenta teórica capaz de modelar, de forma satisfatória, o transporte da radiação. Neste trabalho, apresentamos um código de Monte Carlo que trata o transporte radiativo da luz polarizada em meios materiais diversos, capaz de simular vários tipos de observações: polarimetria, espectropolarimetria, imageamento, fotometria e espectroscopia.

O código foi desenvolvido visando três aplicações distintas. A primeira foi a solução do transporte radiativo em meios com elétrons livres. A segunda aplicação foi o estudo do transporte radiativo em linhas ressonantes formadas em ventos estelares. A terceira aplicação foi a resolução do transporte radiativo e do equilíbrio radiativo em meios com grãos de poeira.

Neste trabalho, aplicamos o código para o estudo de duas situações: a formação de linhas ressonantes em ventos estelares esféricos e o transporte radiativo em envoltórios circunstelares com poeira.

No estudo da formação de linhas ressonantes, foram sistematizados os efeitos dos parâmetros do vento (lei de velocidades, profundidade óptica, velocidade térmica, etc.) nos observáveis. Dentre os resultados apresentados, destacamos resultados inéditos para o perfil de brilho e polarização do vento e para mapas de linha, que simulam observações espectropolarimétricas de diferentes partes do vento.

A principal aplicação do código deu-se com o estudo do transporte radiativo e do equilíbrio radiativo em envoltórios circunstelares com poeira. Foram estudados os efeitos dos tamanhos dos grãos de poeira na distribuição espectral de energia de envoltórios esféricos. Introduzimos o conceito de *escalonamento aproximado*, que revela importantes simetrias na emissão no infravermelho de envoltórios com diferentes tamanhos de grão e suas conseqüências para a distribuição espectral de energia. Mostramos que, em determinadas circunstâncias, as distribuições espectrais de energia de modelos com tamanhos de grão diferentes podem ser praticamente indistinguíveis entre si, o que tem conseqüências observacionais importantes. O conceito de escalonamento aproximado mostrou-se muito útil para sistematizar uma grande grade de modelos.

Finalmente, estudamos a polarização de envoltórios circunstelares axi-simétricos. Nesse estudo, investigamos os efeitos na polarização das propriedades ópticas dos grãos, da profundidade óptica e da emissão térmica do envoltório. Desenvolvemos um modelo semi-analítico que calcula, de forma satisfatória, a polarização de envoltórios opticamente finos. Mostramos que a polarização, ao contrário da distribuição espectral de energia, pode ser um importante vínculo para o tamanho dos grãos de poeira. Nosso estudo evidencia a importância de observações simultâneas tanto da polarização quanto da distribuição espectral de energia no estudo de envoltórios circunstelares com poeira.



## Abstract

The radiation of stellar objects surrounded by an envelope can undergo significant reprocessing by the circumstellar material. To investigate the nature of the central object, and also of the envelope, it is necessary a theoretical tool capable of modeling, in a satisfactory way, the radiative transfer. In this work, we present a Monte Carlo code which treats the radiative transfer of the polarized light in several media, which is able to simulate several kinds of observation: polarimetry, espectropolarimetry, imaging, photometry and spectroscopy.

The code was developed aiming at three different applications. The first was the solution of the radiative transfer in electronic clouds. The second one was the study of the radiative transfer of resonant lines in stellar winds. The third one was the solution of the radiative transfer coupled to the radiative equilibrium in dusty environments.

In this work, we show the application of the code to two situations: resonant line formation in spherical stellar winds and the radiative transfer in dusty circumstellar envelopes.

In the study of the resonant line formation we examine the effects of the wind parameters (velocity law, optical depth, thermal velocity, etc.) on the observables. Among the results shown, we highlight new results for the envelope brightness and polarization profiles and for line maps, which simulate spectropolarimetric observations of different parts of the wind.

The main application of the code was the study of the radiative transfer and radiative equilibrium in dusty circumstellar envelopes. We studied the effects of the dust grain size on the energy spectral distribution of spherical envelopes. We introduced the concept of approximate scaling, which reveals important symmetries on the infrared emission of envelopes with different grain sizes and their consequences to the spectral energy distribution. We showed that, in some cases, the spectral energy distribution of models with differently sized grains can be practically indistinguishable, a result with important observational consequences. The concept of approximate scaling was very useful to systematize a large model grid.

Finally, we studied the polarization of circumstellar axi-symmetric envelopes. In this study, we investigated the effects on the polarization of the grain optical properties, of the optical depth and of the envelope thermal emission. We developed a semi-analytical model that calculates, in a satisfactory way, the polarization for optically thin envelopes. We showed that the polarization, in contrast with the spectral energy distribution, can be useful to constrain the size of dust grains. Our study brings to evidence the importance of simultaneous observations of the polarization and spectral energy distribution on the study of circumstellar envelopes with dust.



## Resumo\*

La radiado de stelobjektoj posedantaj ĉirkaŭtavolon povas esti konsiderinde reprocezita de la ĉirkaŭstela materio. Por la esplorado de la centra objekto, kaj ankaŭ de la ĉirkaŭtavolo, necesas teoria ilo kapabla je la ĝusta modelado de la radiadotransporto. En tiu ĉi laboro, ni prezentas kodon de Monte Carlo, kiu traktas la radiadotransporton de la polarigita lumo tra multnombraj materialoj, kapabla je la simulado de pluraj observoj pere de polarimetrio, spektropolarimetrio, bildakiro, fotometrio kaj spektroskopio.

La kodo estis konstruita cele al tri apartaj aferoj. La unua estis la studo pri la radiadotransporto tra medioj havantaj liberajn elektronojn. La dua uzo de la kodo estas la radiadotransporto en stelventoj, pere de kiu ni celas modeli la formadon de resonancaj linioj, atomaj aŭ jonaj, en la vento. La tria uzo rilatas al la radiadotransporto kaj radiada ekvilibro en medioj havantaj polvajn grajnoj.

En tiu laboro, ni montras la uzo de la kodo por du el tiuj celoj: la formado de resonancaj linioj en sfersimetriaj stelventoj kaj la radiadotransporto en ĉirkaŭstelaj ĉirkaŭtavoloj havantaj polvon.

En la studo de la formado de resonancaj linioj, ni sistemigas la efikojn de la parametroj de l'vento (rapido-leĝo, vida dikeco, termika rapido, ktp.) en la observeblaĵoj. Inter la prezentataj rezultoj, ni mencias originajn rezultojn por la profilo de brilo kaj polarizo de la vento kaj por mapoj de linioj, kiuj simulas spektropolarimetriaj observoj de apartaj regionoj de la vento.

La ĉefa uzo de la kodo rilatas al la studo de la radiadotransporto kaj radiada ekvilibro en tavoloj havantaj polvon. Studitis la efikoj de la grandeco de la polvaj grajnoj en la spektra energidistribuo de sfersimetriaj ĉirkaŭtavoloj. Ni enkondukis la nocion pri *aproksima skaligo*, kiu montras gravajn simetriregulojn en la infraruĝa emisiado de ĉirkaŭtavoloj havantaj grajnoj kun pluraj grandoj kaj ties efikojn en la spektra energidistribuo. Ni montras, ke en kelkaj cirkonstancoj, la spektraj energidistribuoj de plurgrandgrajnaj modeloj ne facile distingeblas inter si. Tio havas gravajn observaj sekvojn. La nocio pri aproksima skaligo montris sin tre efika je la sistemigado de ampleksa aro da modeloj.

Finfine, ni studis la polarizo de aksosimetriaj ĉirkaŭstelaj ĉirkaŭtavoloj. En tiu studo, ni esploris la efikojn en la polarizo de la optikaj proprecoj de la grajnoj, de la vida dikeco kaj de la termika emisio de la ĉirkaŭtavolo. Ni konstruis duonalizan modelon kiu kalkulas la polarizon de optike maldikaj ĉirkaŭtavoloj. Ni montras, ke la polarizo, kontraŭe de la spektra energidistribuo, povas esti grava reteno por la grandeco de la polvaj grajnoj. Nia studo montras la gravecon de observojn kiuj samtempe konsideras la polarizon kaj la spektran energidistribuon en la esplorado pri polvhavaj ĉirkaŭstelaj ĉirkaŭtavoloj.

---

\* Este texto está escrito em esperanto, conforme a resolução 8C/DR/116 da UNESCO que apoia o uso dessa língua na ciência, educação e cultura.





# Índice das Figuras

Figura 1.1 – Lei beta para alguns valores de beta e para uma velocidade inicial de $v_0 = 0,05 v_\infty$ .	4
Figura 1.2 – Diagrama Hertzsprung-Russel mostrando a trajetória evolutiva, após a sequência principal, de uma estrela de com $1 M_\odot$ e uma estrela com $5 M_\odot$ . Adaptado de Iben (1991).	9
Figura 1.3 – Geometria utilizada para a derivação da equação de transporte radiativo	14
Figura 1.4 – Caso geral da polarização de um feixe de luz monocromático. O vetor campo elétrico traça um elipse com o tempo, com semi-eixos $a$ e $b$ e inclinação $\chi$ .	16
Figura 1.5 – Vista esquemática do espalhamento Thomson. A componente da intensidade perpendicular ao plano de espalhamento permanece inalterada, enquanto que a componente paralela ao plano de espalhamento é reduzida por um fator $\cos^2\theta$ , onde $\theta$ é o ângulo de espalhamento.	20
Figura 1.6 – Vetores de polarização em diferentes partes de três envoltórios com diferentes geometrias. A figura ilustra o cancelamento da polarização para a geometria esférica ( $a$ ), que não ocorre para outras geometrias ( $b$ e $c$ ).	21
Figura 2.1 - Experiência da Agulha. a) Uma agulha de comprimento $l$ é lançada sobre uma cartolina sobre a qual foram traçadas retas paralelas com uma distância $2l$ uma da outra; b) Geometria do problema.	25
Figura 2.2 - Passos básicos do método de Monte Carlo aplicado ao problema do transporte radiativo.	28
Figura 2.3 - Ilustração do método da rejeição.	32
Figura 2.4- Geometria do Transporte Radiativo	33
Figura 2.5 - Geometria do Espalhamento (Adaptado de Chandrasekhar (1960), cáp. 1)	35
Figura 3.1 - Emissão da radiação por uma fonte esférica.	43
Figura 3.2 - Geometrias implementadas no código de Monte Carlo. A figura mostra uma seção transversal de cada geometria e a lista dos parâmetros necessários à sua descrição.	46
Figura 3.3 – Gráfico da geometria da equação (3.5). A razão entre a densidade equatorial e a polar é 100 ( $A = 99$ ), o semi-ângulo de abertura é de $3^\circ$ ( $m = 500$ ) e $\alpha = 3$ .	48
Figura 3.4 – Gráfico da geometria da equação (3.6). A razão entre a densidade equatorial e a polar é 100 ( $A = 99$ ), o semi-ângulo de abertura é de $5^\circ$ ( $m = 182$ ) e $\alpha = 3$ .	48
Figura 3.5 – Comparação entre os resultados do código de Cláudia V. Rodrigues (linha cheia) e os do nosso código (linha pontilhada). A Figura mostra o fluxo e a polarização como função do co-seno do ângulo de inclinação, para uma geometria circunstellar cilíndrica com $r_i = 1 R_\star$ , $r_e = 20 R_\star$ e $h = 0,5 R_\star$ . A densidade é uniforme e a profundidade óptica ao longo do equador é 1.	53
Figura 3.6 – O mesmo que a Figura 3.5, para uma profundidade óptica no equador de 10.	53
Figura 3.7 – O mesmo que a Figura 3.5, para uma lei de densidade proporcional a $r^{-2}$ .	54
Figura 3.8 – O mesmo que a Figura 3.5, para uma lei de densidade proporcional a $r^{-2}$ e uma profundidade óptica no equador de 10.	54
Figura 3.9 – Comparação entre os resultados do código de Cláudia V. Rodrigues (linha cheia) e os do nosso código (linha pontilhada). A Figura mostra o fluxo e a polarização como função do co-seno do ângulo de inclinação, para uma geometria circunstellar saia-de-bailarina com $r_i = 1 R_\star$ , $r_e = 20 R_\star$ e $\alpha = 5^\circ$ . A densidade é uniforme e a profundidade óptica ao longo do equador é 1.	54
Figura 3.10 – O mesmo que a Figura 3.9, para uma profundidade óptica no equador de 10.	55

Figura 3.11 – Polarização intrínseca de supergigantes B[e] das nuvens de Magalhães como função da densidade eletrônica e profundidade óptica equatorial. As linhas indicam a polarização do modelo de melhor ajuste (detalhes no texto). Cada linha corresponde a um diferente ângulo de inclinação. Reproduzido de Melgarejo <i>et al.</i> (2001).....	56
Figura 4.1 – Diagrama de fluxo para a solução do transporte radiativo em meios em movimento, usando o código de Monte Carlo. ....	64
Figura 4.2 – Duas maneiras em que o envoltório foi dividido: anéis concêntricos e fatias paralelas.....	67
Figura 4.3 – Efeito da despolarização por uma fonte extensa. A Figura ilustra a variação do plano de espalhamento da luz espalhada quando se consideram fontes pontuais e extensas. (Cassinelli <i>et al.</i> 1987).....	69
Figura 4.4 – Resultados analíticos de Ignace (1998a) para o perfil da luz espalhada em um vento esférico, opticamente fino e em expansão constante. Os resultados do nosso código (triângulos) para o perfil espalhado estão sobrepostos à curva. ....	70
Figura 4.5 – Resultados numéricos de Ignace (1998a) para os perfis integrado, da fonte e espalhado em um vento esférico acelerado (linhas cheias). Os resultados do nosso código estão sobrepostos à curva (linhas pontilhadas). O gráfico à esquerda é para uma profundidade óptica de $\tau_0 = 3$ , e o gráfico à direita para $\tau_0 = 10$ . ....	71
Figura 4.6 – Perfis integrados para os modelos da Tabela 4.3 ('c', velocidade constante) e Tabela 4.4 ('b', lei beta). Cada quadro mostra o perfil integrado (linha sólida), o perfil da fonte (linha tracejada) e o perfil espalhado (linha pontilhada) versus a frequência normalizada $w$ . ....	74
Figura 4.7 – Perfis de brilho do envoltório (PBE) para fatias do envoltório, em função da distância do centro da fatia à estrela (em raios estelares). Resultados para ventos acelerados e ventos em expansão constante são mostrados. 76	
Figura 4.8 – Comparação do perfil de brilho do envoltório (esquerda) e perfil de polarização do envoltório (direita), para os modelos b11, b05, b18 e c06 para ilustrar os efeitos da lei de velocidades.....	76
Figura 4.9 – Profundidade óptica integrada ao longo da linha de visada versus parâmetro de impacto para os modelos c01 ( $\tau_0 = 1$ ), c02 ( $\tau_0 = 5$ ), c05 ( $\tau_0 = 20$ ), c12 ( $\tau_0 = 200$ ) e c015 ( $\tau_0 = 1000$ ). ....	78
Figura 4.10 – Comparação dos perfis de polarização do envoltório (PPE) para os mesmos modelos da Figura 4.7. Os círculos cheios indicam o ponto onde a profundidade óptica ao longo da linha de visada, $\tau_p$ , torna-se menor que 1. Os triângulos indicam o ponto onde $\tau_p$ torna-se menor que 0,1, para ventos opticamente finos.....	78
Figura 4.11 – Índice $a$ versus parâmetro de impacto para o modelo b11.....	81
Figura 4.12 – Mapa de linhas para o modelo b10 ( $t_0 = 20$ , $\beta = 1$ , $\xi = 1/20$ e $e_1 = 0,5$ ). Painel superior: perfil de brilho do envoltório; painel central: perfis de linha; painel inferior: perfis de polarização. ....	83
Figura 4.13 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos c06, b05 ( $\beta = 0,25$ ), b11 ( $\beta = 1$ ) e b18 ( $\beta = 3$ ), para ilustrar os efeitos da lei de velocidades. Painel superior: fatia de $d = 2$ a $10 R_*$ ; painel central: fatia de $d = 10$ a $30 R_*$ ; painel inferior: fatia de $d = 30$ a $1000 R_*$ . ....	85
Figura 4.14 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos c01 ( $\tau_0 = 1$ ), c02 ( $\tau_0 = 5$ ), c05 ( $\tau_0 = 20$ ), c12 ( $\tau_0 = 200$ ) e c15 ( $\tau_0 = 1000$ ), para ilustrar os efeitos da profundidade óptica do envoltório.....	86
Figura 4.15 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos c05 ( $\xi = 1/20 v_\infty$ ), c08 ( $\xi = 1/5 v_\infty$ ), c09 ( $\xi = 1/2 v_\infty$ ) e c10 ( $\xi = v_\infty$ ), para ilustrar os efeitos da velocidade térmica/turbulenta do vento.....	87
Figura 4.16 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos b03 ( $e_1 = 0$ ), b04 ( $e_1 = 0,5$ ) e b05 ( $e_1 = 1$ ), para ilustrar os efeitos do parâmetro de assimetria da função de fase. ....	88
Figura 4.17 - Perfis de Linha, polarização e fluxo polarizado para uma fatia central ( $d = -20$ a $20 R_*$ ) do envoltório para vários modelos, listados à direita. Do painel superior ao inferior, os modelos de cada painel têm aceleração, profundidade óptica, velocidade térmica e parâmetro $e_1$ crescentes, respectivamente ..... 89	
Figura 5.1 – Emissividade da poeira antes e após a absorção de um pacote de fótons. O espectro dos pacotes de fótons emitidos anteriormente é dado pela emissividade à temperatura anterior da célula (curva inferior). Para corrigir o espectro anterior para o espectro à nova temperatura, o pacote de fótons deve ser reemitido usando uma distribuição de probabilidades dada pela diferença entre a nova emissividade e a emissividade anterior (área em cinza). Adaptado de Bjorkman e Wood (2001). ....	104

Figura 5.2 - Principais passos do código de Monte Carlo para resolução do problema do transporte radiativo e equilíbrio radiativo em envoltórios circunstelares de poeira.....	105
Figura 5.3 - Distribuição da temperatura da poeira para os modelos considerados por Ivezić <i>et al.</i> (1997). São mostrados resultados para duas distribuições de densidade ( $r^p$ para $p = 0$ e $2$ ) e três profundidades ópticas à $1 \mu\text{m}$ ( $\tau_1 = 1, 10, 100$ ).....	111
Figura 5.4 - Fluxo dos modelos considerados por Ivezić <i>et al.</i> (1997). São mostrados resultados para duas distribuições de densidade ( $r^p$ para $p = 0$ e $2$ ) e três profundidades ópticas à $1 \mu\text{m}$ ( $\tau_1 = 1, 10, 100$ ).....	111
Figura 5.5 - Fatores de eficiência de absorção (esquerda) e de espalhamento (direita) para grãos esféricos de silicato cósmico (constantes ópticas de Ossenkopt, Henning e Mathis 1992), para cinco tamanhos de grão, como indicado.....	114
Figura 5.6 - Fatores de eficiência de absorção (esquerda) e de espalhamento (direita) para grãos esféricos de carbono amorfo (constantes ópticas de Hanner 1988), para cinco tamanhos de grão, como indicado.....	114
Figura 5.7 - Fatores de eficiência de absorção (esquerda) e de espalhamento (direita) para grãos esféricos de carbeto de silício (constantes ópticas de Pegourié 1988), para cinco tamanhos de grão, como indicado.....	114
Figura 5.8 - DEE de cinco envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão, como indicado, com profundidade óptica $\tau = 5$ para $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ .....	115
Figura 5.9 - DEE de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra os resultados para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.....	117
Figura 5.10 - Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda dos modelos mostrados na Figura 5.9 com temperatura da fonte $T_{ef} = 2.500 \text{ K}$ . Note-se que $\tau \leq 1$ para os comprimentos de onda emitidos pela fonte ( $\lambda > 0,5 \mu\text{m}$ ), de acordo com a suposição para o caso A.....	117
Figura 5.11 - DEE de três envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.....	119
Figura 5.12 - DEE de seis envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 0,1$ . A temperatura da face interna do envoltório é $300 \text{ K}$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.....	119
Figura 5.13 - DEEs de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.....	123
Figura 5.14 - Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda dos modelos mostrados na Figura 5.13 com temperatura da fonte $T_{ef} = 2.500 \text{ K}$ .....	123
Figura 5.15 - DEE de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por $\tau = 5$ para $\lambda = 100 \mu\text{m}$ .....	126
Figura 5.16 - Temperatura de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por $\tau = 5$ para $\lambda = 100 \mu\text{m}$ .....	126
Figura 5.17 - DEE de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grãos. A profundidade óptica para $\lambda = 100 \mu\text{m}$ foi tomada como 5 para $a = 0,005, 0,05$ e $0,15 \mu\text{m}$ , 4,4 para $a = 0,25 \mu\text{m}$ , e 3,4 para $a = 0,50 \mu\text{m}$ .....	128
Figura 5.18 - Temperatura para quatro envoltórios de silicato cósmico. As profundidades ópticas foram normalizadas como na Figura 5.17.....	128
Figura 5.19 - Função de fase de espalhamento versus ângulo de espalhamento para radiação com comprimento de onda $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ , incidente sobre grãos de silicato cósmico de diferentes tamanhos.....	129

Figura 5.20 – Efeitos da função de fase de espalhamento na DEE. São comparados resultados para modelos com função de fase isotrópica e anisotrópica, com diferentes tamanhos de grão, como indicado, para uma fonte com temperatura efetiva de 20.000 K. A profundidade óptica dos modelos com função de fase anisotrópica foi normalizada de forma que $\tau_{rep} = 1$ ; a mesma profundidade óptica foi usada para os modelos com função de fase isotrópica.....	131
Figura 5.21 – Diferença de temperatura entre modelos com função de fase isotrópica e modelos com função de fase correta. A temperatura da fonte é $T_{ef} = 20.000$ K e o tamanho do grão é $0,05 \mu m$ .....	132
Figura 5.22 – Distribuição espectral de energia para os modelos 1-1, 2-1 e 3-1, como indicado, com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.....	136
Figura 5.23 – Distribuição espectral de energia para os modelos 1-1, 4-1 e 5-1, como indicado, com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.....	136
Figura 5.24 – Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda para os modelos do grupo 1 com temperatura da fonte $T_{ef} = 2.500$ K, normalizada de forma que $\tau_{rep} = 0,1$ .....	136
Figura 5.25 – Comparação entre os modelos 3-1 e 2-2, para uma temperatura estelar de 20.000 K. A Figura mostra que, para essa temperatura estelar, grandes diferenças na emissão IV são observadas.....	137
Figura 5.26 - Distribuição espectral de energia para os modelos 1-1, 2-1 e 3-1, como indicado, com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.....	140
Figura 5.27 - Distribuição espectral de energia para os modelos 1-2 e 2-2, como indicado, com profundidade óptica dada por $\tau_{rep} = 1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.....	140
Figura 5.28 – Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda para os modelos do grupo 1 (esquerda) e grupo 2 (direita), normalizada de forma que $\tau_{rep} = 1$ . A temperatura da fonte é $T_{ef} = 2.500$ K.....	140
Figura 5.29 – Temperatura do envoltório para o modelo 4-1, com profundidade óptica 5 para $\lambda = 100 \mu m$ (caso C). A Figura mostra a temperatura para alguns tamanhos de grão.....	142
Figura 5.30 – Seção de choque de absorção dividida pela seção de choque de Planck calculada para uma temperatura de 1.000 K, para seis grãos de silicato cósmico com diferentes tamanhos. As unidades de $\sigma_{abs}/\sigma_p$ e $B_\lambda$ são arbitrárias.....	144
Figura 5.31 – Seção de choque de absorção multiplicada pela função de distribuição de tamanhos, para seis grãos de silicato cósmico com diferentes tamanhos. As unidades de $m(a)\sigma_{abs}$ e $B_\lambda$ são arbitrárias.....	144
Figura 5.32 – Temperatura do envoltório para o modelo 5-1. Esquerda: perfil de temperatura para alguns tamanhos de grão. Direita: temperatura de equilíbrio na face interna do envoltório em função do tamanho do grão. A temperatura da fonte é 2.500 K e a profundidade óptica é normalizada de forma que $\tau_{rep} = 0,1$ (caso A).....	145
Figura 5.33 – O mesmo que a Figura 5.32, para uma fonte com temperatura de 20.000 K.....	145
Figura 5.34 – Linha cheia: DEE; Linha tracejada: emissão IV do envoltório; Linha cheia com pontos (•): emissão IV de alguns tamanhos de grão individuais, como indicado. São mostrados resultados para o modelo 2-2, normalizado de forma que $\tau_{rep} = 0,1$ .....	148
Figura 5.35 – Linha cheia: DEE; Linha tracejada: emissão IV do envoltório; Linha cheia com pontos (•): emissão IV de alguns tamanhos de grão individuais, como indicado. São mostrados resultados para o modelo 3-1, normalizado de forma que $\tau_{rep} = 0,1$ .....	148
Figura 5.36 – Distribuição espectral de energia para modelos com $a = 0,05 \mu m$ , $T_{ef} = 2.500$ K e $\tau_{rep} = 0,1$ e $r_i = 4,64 R_*$ . Cada curva mostra a DEE para um envoltório com diferente raio externo ( $r_e$ ), como indicado.....	150
Figura 5.37 – Distribuição espectral de energia para modelos com $a = 0,05 \mu m$ , $T_{ef} = 2.500$ K, $\tau_{rep} = 0,1$ e $r_i = 4,64 R_*$ . Cada curva mostra a DEE para um envoltório com um diferente perfil de densidade, $n \propto r^p$ .....	150
Figura 5.38 – Distribuição espectral de energia para modelos com $a = 0,05 \mu m$ , $T_{ef} = 2.500$ K, $\tau_{rep} = 0,1$ e $r_i = 4,64 R_*$ . Cada curva mostra a DEE para uma temperatura de sublimação diferente, como indicado.....	151
Figura 6.1 – Geometria do modelo básico usado neste capítulo. O envoltório é esférico, com uma cavidade interna de raio $5 R_*$ e um raio externo de $500 R_*$ . A lei de densidade é dada pela equação 6.1. A razão entre a profundidade óptica equatorial e polar é 16, de forma que $a^2/c^2 = 16$ . Os perfis de isodensidade são mostrados em tons de cinza. Os vetores ilustram esquematicamente a polarização da radiação emergente de diferentes partes do envoltório.....	158

Figura 6.2 – Polarização do modelo básico (Figura 6.1), para um envoltório de elétrons, visto ao longo do plano do equador ( $i = 90^\circ$ ), em função da profundidade óptica do equador ( $\tau_{eq}$ ). A linha pontilhada mostra a polarização do modelo de Brown e McLean (1977).....	159
Figura 6.3 – Polarização do modelo básico (Figura 6.1), para um envoltório composto de elétrons, em função do ângulo de inclinação ( $i$ ). Cada curva corresponde a uma profundidade óptica ao longo do equador, como indicado.....	160
Figura 6.4 – DEE e polarização para um envoltório de grãos de silicato cósmico, com $a = 0,25 \mu m$ . A geometria é a da Figura 6.1 e a profundidade óptica do equador é $\tau_{55} = 30$ . Painel superior: DEE para alguns ângulos de inclinação, como indicado; Painel inferior: polarização versus comprimento de onda, para os mesmos ângulos. ....	161
Figura 6.5 – O mesmo que a Figura 6.4 para grãos de carbono amorfo.....	161
Figura 6.6 – Albedo versus comprimento de onda. a) albedo para seis tamanhos de grão, como indicado; b) albedo médio para cinco distribuições de tamanho com $a_{mín} = 0,005 \mu m$ (modelos do grupo 1, seção 5.8); c) albedo médio para quatro distribuições de tamanho com $a_{mín} = 0,05 \mu m$ (modelos do grupo 2, seção 5.8). ....	164
Figura 6.7 – O mesmo que a Figura 6.6, para carbono amorfo.....	165
Figura 6.8 – $P$ versus ângulo de espalhamento para um grão de silicato cósmico, com $a = 0,15 \mu m$ . Cada curva mostra $P$ para um determinado comprimento de onda. ....	167
Figura 6.9 - $\langle P \rangle$ versus comprimento de onda para quatro tamanhos de grãos de silicato cósmico, como indicado... ..	168
Figura 6.10 - $\langle P \rangle$ versus $\lambda$ para duas distribuições MRN com $a_{mín} = 0,005 \mu m$ e $a_{máx} = 0,15$ e $0,25 \mu m$ . O material é o silicato cósmico.....	168
Figura 6.11 - $\langle P \rangle$ versus $\lambda$ para duas distribuições MRN com $a_{mín} = 0,05 \mu m$ e $a_{máx} = 0,15$ e $0,25 \mu m$ . O material é o silicato cósmico.....	168
Figura 6.12 - $\langle P \rangle$ versus comprimento de onda para quatro tamanhos de grãos de carbono amorfo, como indicado. ....	171
Figura 6.13 - $\langle P \rangle$ versus $\lambda$ para duas distribuições MRN com $a_{mín} = 0,005 \mu m$ e $a_{máx} = 0,15$ e $0,25 \mu m$ . O material é o carbono amorfo. ....	171
Figura 6.14 – Modelos de envoltório para ilustrar o modelo semi-analítico. Linha cheia: resultados do código de Monte Carlo. Linha tracejada: modelo semi-analítico.....	174
Figura 6.15 – Comparação entre os resultados do código de Monte Carlo e do modelo semi-analítico, para um envoltório de silicato cósmico com uma geometria prolata, com $a/c = 1/10$ . A profundidade óptica no equador é $\tau_{55} = 0,02$ . ....	176
Figura 6.16 – Efeitos da profundidade óptica na polarização, ilustrada para envoltórios de silicato cósmico com $a = 0,25 \mu m$ . As linhas tracejadas verticais indicam os valores de $\lambda$ correspondentes às raízes de $\langle P \rangle$ , $\lambda_0$ e $\lambda_1$ . ....	177
Figura 6.17 – Efeitos da emissão térmica na polarização, ilustrada para envoltórios de carbono amorfo com $a = 0,25 \mu m$ . Para todas as figuras, $i = 87^\circ$ . ....	179



## Índice das Tabelas

Tabela 2.1 – Resultados para simulações da experiência da agulha. ....	26
Tabela 4.1 – Parâmetro $e_1$ da matriz do EAR em função dos números quânticos $j$ e $j'$ da transição .....	62
Tabela 4.2 – Valores de $e_1$ para algumas linhas ressonantes.....	62
Tabela 4.3 - Grade de modelos para ventos em expansão constante (modelos 'c'). .....	72
Tabela 4.4 - Grade de modelos para ventos acelerados (modelos 'b').....	72
Tabela 4.5 – Ajustes dos perfis de brilho do envoltório para os modelos de vento em expansão constante. ....	82
Tabela 4.6 – Ajustes dos perfis de brilho do envoltório para os modelos de vento acelerado. ....	82
Tabela 4.7 – Profundidade óptica média ao longo da linha de visada integrada em diferentes intervalos de parâmetro de impacto.....	85
Tabela 5.1 – Eficiência do método da rejeição para grãos de silicato.....	109
Tabela 5.2 – Parâmetros dos modelos mostrados nas Figuras 5.9 e 5.11 .....	121
Tabela 5.3 – Parâmetros dos modelos mostrados na Figura 5.13 .....	124
Tabela 5.4 – Parâmetros dos modelos mostrados na Figura 5.17 .....	128
Tabela 5.5 – Comparação entre modelos com diferentes funções de fase (FF) de espalhamento. ....	131
Tabela 5.6 – Modelos com distribuição de tamanhos de grão. ....	134
Tabela 5.7 – Parâmetros dos modelos mostrados nas Figuras 5.22 e 5.23.....	138
Tabela 5.8 – Parâmetros dos modelos do grupo 2, para o caso A.....	138
Tabela 5.9 – Parâmetros dos modelos do grupo 1, para o caso B .....	141
Tabela 5.10 – Parâmetros dos modelos do grupo 2, para o caso B .....	141
Tabela 6.1 – Raízes de $\langle P \rangle$ ( $\lambda_0$ e $\lambda_1$ ) e valores de $x$ correspondentes para grãos de silicato cósmico.....	169
Tabela 6.2 – Raízes de $\langle P \rangle$ ( $\lambda_0$ e $\lambda_1$ ) e valores de $x$ correspondentes para distribuições de grãos de silicato cósmico. ....	170

## Lista dos Símbolos e Nomes de Função Utilizados

$a$ :	raio do grão de poeira	$x$ :	parâmetro de tamanho, definido como $x = 2\pi a/\lambda$ .
$B_\lambda$ :	função de Planck	$\alpha_\nu$ :	coeficiente de absorção
$b_\lambda$ :	função de Planck normalizada	$\beta$ :	Índice da Lei Beta, que descreve a lei de velocidades de ventos radiativos
$I, Q, U, V$ :	parâmetros de Stokes	$\chi_\nu$ :	coeficiente de extinção
$I_\nu$ :	intensidade específica	$\varepsilon_\nu$ :	coeficiente de espalhamento
$J_\nu$ :	intensidade média	$\lambda$ :	comprimento de onda da radiação
$j_\nu$ :	emissividade do material	$\nu$ :	freqüência da radiação
$M_\odot$ :	massa solar	$\rho(r)$ :	densidade
$\dot{M}$ :	taxa de perda de massa	$\sigma_{abs}$ :	seção de choque de absorção
$m(a)$ :	função de distribuição de tamanho de grão	$\sigma_{esp}$ :	seção de choque de espalhamento
$n(r)$ :	densidade numérica de partículas	$\sigma_{ext}$ :	seção de choque de extinção
$n_e(r)$ :	densidade numérica de espalhadores	$\sigma_{sb}$ :	constante de Stephan-Boltzman
$q$ :	índice da distribuição MRN	$\sigma_T$ :	seção de choque de Thomson
$Q_{abs}$ :	fator de eficiência de absorção	$\tau_{eq}$ :	profundidade óptica ao longo do equador
$Q_{esp}$ :	fator de eficiência de espalhamento	$u(r)$ :	lei de velocidades do vento
$Q_{ext}$ :	fator de eficiência de extinção	$u_\infty$ :	velocidade terminal do vento
$R_*$ :	raio da estrela		

## Lista das Abreviaturas Utilizadas

AGB:	ramo assintótico das gigantes
DEE:	distribuição espectral de energia
EAR:	espalhamento atômico ressonante
IV:	infravermelho
LBV:	variável luminosa azul
PBE:	perfil de brilho do envoltório
PPE:	perfil de polarização do envoltório
PT:	pulso térmico
RGB:	ramo das gigantes vermelhas
TP:	pulso térmico
UV:	ultravioleta
WR:	estrela Wolf-Rayet



# Capítulo 1

## Introdução

### Resumo

Esta tese trata do transporte radiativo da luz polarizada em envoltórios estelares, usando o método de Monte Carlo. Neste capítulo, são apresentados alguns dos principais conceitos teóricos que fundamentam este trabalho.

Na seção 1.2, apresentamos uma breve revisão sobre ventos estelares e sobre os principais indicadores de perda de massa por estrelas: perfis P Cygni, linhas de emissão, emissão livre-livre, linhas moleculares e emissão térmica por poeira circunstelar.

Na seção 1.3, revisamos as principais propriedades dos envoltórios de estrelas evoluídas de baixa massa e, na seção 1.4, descrevemos brevemente algumas classes de estrelas massivas evoluídas.

Alguns conceitos básicos da teoria de transporte radiativo são introduzidos na seção 1.5. A seção seguinte trata do formalismo para a descrição da luz polarizada, através dos parâmetros de Stokes.

## 1.1. Apresentação

A radiação eletromagnética é a principal e, em geral, a única fonte de informação sobre os corpos celestes. Para que informações sobre o objeto celeste em estudo possam ser obtidas, faz-se necessária a compreensão dos processos que deram origem à radiação observada, bem como da modificação dessa radiação quando ela atravessa o meio presente entre o corpo celeste e o observador. As modificações da radiação eletromagnética através da sua interação com a matéria são o objeto de estudo da teoria de *transporte radiativo* ou *transferência radiativa*.

Existem inúmeros métodos para resolver o problema da transferência radiativa. Somente situações muito simples podem ser resolvidas analiticamente; para situações um pouco mais complexas, existem métodos semi-analíticos, que partem de algumas aproximações. Com o aumento da complexidade dos problemas estudados, fruto da necessidade de explicarem-se observações cada vez mais detalhadas, faz-se necessária a utilização de métodos numéricos, nos quais as equações do transporte radiativo são integradas numericamente. Via de regra, porém, tais métodos também utilizam aproximações importantes para tornar a solução factível, e não são capazes, muitas vezes, de resolver problemas mais gerais. Exemplos de situações que não são tratadas por esses métodos (ou o são com dificuldade) são envoltórios circunstelares não esféricamente simétricos, sistemas binários, meios não homogêneos, etc.

Para tais situações complexas, em que uma solução analítica ou numérica não é possível, o método de Monte Carlo aparece como uma alternativa muito atraente, que tem provado ser uma ferramenta muito poderosa para a análise dos mais variados sistemas físicos. Apesar dessa habilidade, o método de Monte Carlo não foi, historicamente, muito usado em astrofísica, e a razão é que o código exige uma quantidade de computação muito grande, o que somente se tornou possível recentemente. Nos últimos anos, o método tem sido empregado, com relevantes resultados científicos, em várias situações astrofísicas, particularmente na solução do transporte radiativo.

Neste trabalho, o método de Monte Carlo é utilizado para resolver o transporte radiativo em envoltórios estelares. O código desenvolvido é aplicado no estudo de três situações distintas: o transporte radiativo em envoltórios eletrônicos de estrelas quentes, o equilíbrio radiativo em envoltórios circunstelares com poeira e a formação de linhas ressonantes em ventos estelares.

No que segue, fazemos uma sucinta revisão, dado o escopo deste capítulo introdutório, de alguns conceitos que fundamentam o tema desenvolvido neste trabalho.

## 1.2. Ventos Estelares

Existem evidências observacionais acumuladas que indicam a existência de um *envoltório* de matéria em torno de estrelas (ou sistemas estelares) dos mais variados tipos, desde estrelas jovens (estrelas T Tauri, por exemplo), até estrelas em fase final de evolução. Em muitos casos, o envoltório pode ser detectado diretamente, pois a estrela está próxima o suficiente para que seu envoltório possa ser angularmente resolvido. Nos casos para os quais o envoltório pode ser estudado em detalhes por imageamento direto,

tais observações revelam, muitas vezes, uma incrível complexidade morfológica. Um bom exemplo é a estrela  $\eta$  Carina, uma variável luminosa azul que apresenta um envoltório bipolar estendido que tem sido, recentemente, alvo de observações detalhadas. São detectados, por imageamento direto, envoltórios de estrelas gigantes e supergigantes próximas, nebulosas planetárias, restos de supernovas e várias classes de objetos estelares jovens. Na grande maioria dos casos, entretanto, o envoltório não pode ser observado diretamente e sua presença deve ser inferida através da modificação da radiação estelar que é imposta pelo material circunstelar.

A presença de um envoltório de matéria em torno de uma estrela pressupõe a existência de um processo que “carregue” a matéria estelar para longe da estrela. Mas precisamente, deve existir um processo que, de alguma forma, transfira energia cinética para o material da fotosfera estelar, acelerando-o para fora. Este processo leva à formação do chamado *vento estelar*, associado ao fenômeno de *perda de massa estelar*. Uma excelente referência para ventos estelares é o livro de Lamers e Cassinelli (1999).

Os parâmetros mais importantes de um vento, que se procuram determinar a partir das observações, são a taxa de perda de massa,  $\dot{M}$ <sup>1</sup>, e a velocidade terminal,  $v_{\infty}$ , definida como a velocidade do material a uma distância infinita da estrela. A taxa de perda de massa é usualmente expressa em  $M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$  (massas solares por ano) e a velocidade terminal em  $\text{km s}^{-1}$ . Os valores de  $\dot{M}$  abrangem uma gama de até dez ordens de magnitude: de  $10^{-14} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$  para o vento solar (valor, esse, típico para estrelas de baixa massa na seqüência principal) a  $10^{-4}$  para estrelas Wolf-Rayet (van der Hucht 1992). Também para a velocidade terminal, observa-se um grande intervalo de valores: de  $3000 \text{ km s}^{-1}$  para estrelas de tipo O (Lamers e Cassinelli 1999) a  $10 \text{ km s}^{-1}$  para os ventos densos, frios e lentos de estrelas no ramo assintótico das gigantes (Habing 1996).

Para um vento esfericamente simétrico e estacionário, a taxa de perda de massa relaciona-se com a densidade,  $\rho$ , e a velocidade,  $v$ , em um dado ponto do vento pela lei de conservação da massa:

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho(r)v(r). \quad (1.1)$$

Existem várias técnicas para a determinação da taxa de perda de massa mas, de forma geral, medem-se a densidade e a velocidade do material em um mesmo ponto do vento e usa-se (1.1) para determinar  $\dot{M}$ .

Como dissemos, a existência de um vento pressupõe um mecanismo que acelere o material fotosférico. Assim, um vento apresenta, tipicamente, baixas velocidades próximo à fotosfera e acelera até que sua velocidade se aproxime assintoticamente de  $v_{\infty}$ . A lei de velocidades mais freqüentemente usada na literatura, que é obtida por estudos teóricos de vento radiativo (por exemplo, Castor, Abbott e Klein 1975-a e b), é a *lei beta*, dada por:

$$v(r) = v_0 + (v_{\infty} - v_0)(1 - R_{\star}/r)^{\beta}, \quad (1.2)$$

onde  $v_0$  é a velocidade inicial do vento e  $R_{\star}$  é o raio da estrela. Na expressão acima, quanto menor  $\beta$ , mais acelerado é o vento (Figura 1.1).

<sup>1</sup> Note-se que a taxa de perda de massa é um valor positivo:  $\dot{M} = -dM / dt$ .

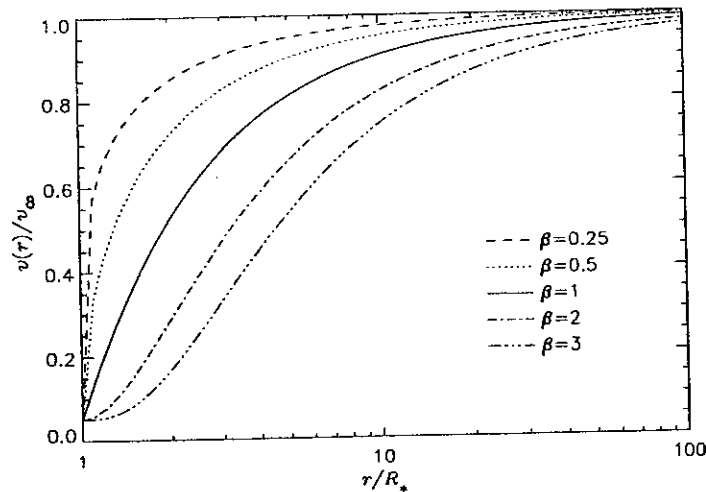


Figura 1.1 – Lei beta para alguns valores de beta e para uma velocidade inicial de  $v_0 = 0,05 v_\infty$ .

O mecanismo de aceleração do vento de estrelas quentes foi sugerido por Lucy e Solomon (1970), mas foi com Castor, Abbott e Klein (1975-a e b), que ele tomou a forma como a conhecemos hoje. Várias revisões desse modelo foram apresentadas posteriormente (Kudritzki, Pauldrach e Puls 1989; Friend e Abbott 1986; Pauldrach, Puls e Kudritzki 1986; Abbott 1982). Uma descrição detalhada do modelo de vento radiativo pode ser encontrada em Kudritzki (1988) e Lamers e Cassinelli (1999).

O fenômeno responsável pela aceleração do vento radiativo é a transferência de momento da radiação estelar para o material atmosférico, através da absorção ou espalhamento da luz. Uma condição necessária para o estabelecimento de ventos radiativos é que a luminosidade estelar,  $L$ , seja alta, pois o momento da radiação é dado por  $L/c$ . Tal condição é encontrada em estrelas quentes, com temperatura efetiva  $T_{ef} > 10^4$  K, pois  $L \propto T_{ef}^4$ , ou em estrelas frias com atmosferas muito estendidas, pois  $L \propto R_*^2$ . No caso de estrelas frias, a aceleração ocorre devido à absorção de fótons por grãos de poeira; tais ventos recebem o nome de “ventos acelerados pela poeira” (*dust driven winds*, em inglês). No caso de estrelas quentes, a transferência de momento ocorre pelo espalhamento ou absorção da luz por íons no vento, daí o nome “ventos acelerados pelas linhas” (*line driven winds*, em inglês).

Outros tipos de estrelas possuem ventos estelares que são acelerados por outros mecanismos, diferentes do mecanismo do vento radiativo. Como exemplo, citamos o vento coronal, que é acelerado pela pressão do gás devida às altas temperaturas ( $\sim 10^6$  K) do material da coroa estelar. Esse é o mecanismo que origina o vento solar.

Como dissemos, a presença de um vento em torno de uma estrela é detectada pela alteração da radiação da estrela imposta pelo material circunstelar. Nas próximas seções, listamos algumas evidências observacionais de ventos estelares.

### 1.2.1. Perfis P Cygni

Linhas espectrais correspondentes a transições atômicas a partir do estado fundamental são chamadas *linhas ressonantes*. As linhas ressonantes de íons abundantes são as características mais conspícuas do espectro ultravioleta (UV) de estrelas quentes, e correspondem a um dos mais sensíveis indicadores de perda de massa. Algumas das linhas mais importantes são as linhas ressonantes do C IV, N V e Si IV no espectro UV de estrelas de tipo espectral O e B recente, as linhas do CII no espectro de estrelas de tipo espectral B tardio até A e as linhas do Mg II em estrelas de tipo espectral B tardio até M (Lamers e Cassinelli 1999).

Se a densidade dos íons no envoltório for pequena, as linhas ressonantes produzem uma componente de absorção fraca, mas observável. Essa componente de absorção encontra-se deslocada para comprimentos de onda mais curtos, pois ela se forma em uma região que se move, afastando-se da estrela e aproximando-se do observador. Se a densidade dos íons for maior, a componente de absorção tornar-se-á mais conspícua, e será detectada, também, a luz emitida (espalhada) pelos íons em todo o volume do envoltório visível ao observador, a qual aparecerá no espectro como uma componente de emissão alargada e deslocada para o vermelho. O perfil resultante terá, assim, uma componente em absorção deslocada para o azul e uma componente de emissão deslocada para o vermelho; a esse tipo de perfil dá-se o nome de *perfil P Cygni*.

Os perfis P Cygni podem ser um diagnóstico muito útil do vento, principalmente se a linha não se encontra saturada. Uma quantidade que pode ser determinada diretamente do perfil é a velocidade terminal da espécie considerada, o que é feito a partir do extremo violeta da componente de absorção. Já a taxa de perda de massa é mais difícil de ser obtida, e requer um esforço teórico considerável (Groenewegen *et al.* 1989).

Linhas ressonantes também estão presentes no espectro de estrelas frias. As mais importantes são as linhas do K I, Na I, Ca I e Mg I. Essas linhas aparecem no espectro integrado da estrela como um perfil P Cygni sobreposto a uma linha de absorção fotosférica muito alargada (Bernat e Lambert 1975). Essas linhas também são observadas em observações espectroscópicas que resolvem o vento angularmente, onde é detectada somente a luz espalhada pelos átomos no envoltório (Gustafsson *et al.* 1997; Plez e Lambert 1994). Voltaremos a esse assunto no capítulo 4.

### 1.2.2. Linhas de emissão

Outro importante indicador de perda de massa em estrelas quentes é a presença de linhas de emissão em seu espectro. Como a emissividade é proporcional a  $\rho^2$  (pois o processo de emissão envolve a colisão entre íons e elétrons), as linhas de emissão originam-se em ventos densos e, assim, ocorrem em estrelas quentes com altas taxas de perda de massa, maiores que  $10^{-7} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$  (Lamers e Leitherer 1993). Um exemplo clássico são as estrelas Wolf-Rayet (WR), cujo espectro no visível é dominado por linhas de emissão muito intensas e largas (Hamann *et al.* 1995). Linhas de emissão da série de Balmer do hidrogênio são frequentes em estrelas O e supergigantes B (Lamers e Cassinelli 1999).

A largura equivalente e o perfil das linhas de emissão fornecem informações sobre a taxa de perda de massa e a lei de velocidades do vento. Em envoltórios de estrelas O, por exemplo, a largura típica da linha é de algumas centenas de  $km s^{-1}$ , muito menores que  $v_{\infty}$ , o que indica que a linha é formada na base do vento. As linhas de estrelas WR, em contraste, têm larguras comparáveis com a velocidade terminal, pois essas linhas formam-se em regiões muito extensas do vento, devido à alta densidade do vento dessas estrelas.

Uma linha de importância no estudo de ventos de estrelas quentes é a linha de emissão  $H\alpha$ , a primeira da série de Balmer; ela é um dos melhores indicadores de perda de massa. Leitherer (1988) e Lamers e Leitherer (1993) determinaram a taxa de perda de massa de um grande número de estrelas O e B a partir da largura equivalente dessa linha. Algumas referências com determinações recentes da taxa de perda de massa incluem Puls *et al.* (1995) e Hamann *et al.* (1995)

A teoria geral para a formação de linhas de emissão em ventos estelares foi descrita por Sobolev (1960).

### 1.2.3. Excesso de infravermelho e rádio

Estrelas com um vento estelar ionizado emitem um excesso de radiação, com respeito ao fluxo emitido pela fotosfera estelar, no infravermelho e em rádio, que é devido à emissão livre-livre pelos elétrons do vento. O excesso no infravermelho foi detectado em muitas estrelas (por exemplo, Waters, Coté e Lamers 1987). Já o excesso em rádio foi medido somente em algumas estrelas próximas, dado o baixo fluxo emitido nessa faixa espectral (Leitherer *et al.* 1995).

A taxa de perda de massa, nesse caso, pode ser determinada a partir da lei de velocidades e da densidade do gás, obtida da distribuição de energia do excesso de radiação e da estrutura de temperatura do vento (cf. Leitherer *et al.* 1995)

### 1.2.4. Linhas de emissão moleculares

Linhas de emissão por transições vibracionais e rotacionais de moléculas são comumente observadas em envoltórios de estrelas evoluídas de baixa massa, e constituem um dos principais diagnósticos da perda de massa desses objetos (Knapp e Morris 1985).

As linhas mais importantes para o estudo da perda de massa são as linhas do CO em 1,3 e 2,6  $\mu m$ . Essas linhas são importantes, pois podem ser observadas nos envoltórios tanto de estrelas oxigenadas quanto de estrelas carbonadas (cf. seção 1.3). A molécula do CO é muito estável, forma-se já na fotosfera das estrelas frias e permanece ao longo do vento até raios muito grandes, de forma que a densidade de CO é estritamente proporcional à densidade total. Outras moléculas, como OH, SiO, SO e SO<sub>2</sub>, são sensíveis aos detalhes da química do envoltório.

### 1.2.5. Emissão infravermelha e milimétrica por grãos de poeira

Nos seus estágios finais da evolução, estrelas de massa baixa ou intermediária passam pelo ramo assintótico das gigantes (AGB, acrônimo do nome em inglês *asymptotic giant branch*<sup>2</sup>) e são conhecidas como estrelas AGB. Essas estrelas apresentam uma taxa de perda de massa muito alta, até  $10^{-4} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$ , que resulta na formação de envoltórios muito densos e frios (Habing 1996).

Nesses envoltórios encontram-se as condições necessárias à formação de pequenos condensados sólidos (grãos de poeira), com tamanhos na faixa de 0,01 a 1  $\mu\text{m}$ . Os grãos de poeira absorvem parte da luz estelar e a reemitem em comprimentos de onda mais longos. Como resultado, a distribuição espectral de energia<sup>3</sup> (DEE) do objeto mostra-se como a soma do espectro estelar, atenuado pelo envoltório, com o espectro de emissão térmica dos grãos. A emissão infravermelho (IV) produz uma emissão com uma “corcova” característica, que lembra uma função de Planck ou uma combinação de funções de Planck com  $T \cong 10^2$  a  $10^3$  K. Se a densidade de grãos no envoltório for muito grande, o espectro estelar é totalmente absorvido e, nesse caso, observa-se somente a componente térmica de emissão dos grãos. Esse é o caso, por exemplo, de estrelas OH/IR, assim chamadas por apresentarem *masers* de OH e grande excesso de IV (cf. seção 1.3).

O material do qual o grão é constituído determina tanto a forma da extinção da luz estelar quanto a emissão IV. Alguns materiais possuem bandas espectrais que os distinguem dos demais. Esse é o caso do silicato, por exemplo, que possui uma banda em 9,7  $\mu\text{m}$  e outra em 20  $\mu\text{m}$  (Ossenkopt, Henning, Mathis 1992). Outro material com uma banda característica é o carbeto de silício (SiC), cuja banda está em 11,3  $\mu\text{m}$  (Pegourie 1988).

Grãos de poeira estão presentes no envoltório de várias outras classes de estrelas. Como exemplo, citamos objetos estelares jovens que possuem grãos de poeira em seus envoltórios de acréscimo e estrelas supergigantes B[e], que possuem grãos na parte externa do seu envoltório.

Existem algumas outras evidências de perda de massa, que não foram listadas acima por não estarem relacionadas diretamente ao tema desta tese. Um exemplo são os *masers* de OH, H<sub>2</sub>O e SiO em envoltórios de estrelas frias. Outra forma de detectar envoltórios circumstelares é pela polarização da luz. Quando um envoltório apresenta algum desvio de uma simetria esférica, ele pode produzir um nível detectável de polarização, através do espalhamento da luz. Voltaremos a esse assunto na seção 1.6.

<sup>2</sup> Ao longo deste trabalho, adotamos os acrônimos em inglês quando consagrados pelo uso em língua portuguesa.

<sup>3</sup> A distribuição espectral de energia é definida como o espectro do objeto em todos os comprimentos de onda e em baixa resolução (digamos,  $\Delta\lambda/\lambda \approx 10$ )

### 1.3. Envoltórios de estrelas de baixa massa

Nesta seção, apresentamos uma breve descrição dos envoltórios de estrelas de baixa massa. Vamos nos deter somente nas estrelas que, evolutivamente, estão após a seqüência principal. Envoltórios de gás e poeira também ocorrem em objetos estelares jovens, tais como estrelas T Tauri, mas tais objetos não serão, aqui, estudados. Esta seção baseia-se, em grande parte, na revisão de Habing (1996) sobre o tema.

Antes de passar à descrição dos envoltórios, é interessante revisar brevemente a trajetória evolutiva de estrelas de baixa massa ( $M < 2 M_{\odot}$ ) e de massa intermediária ( $2 M_{\odot} < M < 5 M_{\odot}$ ) após sua saída da seqüência principal. De forma geral, essas estrelas não apresentam envoltórios detectáveis durante a seqüência principal, pois a taxa de perda de massa nessa fase é muito pequena, menor que  $10^{-10} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$  (Lafon e Berruyer 1991). Quando as estrelas deixam a seqüência principal, a taxa de perda de massa cresce, chegando a até  $10^{-4} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$  nos estágios finais da evolução (Habing 1996). A natureza do envoltório formado depende dos detalhes da evolução após a seqüência principal.

Vamos, inicialmente, considerar a evolução de estrelas de baixa massa. Vamos considerar, como exemplo, a trajetória no diagrama Hertzsprung-Russell (HR) de uma estrela de  $1 M_{\odot}$ , mostrada na Figura 1.2. Ao longo da seqüência principal, a estrela queima hidrogênio em hélio e, ao final dessa fase, um núcleo de He e elétrons degenerados é formado, circundado por um manto de H. O fim da seqüência principal é marcado por uma contração global da estrela, seguida por um crescimento da luminosidade no seu interior, que acarreta a expansão da estrela. Sua temperatura fotosférica cai e a luminosidade aumenta muito: a estrela é, agora, uma gigante vermelha e segue uma trajetória conhecida como *ramo das gigantes vermelhas* (RGB, *red giant branch*). Na seqüência principal, uma estrela com  $1 M_{\odot}$  tem uma luminosidade de  $1 L_{\odot}$  e uma temperatura efetiva de 5700 K. Ao final do período de gigante vermelha, a estrela terá uma luminosidade de  $2500 L_{\odot}$  e uma temperatura efetiva de 2500 K. Ao final desta fase, o núcleo contrai-se rapidamente, a luminosidade cai e a estrela inicia a fase de queima do hélio, com uma luminosidade de  $50 L_{\odot}$ ; nesta fase a estrela encontra-se no *ramo horizontal*. Ao final dessa fase, a estrela terá formado um núcleo de carbono e oxigênio. A luminosidade cresce novamente e a estrela descreve o que é chamado de *primeiro ramo assintótico das gigantes* (AGB-I). Ao longo dessa fase, o núcleo vai sendo comprimido e a temperatura aumenta, até que o gás de elétrons degenera-se novamente; a estrela é, então, constituída de um núcleo de carbono e oxigênio com um gás de elétrons degenerados, circundado por um manto muito estendido de hidrogênio. O núcleo e o manto são separados por uma fina camada de hélio. Quando a estrela atinge uma luminosidade de  $2200 L_{\odot}$  e uma temperatura efetiva de 3000 K, ela entra em uma nova fase chamada AGB-TP (*thermal pulses*, pulsos térmicos), caracterizada por um novo e rápido aumento na luminosidade. A estrela começa, então, a expelir material do seu manto a taxas muito altas e, ao final dessa fase, a estrela terá atingido as maiores luminosidade e taxa de perda de massa de toda sua evolução. É justamente a perda de massa que finaliza a fase AGB-TP, quando o manto foi todo expelido no vento estelar, e a estrela entra na fase de nebulosa planetária.



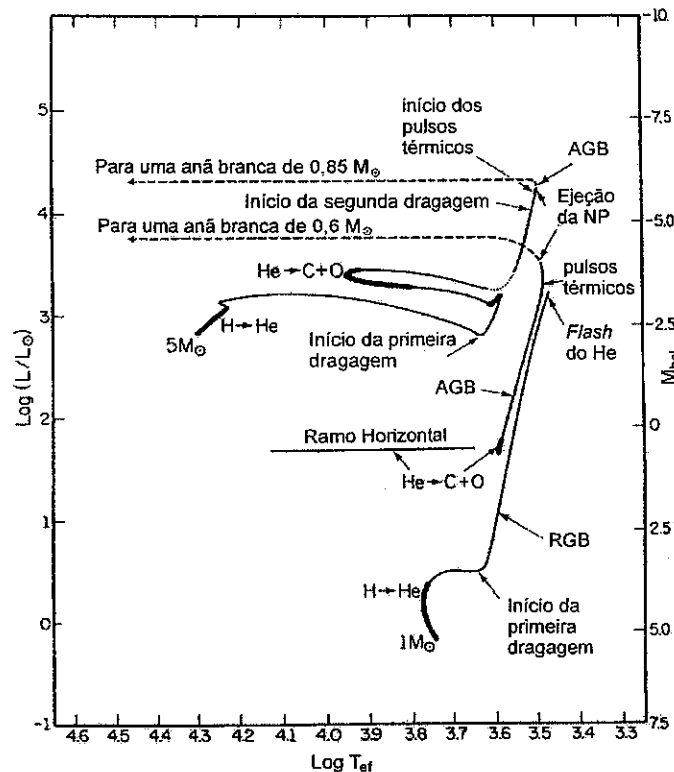


Figura 1.2 – Diagrama Hertzsprung-Russell mostrando a trajetória evolutiva, após a seqüência principal, de uma estrela de com  $1 M_{\odot}$  e uma estrela com  $5 M_{\odot}$ . Adaptado de Iben (1991).

A história de uma estrela de massa intermediária (massa na seqüência principal entre aproximadamente  $2$  e  $5 M_{\odot}$ ) é diferente. Ao final da seqüência principal, o núcleo de hélio é quente o suficiente para impedir a degeneração do gás de elétrons. Essas estrelas, ao contrário das estrelas de baixa massa, não seguem o caminho ao longo do RGB. No devido tempo, a queima do hélio continuará em uma camada em torno de um núcleo de carbono e oxigênio e depois disso, em algum momento, o gás de elétrons tornar-se-á degenerado. Isso força a estrela a seguir o caminho AGB-TP e a perder massa de forma similar às estrelas de baixa massa. Uma estrela com  $5 M_{\odot}$  entra na fase AGB-TP com uma luminosidade de  $6500 L_{\odot}$  e uma temperatura efetiva de  $3600$  K.

A segunda parte do AGB é chamado AGB-TP devido à ocorrência dos pulsos térmicos. Hidrogênio é queimado em hélio no limite externo da camada de hélio que circunda o núcleo; isso produz, na maior parte do tempo, a energia que a estrela irradia. A queima do hidrogênio leva a um aumento da massa da camada de hélio. Regularmente, mas por um curto período, hélio queimará em carbono e oxigênio, o que resulta no aumento temporário da luminosidade. Esse evento curto, que se repete várias vezes ao longo da fase AGB-TP, é chamado *pulso térmico*. Uma estrela AGB-TP passa a maior parte de seu tempo fora do TP; nessas ocasiões núcleo e manto são componentes distintos, sem troca de material. Durante um pulso térmico, entretanto, a zona de convecção no manto entra em regiões que contêm elementos sintetizados recentemente. Alguns dos elementos serão transportados, por dragagem, às regiões mais externas e mudarão a composição química da atmosfera. A mudança mais substancial refere-se ao

carbono. Estrelas nascem com a composição química do meio que as gerou, meio esse que contém mais oxigênio que carbono. Essa proporção, porém, começa a alterar-se quando carbono é injetado no manto convectivo, durante um pulso térmico. Pode ocorrer que, depois de vários pulsos térmicos, o número de átomos de carbono no manto exceda o de oxigênio. A estrela torna-se, então, uma *estrela carbonada* (Iben e Renzini 1983). Têm-se, dessa forma, dois tipos de estrelas AGB: estrelas com abundâncias “normais” de carbono e oxigênio, chamadas *estrelas oxigenadas*, e as estrelas carbonadas, com abundâncias alteradas pela dragagem que ocorre durante os pulsos térmicos. Define-se, além disso, uma terceira classe, com proporções muito próximas de carbono e oxigênio: estrelas de tipo S.

A alteração das abundâncias na fase AGB-TP tem conseqüências importantes no tipo de partícula que se condensará no envoltório: carbono amorfo para estrelas carbonadas e silicatos para estrelas oxigenadas. A molécula de CO desempenha um papel importante na química de envoltórios oxigenados e carbonados (Dominik *et al.* 1993). CO é uma molécula fortemente ligada, que se forma já na base atmosfera; dada sua natureza, ela não se une a partículas de poeira. *Grosso modo*, se  $C/O > 1$ , todo o oxigênio está na forma de CO e somente carbono estará “disponível” para formar condensados. Ao contrário, se  $C/O < 1$ , todo o carbono está ligado a oxigênio para formar o monóxido de carbono, e os grãos que se formarão conterão oxigênio (silicatos).

Uma característica freqüente das estrelas na fase RGB ou AGB é a variabilidade. Elas são classificadas, com base na forma e amplitude da curva de luz, em três classes (Habing 1996):

- variáveis de tipo-L, com variações irregulares;
- variáveis semi-regulares (SR), com alguma periodicidade, ao menos em alguns intervalos de tempo, e com amplitudes na banda V menores que 2,5 magnitudes. O período médio das SRs é entre 125 e 175 dias;
- variáveis Mira, com amplitudes maiores que 2,5 na banda V. As Miras têm períodos mais longos que as SRs, com média de 275 dias.

Outros objetos, que costumam ser destacados por suas características particulares, são as já mencionadas estrelas OH/IR, que emitem a maior parte de sua energia em  $\lambda > 6 \mu m$ , com a banda do silicato em  $9,7 \mu m$  em absorção e com uma emissão *maser* do OH. Muitas estrelas OH/IR são tão opticamente espessas que permanecem não detectadas no visível. Quase todas as estrelas OH/IR são variáveis com períodos muito longos (entre 500 e 3000 dias) e com uma amplitude de 1 ou 2 magnitudes bolométricas (Habing 1996).

Após a fase AGB, a estrela passa por estágios curtos (pós-AGB) que culminam na fase de nebulosa planetária, composta pelo envoltório e um objeto central que se tornará uma anã branca. A geometria das nebulosas planetárias é relativamente bem conhecida, pois tratam-se de objetos muito extensos. A maior parte das nebulosas planetárias não é esférica, apresentando geometrias elipsoidais ou bipolares. Kwok *et al.* (1978) introduziram o modelo de “ventos interagentes”, para explicar a formação e evolução da nebulosa planetária; nesse modelo, o vento rápido do objeto central da nebulosa planetária interage com o vento lento e denso produzido na fase AGB. Kahn e West

(1985) estenderam o trabalho de Kwok *et al.* (1978), e investigaram o caso mais comum de nebulosas não esféricas, mais especificamente a interação de um vento esférico com o remanescente não esférico da fase AGB. Para vários parâmetros do vento, tais como a concentração de matéria no equador, eles puderam produzir uma ampla gama de geometrias. O *status* desse e outros modelos é revisado por Frank (2000).

Johnson e Jones (1991) realizaram um estudo polarimétrico de uma grande amostra de objetos compreendendo todas as fases de evolução entre o começo da fase AGB até a formação da nebulosa planetária. Os resultados mostram que os objetos são intrinsecamente polarizados já no início da fase AGB e que a polarização cresce à medida que o objeto evolui. A polarização atinge seu máximo quando o objeto entra na fase anterior à de nebulosa planetária, e diminui à medida que a estrela evolui para uma nebulosa planetária. Esses resultados indicam que a perda de massa não esférica é uma característica contínua da estrela, a partir do momento em que ela desenvolve um envoltório de poeira mensurável (Johnson e Jones 1991).

## 1.4. Envoltórios de estrelas de alta massa

Ventos estelares são encontrados com frequência em estrelas quentes. Estrelas O, independente de sua classe de luminosidade, possuem vento radiativo já na seqüência principal. Ventos são observados, também, em supergigantes B. Existem alguns objetos, entretanto, que merecem atenção especial, dadas suas características peculiares. Tais objetos serão descritos a seguir.

### 1.4.1. Estrelas Be

Estrelas Be são estrelas de classe de luminosidade III-V, com altas velocidades de rotação, caracterizadas por forte emissão das linhas de Balmer do hidrogênio, daí o 'e' no seu nome (Underhill e Doazan 1982). Além das linhas de emissão, outras evidências da presença de um envoltório são um grande excesso no IV devido à emissão livre-livre e uma polarização de até 2%, atribuída a espalhamento da luz por elétrons em um disco equatorial geometricamente fino. Imageamentos interferométricos na região espectral do H $\alpha$  por Quirrenbach *et al.* (1997) mostram que os envoltórios são, realmente, muito achatados, consistentes com um disco equatorial.

### 1.4.2. Supergigantes B[e]

Supergigantes B[e] são estrelas do tipo espectral B. Seu espectro é caracterizado por linhas de emissão, algumas delas proibidas (daí os colchetes no nome). A presença do envoltório é detectada também pela emissão IV por grãos de poeira existentes nas partes externas do envoltório.

O modelo básico dessas estrelas (Zickgraf *et al.* 1986) consiste de um vento de duas componentes: um vento polar quente, rápido e pouco denso e um vento equatorial frio, lento e denso. Esses objetos apresentam polarização intrínseca de até 3%, o que corrobora a suposição da existência de discos equatoriais (Melgarejo *et al.* 2001; Magalhães 1992).

### 1.4.3. Variáveis luminosas azuis

As variáveis luminosas azuis (LBV, *luminous blue variables*) são estrelas massivas evoluídas, que mostram grande variabilidade fotométrica e espectroscópica, com diferentes amplitudes e escalas de tempo. São estrelas muito luminosas e estão localizadas, no diagrama HR, próximas ao limite superior observado para estrelas quentes muito massivas, o chamado *limite de Humphreys-Davidson* (Humphreys e Davidson 1994; Nota *et al.* 1995). Provavelmente, estão numa fase evolutiva muito próxima a das estrelas B[e] e, acredita-se, são as precursoras das estrelas Wolf-Rayet.

Estudos coronográficos (Nota *et al.* 1995) e polarimétricos (Taylor *et al.* 1991) indicam que os envoltórios das LBVs não são esféricos, e muitas apresentam uma geometria bipolar. As propriedades das LBVs foram revisadas por Humphreys e Davidson (1994).

### 1.4.4. Estrelas Wolf-Rayet

Estrelas WR são estrelas evoluídas, provavelmente descendentes de estrelas O com massa inicial na seqüência principal da ordem de 30 a 40  $M_{\odot}$ . São circundadas por um vento ionizado e muito denso, o que se manifesta por um contínuo muito tênue, resultado de uma intensa extinção da luz estelar, ao qual estão superpostas linhas de emissão muito alargadas e intensas. Possuem uma taxa de perda de massa muito elevada, de até  $10^{-5} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$  (Abbott e Conti 1987).

Estrelas WR geralmente são polarizadas. Em geral a polarização é explicada pela presença de uma outra estrela, que forma um sistema binário com a WR, imersa no vento esférico da WR, o que torna o campo de radiação assimétrico e dá origem a uma polarização que modula com a fase do sistema. Estrelas WR isoladas também apresentam polarização pequena e de variação irregular, atribuída à formação de condensações aleatórias de matéria no vento (Rodrigues e Magalhães 2000).

## 1.5. Conceitos básicos da teoria de transporte radiativo

A interação da luz com a matéria é descrita pela *teoria de transporte radiativo*. Apesar da natureza microscópica desta interação, ela é abordada, nessa teoria, por duas grandezas macroscópicas: o *coeficiente de extinção* e o *coeficiente de emissão*. Uma referência básica para esse assunto é o livro de Rybicki e Lightman (1979).

O coeficiente de extinção ( $\chi_{\nu}$ ), ou *opacidade*, descreve a remoção da energia do campo de radiação eletromagnética pela matéria. Ele é definido de forma que um elemento de volume de área  $dA$  e comprimento  $dz$  remove, de um feixe de luz de *intensidade específica*  $I_{\nu}$ , que se propaga para um ângulo sólido  $d\Omega$ , a energia:

$$\delta E = \chi_{\nu} I_{\nu} dA dz d\Omega dv dt ,$$

no intervalo de frequência  $dv$ . A extinção da radiação origina-se de dois processos físicos distintos, a *absorção* e o *espalhamento* da luz, cada qual descrito por um coeficiente,  $\alpha_{\nu}$

para absorção e  $\varepsilon_\nu$  para espalhamento<sup>4</sup>. O coeficiente  $\chi_\nu$  é simplesmente a soma desses dois coeficientes:

$$\chi_\nu = \alpha_\nu + \varepsilon_\nu.$$

Uma forma alternativa de escrever o coeficiente de extinção é fazê-lo em termos das *seções de choque de absorção e espalhamento*,  $\sigma_\nu^{abs}$  e  $\sigma_\nu^{esp}$ :

$$\chi_\nu = n(\sigma_\nu^{abs} + \sigma_\nu^{esp}),$$

onde  $n$  é a densidade numérica de partículas (número de partículas por unidade de volume). Esta última expressão relaciona a grandeza macroscópica  $\chi$  com as grandezas microscópicas  $\sigma^{abs}$  e  $\sigma^{esp}$ .

O coeficiente de emissão ( $j_\nu$ ), ou *emissividade*, descreve a emissão de luz pelo material. Ele é definido como a quantidade de energia emitida por um elemento de volume em um ângulo sólido  $d\Omega$  e em um intervalo de frequência  $d\nu$ :

$$\delta E = j_\nu dA ds d\omega d\nu dt.$$

Vamos considerar o problema do transporte da radiação, ilustrado na Figura 1.3. Um feixe de radiação eletromagnética com intensidade  $I_\nu(z_1)$  incide em uma nuvem de matéria com espessura  $s = z_2 - z_1$ . A diferença entre a intensidade em  $z + dz$  e  $z$  é:

$$I_\nu(z + dz) - I_\nu(z) = [j_\nu(z) - \chi_\nu(z)I_\nu(z)] dz,$$

ou, escrevendo na forma diferencial:

$$\frac{dI_\nu(z)}{dz} = j_\nu(z) - \chi_\nu(z)I_\nu(z). \quad (1.3)$$

O significado da equação (1.3) é simples: a diferença entre as intensidades é igual à que é criada pela emissão [ $j_\nu(z)$ ] menos a absorvida ou espalhada [ $\chi_\nu(z)I_\nu(z)$ ].

Definindo-se a *função fonte*  $S_\nu$ :

$$S_\nu(z) \equiv \frac{j_\nu(z)}{\chi_\nu(z)},$$

e a *profundidade óptica*  $\tau_\nu$ :

$$d\tau_\nu(z) \equiv \chi_\nu(z)dz,$$

podemos reescrever a equação (1.3) como:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu. \quad (1.4)$$

---

<sup>4</sup> O usual é expressar o coeficiente de espalhamento pelo símbolo  $\sigma$ , mas optamos por uma notação diferente ( $\varepsilon$ ) para não haver confusão com as seções de choque.

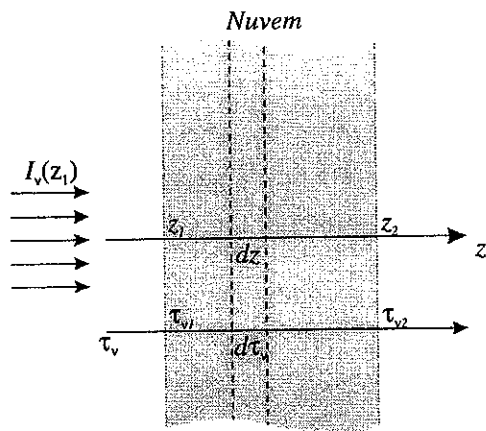


Figura 1.3 – Geometria utilizada para a derivação da equação de transporte radiativo

A equação (1.4), ou (1.3), é conhecida como *equação de transporte radiativo*, e está mostrada em sua forma unidimensional simples. A solução formal desta equação é fácil de ser obtida. Multiplicam-se ambos os lados da equação por  $e^{-\tau_\nu}$  e integra-se de  $\tau_{\nu 1}$  a  $\tau_{\nu 2}$ . O resultado é:

$$I(\tau_{\nu 2}) = I(\tau_{\nu 1})e^{-\tau_{\nu 1}} + \int_{\tau_{\nu 1}}^{\tau_{\nu 2}} S_\nu(\tau'_\nu) e^{-\tau'_\nu} d\tau'_\nu. \quad (1.5)$$

Da equação (1.5), temos um importante resultado da teoria de transporte radiativo: se conhecemos a função fonte para todas as profundidades ópticas de uma nuvem em cada frequência, podemos determinar a intensidade emergente para cada frequência.

Neste trabalho, o transporte radiativo é resolvido usando-se o método de Monte Carlo e, nesse caso, a solução não é obtida pela resolução da equação de transporte radiativo, mas através da simulação do *caminho aleatório* de um grande número de “pacotes de fótons” pelo meio material (cf. capítulos 2 e 3).

## 1.6. Polarização da luz

### 1.6.1. Natureza da luz polarizada

Consideremos uma onda eletromagnética monocromática plana propagando-se em uma direção  $\hat{k}$ . O campo elétrico associado a essa onda tem uma amplitude  $E_1$  e vibra em uma direção  $\hat{i}$ , ortogonal a  $\hat{k}$  ( $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$ ). Tal onda é dita 100% *linearmente polarizada*, e as direções  $\hat{k}$  e  $\hat{i}$  definem o chamado *plano de polarização*. Consideremos, agora, outra onda monocromática com a mesma frequência da primeira, propagando-se na mesma direção  $\hat{k}$ , com amplitude  $E_2$  e direção de vibração  $\hat{j}$ , ortogonal a  $\hat{i}$  ( $\hat{i} \cdot \hat{j} = 0$ ). Ambas as ondas são soluções independentes das equações de Maxwell e,

como somente duas soluções independentes são possíveis, segue-se que qualquer outra onda monocromática pode ser obtida através de uma combinação linear dessas duas ondas, as quais chamaremos de *ondas geradoras*. Três casos são usualmente destacados dentre as várias combinações possíveis:

- 1) *Onda polarizada linearmente, com direção arbitrária*: tal onda é obtida de uma combinação das ondas geradoras quando ambas estão à mesma fase. O vetor de campo elétrico resultante é:

$$\vec{E} = E_1 \hat{i} + E_2 \hat{j}.$$

- 2) *Onda polarizada circularmente*: essa onda é resultado da combinação das ondas geradoras quando ambas têm a mesma amplitude e fases deslocadas em  $\pm 90^\circ$ . O vetor de campo elétrico combinado tem magnitude constante, mas sua orientação move-se uniformemente com o tempo, fazendo uma revolução por período da onda, girando para a esquerda ou para a direita de acordo com o sinal da diferença de fase.
- 3) *Polarização elíptica*: essa é a forma mais geral de polarização, para a qual a ponta do vetor de campo elétrico executa uma elipse com o tempo. A polarização linear e circular são casos especiais dessa forma mais geral. Uma onda polarizada elipticamente pode ser vista como a combinação de duas ondas linearmente polarizadas com amplitudes diferentes e diferença de fase de  $\pm 90^\circ$  ou como a combinação de duas ondas linearmente polarizadas (que podem ou não ter amplitudes iguais) com uma diferença de fase outra que não  $0^\circ$  e  $\pm 90^\circ$ .

O caso geral de uma polarização elíptica é ilustrado na Figura 1.4. Uma elipse geral, como a mostrada na figura, pode ser definida por apenas três parâmetros:

- $E$ : a amplitude máxima do vetor de campo elétrico, dada por:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2;$$

- $\beta$ : uma medida da excentricidade da elipse, definida como:

$$|\tan \beta| = \frac{b}{a}.$$

$\beta$  define, também, o sentido de rotação do vetor campo elétrico. Se  $0 < \beta < \pi/2$ , o vetor campo elétrico gira no sentido horário e se  $-\pi/2 < \beta < 0$ , no sentido anti-horário;

- $\chi$ : inclinação do eixo maior da elipse com relação à direção  $\hat{i}$ .

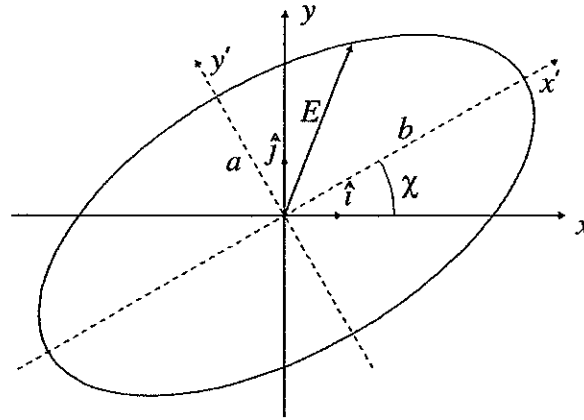


Figura 1.4 – Caso geral da polarização de um feixe de luz monocromático. O vetor campo elétrico traça um elipse com o tempo, com semi-eixos  $a$  e  $b$  e inclinação  $\chi$ .

Os casos especiais de polarização elíptica ocorrem quando  $\beta = \pm\pi/4$ , caso em que a excentricidade da elipse é 1 e a polarização é circular, e quando  $\beta = 0$  ou  $\pm\pi/2$ , situação em que a elipse se degenera em uma reta e a polarização é linear. Embora os parâmetros  $E$ ,  $\beta$  e  $\chi$ , chamados *parâmetros elipsométricos*, descrevam completamente uma onda eletromagnética monocromática arbitrária, eles não são muito úteis para a compreensão das transformações da luz polarizada e, além disso, não são adaptáveis a uma discussão da luz parcialmente polarizada.

Uma forma conveniente de representar matematicamente a luz polarizada é através do uso dos parâmetros de Stokes. Esses parâmetros são muito úteis para descrever as transformações da luz polarizada e são particularmente úteis para o problema do espalhamento da luz.

### 1.6.2. Os parâmetros de Stokes

Essa representação da luz polarizada foi desenvolvida por Sir George Gabriel Stokes em 1852 e foi resgatada e introduzida em astronomia por Chandrasekhar (1946). Existem muitas formas de definir os parâmetros de Stokes; uma revisão das formas mais usuais é encontrada em Bohren e Huffman (1995).

Optamos, aqui, pela definição que se tem tornado mais usual em astrofísica, segundo a qual os quatro parâmetros de Stokes são representados pelas letras  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  e  $V$ . Os parâmetros de Stokes de uma onda polarizada monocromática elipticamente são definidos em termos dos parâmetros elipsométricos como:

$$\begin{cases} I \equiv E^2 \\ Q \equiv E^2 \cos 2\beta \cos 2\chi \\ U \equiv E^2 \cos 2\beta \sin 2\chi \\ V \equiv E^2 \sin 2\beta \end{cases} \quad (1.6)$$



Como são três os parâmetros elipsométricos, os quatro parâmetros de Stokes não podem ser todos independentes entre si. Da definição acima, é fácil ver que:

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \quad (1.7)$$

As definições em (1.6) são obtidas através de somas e diferenças das componentes da intensidade da onda eletromagnética medidas nas direções  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ . O sentido físico dos parâmetros de Stokes são mais facilmente compreendidos através da seguinte representação pictórica:

$$\begin{aligned} I &= \uparrow + \leftrightarrow, \\ Q &= \uparrow - \leftrightarrow, \\ U &= \nearrow - \nwarrow, \\ V &= \cup - \cup. \end{aligned} \quad (1.8)$$

O parâmetro  $I$  representa a intensidade total do campo de radiação;  $Q$  é a diferença das duas componentes da intensidade medidas ao longo de  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ ;  $U$  é a diferença entre as intensidades medidas ao longo de duas direções a 45° de  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ ; e  $V$  é a diferença entre componentes circularmente polarizadas à esquerda e à direita.

Até o momento, consideramos somente radiação monocromática que, por definição, é 100% polarizada. Tal é o sentido da equação (1.7). O outro extremo dessa situação é uma radiação completamente despolarizada, para a qual as ondas geradoras não guardam nenhuma relação de fase permanente entre si, e não há nenhuma direção preferencial do vetor campo elétrico no plano  $xy$ . Os parâmetros de Stokes, nesse caso, são  $Q = U = V = 0$ .

Uma importante propriedade dos parâmetros de Stokes é a sua *aditividade*. Desta propriedade, segue-se que um feixe de luz qualquer pode ser representado como:

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I - \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}.$$

O primeiro termo representa os parâmetros de Stokes para uma onda completamente despolarizada e o segundo, para uma onda 100% polarizada elipticamente, que satisfaz a equação (1.7). Assim, uma onda arbitrária pode ser vista como uma superposição de uma onda 100% polarizada com outra completamente despolarizada. Nesse caso, a relação entre os parâmetros de Stokes é:

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2.$$

Essa inequação leva, naturalmente, à definição de *grau de polarização elíptica do feixe de radiação*:

$$P_e = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I}.$$

Outra definição importante é a do grau de polarização linear:

$$P = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I}, \quad (1.9)$$

e do ângulo de polarização, definido com relação à direção  $\hat{i}$  (Figura 1.4):

$$\chi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{U}{Q} \right). \quad (1.10)$$

O grau de polarização varia entre 0 e 1, e ela é freqüentemente expressa em porcentagem (0 a 100%).

Em muitos casos, é interessante poder-se representar os parâmetros de Stokes em um outro sistema  $x'y'$ , girado com relação a  $xy$  por um ângulo  $\chi$  (Figura 1.4). Para tanto usamos a matriz de Müller de rotação (Tinbergen 1996):

$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\chi & \sin 2\chi & 0 \\ 0 & -\sin 2\chi & \cos 2\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

Da equação acima, e também da equação (1.6), é evidente que as quantidades associadas com os parâmetros de Stokes, que são invariantes pela rotação, são  $I$ ,  $(Q^2 + U^2)^{1/2}$  e  $V$ .

### 1.6.3. O espalhamento como mecanismo de polarização

Dentre os processos físicos capazes de polarizar a luz de objetos astronômicos, está o espalhamento da radiação por pequenas partículas. Distinguem-se quatro tipos de partículas, às quais estão associadas processos físicos distintos.

O espalhamento da luz por elétrons livres é conhecido como *espalhamento eletrônico* ou *espalhamento Thomson*. A seção de choque de espalhamento é independente do comprimento de onda e é dada por:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} = 6,651 \times 10^{-25} \text{ cm}^2,$$

onde  $m$  e  $e$  são a massa e carga do elétron, respectivamente, e  $c$  é a velocidade da luz. A radiação que incide sobre o elétron o faz oscilar em uma direção ortogonal à direção da radiação incidente, criando um dipólo elétrico que irradia com a seguinte distribuição angular:

$$g(\theta) = \frac{8}{3} (1 + \cos^2 \theta), \quad (1.12)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento, medido com respeito a direção do feixe de radiação incidente. A função acima é conhecida como *função de fase dipolar*, e é válida para um feixe incidente despolarizado. O *espalhamento Rayleigh*, por partículas pequenas em comparação com o comprimento de onda da luz, possui a mesma função de fase da equação (1.12).

O espalhamento por grãos esféricos de poeira, recebe o nome de espalhamento Mie. Como mostrado no capítulo 5, a dependência angular da luz espalhada, bem como a seção de choque de espalhamento, depende do material do qual é constituído o grão e da razão entre seu tamanho e o comprimento de onda da luz. Essa dependência angular é resultado da excitação de múltiplos dentro do grão. No caso mais simples, que ocorre quando os grãos são pequenos comparados com o comprimento de onda da luz, a função de fase de espalhamento tende para função de fase dipolar.

Finalmente, o espalhamento da luz por átomos ou íons no estado fundamental recebe o nome de *espalhamento ressonante*. Ele consiste no processo de absorção – excitação – emissão de um fóton por um elétron ligado. A função de fase do espalhamento ressonante é mista, dada pela combinação de uma função de fase dipolar com uma função de fase isotrópica, como será estudado no capítulo 4.

Para entender como o espalhamento dá origem à polarização, vamos estudar o caso mais simples, que é do espalhamento eletrônico. A Figura 1.5 mostra, esquematicamente, o espalhamento de um feixe de radiação por um elétron. Define-se o chamado *plano de espalhamento* como o plano que contém a direção da radiação incidente e a espalhada. Consideremos um feixe de radiação incidente despolarizado, que é decomposto em duas componentes,  $I_{\parallel}$  e  $I_{\perp}$ , paralela e perpendicular, respectivamente, ao plano de espalhamento. Como o feixe é despolarizado,  $I_{\parallel} = I_{\perp}$ . Após o espalhamento, a amplitude do vetor de campo elétrico perpendicular ao plano de espalhamento permanece inalterada, enquanto que a componente paralela ao plano de espalhamento é reduzida por um fator  $\cos \theta$ , onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento. Assim,  $I_{\parallel}$  após o espalhamento, que denotamos por  $I'_{\parallel}$ , é dada por:

$$I'_{\parallel} = I_{\parallel} \cos^2 \theta.$$

O parâmetro de Stokes  $Q$  da radiação espalhada é dado por  $I'_{\parallel} - I'_{\perp}$  (cf. equações 1.8) e a polarização será dada por (equação 1.8) :

$$P = \frac{Q}{I} = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta},$$

Para espalhamento para frente ( $\theta = 0^\circ$ ) e para trás ( $\theta = 180^\circ$ ),  $P = 0$ ; para espalhamento a  $90^\circ$ ,  $P = 100\%$ . A direção da polarização é perpendicular ao plano de espalhamento.

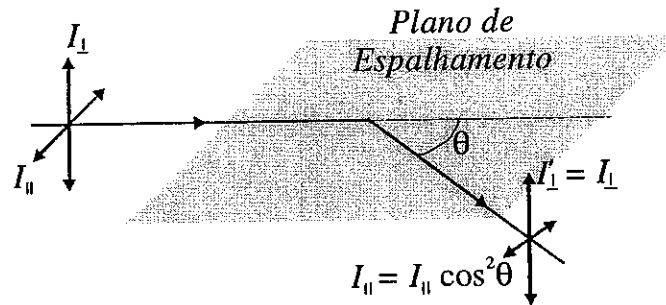


Figura 1.5 – Vista esquemática do espalhamento Thomson. A componente da intensidade perpendicular ao plano de espalhamento permanece inalterada, enquanto que a componente paralela ao plano de espalhamento é reduzida por um fator  $\cos^2\theta$ , onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento.

Vamos considerar, agora, a polarização da luz proveniente de um envoltório estelar composto por elétrons, como ilustrado na Figura 1.6. A figura mostra, esquematicamente, os vetores<sup>5</sup> de polarização de diferentes partes do envoltório, resultantes do espalhamento da radiação de uma estrela central. Vamos considerar que a estrela emite luz despolarizada e que não ocorre espalhamento múltiplo.

A polarização é sempre perpendicular ao plano de espalhamento, que, neste caso, são planos perpendiculares à direção radial. Isso gera os padrões *centro-simétricos* da Figura 1.6-a. A polarização integrada do envoltório é determinada pela soma, sobre todo o volume, das componentes dos vetores de polarização individuais, dadas pelos parâmetros de Stokes. No caso da Figura 1.6-a a polarização integrada é nula, devido a um efeito de cancelamento: para cada quadrante do envoltório, os parâmetros de Stokes cancelam-se com os parâmetros do quadrante seguinte, de maneira que se somarmos todos os vetores em todo o volume, a polarização resultante será nula.

Dessa maneira, a existência de uma *polarização intrínseca* em um envoltório de elétrons deve ocorrer apenas para sistemas não esfericamente simétricos. Isso ocorre, por exemplo, quando a geometria da nuvem não é esférica, como mostrado na Figura 1.6-b e c, que ilustram a polarização para uma geometria circunstelar de disco e jato, respectivamente. Nesse caso, não ocorre o efeito de cancelamento e a polarização integrada será perpendicular ao plano (ou eixo) onde a matéria está concentrada. Na Figura 1.6-b, a polarização integrada tem direção horizontal e na Figura 1.6-c, a polarização tem direção vertical. Um sistema pode apresentar, também, uma assimetria devida à fonte luminosa. Um exemplo é o de uma fonte que emite radiação de maneira não uniforme devido a manchas estelares.

<sup>5</sup> O termo “vetor”, usado para se referir à polarização é um tanto incorreto, apesar de comum na literatura. A polarização é descrita apenas por sua direção, e por esse motivo os “vetores” de polarização apresentam duas setas. Além disso, os vetores de polarização não estão sujeitos às regras usuais de adição de vetores.

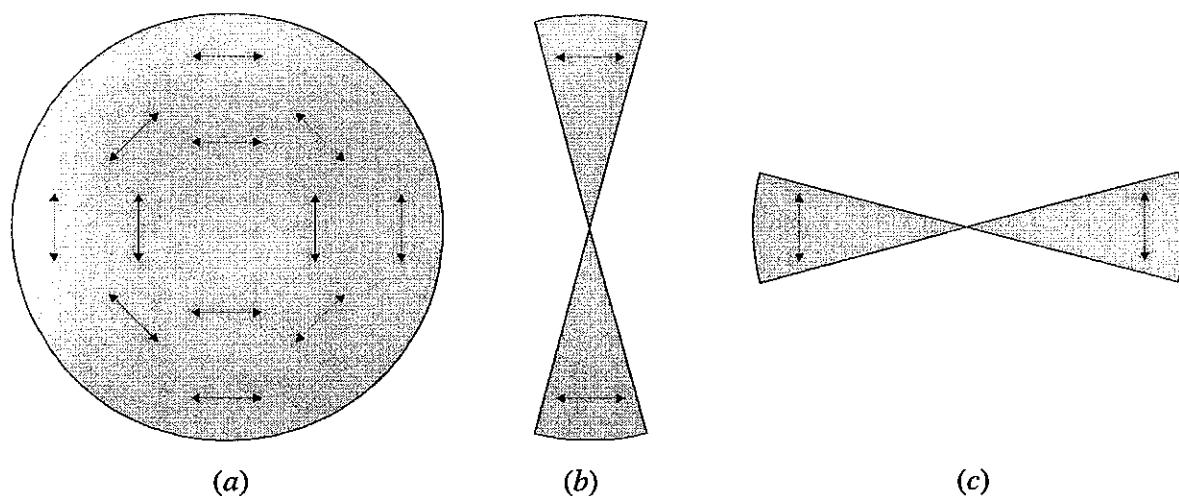


Figura 1.6 - Vetores de polarização em diferentes partes de três envoltórios com diferentes geometrias. A figura ilustra o cancelamento da polarização para a geometria esférica (a), que não ocorre para outras geometrias (b e c).

## 1.7. Organização deste trabalho

Neste trabalho, apresentamos três códigos de Monte Carlo que resolvem o transporte radiativo da luz polarizada para várias situações astrofísicas, com três aplicações distintas: transporte radiativo em nuvens eletrônicas, formação de linhas espectrais em ventos estelares e transporte e equilíbrio radiativos em meios com poeira.

No capítulo 2, é discutido o método de Monte Carlo e sua aplicação para o transporte radiativo. No capítulo 3 descreve-se, em detalhes, o código de espalhamento eletrônico. Esse código foi tomado como base para o desenvolvimento dos códigos apresentados nos capítulos subsequentes.

No capítulo 4, descrevemos as modificações realizadas no código de espalhamento eletrônico, para sua aplicação no estudo do espalhamento ressonante em ventos estelares. Apresentamos, também, um estudo sobre a formação de linhas ressonantes em ventos esféricos.

No capítulo 5, modificamos o código de espalhamento eletrônico para aplicá-lo ao estudo do transporte radiativo em meios com poeira. O código resolve, simultaneamente, o transporte radiativo e o equilíbrio radiativo, e fornece a distribuição espectral de energia e a temperatura de equilíbrio do sistema estudado. O código é aplicado em um estudo sistemático sobre os efeitos do tamanho dos grãos na distribuição espectral de energia e na temperatura de envoltórios estelares com poeira.

Finalmente, no capítulo 6, o código de transporte e equilíbrio radiativos é utilizado para estudar a polarização da luz em envoltórios estelares com poeira.



## Capítulo 2

# O Método de Monte Carlo

### Resumo

Este capítulo é dedicado à descrição do método de Monte Carlo. Suas principais características são ilustradas através de um exemplo simples, descrito na seção 2.2.

Na seção 2.3, o procedimento para a aplicação do método de Monte Carlo à solução do transporte radiativo é delineado.

Nas seções seguintes, detalhamos os dois principais problemas do método: a amostragem de variáveis a partir de funções de distribuição de probabilidades (seção 2.4) e a descrição geométrica do caminho aleatório do pacote de fótons na região de interação (seção 2.5).

## 2.1. Introdução

Durante a II Guerra Mundial, os físicos que trabalhavam no projeto da bomba atômica no Laboratório de Los Alamos, EUA, depararam-se com um problema bastante complicado, mas vital para o andamento das pesquisas: determinar a distância que nêutrons com uma determinada energia percorreriam dentro de determinados materiais. À época, já se conheciam os processos físicos envolvidos no problema (por ex., as seções de choque de espalhamento e absorção, a energia média perdida em cada colisão, etc.), mas a resolução do problema para materiais de composição e espessuras arbitrárias não era factível, dado o grande número de eventos possíveis. A resolução deste problema veio de dois matemáticos, John von Neumann e Stanislas Ulam, que utilizaram uma abordagem bastante simples: no esquema proposto, os nêutrons eram “lançados” um a um, e a sua trajetória no material era simulada levando-se em conta todos os eventos possíveis e as probabilidades de ocorrência de cada um. Com a simulação do caminho de um grande número de nêutrons, uma solução aproximada para o problema podia ser obtida. Na época, o método recebeu o nome de “método de Monte Carlo”.

O método de Monte Carlo é um método estatístico aplicável, em geral, quando se conhecem as probabilidades de ocorrência de todos os processos físicos envolvidos no problema em questão. Com o desenvolvimento de computadores cada vez mais rápidos, este método tem sido cada vez mais utilizado para resolução de problemas complicados e de solução analítica impossível, e as aplicações vão desde a otimização de linhas de produção industrial até estudos de populações de bactérias em laboratório. Referências básicas para o método de Monte Carlo são os livros de Cashwell e Everett (1959) e Kalos e Whitlock (1986).

Em astrofísica, o método tem sido utilizado para modelar uma ampla gama de situações. Alguns exemplos:

- Rodrigues e Magalhães (2000) usaram o método para modelar a polarização de sistemas binários, nos quais uma componente é uma estrela WR circundada por um envoltório esférico de elétrons e a outra componente é uma estrela da seqüência principal. A assimetria do campo de radiação resultante gera a polarização da radiação integrada do envoltório, que modula com a fase do sistema. Os autores consideraram também a polarização de envoltórios esféricos de estrelas WR, que apresentam concentrações aleatórias de matéria;
- Bianchi, Ferrara e Ciovanardi (1996) modelaram a extinção e polarização da luz em galáxias espirais com poeira;
- Fischer, Henning, e Yorke (1994) estudaram a polarização formada pelo espalhamento da luz por grãos de poeira em envoltórios de acréscimo de objetos estelares jovens.

Os exemplos citados acima ilustram a principal vantagem do método: ele pode, ao menos em teoria, ser aplicado para o estudo de situações extremamente complexas, envolvendo um grande número de parâmetros livres.



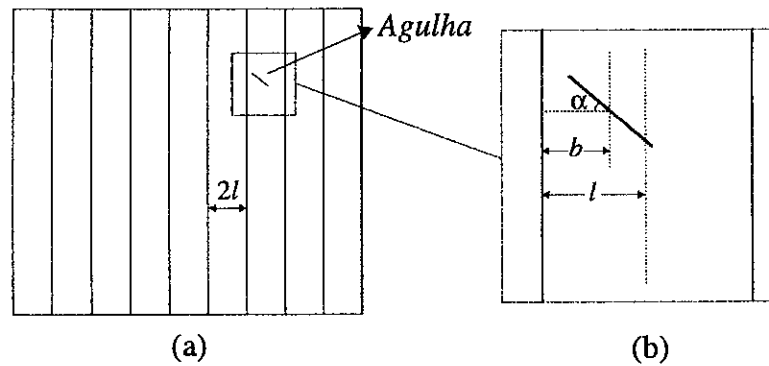


Figura 2.1 - Experiência da Agulha. a) Uma agulha de comprimento  $l$  é lançada sobre uma cartolina sobre a qual foram traçadas retas paralelas com uma distância  $2l$  uma da outra; b) Geometria do problema.

## 2.2. Um exemplo simples

Antes de entrar nos detalhes do método de Monte Carlo aplicado ao transporte radiativo, vamos abordar um exemplo muito simples, mas que ilustra bem as principais características do método.

Imaginemos a seguinte experiência: tomamos uma agulha com comprimento  $l$  e uma cartolina onde traçamos linhas paralelas separadas por uma distância  $2l$  (Figura 2.1-a). Se a agulha for lançada sobre a folha de cartolina por  $N$  vezes de forma aleatória<sup>1</sup>, é possível mostrar que a razão entre o número  $N_1$  de vezes que a agulha cai sobre uma das linhas paralelas e o número total de lançamentos é:

$$r_t = \frac{1}{\pi} \approx 0,3183. \quad (2.1)$$

Espera-se que, em uma experiência real, a *razão experimental* obtida,  $r_e$ , seja próxima à *razão teórica*,  $r_t$ , e que à medida que se aumenta o número de lançamentos, o resultado se aproxime cada vez mais do resultado teórico. O erro da experiência será dado por:

$$\sigma_{r_e} \cong \frac{r_e}{\sqrt{N}} \quad (2.2)$$

Vamos, agora, aplicar o método de Monte Carlo para a simulação da experiência descrita. Devemos, inicialmente, construir um *modelo* para o *sistema*, de forma a poder descrevê-lo matematicamente. O sistema possui somente duas *entidades*, a agulha e a cartolina com as linhas traçadas; o único *processo* do sistema é o lançamento da agulha sobre a cartolina. Para o problema em questão, apenas dois *eventos* ou *configurações* são relevantes em cada lançamento, a saber, a agulha cair sobre uma linha ou não.

<sup>1</sup> Por aleatório, entende-se que a agulha é lançada sem que se tente acertar (ou errar) as linhas paralelas.

Tabela 2.1 – Resultados para simulações da experiência da agulha.

Nº de lançamentos	$N/N_1$	Erro da Simulação	Erro real
10	2,5	0,8	0,6
1.000	3,27	0,10	0,13
10.000	3,09	0,03	0,05
1.000.000	3,134	0,003	0,007
100.000.000	3,1419	0,0003	0,0003
500.000.000	3,1415	0,0001	0,0001

A Figura 2.1-b mostra uma maneira de especificar-se a posição da agulha com relação à linha mais próxima. Duas quantidades são necessárias: a distância  $b$  entre o ponto médio da agulha e a linha, que pode variar entre 0 e  $l$ , e o ângulo  $\alpha$  entre a agulha e a perpendicular à linha, que varia de 0 a  $90^\circ$ . Dado um valor de  $b$  e de  $\alpha$ , a condição para que a agulha esteja sobre uma linha é:

$$\frac{l}{2} \cos(\alpha) \geq b \quad (2.3)$$

O código de Monte Carlo para simular essa experiência é muito simples, e possui apenas três passos, que devem ser repetidos  $N$  vezes:

- 1 – Simula-se o lançamento da agulha através do sorteio aleatório de  $b$  e  $\alpha$ ;
- 2 – Verifica-se a posição da agulha utilizando-se a equação (2.3);
- 3 – Conta-se o número  $N_1$  de vezes que a agulha cai sobre a linha;

Ao final da simulação calcula-se  $r_e = N_1/N$ . Nas próximas seções serão fornecidos mais detalhes sobre a maneira de se sortear aleatoriamente quantidades como  $b$  e o ângulo  $\alpha$  usando-se números aleatórios gerados por rotinas de computador.

A Tabela 2.1 mostra os resultados de várias simulações para diferentes números de tentativas. Desta tabela, e também da equação (2.2), podemos constatar uma importante característica do método de Monte Carlo: a precisão do método aumenta somente com a raiz quadrada do número de tentativas. Esse foi um dos principais fatores que, historicamente, desencorajou o uso do método de Monte Carlo.

Esse exemplo, apesar de muito simples, é útil para identificarmos os principais “ingredientes” de um código de Monte Carlo. Começa-se com a formulação de um modelo para o sistema estudado. Em seguida, identificam-se as entidades do modelo e os processos aos quais essas entidades estarão sujeitas. Finalmente, definem-se as configurações das entidades que são relevantes ao problema.

## 2.3. O método de Monte Carlo aplicado ao transporte radiativo

Passamos, agora, à aplicação do método de Monte Carlo para a simulação do transporte da radiação em meios materiais. Obviamente, o modelo vai depender do sistema considerado, mas vamos nos restringir aqui a uma discussão geral, objetivando a introdução de conceitos básicos que serão necessários nos próximos capítulos, nos quais descreveremos os códigos por nós desenvolvidos.

A solução do transporte radiativo com o método de Monte Carlo baseia-se na simulação, pelo meio material em estudo, do caminho de um grande número de *pacotes de fótons* emitidos por uma ou mais fontes luminosas. Um modelo para um dado sistema possui três entidades básicas:

- Fonte(s) luminosa(s);
- Pacotes de fótons;
- Região(ões) de interação, composta(s) de partículas com as quais os pacotes de fótons interagem.

As fontes luminosas podem ser estrelas, sistemas estelares múltiplos, ou mesmo o campo de radiação galáctico. Para descrevê-las temos, em geral, que especificar sua geometria, posição em relação à região de interação e, também, as propriedades da radiação emitida.

Os parâmetros que caracterizam um pacote de fótons são a sua intensidade, polarização, posição, direção e energia. A intensidade e a polarização são descritas pelos quatro parâmetros de Stokes  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  e  $V$ . Estes parâmetros são a ferramenta ideal para a elaboração de um código de Monte Carlo pois permitem um tratamento simples das mudanças geradas pelo meio através do uso de matrizes de rotação e de espalhamento (cf. seção 2.5.3). Os pacotes de fótons estão sujeitos aos seguintes eventos: emissão e reabsorção pela fonte luminosa, espalhamento, absorção e emissão por partículas na região de interação e, finalmente, escape do sistema.

As regiões de interação são os meios materiais nos quais o transporte radiativo deve ser resolvido. Para descrevê-las, deve-se especificar sua composição, geometria e lei de densidade. Em alguns casos, como o que será estudado no capítulo 4, é necessário especificar também a velocidade macroscópica do vento e a velocidade térmica das partículas. Se fontes de absorção estiverem presentes, a região de interação pode estar sujeita a um evento, o aquecimento do material pela radiação. Essa situação é encontrada nos capítulos 5 e 6, nos quais estudamos o transporte e equilíbrio radiativos em envoltórios circunstelares com poeira.

Alguns comentários sobre o termo “pacote de fótons” são importantes. Não há sentido em falar da intensidade específica de um fóton ou mesmo da modificação do grau de polarização de um fóton, pois um fóton real é 100% polarizado. Um pacote de fótons representa um feixe de radiação com intensidade  $I$  e determinado estado de polarização, o que é mais realista em termos físicos. Mesmo este termo, porém, não é muito preciso, pois um pacote de fótons é forçado a seguir, coeso, a sua história no meio material, de modo que todos os fótons do “pacote” estarão sujeitos aos mesmos eventos. É preciso, portanto, ter em mente que o termo pacote de fótons refere-se a uma entidade matemática cujas propriedades são adequadas para a descrição do problema.

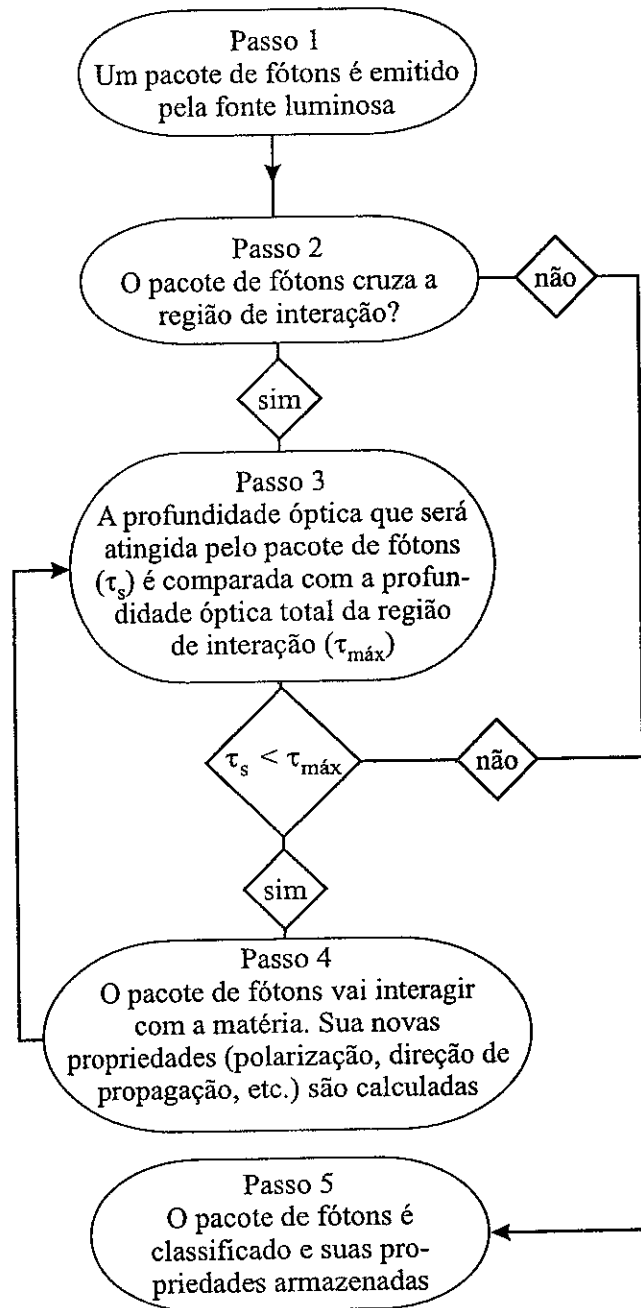


Figura 2.2 - Passos básicos do método de Monte Carlo aplicado ao problema do transporte radiativo.

Os principais passos do código de Monte Carlo estão descritos no diagrama da Figura 2.2. Um pacote de fótons com determinadas características (intensidade, polarização, etc.), sorteadas aleatoriamente, é emitido em uma posição e direção aleatórias (passo 1). Se a sua trajetória é tal que ele não cruza nenhuma região de interação, o pacote de fótons escapa do sistema com suas propriedades inalteradas (passo 2). Caso o pacote de fótons atravessasse alguma região, o programa sorteia a profundidade óptica que será atingida pelo pacote de fótons ( $\tau_s$ ) e a compara com a profundidade óptica

total ao longo da trajetória do pacote de fótons ( $\tau_{m\acute{a}x}$ ): se  $\tau_s > \tau_{m\acute{a}x}$ , o pacote de fótons simplesmente cruza a região de interação sem interagir; caso contrário, o pacote de fótons interage em algum ponto do envoltório, que deve ser determinado pelo programa (passo 4). Ocorrendo a interação, o pacote de fótons pode estar sujeito a diferentes eventos, dependendo do sistema considerado. Por exemplo, se o pacote de fótons for espalhado, sua direção e polarização serão alteradas; se ele for absorvido, um novo pacote de fótons surge em seu lugar, com novas características. Após a interação, uma nova profundidade óptica é sorteada e o programa retorna ao passo 3; o processo continua até que o pacote de fótons abandone a região de interação e seja classificado.

O cerne do método de Monte Carlo são os passos 3 e 4 do diagrama da Figura 2.2, nos quais é simulado o caminho aleatório (*random walk*) do pacote de fótons. A descrição geométrica do caminho aleatório é apresentada na seção 2.5.

Quase todos os passos descritos acima envolvem o *sorteio aleatório* de várias quantidades: a posição e direção do pacote de fótons emitido, a profundidade óptica atingida, as novas propriedades do pacote de fótons após a interação, etc. A todas essas quantidades está associada uma função de distribuição de probabilidades. Os métodos utilizados para amostrar variáveis a partir de suas distribuições de probabilidades são descritos na próxima seção.

## 2.4. Amostragem de variáveis a partir de funções de distribuição de probabilidades

Um sistema somente pode de ser simulado pelo método de Monte Carlo se *todos os processos físicos que podem ocorrer puderem ser representados por uma função de distribuição de probabilidades*, seja esta uma função contínua ou discreta. Vamos, agora, estudar como amostrar variáveis a partir de tais funções.

### 2.4.1. O Princípio Fundamental

Antes de prosseguir, algumas definições são necessárias. Consideremos um dado processo físico associado a uma variável  $x$ , definida no domínio  $[a, b]$ . Um exemplo é o espalhamento da luz, que ocorre em um dado ângulo com relação à direção de incidência, compreendido no intervalo entre 0 e 180°. Define-se a *função de distribuição de probabilidades*,  $p(x)$ , associada ao processo físico em questão, de forma que  $p(x)dx$  é a probabilidade de ocorrência de um valor da variável  $x$  no intervalo  $[x, x + dx]$ . A função de distribuição de probabilidades é uma função normalizada, de forma que:

$$\int_a^b p(x')dx' = 1.$$

Definimos  $P(x)$ , a função cumulativa de probabilidades, como:

$$P(x) = \int_a^x p(x')dx'. \quad (2.4)$$

$P(x)$  é a probabilidade de a variável considerada ter um valor entre  $a$  e  $x$ .  $P$ , obviamente, tem um valor entre 0 e 1. Uma importante propriedade de  $P$  pode ser obtida se considerarmos que a probabilidade de que  $P$  esteja no intervalo entre  $P$  e  $P + dP$  é a mesma de que a variável  $x$  esteja entre  $x$  e  $x + dx$ . Matematicamente, isso é expresso como:

$$\wp(P)dP = p(x)dx.$$

Da equação (2.4), temos que  $p(x) = dP/dx$ . Substituindo essa última relação na equação acima, obtemos:

$$\wp(P)dP = dP,$$

o que implica que  $\wp(P) = 1$ . Isso mostra que os valores da função cumulativa de probabilidades estão *distribuídos uniformemente* entre 0 e 1. Segue-se que, para amostrar um valor de  $P$ , pode-se usar a seguinte relação:

$$P(x) = \xi,$$

onde  $\xi$  é um número aleatório entre 0 e 1. Conclui-se que, para amostrar um valor  $x_s$  da variável  $x$ , devemos resolver a seguinte equação, com respeito a  $x_s$ :

$$\xi = \int_a^{x_s} p(x)dx. \quad (2.5)$$

A equação (2.5) expressa o *princípio fundamental do código de Monte Carlo*.

O princípio fundamental também se aplica para distribuições discretas de probabilidade. Um exemplo de processo ao qual está associada uma função de distribuição de probabilidades discreta é a interação da luz em um meio onde estão presentes várias partículas, cada qual com uma dada seção de choque. Dado um conjunto de probabilidades  $p_i$ , associadas ao evento  $i$ ,  $i = 1 \dots n$ , de um dado processo, tal que:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1,$$

sorteia-se um evento  $k$  a partir da seguinte relação:

$$\sum_{i=1}^k p_i \leq \xi. \quad (2.6)$$

Um exemplo importante da aplicação do princípio fundamental é a amostragem da profundidade óptica  $\tau_s$  percorrida pelo pacote de fótons no meio (passo 3 da Figura 2.2). A probabilidade de que um pacote de fótons percorra uma profundidade óptica  $\tau$  em um dado meio material antes de interagir é dada por:

$$p(\tau)d\tau = e^{-\tau}d\tau.$$

Substituindo na equação (2.5) e resolvendo para  $\tau_s$  obtemos:

$$\tau_s = -\log(1 - \xi). \quad (2.7)$$

Muitas vezes, a integral na equação (2.5) não pode ser resolvida analiticamente, o que pode decorrer do fato da própria função  $p(x)$  não ser analítica. Um método que pode ser usado nesses casos é o de escolher um número  $n + 1$  de valores da variável  $x$ ,  $x_0 = a$ ,  $x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$ , o que equivale a dividir o domínio da variável em  $n$  intervalos, e calcular a integral de (2.5) para cada um desses valores, obtendo-se assim um conjunto de  $n+1$  valores de  $\xi$ . Os resultados são armazenados em uma tabela que, durante a simulação de Monte Carlo, é usada para obter-se  $x_s$  a partir da interpolação com respeito a um dado  $\xi$ , sorteado aleatoriamente. Esse método apresenta o inconveniente de que, se a função  $p(x)$  tiver muitos parâmetros, as tabelas resultantes podem ser muito grandes, dada a necessidade de amostrar todo o espaço de possibilidades.

Existe uma situação em que o princípio fundamental não pode ser usado, que é o caso de uma função  $p(x)$  não analítica, que depende de variáveis do código. Tal é o caso, por exemplo, da função de fase de espalhamento, que pode depender da polarização do pacote de fótons. Para tais situações, usa-se o *método da rejeição*, descrito a seguir.

#### 2.4.2. Método da rejeição

Pelo método da rejeição (Kalos e Whitlock, 1986; Carter e Cashwell, 1975), a variável que se deseja amostrar é sorteada a partir de uma distribuição uniforme, dentro do intervalo  $x \in [a, b]$ , e é submetida a um teste, segundo o qual ela pode ser aceita ou rejeitada, daí o nome do método.

O procedimento para se amostrar a variável  $x$  é o seguinte. Sorteia-se um valor de  $x_s$  no intervalo  $[a, b]$ :

$$x_s = a + \xi_1(b - a).$$

Em seguida, sorteia-se um número  $y$  entre o mínimo e o máximo da distribuição de probabilidades ( $p_{\min}$  e  $p_{\max}$ , respectivamente):

$$y = p_{\min} + \xi_2(p_{\max} - p_{\min}).$$

O valor de  $x_s$  é aceito sempre que  $y \leq p(x_s)$ . Uma analogia interessante para compreender-se o método é imaginar que dardos são lançados sucessivamente, de forma aleatória, sobre o gráfico da distribuição de probabilidades (Figura 2.3) de forma que cada lançamento corresponda a uma coordenada  $(x_s, y)$ . Toda vez que o dardo cair na área A2, o valor de  $x_s$  correspondente é aceito. Esse procedimento assegura que a variável seja amostrada com uma frequência em acordo com a função de probabilidade.

Além de ser extremamente simples, esse método tem por vantagem ser aplicável para qualquer função de distribuição, desde que se conheça seu valor mínimo e máximo no domínio da variável  $x$ . Entretanto, o método pode tornar-se pouco eficiente quando a área A2 for muito menor que a área total do gráfico ( $A1 + A2$ ), pois, nesse caso, serão necessárias muitas tentativas até se obter um valor de  $x_s$  que satisfaça a condição  $y \leq p(x_s)$ . A eficiência  $E$  do método é dada pela razão entre a área sob a curva de  $p(x)$  e a área total:

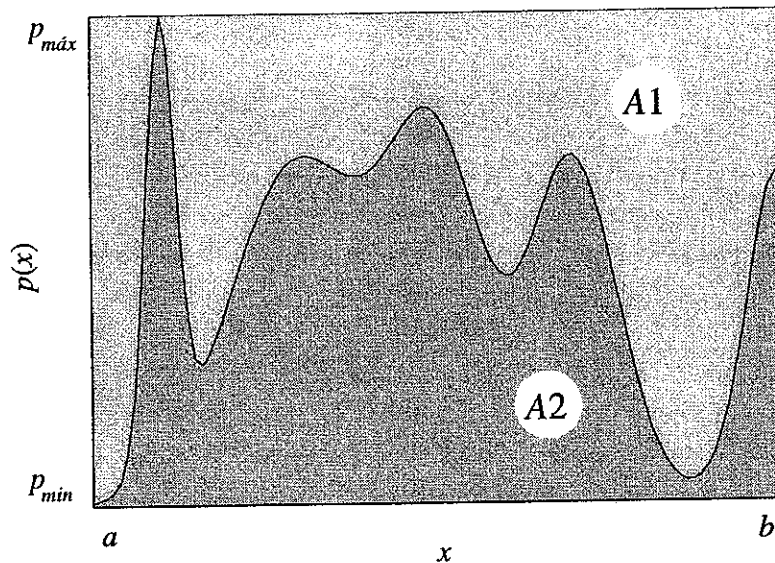


Figura 2.3 - Ilustração do método da rejeição.

$$E = \frac{A2}{A1 + A2}.$$

Como a função de distribuição é normalizada,  $A2 = 1$ , e:

$$E = [(b - a)(p_{máx} - p_{mín})]^{-1}.$$

### 2.4.3. Geração de números aleatórios

Vimos acima que, não importando o método considerado, a amostragem de variáveis a partir de funções de distribuição de probabilidade depende da geração de números aleatórios distribuídos uniformemente no intervalo  $[0, 1]$ . Usam-se, para tanto, números aleatórios fornecidos por uma rotina de computador, mais propriamente chamados de números “pseudo-aleatórios”, pois a seqüência gerada pela rotina numérica é sempre reproduzível. Uma revisão sobre números aleatórios é encontrada em Knuth (1971).

Em nosso código usamos um gerador de números aleatórios da biblioteca de rotinas numéricas do compilador *Digital Visual Fortran*, versão 6.0, para plataformas *windows*. O gerador baseia-se em uma fórmula multiplicativa congruencial, dada por:

$$\xi_{n+1} = c\xi_n \text{ mod}(m),$$

onde  $m = 2^{31} - 1$  e  $c$  é um inteiro cujo valor é 16807. A seqüência acima é capaz de gerar cerca de  $2,1 \times 10^9$  números aleatórios sem se repetir. Porém, mesmo essa série bastante longa pode, em alguns casos, vir a terminar durante uma simulação. Em tais situações usamos uma rotina intrínseca da linguagem C, chamada “drand48”, que é muito mais longa, com  $2,8 \times 10^{14}$  termos.

A seqüência gerada pela fórmula acima passa de forma satisfatória pelos principais testes estatísticos que procuram verificar a “aleatoriedade” da seqüência (Knuth, 1971; Kalos e Whitlock, 1986).



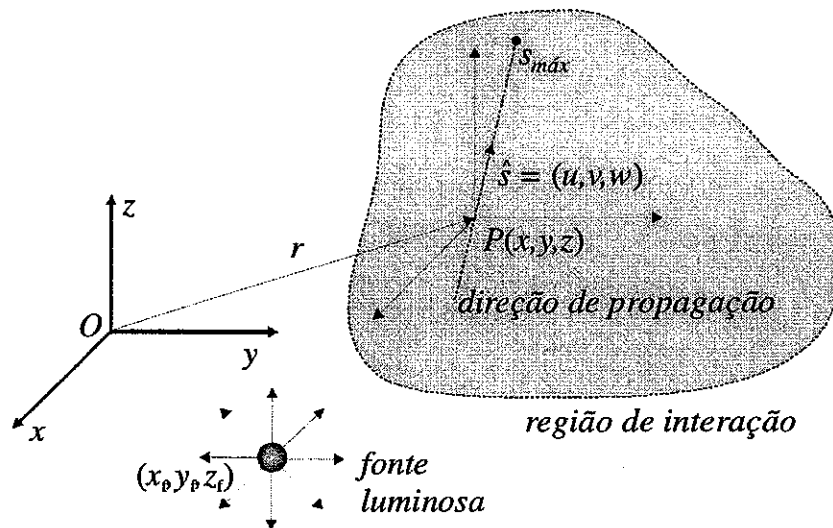


Figura 2.4- Geometria do Transporte Radiativo

## 2.5. Tratamento Geométrico do Transporte Radiativo

Além do sorteio aleatório de quantidades, outro problema fundamental do método de Monte Carlo é o tratamento geométrico do caminho aleatório do pacote de fótons na(s) região(ões) de interação. Nesta seção apresentamos a forma por nós utilizada para abordar e resolver esse problema.

### 2.5.1. Sistema de Coordenadas

Os pacotes de fótons são caracterizados geometricamente por sua posição  $P$  e direção  $\hat{s}$ , representadas em um sistema cartesiano pelas três coordenadas espaciais ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) e por três coordenadas direcionais ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) (Figura 2.4). As coordenadas direcionais são conhecidas como co-senos diretores, e são dadas por:

$$\begin{cases} u = \hat{i} \cdot \hat{s} \\ v = \hat{j} \cdot \hat{s} \\ w = \hat{k} \cdot \hat{s} \end{cases}$$

ou seja,  $u$ ,  $v$  e  $w$  são o co-seno do ângulo entre a direção  $\hat{s}$  e os eixos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente.

O caminho do pacote de fótons a partir do ponto onde entra na região de interação até o escape da mesma é composto por uma série de *deslocamentos* e *rotações*. A magnitude dos deslocamentos relaciona-se com a profundidade óptica no caminho do pacote de fótons e as rotações decorrem da sua interação com a nuvem.

O deslocamento do pacote de fótons é descrito pela equação parametrizada da reta:

$$\begin{cases} x' = x + u \cdot s \\ y' = y + v \cdot s \\ z' = z + w \cdot s \end{cases}$$

onde  $s$  é a distância geométrica a ser percorrida e  $(x', y', z')$  é a nova posição do pacote de fótons. A rotação é descrita por uma matriz de rotação,  $\mathbf{D}$ , que opera no vetor  $(u, v, w)$ :

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} = \mathbf{D} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

### 2.5.2. Integração de Monte Carlo

Vejamos, agora, como determinar a magnitude dos deslocamentos dos pacotes de fótons na região de interação.

Na seção 2.3, vimos que uma das etapas do código consiste em sortear a profundidade óptica a ser atingida pelo pacote de fótons ( $\tau_s$ ) e compará-la com a profundidade óptica máxima no caminho do pacote de fótons ( $\tau_{m\acute{a}x}$ ).  $\tau_{m\acute{a}x}$  é calculada a partir da seguinte equação, onde a integral é efetuada ao longo da direção de propagação do pacote de fótons:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \int_0^{s_{m\acute{a}x}} \sigma(s')n(s')ds'.$$

Quando  $\tau_s < \tau_{m\acute{a}x}$ , o pacote de fótons interage em algum ponto da nuvem. Nosso problema consiste em calcular a distância geométrica  $s$  percorrida pelo pacote de fótons, dadas suas coordenadas espaciais e direcionais, a seção de choque, a lei de densidade de partículas e a profundidade óptica sorteada. A distância geométrica é obtida resolvendo-se a seguinte equação com respeito a  $s$ :

$$\tau_s = \int_0^s \sigma(s')n(s')ds', \quad (2.8)$$

Esse pode ser um problema bastante complexo, dependendo da forma do integrando de (2.8). Em alguns poucos casos, o ponto de interação pode ser calculado analiticamente. Um caso trivial ocorre quando tanto a seção de choque quanto a densidade são constantes (independentes da posição). A distância geométrica, nesse caso, é dada simplesmente por:

$$s = \frac{\tau_s}{\sigma \cdot n}.$$

Outro caso que pode ser tratado analiticamente é o de uma densidade que varia com o inverso do quadrado da distância, situação muito comum em astrofísica. Nesse caso, a equação (2.8) fica:

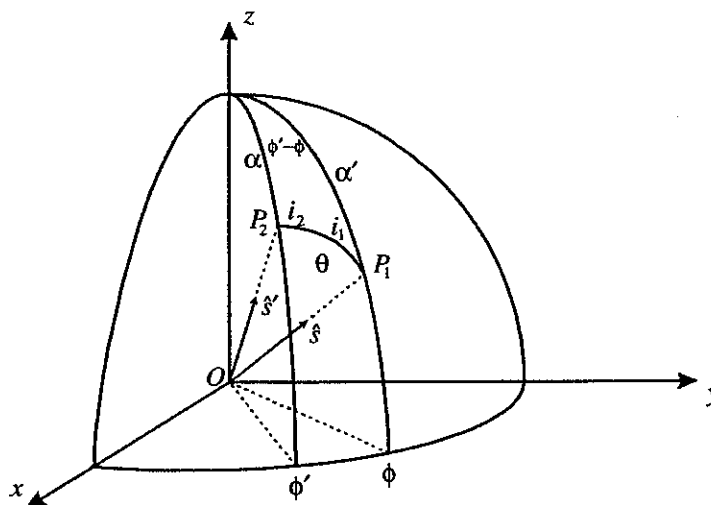


Figura 2.5 - Geometria do Espalhamento (Adaptado de Chandrasekhar (1960), cáp. 1)

$$\tau_s = \int_0^s \frac{\sigma n_0}{(x + u \cdot s)^2 + (y + v \cdot s)^2 + (z + w \cdot s)^2} ds'$$

onde  $n_0$  é uma constante. Esta integral tem uma solução analítica, que pode ser invertida algebricamente. Outro caso passível de um tratamento analítico é o caso de uma lei de densidades elíptica:

$$n(r) = \frac{n_0}{(x + y)^2/a^2 + (z/b)^2}$$

Para situações mais gerais, que abordaremos com o nosso código, é necessário usar-se um procedimento numérico, que será descrito no próximo capítulo.

### 2.5.3. Geometria do Espalhamento

Quando um pacote de fótons interage em algum ponto da região de interação, ele poderá ser espalhado ou absorvido e, posteriormente, reemitido. O efeito macroscópico dessa interação é a mudança da direção de propagação do pacote de fótons e a alteração da polarização do mesmo.

Para descrever o espalhamento, usamos o sistema definido por Chandrasekhar (1960), mostrado na Figura 2.5. O problema consiste em duas partes distintas: o cálculo da nova direção de propagação do pacote de fótons e o cálculo dos novos parâmetros de Stokes.

Consideremos um pacote de fótons que se propaga em uma direção  $\hat{s}$  e tem sua direção alterada, por espalhamento, para  $\hat{s}'$  (Figura 2.5). No sistema descrito por Chandrasekhar, a mudança de direção é descrita por duas rotações do vetor  $\hat{s}$ : a rotação por um ângulo  $\theta$  (o *ângulo de espalhamento*, definido entre 0 e  $\pi$ ) ao longo do plano que contém o eixo  $z$  e a direção  $\hat{s}$ , seguida pela rotação deste plano em torno do vetor de

direção inicial por um ângulo  $i_1$  (definido de 0 a  $2\pi$ ). O plano resultante,  $OP_1P_2$ , é conhecido como *plano de espalhamento*.

Tanto o ângulo de espalhamento  $\theta$  quanto o ângulo  $i_1$  são sorteados aleatoriamente durante o curso da simulação. O ângulo  $i_1$  é amostrado de uma distribuição uniforme entre 0 e  $2\pi$ , a partir da seguinte expressão:

$$i_1 = 2\pi\xi,$$

onde  $\xi$  é, como usual, um número aleatório entre 0 e 1. O ângulo de espalhamento depende da função de fase de espalhamento associada à partícula considerada, como veremos adiante.

A nova direção de propagação do pacote de fótons após o espalhamento é calculada por trigonometria esférica, e é dada por:

$$\begin{cases} u' = \frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{1-w^2}} [v \text{sen } i_1 - wu \cos i_1] + u \cos \theta \\ v' = -\frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{1-w^2}} [u \text{sen } i_1 + wv \cos i_1] + v \cos \theta. \\ w' = \sqrt{1-w^2} \text{sen } \theta \cos i_1 + w \cos \theta \end{cases} \quad (2.9)$$

Resta-nos, agora, determinar as modificações nas propriedades do pacote de fótons introduzidas pelo espalhamento. Elas são descritas pelos quatro parâmetros de Stokes  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  e  $V$ . Esses parâmetros são descritos com relação ao plano meridiano que contém a direção de propagação  $\hat{s}$  e o eixo  $z$ .

Consideremos, novamente, um pacote de fótons que se propaga na direção  $\hat{s}$ , e que possui um *vetor de Stokes*:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}.$$

O pacote de fótons é espalhado na direção  $\hat{s}'$  e tem seu vetor de Stokes alterado para:

$$\mathbf{S}' = \mathbf{L}(\pi - i_2)\mathbf{R}(\theta)\mathbf{L}(-i_1)\mathbf{S}, \quad (2.10)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a *matriz de espalhamento* que descreve o espalhamento no referencial da partícula e  $\mathbf{L}$  é matriz de Müller que gira o vetor de Stokes (equação 1.11). No sistema de Chandrasekhar, a primeira matriz que opera em  $\mathbf{S}$  roda o vetor de Stokes para o plano de espalhamento. A matriz  $\mathbf{R}$  calcula o espalhamento neste plano e a última matriz roda o vetor de volta para o referencial do sistema.

A matriz de espalhamento, tanto para espalhamento eletrônico, como para espalhamento ressonante e espalhamento por poeira, é dada por:

$$\mathbf{R}(\theta) = a \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & -P_4 \\ 0 & 0 & P_4 & P_3 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

onde os termos  $P_i$  dependem do processo específico. Para espalhamento eletrônico, também conhecido como espalhamento Thomson ou espalhamento dipolar, os elementos da matriz são:

$$\begin{aligned} a &= 3/4, \\ P_1 &= \cos^2 \theta + 1, \\ P_2 &= \cos^2 \theta - 1, \\ P_3 &= 2 \cos \theta, \\ P_4 &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

No caso de espalhamento por poeira, os elementos da matriz são mais complexos, e estão descritos no capítulo 5. Existem casos em que a matriz de espalhamento é muito mais complexa, podendo ter todos os seus termos não nulos. Esse é o caso, por exemplo, de sistemas com campos magnéticos. Tais situações, entretanto, não serão tratadas neste trabalho.

Outra matriz de interesse é a matriz para espalhamento isotrópico, para a qual todos os elementos são nulos, à exceção de  $P_1 = 1$ . O espalhamento isotrópico não altera a polarização da luz.

Para amostrar o ângulo de espalhamento, usamos a função de fase de espalhamento, que fornece a probabilidade de espalhamento em função do ângulo de espalhamento. A função de fase para radiação despolarizada é simplesmente o termo  $P_1$  da matriz (2.11). Para espalhamento Thomson é possível usar o princípio fundamental para amostrar o ângulo, pois  $P_1$  tem uma forma funcional simples (cf. equação 1.12). Já para radiação polarizada, é possível mostrar, das equações (2.10) e (2.11), que a função de fase é dada por:

$$I'(\theta) = P_1(\theta)I + P_2(\theta)[Q \cos(2i_1) - U \sin(2i_1)].$$

Esse é um caso em que a função de distribuição de probabilidades depende das variáveis do código ( $Q$ ,  $U$  e  $i_1$ ) e, para amostrar o ângulo, deve-se usar o método da rejeição.

Neste capítulo foram mostradas as bases teóricas do método de Monte Carlo e os principais passos para sua aplicação ao transporte radiativo foram delineados. Passamos, no próximo capítulo, à descrição do código por nós desenvolvido.



## Capítulo 3

# Um Código de Monte Carlo para o Transporte Radiativo em Envoltórios Eletrônicos

### Resumo

Neste capítulo, apresentamos um código de Monte Carlo para o transporte da luz polarizada em envoltórios circunstelares eletrônicos.

Este capítulo é uma continuação do anterior, no qual foi descrito o método de Monte Carlo aplicado ao transporte radiativo. Aqui, o código por nós desenvolvido é detalhado (seção 3.2). O código é bastante geral, sendo capaz de tratar várias geometrias da região de interação, leis de densidade arbitrárias, múltiplas fontes luminosas, etc.

Na seção 3.3, são descritos os testes realizados com o código. Foram consideradas situações simplificadas e de solução analítica simples, e também foram realizados testes com outros códigos numéricos.

Na seção 3.4, mostramos uma aplicação do código para o estudo da polarização de estrelas B[e].

### 3.1. Introdução

Uma das principais fontes de opacidade em envoltórios de estrelas quentes são os elétrons livres, oriundos da ionização do gás pelo intenso fluxo UV emitido por essas estrelas. Como mencionado no capítulo 1, existem várias classes de estrelas quentes que possuem envoltórios eletrônicos, muitas vezes com algum tipo de assimetria, o que se revela por uma polarização integrada não-nula. A análise da polarização no contínuo pode fornecer informações sobre a geometria do envoltório (por exemplo, Melgarejo *et al.* 2001, Magalhães 1992 e Bjorkman e Cassinelli 1990). A análise temporal da polarização pode fornecer informações sobre os parâmetros orbitais de estrelas binárias (Rodrigues e Magalhães, 2000).

Dada a importância, e também a relativa simplicidade, do espalhamento eletrônico, a polarização da luz de envoltórios eletrônicos foi muito estudada nas últimas décadas, através de diferentes abordagens. Investigações teóricas incluem as soluções analíticas de Chandrasekhar (1960) e Collins (1970) para atmosferas plano-paralelas, a solução da equação de transferência radiativa para geometrias circunstelares axi-simétricas de Hillier (1994), aproximações de espalhamento simples de Brown e McLean (1977) e várias abordagens de Monte Carlo (por exemplo, Rodrigues e Magalhães 2000; Rodrigues 1997; Wood *et al.* 1996; Daniel 1980).

Dentre os trabalhos citados, destacamos o de Wood *et al.* (1996), que trouxe uma contribuição importante ao demonstrar que o espalhamento múltiplo da radiação tem por consequência *umentar* os níveis de polarização do envoltório, quando comparados com aproximações de espalhamento simples mais atenuação, ao invés de diminuí-los, como se acreditava anteriormente. Esse resultado mostra a importância de um tratamento consistente do transporte radiativo que, em muitas situações, somente é obtido pelo uso do método de Monte Carlo.

Neste capítulo, apresentamos um código de Monte Carlo bastante geral, que resolve o transporte radiativo em nuvens eletrônicas para uma ampla gama de configurações da fonte luminosa e da região de espalhamento. Esse capítulo é, mais propriamente, uma continuação do capítulo anterior, no qual descrevemos as bases do código de Monte Carlo e sua aplicação ao problema do transporte radiativo. Os detalhes do código de Monte Carlo são, agora, apresentados.

O código de espalhamento eletrônico, apesar de não fazer parte dos planos originais da pesquisa de doutoramento, surgiu como uma consequência natural do desenvolvimento do trabalho e tem sido uma ferramenta usada pelo o grupo de polarimetria do IAG/USP para a modelagem da polarização de supergigantes B[e]. Além disso, os códigos apresentados no capítulo 4, para espalhamento ressonante, e nos capítulos 5 e 6, para o equilíbrio radiativo em envoltórios com poeira, foram construídos tendo por base o código de espalhamento eletrônico.

A abordagem do capítulo será, em sua maior parte, técnica, tentando cobrir os aspectos computacionais e teóricos do código. Uma aplicação do código é mostrada na última seção.



## 3.2. O Código de Monte Carlo

No capítulo anterior, vimos que as entidades básicas de um código de Monte Carlo aplicado ao transporte radiativo são os pacotes de fótons, as fontes luminosas e as regiões de interação. O problema básico consiste em, dado um modelo, descrever adequadamente a emissão da luz pelas fontes luminosas, determinar o caminho aleatório dos pacotes de fótons nas regiões de interação e classificar os pacotes de fótons adequadamente, para a obtenção dos observáveis desejados.

### 3.2.1. Fontes Luminosas

São muitas as configurações possíveis para a fonte luminosa, que dependem do sistema estudado e do modelo usado para descrevê-lo. Nosso código de Monte Carlo é capaz de tratar três tipos de fontes: fontes plano-paralelas, fontes pontuais e fontes esféricas (extensas). O código foi feito para ser o mais geral possível, de forma que ele é capaz de tratar um número arbitrário de fontes luminosas, com determinada posição (ou direção, no caso de fontes plano-paralelas).

Por tratar-se do espalhamento eletrônico, cuja seção de choque independe da frequência, não é necessário, no momento, especificar-se o comprimento de onda da luz emitida, e o problema resume-se no sorteio aleatório do ponto onde o pacote de fótons emitido entra na região de interação,  $(x_0, y_0, z_0)$ , e da sua direção inicial,  $(u_0, v_0, w_0)$ . O sistema de coordenadas é descrito na seção 2.5. Uma fonte extensa pode emitir luz polarizada e, nesse caso, é necessário, também, o sorteio dos parâmetros de Stokes iniciais do pacote de fótons.

#### 3.2.1.1 FONTES PLANO-PARALELAS

Uma configuração de fonte que aparece quando se estudam nebulosas de reflexão ou nuvens escuras iluminadas pelo campo de radiação galáctico, é a de *fonte plano-paralela*, que ilumina uniformemente a região de interação.

Para ilustrarmos como tal fonte é tratada no código de Monte Carlo, consideremos uma nuvem esférica de raio  $R$ , centrada na origem e iluminada por uma fonte plano-paralela na direção  $z$ . A direção inicial do pacote de fótons é, por definição, dada por  $u_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$  e  $w_0 = 1$ .

Para simular o ponto de entrada na nuvem, correspondente a uma iluminação uniforme, amostra-se, inicialmente, um raio  $r$  no círculo de raio  $R$  correspondente à projeção da nuvem no plano  $xy$ , a partir da seguinte distribuição de probabilidades:

$$p(r)dr = \frac{2\pi r}{\pi R^2} dr.$$

Aplicando-se o princípio fundamental (equação 2.5), obtemos:

$$r = \xi_1^{1/2} R. \quad (3.1)$$

Em seguida, amostra-se o ângulo azimutal  $\phi$ , a partir de uma distribuição uniforme entre 0 e  $2\pi$ .

$$\phi = 2\pi\xi_2.$$

A partir de  $r$  e  $\phi$ , podemos determinar o ponto de entrada na nuvem:

$$\begin{cases} x_0 = r \cos \phi \\ y_0 = r \sin \phi \\ z_0 = (R^2 - r^2)^{1/2} \end{cases}.$$

Procede-se de forma similar para regiões de interação com outras geometrias ou para fontes plano-paralelas com outra direção.

### 3.2.1.2 FONTES PONTUAIS

Fontes pontuais são uma aproximação geralmente usada quando as dimensões da fonte são muito menores que as da região de interação. Essa aproximação é particularmente útil quando se procura resolver as equações do transporte radiativo, pois ela simplifica muito o formalismo. No código de Monte Carlo, sua utilidade é mais restrita, pois o código trata facilmente o caso geral de fonte extensa. A utilidade de incluir-se o tratamento de fontes pontuais reside em poder-se comparar os resultados do código com resultados de outros autores, que utilizam essa aproximação.

Fontes pontuais sempre emitem a luz isotropicamente e com polarização nula. Para amostrar a direção do pacote de fótons emitido isotropicamente, sorteiam-se as duas coordenadas angulares de um sistema esférico,  $\theta$  e  $\phi$ , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi\xi_1, \\ \mu &= \cos \theta = 2\xi_2 - 1. \end{aligned}$$

As coordenadas direcionais iniciais do pacote de fótons são dadas por:

$$\begin{cases} u_0 = (1 - \mu^2)^{1/2} \cos \phi \\ v_0 = (1 - \mu^2)^{1/2} \sin \phi \\ w_0 = \mu \end{cases}.$$

As coordenadas espaciais iniciais são dadas pela interseção, com a região de interação, da reta paralela à direção acima e que passa por  $(x_f, y_f, z_f)$ , a coordenada da fonte.

### 3.2.1.3 FONTES EXTENSAS

Para o caso de fontes extensas, existem várias possibilidades. O pacote de fótons pode ser emitido isotropicamente de um ponto na superfície da estrela, ou pode seguir uma lei de escurecimento de bordo. Além disso, o pacote de fótons pode ser emitido já polarizado.

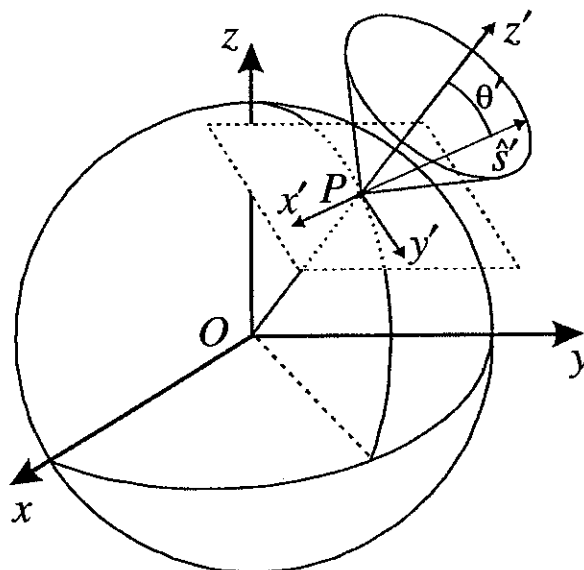


Figura 3.1 - Emissão da radiação por uma fonte esférica.

A dependência entre a intensidade e a direção radial é dada, de forma genérica, por uma função  $I(\mu')$ , onde  $\mu' = \cos\theta'$ , o ângulo entre a direção radial ( $z'$ ) e a direção em que o pacote de fótons foi emitido,  $\hat{s}$  (Figura 3.1).

Se a emissão for isotrópica,  $I(\mu') = 1$ , ou seja, a luz é emitida de maneira uniforme entre  $\mu' = 0$  e 1. Normalmente, uma superfície estelar não emite isotropicamente, ao contrário, emite preferencialmente na direção radial, o que torna a borda do disco estelar mais escura que o centro, daí o nome *escurecimento de borda* dado a esse fenômeno. Nesse caso, a intensidade é uma função de  $\mu'$ . Existem várias leis de escurecimento propostas para atmosferas estelares. Uma delas é uma expressão linear do tipo (Chandrasekhar 1960):

$$I(\mu')/I_0 = 1 + a\mu'.$$

Para estrelas quentes, pode-se usar, por exemplo, a expressão semi-empírica de Diaz-Cordovéz, Claret e Gimenez (1995):

$$I(\mu)/I_0 = 1 - a(1 - \mu') - b(1 - \mu'^2) - c(1 - \sqrt{\mu'}) - \mu' \ln \mu'. \quad (3.2)$$

Independentemente da forma de  $I(\mu')$  escolhida, esta é uma função de distribuição de probabilidades, de modo que  $\mu'$  pode ser amostrado usando-se o princípio fundamental ou o método da rejeição.

O procedimento para sortear-se a direção  $\hat{s} [= (u_0, v_0, w_0)]$  de propagação do pacote de fótons é descrito a seguir. Sorteia-se, inicialmente, um ponto  $P(x_e, y_e, z_e)$  na superfície da estrela, de onde o pacote de fótons será emitido (Figura 3.1), usando-se um procedimento similar ao utilizado para amostrar-se a direção de emissão no caso de fonte pontual:

$$\begin{cases} z_e = R(2\xi_1 - 1) \\ x_e = R\sqrt{1 - z_e^2} \cos(2\pi\xi_2), \\ y_e = R\sqrt{1 - z_e^2} \sin(2\pi\xi_2) \end{cases}$$

onde  $R$  é o raio da fonte. Esse ponto define um sistema  $x'y'z'$ , mostrado na Figura 3.1. Em seguida, sorteia-se o ângulo  $\mu'$ , a partir da distribuição  $I(\mu')$ , e o ângulo azimutal  $\phi'$ , no sistema de coordenadas  $x'y'z'$ . A direção de propagação será dada, nesse sistema, por:

$$\hat{s}' = (\mu', \phi').$$

Finalmente, escreve-se  $\hat{s}'$  no sistema  $xyz$ . O resultado é:

$$\hat{s} = \begin{cases} u_0 = -\sqrt{1 - \mu'^2} \sin \phi \sin \phi' + \cos \phi \left[ \sqrt{1 - \mu'^2} z_e / R \cos \phi' + \mu' \sqrt{1 - (z_e / R)^2} \right] \\ v_0 = \sqrt{1 - \mu'^2} \cos \phi \sin \phi' + \sin \phi \left[ \sqrt{1 - \mu'^2} z_e / R \cos \phi' + \mu' \sqrt{1 - (z_e / R)^2} \right] \\ w_0 = \mu' z_e / R - \sqrt{1 - (z_e / R)^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cos \phi' \end{cases}.$$

Como no caso de fonte pontual, as coordenadas espaciais iniciais do pacote de fótons são dadas pela interseção da direção  $\hat{s}$  com a região de interação.

Além do escurecimento de bordo, outro efeito físico que pode ser considerado em fontes extensas é a *polarização de bordo*, ou *polarização de limbo*. Esse efeito ocorre, por exemplo, em atmosferas de estrelas quentes, onde o transporte da radiação é dominado pelo espalhamento eletrônico. Uma solução deste problema é apresentada em Chandrasekhar (1960). Collins (1988) derivou uma fórmula analítica para essa polarização:

$$P(\mu) = \frac{Q}{U} = e \frac{1 - \mu^2}{1 + f\mu + g\mu^2}, \quad (3.3)$$

onde  $e = 0,1153$ ,  $f = 4,157$  e  $g = 3,146$ .

O código incorpora tanto a lei de escurecimento de bordo da equação (3.2), quanto a lei de polarização de bordo da equação (3.3). Quando esta última é considerada, usa-se o valor de  $\mu$  amostrado da lei de escurecimento de bordo para calcular os parâmetros de Stokes  $Q$  e  $U$  do pacote de fótons emitido.

#### 3.2.1.4 SISTEMAS COM MÚLTIPLAS FONTES LUMINOSAS

O código é capaz de tratar sistemas com um número arbitrário de fontes luminosas. Um exemplo de aplicação é o caso de sistemas estelares binários ou múltiplos, imersos em uma nuvem eletrônica (por exemplo, Rodrigues e Magalhães 2000). Nesse caso, um parâmetro de entrada do código é o número de fontes e suas respectivas coordenadas. Devem ser especificadas, ainda, as luminosidades relativas das fontes,  $L_i$ , que são tais que:

$$\sum_i L_i = 1.$$

Quando o código de Monte Carlo atinge o ponto em que um pacote de fótons será emitido (passo 1 do diagrama da Figura 2.2), deve-se, em primeiro lugar, sortear a fonte que vai emití-lo, usando-se as luminosidades relativas e o princípio fundamental para distribuições discretas (equação 2.6).

### 3.2.2. Caracterização da Região de Interação

A região de interação é descrita por sua *composição*, *geometria* e pela *distribuição de densidade do material*. No capítulo 4, no qual estudaremos a formação de linhas ressonantes em ventos estelares, será necessário especificar, também, a velocidade do material. Nos capítulos 5 e 6, onde estudaremos o equilíbrio radiativo em envoltórios com grãos de poeira, determinar-se-á, ainda, a temperatura dos grãos em toda a região de interação.

#### 3.2.2.1 GEOMETRIAS

As geometrias implementadas no código são as seguintes:

- esférica;
- elíptica;
- cilíndrica;
- saia-de-bailarina;
- cônica; e
- toroidal.

A Figura 3.2 mostra as geometrias acima e indica quais os parâmetros necessários à sua descrição. A região de interação pode, com relação à fonte, ser contígua ou não (obviamente, isso não se aplica a fontes plano-paralelas). No caso em que a região de interação não é contígua à fonte, que é a situação ilustrada na Figura 3.2, existe um vazio entre a fonte e a região de interação, por onde os pacotes de fótons passam sem interação. Esse é um aspecto do código que deve ser tratado com cuidado. Outra situação que requer cuidado é a de geometrias abertas, que não envolvem a fonte completamente (por exemplo, a geometria saia-de-bailarina). Em tais situações há a possibilidade de o pacote de fótons sair da região de interação e, a seguir, nela entrar novamente.

No caso de fonte contígua, duas geometrias são modificadas com relação ao esquema apresentado na Figura 3.2: a parte interna tanto da geometria elíptica quanto da geometria cilíndrica passa a ser esférica.

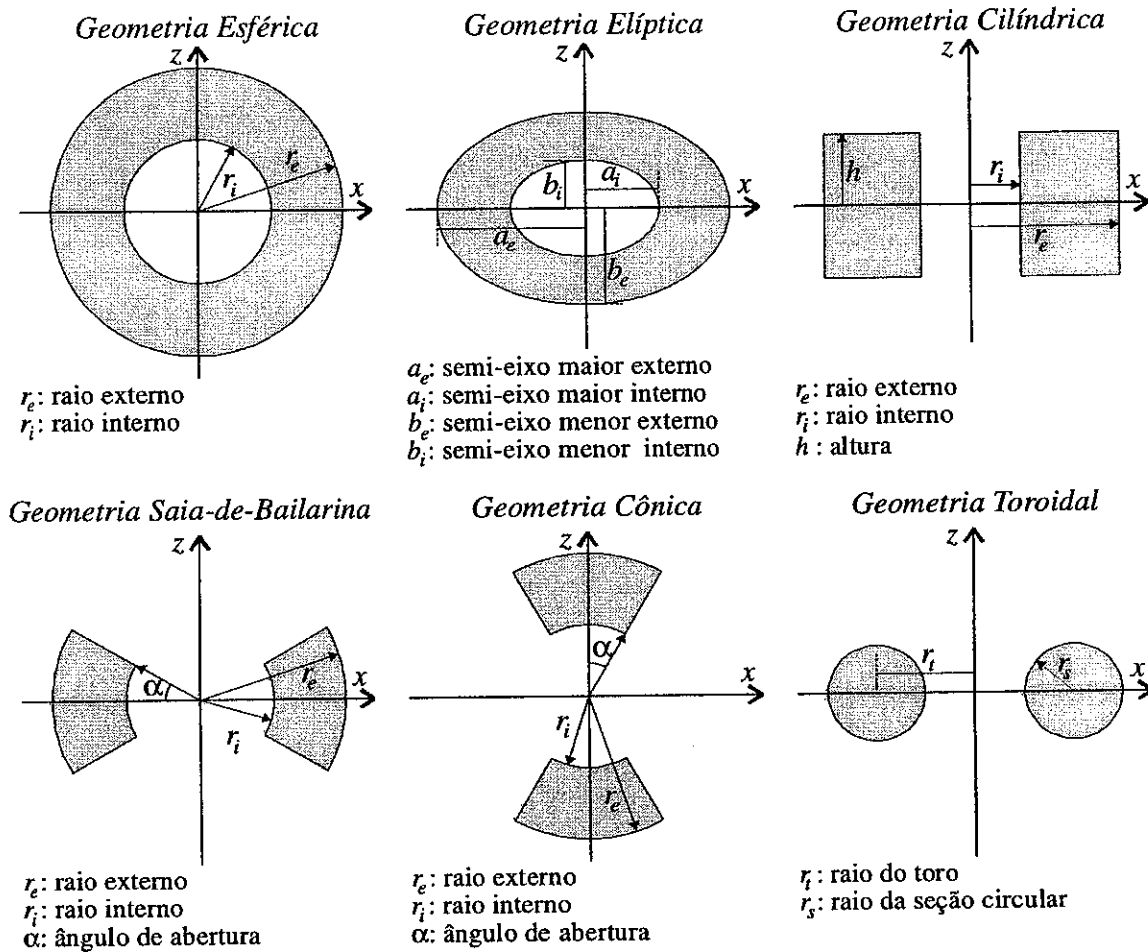


Figura 3.2 - Geometrias implementadas no código de Monte Carlo. A figura mostra uma seção transversal de cada geometria e a lista dos parâmetros necessários à sua descrição.

### 3.2.2.2 LEIS DE DENSIDADE

A região de interação é caracterizada, ainda, pela densidade do material. O código é capaz de tratar qualquer densidade, desde que ela possa ser expressa analiticamente. Como o código utiliza seções de choque para descrever a opacidade, a densidade corresponde à densidade numérica de partículas (cf. seção 1.5).

As leis de densidade atualmente incorporadas ao código são:

- Densidade constante;
- Lei de potências:

$$n(r) = n_0 \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha,$$

onde  $R$  é raio para o qual a densidade é  $n_0$ ;

- Lei de densidade elíptica:

$$n(r) = \frac{1}{x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2}, \quad (3.4)$$

em que um caso especial é um elipsóide de revolução, para o qual  $b = a$ ;

- Lei de densidades correspondente a um disco equatorial (Waters, Coté e Lamers 1987):

$$n(r) = n_0 \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha (1 + A \sin^m \theta), \quad (3.5)$$

onde  $A+1$  é a razão entre a densidade no equador e nos pólos e  $m$  está relacionado com o semi-ângulo de abertura do disco,  $\theta_0$ :

$$\theta_0 = \cos^{-1}(1/2)^{1/m}.$$

Essa densidade está mostrada na Figura 3.3;

- Lei de densidades correspondente a um jato polar (Waters, Coté e Lamers 1987):

$$n(r) = n_0 \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha (1 + A \cos^m \theta). \quad (3.6)$$

Essa densidade está mostrada na Figura 3.4;

- Lei de densidades correspondente a um vento radiativo em expansão com velocidade dada pela lei beta (equações 1.1 e 1.2):

$$n(r) = \frac{n_0}{v_0 + (v_\infty - v_0)(1 - R_*/r)^\beta}, \quad (3.7)$$

onde a taxa de perda de massa e o fator  $4\pi$  da equação (1.1) foram incorporados à constante  $n_0$ .

### 3.2.2.3 PROPAGAÇÃO POR CAMADAS

O código tornou-se muito mais geral após uma mudança relativamente simples no algoritmo da propagação dos pacotes de fótons. Implementou-se a possibilidade de dividir a região de interação em um número arbitrário de camadas, com a mesma geometria da região de interação. Assim, pode-se dividir, por exemplo, uma região de interação esférica em um número  $n$  de camadas esféricas concêntricas de tamanho arbitrário; já uma região cilíndrica pode ser dividida em  $n$  anéis concêntricos. A cada camada pode ser associada uma composição, lei de densidade e profundidade óptica próprias, ou, ainda, a camada pode estar desprovida de matéria. Os pacotes de fótons são propagados, ao longo da simulação, camada por camada.

A propagação por camadas é muito útil para sistemas que envolvam algum tipo de descontinuidade. Alguns exemplos de aplicação são:

- Estrelas com perda de massa não-constante ao longo do tempo ou com perda de massa episódica;

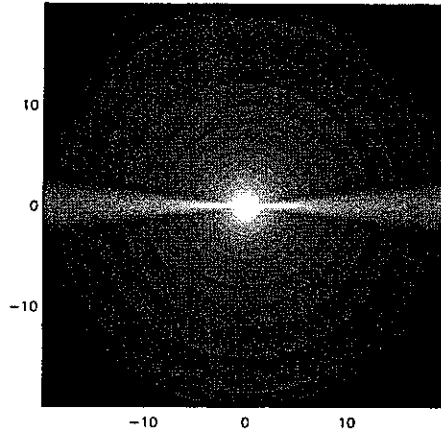


Figura 3.3 – Gráfico da geometria da equação (3.5). A razão entre a densidade equatorial e a polar é 100 ( $A = 99$ ), o semi-ângulo de abertura é de  $3^\circ$  ( $m = 500$ ) e  $\alpha = 3$ .

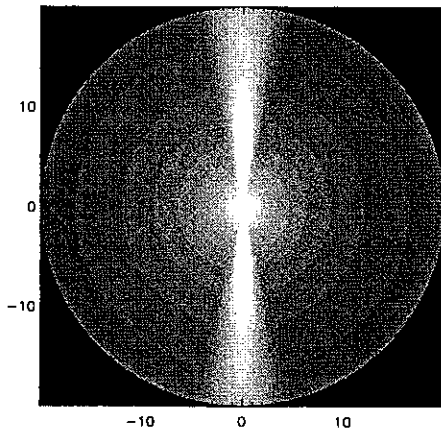


Figura 3.4 – Gráfico da geometria da equação (3.6). A razão entre a densidade equatorial e a polar é 100 ( $A = 99$ ), o semi-ângulo de abertura é de  $5^\circ$  ( $m = 182$ ) e  $\alpha = 3$ .

- Situações em que a composição do envoltório muda com a distância da fonte luminosa;
- Uma lei de densidades não-analítica pode ser aproximada por um certo número de camadas, cada qual associada a uma dada densidade;
- Simulação de zonas de choque em ventos estelares.



### 3.2.3. Método numérico para a integração de Monte Carlo

No capítulo anterior (seção 2.5), mostramos como calcular as coordenadas do caminho aleatório do pacote de fótons na região de interação. Vimos que a magnitude  $s$  de cada deslocamento do pacote de fótons é dada pela solução da equação (2.8) com respeito a  $s$ . Para algumas leis de densidade, listadas na seção 2.5.2, a solução é muito simples, mas para as demais leis de densidade listadas acima, ou para situações em que a seção de choque é dependente da posição, tem-se que utilizar uma rotina numérica, que é descrita a seguir. Os parâmetros de entrada para essa rotina são as coordenadas espaciais e direcionais do pacote de fótons, a profundidade óptica sorteada ( $\tau_s$ ) que será atingida pelo mesmo no meio e uma estimativa inicial de um intervalo  $[s_1, s_n]$  que contenha a distância  $s$  procurada.

Essa é uma parte do código de Monte Carlo que deve ser feita com cuidado pois o programa tem, necessariamente, que trabalhar com uma precisão numérica que permita um tempo de processamento razoável, pois quanto maior a precisão numérica requerida, maior o tempo de processamento necessário.

A estimativa do intervalo  $[s_1, s_n]$  é feita em duas etapas distintas da simulação. Vimos, na seção 2.5.2, que em uma das etapas do caminho aleatório deve-se determinar a profundidade óptica máxima ao longo da trajetória do pacote de fótons, calculada através da integral:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \int_0^{s_{m\acute{a}x}} \sigma(s')n(s')ds'.$$

Para calcular a integral acima, o intervalo de integração  $[0, s_{m\acute{a}x}]$  é dividido em  $n_{int}$  intervalos iguais, de comprimento  $\Delta s = s_{m\acute{a}x} / n_{int}$ . A profundidade óptica é, então, calculada para cada intervalo, sucessivamente, tendo-se o cuidado de comparar, em cada passo, a profundidade óptica sorteada com a profundidade óptica calculada. Quando a profundidade óptica sorteada é atingida, o programa registra o intervalo em que isso ocorreu e interrompe o processo. Obtém-se, assim, uma primeira estimativa do intervalo que contém  $s$ . O valor de  $n_{int}$  é determinado por inspeção, para cada lei de densidades, de forma a obter-se o menor tempo de processamento possível. Sua escolha correta pode resultar, em alguns casos, em uma redução de mais de 50% no tempo de processamento.

O método utilizado para as integrações numéricas, nesta etapa, foi o método de Simpson. Este método tem uma boa precisão e, para a maioria dos casos, a convergência é bastante rápida. Sua principal vantagem, entretanto, é que os coeficientes de integração podem ser armazenados e reutilizados posteriormente. No caso, utilizamos os coeficientes da integração do intervalo em que se encontra a profundidade óptica sorteada para refinar a estimativa do intervalo que contém  $s$ , obtendo-se o intervalo  $[s_1, s_n]$  que será utilizado pela rotina numérica de integração de Monte Carlo.

A rotina desenvolvida baseia-se em uma técnica de aproximação, cujo critério de convergência estipulado consiste em que o erro relativo entre duas iterações sucessivas seja menor que  $10^{-4}$ . A escolha deste valor, e de outros parâmetros que serão

mencionados mais adiante, deve ser muito criteriosa, tendo-se em vista o compromisso entre precisão e tempo de processamento, já mencionado. A rotina compõe-se de três etapas:

- i) divisão do intervalo  $[s_1, s_n]$  em  $n-1$  segmentos e cálculo dos pontos  $(\tau_1, s_1)$ ,  $(\tau_2, s_2)$ , ...,  $(\tau_n, s_n)$ , onde:

$$\tau_i = \tau_0 + \int_{s_1}^{s_i} \sigma(s')n(s')ds',$$

e,

$$\tau_0 = \int_0^{s_1} \sigma(s')n(s')ds'.$$

Valores típicos de  $n$  vão de 4 a 7;

- ii) ajuste de uma função do tipo *spline* cúbica para os  $n$  pontos acima e interpolação da função em relação a  $\tau_s$  para obtenção de  $s$ ;
- iii) integração da profundidade óptica de 0 até  $s$  para verificação. Caso a diferença entre a profundidade óptica calculada no item iii) e a sorteada seja maior que a precisão requerida, volta-se à primeira etapa, com uma nova estimativa do intervalo  $[s_1, s_n]$ .

Para a integração numérica das etapas i) e iii), optamos por usar o método de quadratura de Newton-Cotes<sup>1</sup>, muito mais eficiente que o método de Simpson.

### 3.2.4. Classificação dos pacotes de fótons

A classificação dos pacotes de fótons é outra parte essencial do código. Um código de Monte Carlo pode gerar uma imensa quantidade de informações sobre o sistema, e cabe a uma escolha adequada da forma de classificação, a identificação e o ordenamento das informações relevantes.

À medida que os pacotes de fótons deixam a região de interação, o programa deve registrar as quantidades de interesse associadas aos mesmos, tais como:

- direção de saída (direção com relação ao eixo  $z$ );
- parâmetro de impacto;
- parâmetros de Stokes;
- comprimento de onda (o que não é o caso para problemas de espalhamento eletrônico);
- número de espalhamentos,

---

<sup>1</sup> A rotina numérica para o método de Newton-Cotes é de autoria de Karol Kalna, e pode ser obtida no seguinte endereço: [http://www.savba.sk/sav/inst/elu/opm/cv\\_arol.html](http://www.savba.sk/sav/inst/elu/opm/cv_arol.html).

entre outras quantidades. Ao final da simulação são obtidas informações sobre o modelo, tais como o número médio de espalhamentos sofridos pelos pacotes de fótons, a porcentagem de pacotes de fótons que interagem com o envoltório, o raio médio do primeiro e último espalhamentos, etc. Os principais resultados, entretanto, são os que chamamos *observáveis*. O código de espalhamento eletrônico trabalha, atualmente, com dois observáveis: fluxos integrados e imagens sintéticas. Nos capítulos 4, 5 e 6, nos quais o código é aplicado a outras situações, serão definidos outros observáveis, de acordo com o problema em questão.

### 3.2.4.1 FLUXO E POLARIZAÇÃO INTEGRADOS

Uma particularidade do código de Monte Carlo é que ele naturalmente trabalha em unidades de fluxo, ao contrário de outros métodos de transporte radiativo que trabalham com a intensidade e, posteriormente, calculam o fluxo para comparação com observações. No código de Monte Carlo, somente calcula-se a intensidade quando se deseja comparar os resultados com outros modelos de transporte radiativo.

O fluxo integrado corresponde ao fluxo de toda a região de interação em uma dada direção de observação. Essa direção é descrita pelas coordenadas  $(\mu, \phi)$ , as coordenadas angulares de um sistema esférico. O fluxo integrado é obtido da seguinte maneira: divide-se o intervalo  $\mu = -1$  a  $1$  em  $n_\mu$  segmentos iguais e o intervalo  $\phi = 0$  a  $2\pi$  em  $n_\phi$  segmentos iguais. Isso gera um número  $n_\mu \times n_\phi$  de “caixas” (*bins*, em inglês) que compreendem o mesmo ângulo sólido, dado por:

$$\Omega_{caixa} = \frac{4\pi}{n_\mu n_\phi}.$$

Ao longo da simulação, conta-se o número de pacotes de fótons que escapam do sistema em cada uma dessas “caixas” e, ao final, o fluxo integrado em cada caixa é calculado por:

$$F_{\mu,\phi} = \frac{N_{\mu,\phi}}{\Omega_{caixa} N} = \frac{N_{\mu,\phi} n_\mu n_\phi}{4\pi N}, \quad (3.8)$$

onde  $N$  é o número de pacotes de fótons da simulação e  $N_{\mu,\phi}$  o número de pacotes de fótons que abandonaram o sistema com direção mais próxima à caixa cujo centro tem coordenadas  $\mu$  e  $\phi$ .

O parâmetro de Stokes normalizado,  $Q$ , de cada caixa será dado por:

$$Q_{\mu,\phi} = \frac{1}{F_{\mu,\phi}} \frac{\sum Q_{\mu,\phi}^{PF} N_\mu N_\phi}{4\pi N}, \quad (3.9)$$

onde o termo com a somatória representa a soma do parâmetro  $Q$  de cada pacote de fótons que foi contado na caixa. Os demais parâmetros de Stokes são obtidos por expressões similares.

Se o sistema tiver simetria axial, ele é simétrico com relação a  $\phi$  e, nesse caso, é necessário classificar os pacotes de fótons apenas em relação a  $\mu$ .

### 3.2.4.2 IMAGENS SINTÉTICAS

Em muitos casos, pode-se estar interessado, além da distribuição angular da luz emergente, na sua distribuição espacial. Assim, além de classificar os pacotes de fótons de acordo com a sua direção de observação  $(\mu, \phi)$ , devemos classificá-los de acordo com a sua posição no plano do céu, o plano ortogonal à direção  $(\mu, \phi)$ . O procedimento é similar ao descrito acima: divide-se o plano do céu associado à direção  $(\mu, \phi)$  em  $n_x \times n_y$  caixas de áreas iguais, e registram-se as propriedades dos pacotes de fótons que abandonam o sistema em cada direção e posição no plano do céu. O resultado é uma tabela de  $n_\mu \times n_\phi \times n_x \times n_y$  pontos, que pode ser usada para gerar uma imagem (ou um mapa de polarização) do sistema estudado, para cada direção de observação.

### 3.2.4.3 ERROS

Como o método de Monte Carlo emprega uma abordagem estatística para resolver o transporte radiativo, os resultados têm um erro associado, que deve ser estimado. O número de pacotes de fótons que deixa o sistema em uma determinada caixa, obedece à estatística de Poisson, de forma que o erro no fluxo, para uma dada caixa, é:

$$\sigma_F = \frac{F}{N_{caixa}^{1/2}},$$

onde  $N_{caixa}$  é o número de fótons na caixa (cf. equação 2.2). O erro dos parâmetros de Stokes é estimado pelo desvio padrão da média (Wood *et al.* 1996):

$$\sigma_Q = \left[ \frac{\sum Q_{PF}^2 - (1/N)(\sum Q_{PF})^2}{N(N-1)} \right]^{1/2},$$

onde  $Q_{PF}$  é o parâmetro de Stokes de cada pacote de fótons da caixa. Uma expressão similar é usada para os parâmetros  $U$  e  $V$ .

## 3.3. Testes

O código de Monte Carlo foi testado ao longo de todas as suas etapas de desenvolvimento. Os testes aplicados podem ser agrupados em três tipos:

- 1) comparação com situações de grande simplicidade, cujo resultado é conhecido;
- 2) comparação com modelos para os quais há uma solução analítica;
- 3) comparação com modelos cuja solução numérica foi obtida por outros autores.

Como exemplo de testes do primeiro tipo podemos citar: envoltórios esféricos com fonte central e homogênea devem apresentar polarização nula em todas as direções de observação; envoltórios com geometria axi-simétrica (geometria de revolução) devem apresentar polarização nula, quando observados ao longo do pólo; envoltórios esféricos opticamente finos iluminados por uma fonte plano-paralela, nos quais é imposta a ocorrência de somente um espalhamento, devem possuir uma distribuição angular do fluxo, com relação à direção de incidência da radiação, idêntica à função de fase de espalhamento (Code e Whitney 1995).

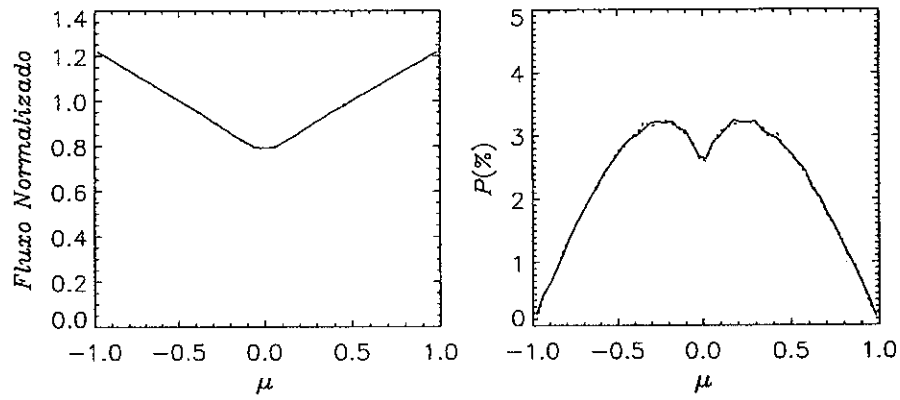


Figura 3.5 – Comparação entre os resultados do código de Cláudia V. Rodrigues (linha cheia) e os do nosso código (linha pontilhada). A figura mostra o fluxo e a polarização como função do co-seno do ângulo de inclinação, para uma geometria circunstelar cilíndrica com  $r_i = 1 R_*$ ,  $r_e = 20 R_*$  e  $h = 0,5 R_*$ . A densidade é uniforme e a profundidade óptica ao longo do equador é 1.

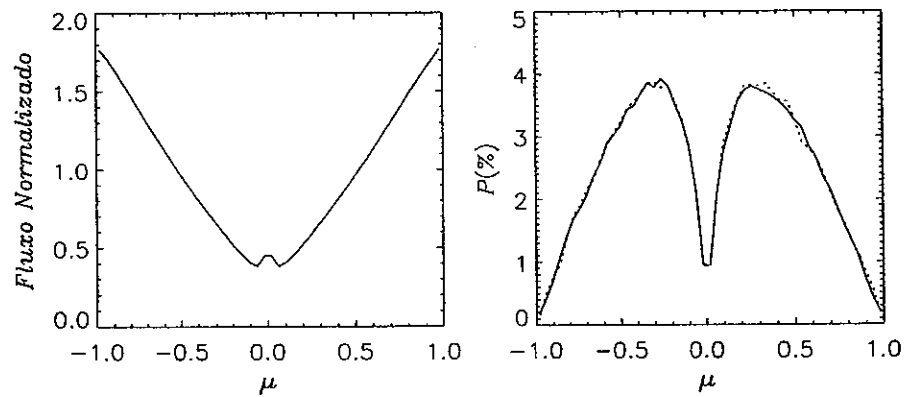


Figura 3.6 – O mesmo que a Figura 3.5, para uma profundidade óptica no equador de 10.

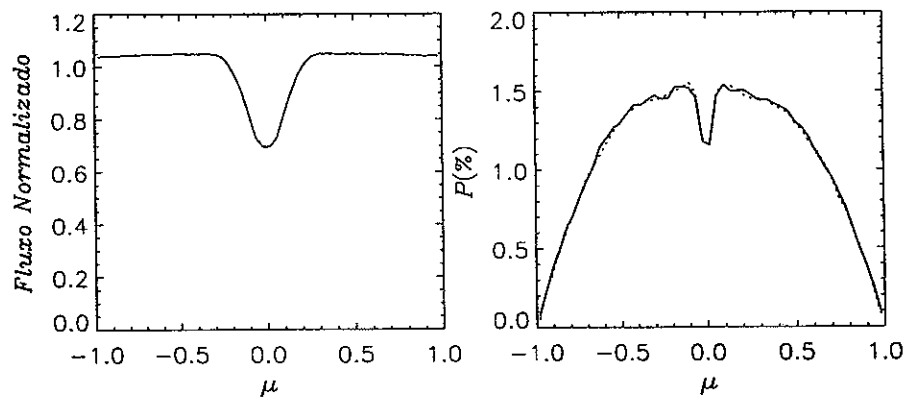


Figura 3.7 – O mesmo que a Figura 3.5, para uma lei de densidade proporcional a  $r^{-2}$ .

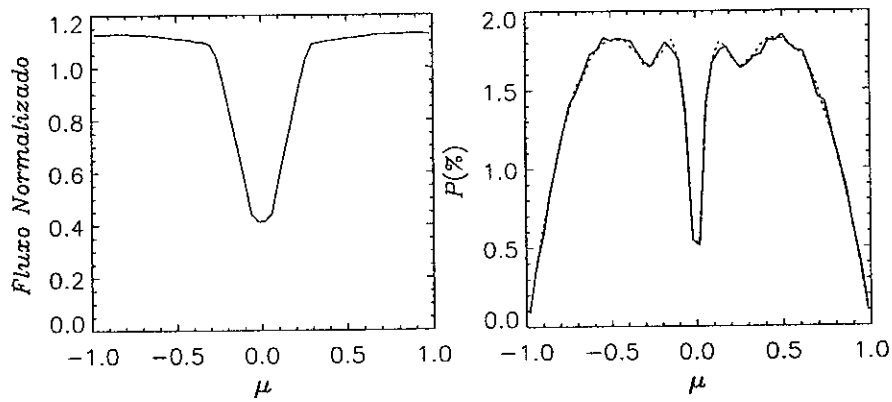


Figura 3.8 – O mesmo que a Figura 3.5, para uma lei de densidade proporcional a  $r^{-2}$  e uma profundidade óptica no equador de 10.

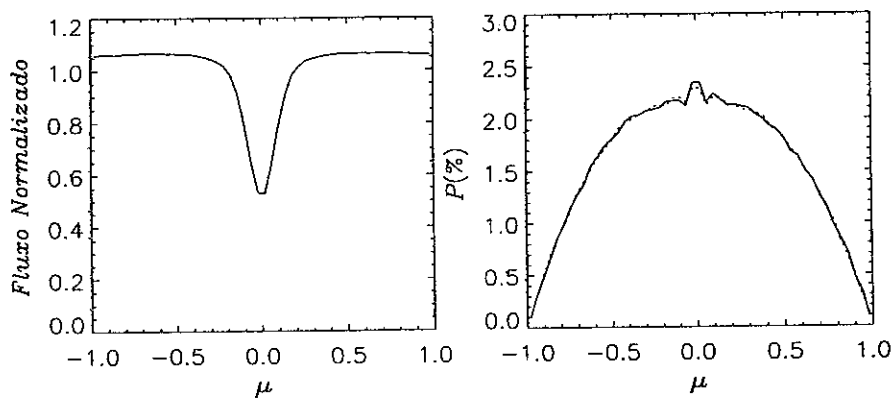


Figura 3.9 – Comparação entre os resultados do código de Cláudia V. Rodrigues (linha cheia) e os do nosso código (linha pontilhada). A figura mostra o fluxo e a polarização como função do co-seno do ângulo de inclinação, para uma geometria circunstellar saia-de-bailarina com  $r_i = 1 R_*$ ,  $r_e = 20 R_*$  e  $\alpha = 5^\circ$ . A densidade é uniforme e a profundidade óptica ao longo do equador é 1.

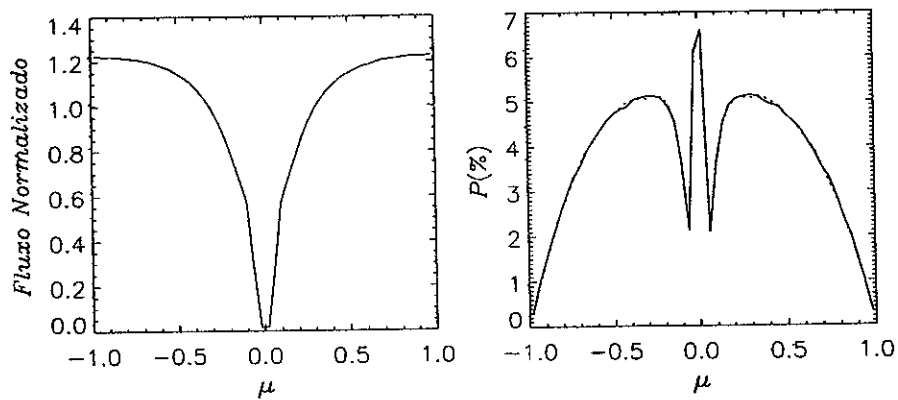


Figura 3.10 – O mesmo que a Figura 3.9, para uma profundidade óptica no equador de 10.

Os modelos com solução analítica com os quais nosso código foi comparado são a solução para a intensidade e polarização de uma atmosfera plano paralela infinita, como função da inclinação com a normal à superfície, de Chandrasekhar (1960) e os modelos de polarização para envoltórios axi-simétricos opticamente finos de Brown e McLean (1977).

Testes com modelos numéricos foram realizados através da comparação com os trabalhos de Code e Whitney (1995) e Wood *et al.* (1996). Ambos os trabalhos utilizaram o método de Monte Carlo. O primeiro apresenta soluções para nuvens esféricas de elétrons, de várias profundidades ópticas, iluminadas por uma fonte plano-paralela. O segundo trabalho apresenta um estudo bastante abrangente da polarização em envoltórios circunstelares eletrônicos.

O nosso código passou, de forma bastante satisfatória, por todos os testes mencionados. O principal teste feito com nosso código, entretanto, foi a comparação com resultados do código de Cláudia V. Rodrigues, que desenvolveu um código de Monte Carlo que também trata o transporte da luz polarizada em envoltórios eletrônicos circunstelares (Rodrigues 1997). Foram realizados testes exaustivos através da comparação de soluções para as mais variadas situações. Alguns exemplos da excelente concordância entre os resultados são mostrados nas Figuras 3.5 a 3.10.

### 3.4. Uma Aplicação

O código de espalhamento eletrônico tem sido usado pela aluna de doutorado Rocío Melgarejo, do grupo de polarimetria do IAG-USP, para modelar a polarização de envoltórios de supergigantes B[e]. Visa seu projeto de doutorado, assim como visou o projeto de mestrado, a observação polarimétrica de estrelas B[e] nas nuvens de Magalhães.

O código de Monte Carlo tem sido usado para vincular a polarização com outros parâmetros do envoltório, tais como a geometria, dimensão e densidade eletrônica. Um exemplo dos resultados obtidos com o código encontra-se na Figura 3.11, que mostra a polarização para nove supergigantes B[e] nas nuvens de Magalhães. As estrelas indicadas pelas letras *a-h* foram observadas por Magalhães (1992). A estrela S111 foi observada por Melgarejo *et al.* (2001).

Os valores de polarização são mostrados em função da densidade eletrônica média do envoltório. Para a amostra de Magalhães (1992), a densidade eletrônica média foi obtida de Zickgraf *et al.* (1989), que, para estimar esses valores, usou o excesso IV na banda *J*, que é devido à emissão livre-livre e ligado-livre do vento. Para a S111, Melgarejo *et al.* (2001) usaram a medida de emissão da linha H $\alpha$ .

Para três estrelas da amostra, Zickgraf *et al.* (1989) fornecem evidências espectroscópicas de que os objetos são observados ao longo do plano do equador. Esses três objetos estão indicados pelos quadrados cheios na Figura 3.11.

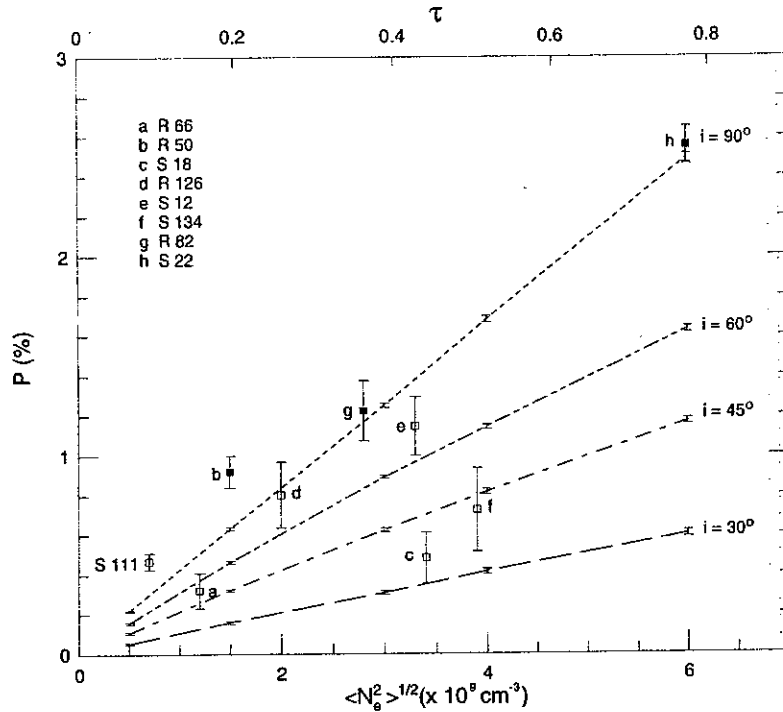


Figura 3.11 – Polarização intrínseca de supergigantes B[e] das nuvens de Magalhães como função da densidade eletrônica e profundidade óptica equatorial. As linhas indicam a polarização do modelo de melhor ajuste (detalhes no texto). Cada linha corresponde a um diferente ângulo de inclinação. Reproduzido de Melgarejo *et al.* (2001).

A Figura 3.11 mostra, ainda, resultados do modelo de MC que melhor ajustou as observações. Esse modelo consiste em uma estrela central de  $70 R_{\odot}$ , circundada por um vento esférico de raio  $2850 R_{\odot}$ . A densidade é dada pela equação (3.5), com  $A = 999$ ,  $\alpha = 0$  e  $m = 182$ . Tal densidade corresponde ao chamado vento de duas componentes (Zickgraf *et al.* 1989), que consiste de um vento quente e rápido na região polar e de um vento denso e frio expandindo-se na região equatorial. Isso resulta em uma configuração com forma de disco. O valor de  $m = 182$  descreve um disco cujo semi-ângulo de abertura é  $5^\circ$ .

O modelo ajusta razoavelmente bem as observações, principalmente para os objetos observados ao longo do equador, que, por terem inclinação conhecida, representam um teste importante para o modelo. Os resultados corroboram o modelo de vento de duas componentes para explicar o envoltório de supergigantes B[e] e fornecem evidência de uma distribuição de matéria mais uniforme, traduzida pelo valor de  $\alpha = 0$  da lei de densidade da equação (3.5).



## Capítulo 4

# Formação de Linhas Ressonantes em Ventos Estelares

### Resumo

Neste capítulo, estudamos a formação de linhas em ventos estelares pelo processo do espalhamento atômico ressonante. Os principais conceitos físicos do problema são enunciados na seção 4.2.

Na seção 4.3 descrevemos o código de Monte Carlo, que é uma modificação do código de espalhamento eletrônico para incluir os efeitos físicos do problema em questão. Na seção seguinte descrevemos os testes realizados para a validação do código.

A seção 4.5 é dedicada a um estudo abrangente sobre a formação de linhas ressonantes em ventos esféricos. São sistematizados os efeitos dos parâmetros do vento, tais como profundidade óptica e lei de velocidades, sobre os observáveis. Resultados inéditos para perfis de brilho e polarização do vento e de mapas de linha são apresentados.

## 4.1. Introdução

Linhas atômicas ressonantes estão presentes no espectro de vários objetos astronômicos. Elas têm origem na transição de elétrons ligados que, estando originalmente no estado fundamental, são excitados ao absorver um fóton e voltam ao estado fundamental através da emissão de outro fóton com aproximadamente a mesma frequência do fóton absorvido. Como esse processo de absorção – excitação – emissão conserva o número de fótons, ele é chamado de *espalhamento ressonante*, pois um de seus efeitos macroscópicos é redistribuir angularmente a radiação incidente.

Desde o trabalho de Deutch (1956), que revelou a existência de um envoltório em torno de  $\alpha$  Her, uma supergigante M, houve numerosos esforços para se mapear as regiões circunstelares de estrelas evoluídas de baixa massa (estrelas no ramo das gigantes, estrelas AGB, OH/IR, etc.). Dentre as técnicas usadas para tal fim (seção 1.3), destacamos o mapeamento do envoltório através da observação de linhas atômicas ressonantes. Esta técnica permite obterem-se várias informações sobre o envoltório, tais como a velocidade de expansão do gás, sua temperatura e ionização e a história de perda de massa da estrela central.

Investigações pioneiras de espalhamento atômico ressonante foram feitas na linha KI 7699Å em  $\alpha$  Ori por Bernat e Lambert (1975, 1976). Trabalhos recentes incluem o estudo de envoltórios circunstelares em torno de três estrelas carbonadas de tipo N, usando a mesma linha (Gustafsson *et al.* 1997), e de variáveis Mira, usando várias linhas atômicas de cálcio e potássio (Plez e Lambert 1994; Mauron e Caux 1992; Mauron e Guilain 1995 e Guilain e Mauron 1996). Para ilustrar a utilidade do método, citamos a descoberta de envoltórios em torno de  $\rho$  Per e  $\beta$  Peg (Mauron e Guilain 1995), que só foi possível através de observações de linhas ressonantes, pois os envoltórios são muito mais opticamente finos do que pode ser detectado pelos métodos usuais (emissão IV pela poeira, linhas moleculares, etc.).

A existência de poucas observações até o momento é explicada, em primeiro lugar, pelas grandes dificuldades observacionais envolvidas. A técnica observacional geralmente usada consiste em tomar espectros do sistema estrela + envoltório com a fenda centrada na estrela e depois com a fenda deslocada em alguns segundos de grau, de forma a obter-se o espectro da luz espalhada no envoltório. Subtrai-se do espectro do envoltório o espectro da estrela, normalizado pelo mesmo nível médio do contínuo, em uma tentativa de eliminar a componente de luz estelar que é introduzida no espectro do envoltório por espalhamento na atmosfera terrestre ou reflexão no telescópio ou espectrógrafo. Para a obtenção de espectros do envoltório, são necessários tempos de integração de 1 a 3 horas e, para mapear-se um envoltório é necessário obterem-se vários espectros em posições diferentes da fenda, o que evidencia a dificuldade envolvida.

Outra razão da existência de poucas observações está na dificuldade em modelar os resultados. Parte dessa dificuldade relaciona-se à falta de modelos que tratem satisfatoriamente o transporte radiativo e sejam capazes de modelar os perfis de linha provenientes das diferentes partes do envoltório, o perfil de brilho do envoltório, entre outros observáveis. Somam-se a isso incertezas sobre as propriedades físicas do gás, tais como

abundâncias e ionização ao longo do envoltório. Átomos podem ser depletados por grãos de poeira e o campo de radiação UV cromosférico e galáctico pode ionizar os átomos, de forma que a lei de densidades de espalhadores, parâmetro de entrada em um código de transporte radiativo, pode não ser a mesma que a lei de densidades de partículas. Tanto a depleção pelos grãos de poeira quanto os detalhes da ionização no envoltório são pouco conhecidos (Ryde *et al.* 2000).

O problema da formação de linhas ressonantes tem sido abordado com frequência nas últimas quatro décadas. As bases da teoria de formação de linhas em ventos foram lançadas por Sobolev (1960). Após isso, o *método de Sobolev* sofreu inúmeras revisões, dentre as quais destacamos as de Rybicki e Hummer (1978), Hummer e Rybicki (1985) e Puls e Hummer (1988). Lamers, Cerruti-Sola e Perinotto (1987) apresentaram o método SEI (*Sobolev with exact integration*, Sobolev com integração exata), que passou a levar em conta a velocidade térmica e/ou turbulenta dos espalhadores, o que representou um avanço significativo no método. Trabalhos anteriores sobre o transporte de linhas ressonantes com o método de Monte Carlo são pouco numerosos (Beckwith e Natta 1987; Natta e Beckwith 1986; Caroff *et al.* 1972).

O objetivo do presente trabalho é contribuir com um código de Monte Carlo que resolva satisfatoriamente o transporte radiativo em envoltórios de estrelas frias. O método de Monte Carlo apresenta a vantagem de possibilitar o tratamento de situações complexas, que possivelmente traduzem a realidade desses envoltórios: inomogeneidades no vento, geometrias não esféricas, leis de densidade de espalhadores complexas, etc. Com a melhoria de técnicas observacionais e o aumento do número de telescópios de grande porte, espera-se que medidas das linhas ressonantes de envoltórios de estrelas frias tornem-se cada vez mais comuns e também mais acuradas. Além disso, espera-se que a polarização nessas linhas seja explorada e venha a fornecer vínculos adicionais ao problema.

Neste capítulo apresentamos resultados somente para geometrias esféricas. Isso não representa uma limitação do nosso código de Monte Carlo, que tem uma concepção muito mais geral, como mostrado no capítulo 3. A restrição à geometria esférica justifica-se tendo em vista a necessidade de se testar o código e compreender-se bem a física do problema, antes de passarmos a geometrias mais complexas, cujos resultados podem ser de difícil interpretação. Além disso, a geometria esférica é plausível em muitos sistemas, e o presente trabalho apresenta resultados inéditos sobre a polarização e fluxo originários de diferentes partes do vento.

## 4.2. A Natureza do Problema

Consideramos, neste capítulo, a formação de linhas espectrais por espalhamento atômico ressonante (EAR) em meios em movimento. A geometria do problema é a seguinte: uma fonte central de luz despolarizada, com raio  $R_*$ , está envolvida por um vento em expansão de raio  $R_v$ , dado em unidades de raio estelar. O vento consiste de átomos ou íons no estado fundamental, e a transição eletrônica considerada ocorre à frequência  $\nu_0$ . A fonte central pode emitir um espectro plano ou um espectro com uma linha de absorção, centrada em  $\nu_0$ .

O vento é caracterizado pela velocidade do gás,  $v(r)$ , e pela velocidade térmica (maxwelliana em magnitude) dos átomos ou íons, cuja velocidade média é  $\xi$ . As velocidades são expressas em termos da velocidade terminal do vento,  $v_\infty$ . Outro parâmetro é a densidade numérica de partículas,  $n(r)$ , que se relaciona com  $v(r)$  pela lei da conservação de massa, equação (1.1); assume-se que a taxa de perda de massa é constante. A densidade relevante ao problema do transporte radiativo é a densidade numérica de espalhadores (átomos ou íons), dada por:

$$n_e(r) = f(r)n(r), \quad (4.1)$$

ou seja, ela é dada como uma fração da densidade total. No caso geral, essa fração depende de  $r$  e não é conhecida *a priori*, pois, como mencionado acima, não se conhece bem a depleção dos átomos por grãos de poeira e a ionização do gás. Neste capítulo, consideraremos  $f$  como independente do raio, mas é importante notar que o código de Monte Carlo, descrito abaixo, trata facilmente funções  $f(r)$  arbitrárias, desde que possam ser expressas analiticamente.

Outro parâmetro que caracteriza o vento é sua profundidade óptica,  $\tau_0$ , definida como:

$$\tau_0 = \int_{R_*}^{R_v} \sigma_0 n_e(r) dr. \quad (4.2)$$

O parâmetro  $\sigma_0$  é a seção de choque de espalhamento integrada em frequência:

$$\sigma_0 = \frac{c^2}{8\pi v_0^2} A_{21} \frac{g_2}{g_1}, \quad (4.3)$$

onde  $A_{21}$  é o coeficiente de Einstein que dá a probabilidade da transição, e  $g_1$  e  $g_2$  são os pesos estatísticos dos níveis inferior e superior, respectivamente.

O transporte radiativo será resolvido usando-se as seguintes aproximações:

- a) O número de fótons é conservado, isto é, não há emissão térmica no vento (espalhamento puro);
- b) A profundidade óptica é tal que o espalhamento nas asas da linha não é importante;
- c) A velocidade do gás é muito menor do que a velocidade da luz;
- d) Não é considerada a rotação do vento;
- e) Espalhamento no contínuo (por exemplo, elétrons livres e poeira) não é considerado;
- f) Não são consideradas fontes de absorção no vento.

Com as simplificações acima é importante ter-se em mente a gama de possíveis aplicações do código. Ele pode ser aplicado no estudo de formação de linhas em envoltórios de estrelas frias e pode ser usado, com cautela, para estudar linhas de espécies altamente ionizadas em envoltórios de estrelas quentes.

### 4.2.1. Espalhamento Atômico Ressonante

Antes de entrar nos detalhes do código de Monte Carlo, vamos estudar as principais propriedades do EAR. Como dito acima, o nome *espalhamento* refere-se ao processo de absorção de um fóton por um átomo ou íon no estado fundamental e a posterior reemissão de um fóton com a mesma frequência. Esse cenário é, na verdade, um tanto simplificado. O fóton somente será emitido à mesma frequência do fóton absorvido, se a densidade do meio for suficientemente pequena para que o tempo médio entre as colisões atômicas seja inferior à duração do estado excitado do elétron, caso contrário, o choque entre os átomos e outras partículas do vento resultaria na alteração do estado de excitação dos mesmos. Mesmo assim, pequenas diferenças em frequências ocorrem devido à largura natural da linha. Esta é a razão pela qual assumimos a condição (b) acima: quando o espalhamento nas asas da linha não é importante, a largura natural da linha pode ser ignorada.

As considerações acima são válidas somente no *referencial do átomo*. Um átomo geralmente tem uma velocidade  $\vec{v}_a$  no referencial do observador e a frequência emitida *nesse referencial* não será a mesma que a frequência absorvida, em virtude do efeito Doppler (seção 4.3.2). Assim, o EAR tem por efeito macroscópico, além de redistribuir a luz angularmente, redistribuí-la em frequência no referencial do observador.

Outra característica importante do EAR é que ele pode alterar o estado de polarização do campo de radiação. A teoria que descreve como a luz espalhada pelo átomo se distribui angularmente foi desenvolvida por Hamilton (1947), e pode ser encontrada em Chandrasekhar (1960). A luz espalhada possui, em geral, duas componentes: uma componente isotrópica e uma componente dipolar. A proporção em que essas duas componentes ocorrem é dada pela natureza da transição atômica, mais especificamente, pelos números quânticos  $j$  e  $j'$  dos níveis inferior e superior da transição, respectivamente. Isso é evidenciado pela matriz do EAR, que é dada por:

$$\mathbf{R}(\theta) = \frac{3}{2} e_1 \mathbf{R}_1(\theta) + \frac{1}{2} (1 - e_1) \mathbf{R}_2, \quad (4.4)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento,  $\mathbf{R}_1$  é a matriz de espalhamento Thomson (equações 2.11 e 2.12) e  $\mathbf{R}_2$  é a matriz de espalhamento isotrópico. A natureza mista do espalhamento ressonante é evidente na equação (4.4), segundo a qual uma parcela  $e_1$  da luz incidente espalha-se de acordo com uma função de fase dipolar e a fração restante,  $1 - e_1$ , espalha-se isotropicamente. O parâmetro  $e_1$  depende, como já mencionado, dos números quânticos da transição considerada, como é mostrado na Tabela 4.1. Na Tabela 4.2 mostramos os valores de  $e_1$  para algumas transições de diferentes espécies atômicas e iônicas.

Tabela 4.1 – Parâmetro  $e_1$  da matriz do EAR em função dos números quânticos  $j$  e  $j'$  da transição

$\Delta j = j' - j$	$e_1$
1	$\frac{(2j+5)(j+2)}{10(j+1)(2j+1)}$
0	$\frac{(2j-1)(2j+3)}{10j(j+1)}$
-1	$\frac{(2j-3)(j-3)}{10j(2j+1)}$

Chandrasekhar (1960).

Tabela 4.2 – Valores de  $e_1$  para algumas linhas ressonantes.

Íon	Transição	$\lambda$ (Å)	$e_1$
O VI	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{3/2}$	1031,9	0,5
	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2}$	1037,6	0,0
N V	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{3/2}$	1238,8	0,5
	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2}$	1242,8	0,0
C IV	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{3/2}$	1548,2	0,5
	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2}$	1550,8	0,0
Ca II	$4^2S_{1/2} - 4^2P_{3/2}$	3934,8	0,5
	$4^2S_{1/2} - 4^2P_{1/2}$	3969,6	0,0
Ca I	$4^1S_0 - 4^1P_1$	4227,9	1,0
H $\gamma$	-	4339,4	0,34*
H $\beta$	-	4860,1	0,34*
Na I	$3^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2}$	5891,6	0,5
	$3^2S_{1/2} - 3^2P_{1/2}$	5897,6	0,0
H $\alpha$	-	6561,1	0,35*
K I	$4^2S_{1/2} - 4^2P_{3/2}$	7667,0	0,5
	$4^2S_{1/2} - 4^2P_{1/2}$	7701,0	0,0

\* Valores obtidos em Jeffery (1989)

Adaptado de Ignace (1998a).

Hamilton (1947) fornece uma explicação simples para as componentes isotrópica e dipolar do EAR. Para uma transição com  $j = 1$  e  $\Delta j = j' - j = 1$ , por exemplo, o elétron é excitado para um estado que é análogo ao de um elétron livre, de forma que a emissão na desexcitação é dipolar. Entretanto, ao contrário do elétron livre, que pode ser excitado somente em direções ortogonais à direção de propagação da luz incidente, um elétron, quando ligado a um átomo, pode ficar em um estado de excitação que é classicamente dado por componentes dipolares em três direções ortogonais. Por exemplo, uma transição com  $j = 1$  e  $\Delta j = -1$  corresponde à transição de um estado  $j' = 0$ , que é esfericamente simétrico (impossível para um elétron) e, nesse caso, a emissão é isotrópica.

A natureza mista do EAR tem duas conseqüências importantes. Em primeiro lugar, como a frequência do fóton emitido depende do ângulo de espalhamento (ver próxima seção), a *intensidade emergente em um dado comprimento de onda pode depender da geometria do espalhamento*. Em segundo lugar, se a contribuição dipolar à função de fase for não-nula, o *EAR polarizará a luz*, da mesma forma que o espalhamento Thomson. Estes dois pontos serão retomados na seção 4.5.

### 4.3. O Código de Monte Carlo

O esquema geral do código de Monte Carlo para o EAR é semelhante ao do código para espalhamento eletrônico descrito nos capítulos 2 e 3, mas existem diferenças importantes. O diagrama da Figura 4.1 mostra os principais passos do código e os pontos que diferem do código de espalhamento eletrônico serão descritos nas próximas seções.

#### 4.3.1. Zona de Interação

Consideremos um pacote de fótons com frequência  $\nu$  e direção  $\hat{s}$  percorrendo o vento do ponto  $s = 0$  a  $s_{\text{máx}}$  e um átomo na direção de propagação do fóton com velocidade  $\vec{v}_a$ , no referencial da estrela. Dizemos que o átomo é *ressonante* com o pacote de fótons se a seguinte condição for verdadeira:

$$\nu = \nu_0(1 + \vec{v}_a \cdot \hat{s} / c), \quad (4.5)$$

ou seja, a velocidade do átomo projetada na direção de propagação do pacote de fótons deve ser tal, que a frequência da transição, modificada pelo efeito Doppler, seja  $\nu$ . A seção de choque, devida a um átomo somente, é  $\sigma_0$  (equação 4.3). Para computar a seção de choque total em um dado ponto da trajetória do pacote de fótons as velocidades térmica/turbulenta dos átomos devem ser levadas em conta, além do movimento macroscópico. Para uma distribuição de velocidades maxwelliana, a seção de choque, em um dado ponto  $s$  da trajetória, é dada por:

$$\sigma_\nu(s) ds = \sigma_0 \exp\left(-\frac{[\nu - \nu_0(1 + \vec{v}(s) \cdot \hat{s} / c)]^2}{\delta\nu^2}\right) ds, \quad (4.6)$$

onde  $\delta\nu = \nu_0\xi / c$  e  $\xi$  é a velocidade térmica média.

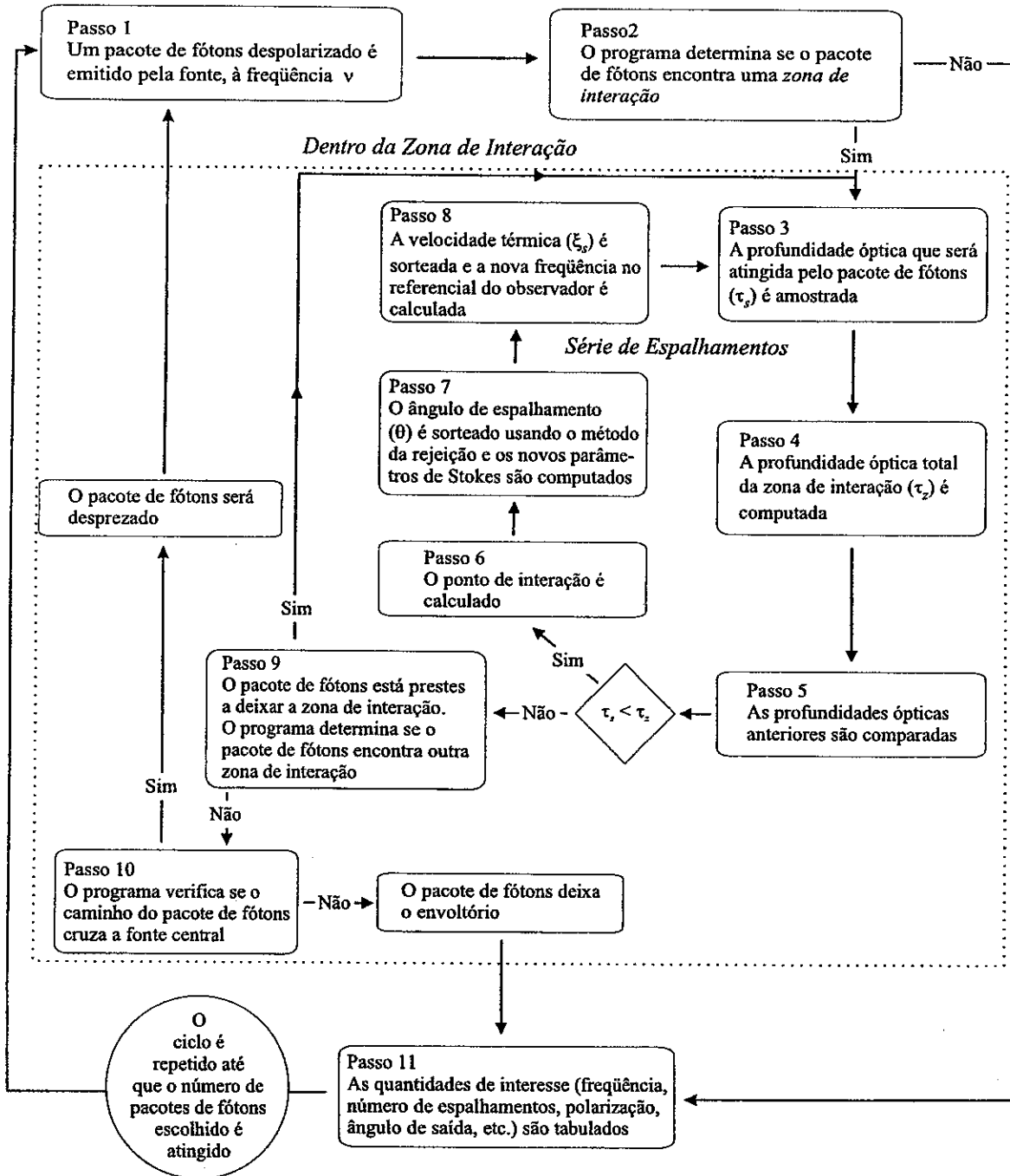


Figura 4.1 – Diagrama de fluxo para a solução do transporte radiativo em meios em movimento, usando o código de Monte Carlo.



Para uma dada frequência, a seção de choque da equação (4.6) é uma função com um pico pronunciado em torno do ponto da trajetória onde o pacote de fótons está em ressonância com a velocidade macroscópica dos espalhadores. Digamos que  $\sigma_\nu(s)$  seja significativamente maior que zero (por exemplo,  $\sigma_\nu > 10^{-4} \sigma_0$ ) no intervalo  $[s_1, s_2]$ . Isso define a chamada *zona de interação*<sup>1</sup>, para a qual a probabilidade de espalhamento não é desprezível. Em pontos fora do intervalo  $[s_1, s_2]$ , a seção de choque é tão pequena que não ocorre espalhamento.

Quando um pacote de fótons é emitido pela fonte em uma direção e frequência randômicas (passo 1 da Figura 4.1), o programa precisa verificar se ele pode interagir com o envoltório (passo 2 da Figura 4.1), o que implica verificar se há uma zona de interação na trajetória do pacote de fótons. Tal zona deve satisfazer a seguinte condição:

$$|v_f - v_0(1 + \hat{s} \cdot \bar{v}(s)/c)| \leq k\delta\nu, \quad (4.7)$$

onde  $k$  define o tamanho da zona de interação. Um valor razoável para  $k$  é 3, que define uma zona de interação para a qual a seção de choque de espalhamento é maior que  $10^{-4} \sigma_0$ . Se a equação acima tem solução, esta define a zona de interação  $[s_1, s_2]$ ; caso contrário, não ocorrerá interação no caminho do pacote de fótons, que simplesmente deixará o envoltório.

Quando um pacote de fótons encontra uma zona de interação, resta verificar se ele realmente interagirá. Isso é feito da mesma forma descrita na seção 2.3 (passos 3 a 5 da Figura 4.1): sorteia-se a profundidade óptica a ser atingida pelo pacote de fótons,  $\tau_s$ , e compara-se com a profundidade óptica total da zona de interação,  $\tau_z$ . Se  $\tau_s < \tau_z$ , o pacote de fótons vai ser espalhado, e o ponto de interação deve ser determinado usando-se procedimento descrito na seção 2.5.2 (passo 6 da Figura 4.1).

#### 4.3.2. Frequência do Fóton Emitido

Uma vez que o ponto de interação tenha sido determinado, o ângulo de espalhamento é sorteado a partir da função de fase da equação (4.4), e a nova direção de propagação,  $\hat{s}'$ , é calculada. Os novos parâmetros de Stokes são calculados da forma descrita na seção 2.5.3 (passo 7 da Figura 4.1).

Para determinar a nova frequência do pacote de fótons após o espalhamento, deve-se, inicialmente, calcular a velocidade do átomo com o qual o pacote de fótons interage. Inicialmente, sorteia-se aleatoriamente um valor da velocidade térmica ( $\xi_s$ ), a partir de uma distribuição maxwelliana, o que é feito usando-se o método da rejeição. A direção da velocidade térmica é sorteada aleatoriamente a partir de uma distribuição isotrópica.

<sup>1</sup> Na teoria de transporte radiativo em meios em movimento (Sobolev, 1960), tal região é mais usualmente chamada de *região de interação*. Adotamos, aqui, o nome de *zona de interação* para não haver confusão com a região de interação, definida no capítulo 2, que se refere a todo o vento.

A velocidade total do átomo é, então,

$$\vec{v}_a(s) = \vec{v}(s) + \vec{\xi}_s,$$

e a nova frequência do pacote de fótons é dada por:

$$\nu' = \nu_0(1 + \vec{v}_a(s) \cdot \hat{s}'/c).$$

#### 4.3.3. Classificação dos Pacotes de Fótons

À medida que os pacotes de fótons deixam o envoltório, suas propriedades e outras quantidades de interesse precisam ser registradas. Os resultados, ou observáveis, que consideraremos serão os *perfis integrados*, *perfis de brilho* e *polarização do envoltório* e *mapas de linha*.

##### 4.3.3.1 PERFIS INTEGRADOS

Para envoltórios esféricos, a direção de saída do pacote de fótons não é relevante, pois todas as direções são igualmente prováveis. Assim, para obtermos os perfis de linha integrados em todo o envoltório devemos classificar os pacotes de fótons segundo sua frequência somente. Definimos a frequência normalizada do fóton como:

$$w = -\Delta\nu/\Delta\nu_D,$$

onde  $\Delta\nu_D = \nu_0 v_\infty/c$  é o máximo deslocamento Doppler associado com o movimento macroscópico dos átomos. Os valores de  $w$  vão de  $-1 - k\xi/v_\infty$  a  $1 + k\xi/v_\infty$ , e esse intervalo é dividido em  $n_f$  segmentos.

Os perfis integrados são obtidos contando-se o número de pacotes de fótons que deixa o envoltório em cada um dos  $n_f$  segmentos de frequência. Além dos perfis integrados, duas outras quantidades são de interesse: o *perfil da fonte* e o *perfil espalhado*. O primeiro é obtido registrando-se somente os pacotes de fótons que deixam o envoltório sem interação e o segundo, ao contrário, registrando-se somente os pacotes de fótons que foram espalhados ao menos uma vez. Obviamente, o perfil integrado será a soma do perfil da fonte com o perfil espalhado.

Os parâmetros de Stokes  $Q$  e  $U$  também são calculados em cada intervalo de frequências, mas a polarização integrada é zero, devido à geometria esférica. Efeitos de polarização vão aparecer nos perfis do envoltório e nos mapas de linha, definidos abaixo.

##### 4.3.3.2 MAPAS DE LINHA E PERFIS DO ENVOLTÓRIO

Como mencionado anteriormente, as linhas atômicas ressonantes são usadas para mapear os envoltórios de estrelas frias, através da medição da radiação espalhada em diferentes partes do envoltório. Implementamos em nosso código a possibilidade de se calcular a intensidade e polarização da luz oriunda de diferentes partes do envoltório, como função da frequência. O objetivo é simular observações espectrais com a fenda do espectrógrafo apontada para diferentes partes do vento.

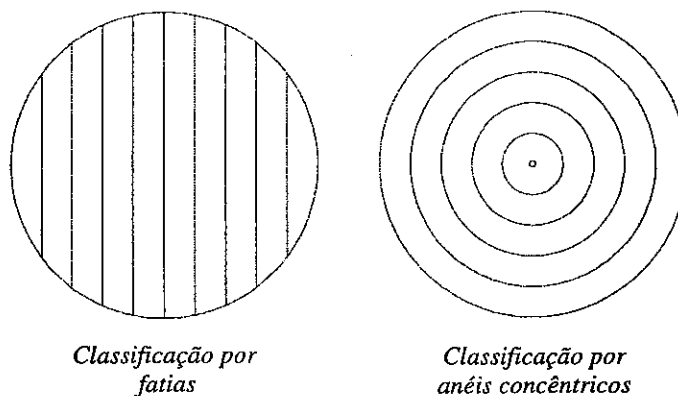


Figura 4.2 – Duas maneiras em que o envoltório foi dividido: anéis concêntricos e fatias paralelas

Essa tarefa é facilitada pela geometria esférica pois, como todas as direções são equivalentes, podemos escolher uma direção arbitrária (digamos, o eixo  $z$ ) e alinhar, por rotação, as direções de saída com essa direção. A projeção do envoltório sobre o plano ortogonal (o plano  $xy$  rodado) é, então, dividida em um dado número de células e o número, frequência e polarização dos pacotes de fótons em cada célula são registrados.

Escolhemos duas formas para construir a grade de células em que a projeção do envoltório é dividida. Na primeira, dividimos o envoltório em um dado número de fatias paralelas, para simular observações espectrais de fenda longa. Na segunda forma, dividimos o envoltório em anéis concêntricos, objetivando a determinação da variação radial da intensidade (Figura 4.2).

Com esse procedimento, podemos obter o perfil da linha e a polarização ao longo da linha em cada fatia ou anel e, se integramos o perfil com respeito a  $w$ , o fluxo e polarização do envoltório em cada fatia ou anel. O primeiro observável será chamado de *mapa de linha* e o segundo, *perfil do envoltório*. Ambos são dados como função do parâmetro de impacto,  $d$ , definido como a distância do centro da fatia ao centro do envoltório ou como o raio médio do anel.

É importante notar que efeitos de polarização da luz somente ocorrerão para a classificação por fatias, pois a classificação por anéis leva ao cancelamento dos parâmetros de Stokes  $Q$  e  $U$ .

#### 4.4. Testes para Validação do Código

O código de Monte Carlo para formação de linhas em ventos estelares foi desenvolvido em etapas, até chegar à sua configuração final, que será explorada na próxima seção. Em cada etapa, ele foi testado através da comparação com resultados anteriores, obtidos por outros autores. Foram usados, para tal fim, os trabalhos de Ignace (1998a), Natta e Beckwith (1986) e Beckwith e Natta (1987).

#### 4.4.1. Ventos em Expansão Constante

Um resultado bastante conhecido na teoria de formação de linhas em um vento em expansão constante é que o perfil da linha é plano, quando a dimensão da região emissora (ou espalhadora) for muito maior que a da fonte. Esse resultado assume espalhamento isotrópico, geometria esférica, vento opticamente fino e fonte pontual. A consequência de uma função de fase anisotrópica é que o fluxo observado em cada frequência dependerá da geometria do espalhamento pois, em um vento, a luz observada em cada frequência está associada a diferentes locais de espalhamento, daí a existência de uma relação entre o ângulo de espalhamento e a frequência do fóton espalhado.

Para ilustrar, vamos considerar os espalhamentos para frente e para trás e os espalhamentos a  $90^\circ$  com relação ao observador. Os espalhamentos para frente e para trás ocorrem ao longo da linha que intercepta o centro da fonte, e os espalhamentos a  $90^\circ$  ocorrem no plano que contém o centro da fonte e é ortogonal à linha de visada, chamado plano do céu. A luz espalhada para frente e para trás aparecerá nos extremos das asas da linha, pois os espalhadores apresentam máximo deslocamento Doppler para o azul ou para o vermelho. Por outro lado, a luz que aparece no centro da linha vem do plano do céu, onde a velocidade dos espalhadores projetada na linha de visada é nula. Nesse caso, o espalhamento ocorre a  $90^\circ$ . Para espalhamento isotrópico, a quantidade de luz espalhada a  $90^\circ$  é a mesma que para espalhamento para frente e para trás, daí a formação de um perfil plano. No entanto, esse não é o caso para espalhamento dipolar, para o qual uma fração menor de luz é espalhada a  $90^\circ$ . Assim, conclui-se que as linhas ressonantes que possuem uma componente dipolar na função de fase devem apresentar perfis cujas asas são mais intensas que o centro.

Se considerarmos uma fonte extensa, surgem outros dois efeitos adicionais que modificam o perfil plano. O primeiro relaciona-se à absorção de fótons pela fonte, efeito conhecido como *ocultação*. A consequência da ocultação é a diminuição do fluxo na parte vermelha da linha, pois os fótons que possuem trajetória de colisão com a fonte devem, necessariamente, ter sofrido espalhamento para trás.

O outro efeito é conhecido como “despolarização”, ou diluição geométrica, que está ilustrado na Figura 4.3. Este efeito altera o grau de espalhamento anisotrópico na parte interna do vento, devido a uma incidência mais isotrópica da radiação estelar (Cassinelli *et al.* 1987). Para uma fonte pontual, a luz observada é espalhada por um ângulo fixo  $\theta$  entre a linha de visada do observador e a linha que liga a estrela com o espalhador (Figura 4.3-a). Mas, no caso de fonte extensa, a luz que chega ao observador é espalhada por um ângulo entre  $\theta'$  e  $\theta''$  (Figura 4.3-b). A consequência disso é que o plano de espalhamento não será constante e o efeito do espalhamento anisotrópico será diminuído.

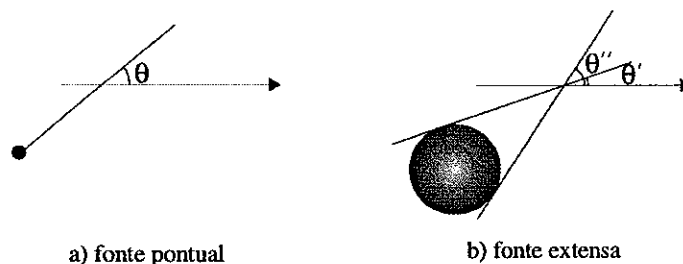


Figura 4.3 – Efeito da despolarização por uma fonte extensa. A figura ilustra a variação do plano de espalhamento da luz espalhada quando se consideram fontes pontuais e extensas. (Cassinelli *et al.* 1987)

O perfil teórico da luz espalhada em um vento esférico em expansão constante está calculado em Ignace (1998a, equações 9 e 10). O autor objetivou o estudo dos efeitos, nos perfis, do parâmetro  $e_1$  da função de fase do EAR. As expressões obtidas por Ignace (1998a) consideram os efeitos da fonte extensa, discutidos acima, mas são válidas somente para ventos opticamente finos, pois seu formalismo considera, implicitamente, que não há espalhamento múltiplo. Outra aproximação importante feita pelo autor para obter seus resultados analíticos é que não foi levado em conta o movimento térmico ou turbulento dos espalhadores.

O resultado de Ignace (1998a) para o caso mais geral, em que todos os efeitos da fonte extensa são considerados, é:

$$\frac{F_v(w)}{F_0} = (\pi - 2) \left[ 1 - \frac{\pi/16}{\pi - 2} e_1(1 - 3w^2) \right], \quad \text{para } w < 0,$$

$$\frac{F_v(w)}{F_0} = \left[ \pi - 2 \operatorname{sen}^{-1} w - 2 \sqrt{\frac{1-w}{1+w}} \right] - \frac{1}{8} e_1(1 - 3w^2) \sqrt{1 - w^2} (w + \operatorname{sen}^{-1} w).$$

para  $w \geq 0$ ,

onde  $F_0$  é uma constante. A expressão acima descreve o comportamento espectral da luz espalhada somente.

Para comparar os resultados do nosso código com os de Ignace (1998a), consideramos um vento em expansão constante com profundidade óptica  $\tau_0 = 0,1$  e com uma velocidade térmica muito pequena,  $\xi = 1/200 v_\infty$ . Os resultados são mostrados na Figura 4.4, onde mostramos perfis analíticos de Ignace (1998a) juntamente com os perfis espalhados fornecidos pelo nosso código. Uma excelente concordância entre nossos resultados numéricos e os resultados analíticos de Ignace (1998a) foi obtida.

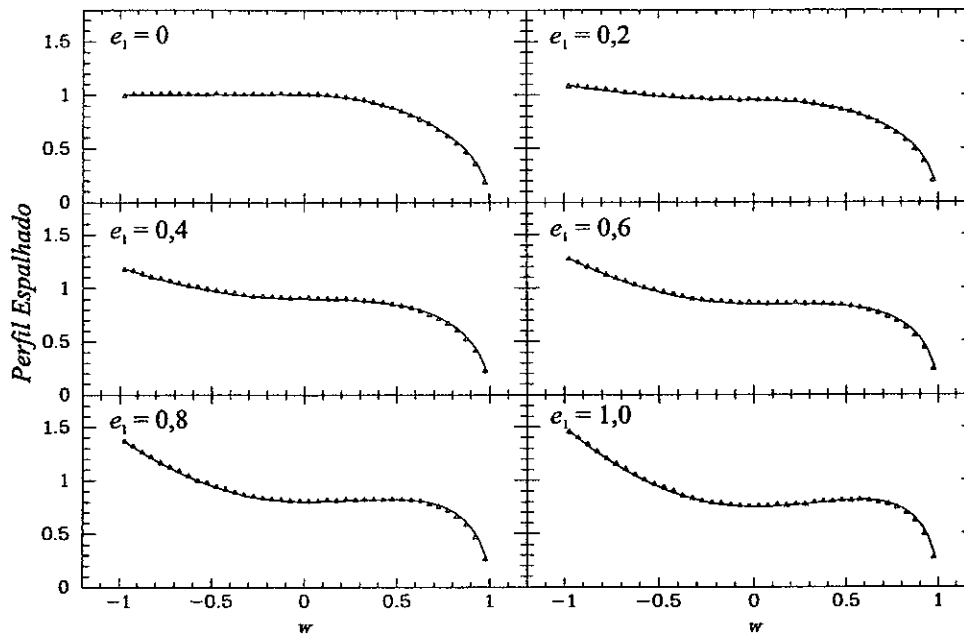


Figura 4.4 – Resultados analíticos de Ignace (1998a) para o perfil da luz espalhada em um vento esférico, opticamente fino e em expansão constante. Os resultados do nosso código (triângulos) para o perfil espalhado estão sobrepostos à curva.

#### 4.4.2. Ventos em Expansão Acelerada

Ignace (1998a) calculou, também, perfis de linha para envoltórios esféricos em expansão acelerada, novamente com o intuito de estudar as diferenças entre o espalhamento isotrópico e o espalhamento anisotrópico. Para velocidades de vento não constante, uma solução analítica é impossível e para calcular numericamente os perfis das linhas, o autor usou o método de Sobolev-P (Jeffery 1989). Esse método é baseado na aproximação de Sobolev para ventos com grandes gradientes de velocidade, e inclui a forma geral da função de fase do EAR. O  $P$  indica que a polarização da radiação é considerada.

A lei de velocidades considerada por Ignace (1998a) é a lei beta, equação (1.2), com  $v_0 = 0,05 v_\infty$  e  $\beta = 1$ . A lei de densidade correspondente a essa lei de velocidades é dada pela equação (3.7).

Os resultados de Ignace (1998a) para duas profundidades ópticas do envoltório e para  $e_1 = 1$  estão na Figura 4.5. São mostrados o perfil integrado, o perfil da fonte e o perfil espalhado, como indicado. Sobrepostos ao resultado de Ignace encontram-se nossos resultados, em linha tracejada. Novamente, para simular os resultados de Ignace, assumimos uma velocidade térmica do vento muito pequena ( $\xi = 1/200 v_\infty$ ). Mais uma vez, foi obtida uma ótima concordância entre os resultados.

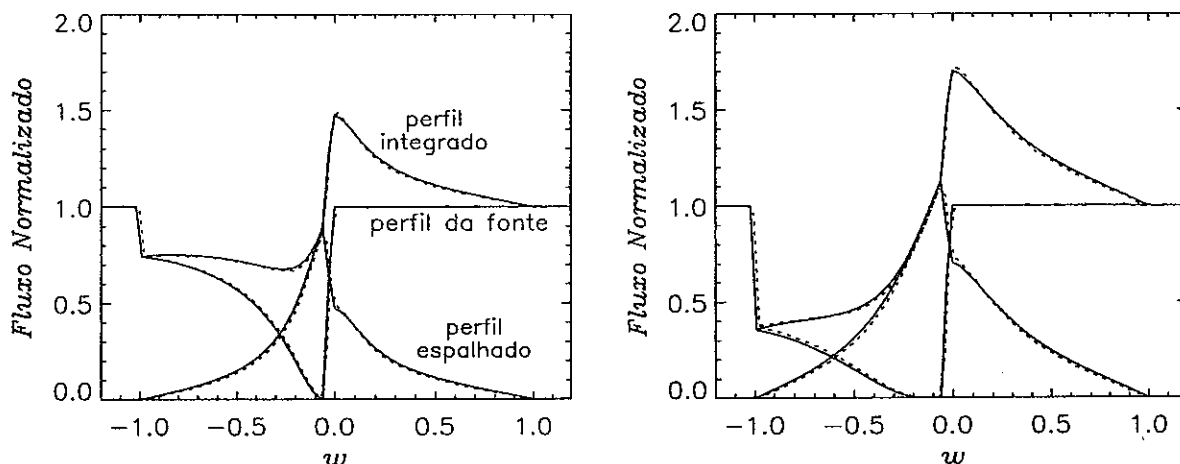


Figura 4.5 – Resultados numéricos de Ignace (1998a) para os perfis integrado, da fonte e espalhado em um vento esférico acelerado (linhas cheias). Os resultados do nosso código estão sobrepostos à curva (linhas pontilhadas). O gráfico à esquerda é para uma profundidade óptica de  $\tau_0 = 3$ , e o gráfico à direita para  $\tau_0 = 10$ .

#### 4.4.3. Ventos em Expansão Acelerada com Velocidade Térmica

Natta e Beckwith descrevem, em dois artigos de 1986 e 1987, um código de Monte Carlo para calcular o transporte radiativo em ventos constantes e acelerados. O código é capaz de tratar várias leis de densidade e a componente térmica na velocidade dos espalhadores, mas não considera a função de fase correta para o EAR e o transporte da luz polarizada.

Infelizmente, os autores fornecem, nos artigos, poucos detalhes sobre o código e as simulações, o que torna difícil uma comparação com seus resultados. Ainda assim, procuramos, dentro do possível, reproduzir alguns de seus resultados, no que obtivemos uma concordância satisfatória.

### 4.5. Resultados para Geometria Esférica

Nessa seção, exploramos as possibilidades do nosso código, apresentando resultados para uma grade de modelos bastante abrangente. Começamos estudando os perfis integrados e depois passamos para os perfis do envoltório e mapas de linhas.

#### 4.5.1. Modelos

Dividimos os modelos em duas categorias diferentes: modelos com vento em expansão constante (modelos ‘c’) e modelos com vento com velocidade dada pela lei beta (modelos ‘b’). Mostramos na Tabela 4.3 os parâmetros dos modelos para ventos em expansão constante e na Tabela 4.4 os parâmetros para ventos acelerados. Para todos os modelos, o raio do envoltório é  $1000 R_*$ . Consideramos a função  $f(r)$  da equação (4.1) como uma constante, de maneira que a forma da lei de densidades dos espalhadores é a mesma que a da lei de densidade total.

Tabela 4.3 - Grade de modelos para ventos em expansão constante (modelos 'c').

Modelo	$\tau_0$	$\xi(v_\infty)$	$e_1$	$N(\times 10^6)$	linha
c01	1	1/20	0,5	1200	não
c02	5	1/20	0,5	600	não
c03	5	1/5	0,5	140	não
c04	20	1/20	0	165	não
c05	20	1/20	0,5	1200	não
c06	20	1/20	1	415	não
c07	20	1/20	1	100	sim
c08	20	1/5	0,5	220	não
c09	20	1/2	0,5	450	não
c10	20	1	0,5	300	não
c11	20	1	1	36	não
c12	200	1/20	0,5	1000	não
c13	200	1/20	1	130	não
c14	200	1/5	0,5	45	não
c15	1000	1/20	0,5	350	não
c16	1000	1/20	1	50	não
c17	1000	1/5	0,5	18	não

Tabela 4.4 - Grade de modelos para ventos acelerados (modelos 'b').

Modelo	$\tau_0$	$\xi(v_\infty)$	$\beta$	$v_0(v_\infty)$	$e_1$	$N(\times 10^6)$	linha
b01	5	1/20	0,25	0,05	0,5	80	não
b02	5	1/5	0,25	0,05	0,5	14	não
b03	20	1/20	0,25	0,05	0	233	não
b04	20	1/20	0,25	0,05	0,5	240	não
b05	20	1/20	0,25	0,05	1	600	não
b06	20	1/5	0,25	0,05	0,5	24	não
b07	200	1/20	0,25	0,05	0,5	60	não
b08	5	1/20	1	0,05	1	350	não
b09	20	1/20	1	0,05	0	250	não
b10	20	1/20	1	0,05	0,5	165	não
b11	20	1/20	1	0,05	1	600	não
b12	20	1/20	1	0,05	1	120	sim
b13	20	1/20	1	0,4	1	180	não
b14	20	1/5	1	0,05	1	120	não
b15	20	1/2	1	0,05	1	23	não
b16	200	1/20	1	0,05	1	100	não
b17	600	1/20	1	0,05	1	50	não
b18	20	1/20	3	0,05	1	600	não



### 4.5.2. Perfis Integrados

Na Figura 4.6 mostramos os perfis integrados normalizados para todos os modelos das Tabelas 4.3 e 4.4. A linha cheia mostra os perfis integrados, a linha pontilhada os perfis espalhados, e a linha tracejada os perfis da fonte. A diversidade dos perfis é notável, indicando a forte dependência desse observável com os parâmetros do modelo.

O parâmetro com mais influência nos perfis é a lei de velocidade, pois a modificação desse parâmetro altera significativamente a opacidade do envoltório em cada frequência, mudando, assim, o perfil da fonte. Por exemplo, quando a velocidade de expansão é constante, somente os pacotes de fótons com  $w$  próximo a  $-1$  podem interagir no vento e, quando o envoltório é acelerado, todos os fótons com frequência  $w \sim 0$  a  $-1$  são ressonantes. A modificação da lei de velocidades altera, também, tanto o local de espalhamento dos pacotes de fótons com mesma frequência quanto a velocidade dos espalhadores, o que afeta o perfil espalhado. Isso pode ser visto comparando-se, por exemplo, os perfis dos modelos b05 ( $\beta = 0,25$ ), b11 ( $\beta = 1$ ) e c06.

Para investigar os efeitos da profundidade óptica, comparamos modelos com a mesma lei de velocidades e a mesma velocidade térmica. Dos modelos b08 ( $\beta = 1$  e  $\tau_0 = 5$ ), b11 ( $\tau_0 = 20$ ), b16 ( $\tau_0 = 200$ ) e b17 ( $\tau_0 = 600$ ), podemos ver que o perfil da fonte fica mais profundo e largo à medida que  $\tau_0$  aumenta. Com o alargamento do perfil da fonte, mais luz é espalhada e o perfil espalhado fica mais intenso. O resultado para o perfil integrado é que tanto a componente de absorção no azul quanto a componente de emissão no vermelho ficam mais intensas. É importante notar, entretanto, que o perfil integrado eventualmente torna-se saturado, o que significa que toda a luz “disponível” para espalhamento já foi espalhada. Depois que a linha se torna saturada, aumentar  $\tau_0$  não tem nenhum efeito sobre o perfil integrado. Para modelos acelerados a saturação ocorre em torno de  $\tau_0 = 300$ . Os efeitos da profundidade óptica em modelos com velocidade constante são semelhantes, embora esses modelos saturem em profundidades ópticas menores quando comparados com os modelos acelerados; compare-se, por exemplo, os modelos c01 ( $\tau_0 = 1$ ), c02 ( $\tau_0 = 5$ ), c05 ( $\tau_0 = 20$ ), c12 ( $\tau_0 = 200$ ) e c15 ( $\tau_0 = 1000$ ). A saturação, neste caso, ocorre em torno de  $\tau_0 = 100$ .

A velocidade térmica dos espalhadores tem também consequências importantes nos perfis. Isso é exemplificado pelos gráficos dos modelos c05 ( $\tau_0 = 20$ ,  $\xi = 1/2 v_\infty$ ), c08 ( $\xi = 1/5 v_\infty$ ) e c10 ( $\xi = v_\infty$ ). À medida que a velocidade térmica aumenta, observam-se dois efeitos: o perfil da fonte alarga-se, pois a gama de velocidades possíveis dos espalhadores aumenta, aumentando a opacidade total do vento, e o pico dos perfis espalhados é deslocado para o vermelho, ao mesmo tempo que a intensidade do perfil espalhado aumenta. Modelos com alta velocidade térmica apresentam uma componente de absorção muito larga e componente de emissão deslocada para o vermelho. Esses resultados estão de acordo com os obtidos por Lamers, Cerruti-Sola e Perinotto (1987), que foram os primeiros a incluir a velocidade térmica dos átomos nos cálculos dos perfis, usando o método SEI.

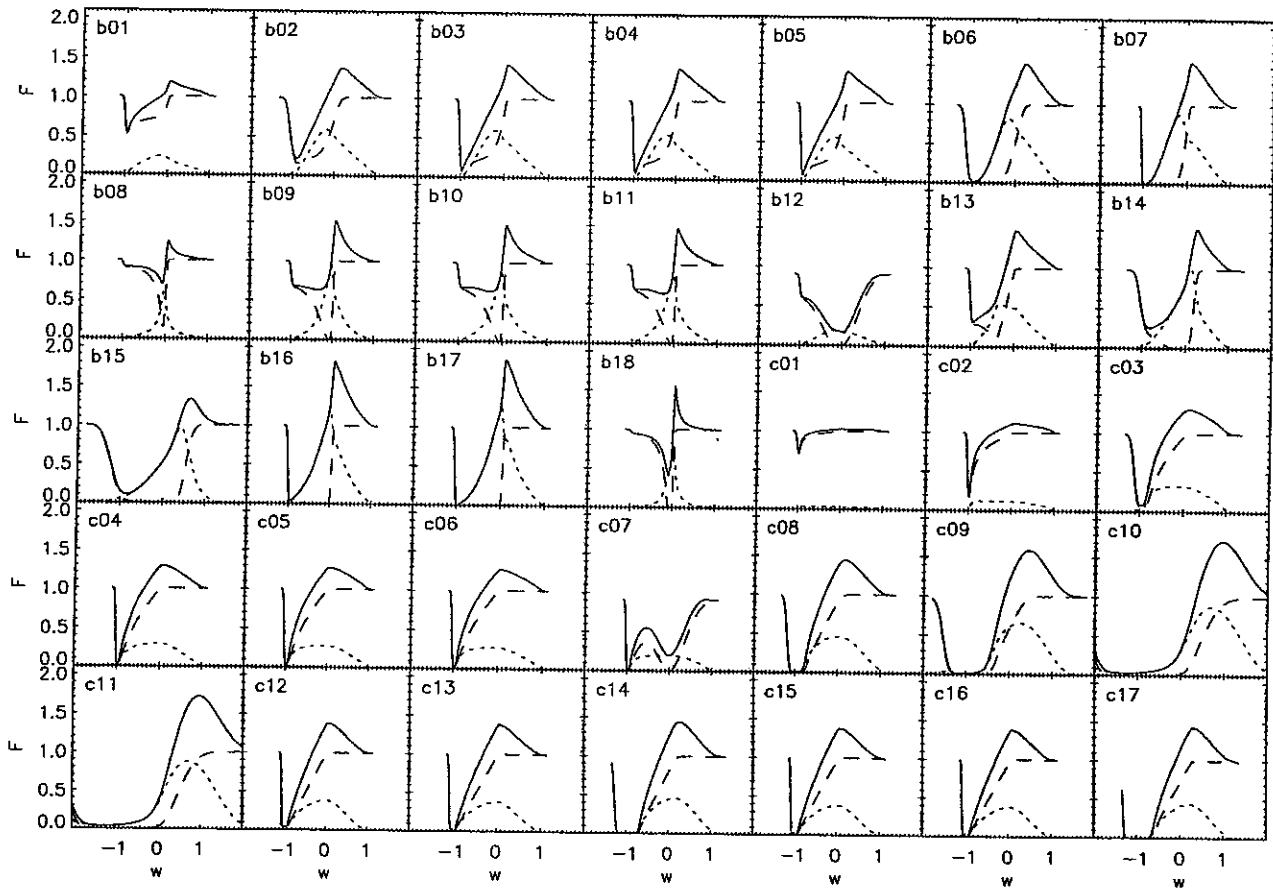


Figura 4.6 – Perfis integrados para os modelos da Tabela 4.3 ('c', velocidade constante) e Tabela 4.4 ('b', lei beta). Cada quadro mostra o perfil integrado (linha sólida), o perfil da fonte (linha tracejada) e o perfil espalhado (linha pontilhada) versus a frequência normalizada  $w$ .

A presença de uma linha de absorção tem, claramente, um importante efeito no perfil integrado, por modificar significativamente o perfil da fonte (modelos c07 e b12).

O parâmetro  $e_1$  pode, em princípio, alterar o perfil integrado devido à anisotropia introduzida no processo de espalhamento. Uma comparação dos perfis de modelos opticamente finos com  $e_1$  diferentes revela que os modelos com  $e_1$  maiores apresentam fluxo na região central menor e fluxo nas asas maior que os modelos com  $e_1$  menores, resultado que vai ao encontro da discussão acerca dos efeitos do parâmetro  $e_1$  sobre o perfil espalhado, seção 4.4. Outra consequência é que o pico de emissão fica um pouco mais alargado quando o espalhamento é isotrópico. Esses efeitos não podem, entretanto, ser vistos na Figura 4.6, pois as diferenças no fluxo são muito pequenas, no máximo, 10%. Se os modelos são opticamente espessos, as diferenças tornam-se desprezíveis, pois o grande número de espalhamentos cancela as anisotropias.

### 4.5.3. Perfis do Envoltório

#### 4.5.3.1 FATIAS AO LONGO DO ENVOLTÓRIO

Nesta seção, estudamos a radiação, integrada em frequência, emergente de fatias do envoltório (Figura 4.2). O envoltório foi dividido em 580 fatias, de acordo com o seguinte esquema: 400 fatias com largura  $0,25 R_*$ , no intervalo de parâmetro de impacto  $d = 0$  a  $100 R_*$ , e 180 fatias com largura de  $5 R_*$ , para  $d = 100$  a  $1000 R_*$ . Esse esquema foi adotado para poder-se mapear com boa resolução o perfil de brilho do envoltório (PBE) próximo à estrela, onde as condições físicas (densidade, velocidade e campo de radiação) variam mais rapidamente.

Os quatro gráficos da Figura 4.7 mostram PBEs para alguns dos modelos estudados. Os gráficos a e b ilustram os efeitos da profundidade óptica e da velocidade térmica, respectivamente, para ventos acelerados, e os gráficos c e d ilustram o mesmo para ventos constantes.

Para representar o erro associado a cada simulação, escolhemos o seguinte procedimento. Os pontos do PBE foram agrupados até que o erro do ponto resultante fosse menor ou igual a 1%. Esse procedimento resulta em um conjunto de dados com um espaçamento desigual: próximo à fonte, onde a intensidade é maior, o número de pontos será maior que nas partes externas do vento.

Vamos começar examinando os efeitos da profundidade óptica. Vemos na Figura 4.7-a e c que a PBE cresce com a profundidade óptica, como esperado, indicando que mais luz está sendo espalhada no vento. O PBE cresce somente até que a saturação na linha é atingida. As diferenças observadas são muito maiores para os ventos acelerados, chegando a uma ordem de magnitude, pois para os ventos constantes a saturação é atingida mais rapidamente, como mencionado na seção anterior.

Comportamento semelhante é observado quando se aumenta a velocidade térmica dos espalhadores (Figura 4.7-b e d): a opacidade no vento cresce e o PBE aumenta. Nesse caso, entretanto, não há saturação e a quantidade de luz espalhada sempre aumenta com  $\xi$ .

A comparação entre modelos com diferentes campos de velocidades é feita na Figura 4.8, onde mostramos o PBE (além do perfil de polarização, a ser discutido abaixo) para os modelos b05 ( $\beta = 0,25$ ), b11 ( $\beta = 1$ ), b18 ( $\beta = 3$ ) e c06. Os efeitos da lei de velocidades corroboram o fato de que a estratificação de velocidade no vento resulta em um aumento da opacidade.

O parâmetro  $e_1$  da função de fase de espalhamento não altera o PBE, pois esse parâmetro somente modifica a distribuição espectral e não a *quantidade* de luz espalhada.

Voltaremos, na seção 4.5.3.3, ao estudo dos PBEs, apresentando um modelo analítico simplificado que ajuda a sistematizar os resultados. Passaremos, agora, ao estudo do perfil de polarização do envoltório (PPE), para a classificação por fatias.

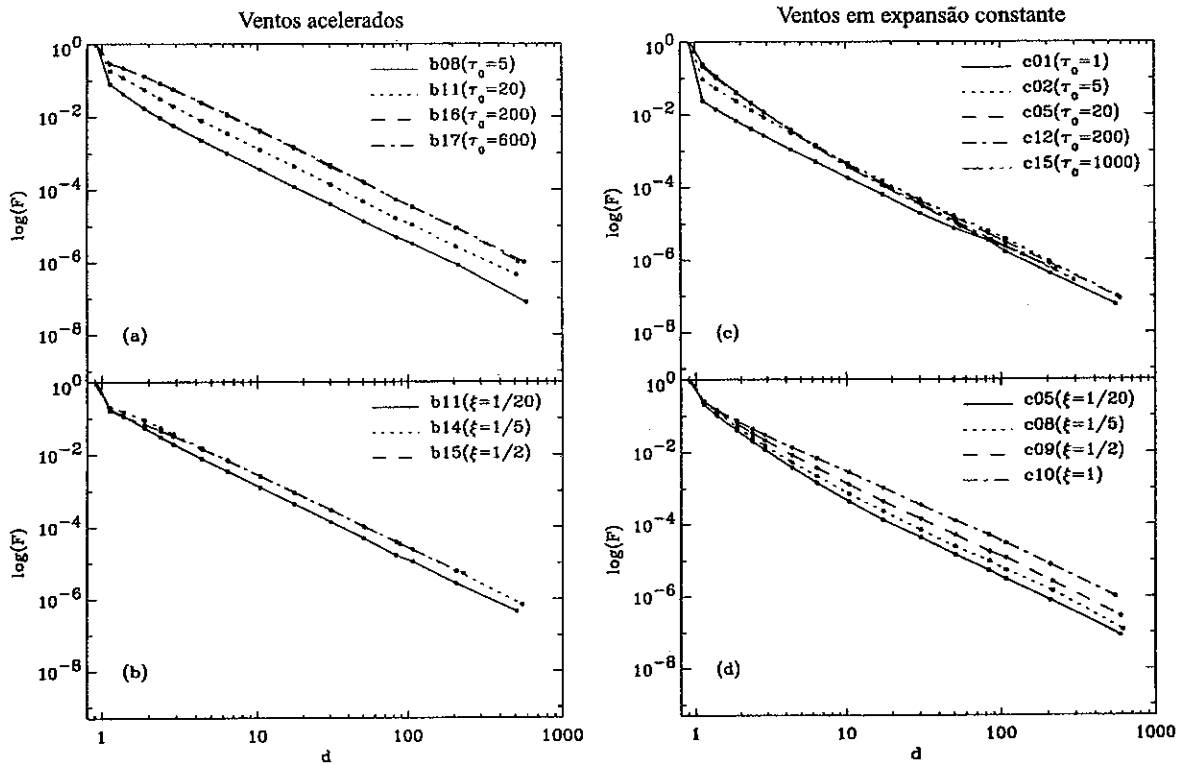


Figura 4.7 - Perfis de brilho do envoltório (PBE) para fatias do envoltório, em função da distância do centro da fatia à estrela (em raios estelares). Resultados para ventos acelerados e ventos em expansão constante são mostrados.

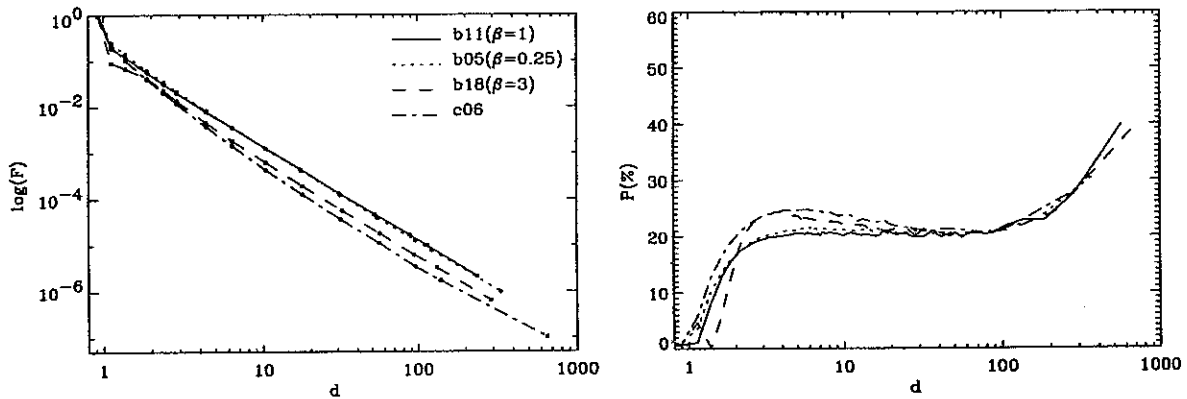


Figura 4.8 - Comparação do perfil de brilho do envoltório (esquerda) e perfil de polarização do envoltório (direita), para os modelos b11, b05, b18 e c06 para ilustrar os efeitos da lei de velocidades.

Uma quantidade útil para descrever as condições locais do vento é a *profundidade óptica ao longo da linha de visada*,  $\tau_{lv}$ , que indica as regiões opticamente finas e espessas do vento. Para um dado parâmetro de impacto, ela é definida como:

$$\tau_{lv}(d) = \int_{-1}^1 \sigma_w dw \int_{-\sqrt{R_*^2-d^2}}^{\sqrt{R_*^2-d^2}} f(r)n(r)dz,$$

onde  $z$  é a profundidade geométrica do envoltório, igual a 0 no plano do céu. Na Figura 4.9 mostramos  $\tau_{lv}$  para alguns modelos de vento em expansão constante.

Os PPEs para os mesmos modelos da Figura 4.7 são mostrados na Figura 4.10. Os PPEs são apresentados com o mesmo espaçamento usado para os PBEs, mas deve-se mencionar que o erro de cada ponto, neste caso, pode ser até 2 vezes maior. O comportamento da polarização é similar quando modelos de vento acelerado e com velocidade constante são comparados. Os níveis de polarização aumentam de alguns pontos percentuais, para as fatias próximas à estrela, para valores que superam 24%, na região com  $d \sim 2 R_*$  até  $d \sim 100 R_*$ . Nessa região, a polarização depende bastante do modelo, ao contrário da parte externa do vento, onde os níveis de polarização são similares para todos os modelos, com exceção dos modelos de velocidade constante com alta opacidade (altas profundidades ópticas ou grandes velocidades térmicas médias). Em geral, os modelos com velocidade constante apresentam níveis de polarização mais altos em até alguns pontos percentuais na parte interna do vento quando comparados com modelos acelerados, como pode ser visto na Figura 4.8-b. Outra diferença é que, para os modelos com velocidades constantes, os maiores níveis de polarização na região com  $d \sim 2 R_*$  até  $d \sim 100 R_*$  ocorrem para opacidades moderadas, em vez de opacidades baixas, como é esperado.

Um comportamento interessante da polarização é que ela converge para aproximadamente o mesmo valor, quando  $\tau_{lv}$  decresce para valores em torno de 1. Chamamos esse valor  $P_{\tau=1}$ . Ele é em torno de 20-24% quando  $e_1 = 1$  (Figura 4.10-a e b) e 15-18% quando  $e_1 = 0,5$  (Figura 4.10-c e d). O ponto onde  $\tau_{lv}$  é igual a 1 está marcado na Figura 4.10 com os círculos cheios. Para modelos opticamente muito finos,  $\tau_{lv}$  é sempre menor que 1 e, para esses casos, consideramos  $P_{\tau=0,1}$ , com o mesmo comportamento descrito acima. Os pontos onde  $\tau_{lv}$  é igual a 0,1, para os modelos opticamente finos, estão marcados pelos triângulos abertos na Figura 4.10. A consequência desse comportamento é que, para modelos com baixa opacidade, a polarização cresce rápido com  $d$  e atinge  $P_{\tau=1}$  para  $d$  da ordem de alguns raios estelares, mas para modelos com alta opacidade, a polarização somente atingirá  $P_{\tau=1}$  para  $d$  muito elevado.

A análise dos PPEs mostra que esse observável pode ser um vínculo importante para a opacidade do vento, pois o PPE tem uma dependência muito acentuada com os parâmetros do modelo que têm relação com a opacidade do vento: a profundidade óptica e a velocidade térmica média. Entretanto, há que se mencionar que o PPE é muito difícil de ser observado, o que restringe, ao menos no presente, seu uso para o estudo de ventos estelares.

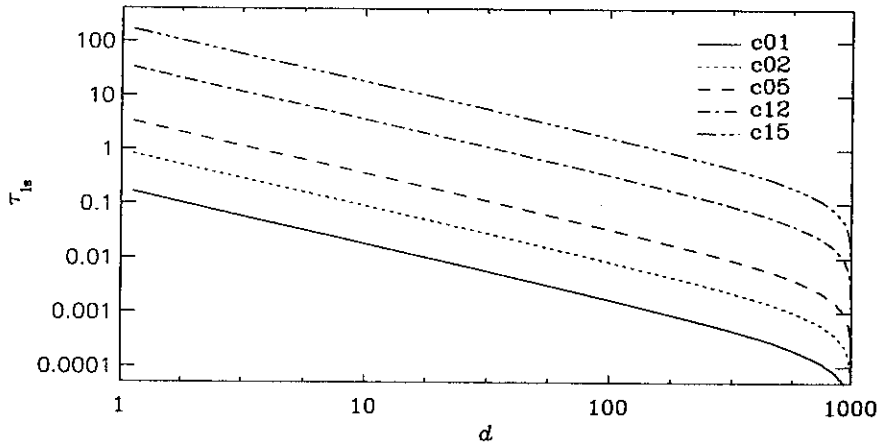


Figura 4.9 – Profundidade óptica integrada ao longo da linha de visada versus parâmetro de impacto para os modelos c01 ( $\tau_0 = 1$ ), c02 ( $\tau_0 = 5$ ), c05 ( $\tau_0 = 20$ ), c12 ( $\tau_0 = 200$ ) e c015 ( $\tau_0 = 1000$ ).

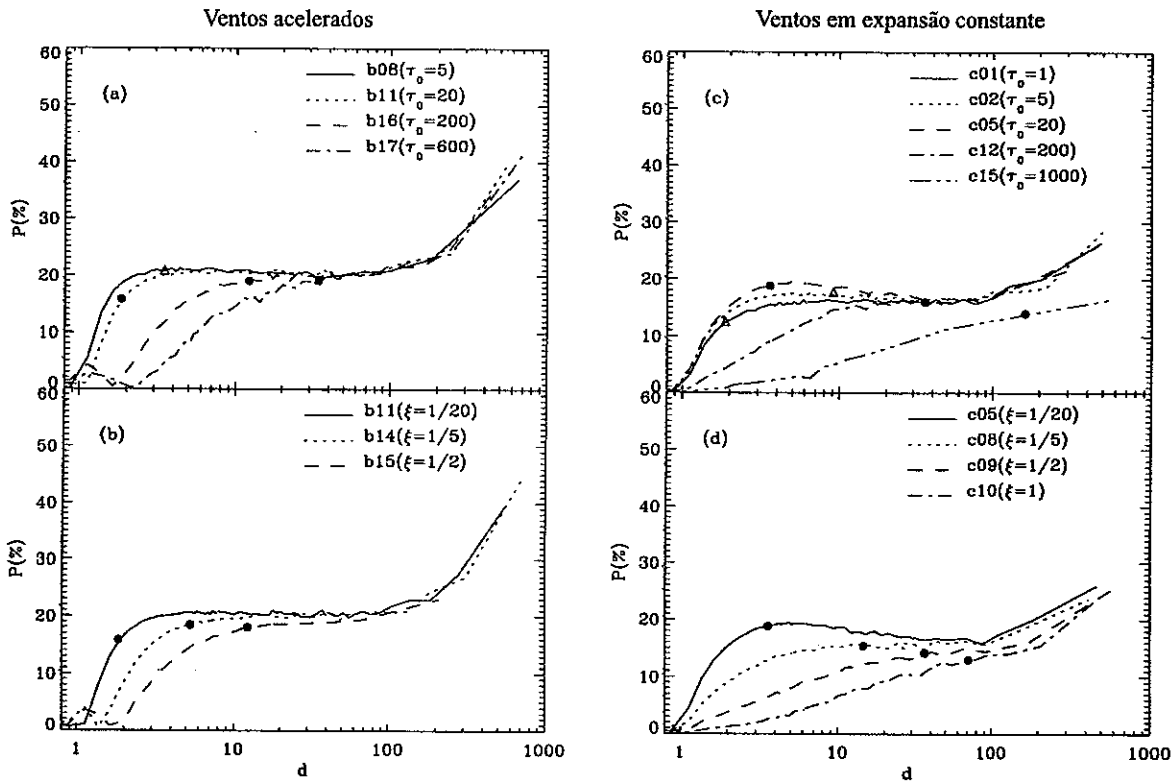


Figura 4.10 – Comparação dos perfis de polarização do envoltório (PPE) para os mesmos modelos da Figura 4.7. Os círculos cheios indicam o ponto onde a profundidade óptica ao longo da linha de visada,  $\tau_{\nu}$ , torna-se menor que 1. Os triângulos indicam o ponto onde  $\tau_{\nu}$  torna-se menor que 0,1, para ventos opticamente finos.

### 4.5.3.2 ANÉIS EM TORNO DA ESTRELA

Os resultados para o PBE para a classificação por anéis concêntricos são qualitativamente similares aos resultados para a classificação por fatias, mostrados nas figuras 4.7 e 4.8. Entretanto, a dependência do fluxo com o parâmetro de impacto é diferente, como será visto na discussão quantitativa, apresentada a seguir.

### 4.5.3.3 UM MODELO ANALÍTICO SIMPLES PARA O PBE

Vamos assumir um vento esfericamente simétrico e opticamente fino, e considerar uma pequena área do envoltório, vista pelo observador, com parâmetro de impacto  $d$ . O fluxo desta área, integrado em frequência,  $F(d)$ , será dado por:

$$F(d) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_e(r)}{r^2} dz,$$

ou seja, o fluxo será a soma do fluxo espalhado ao longo da coluna de gás da área considerada. Na expressão acima, assume-se implicitamente uma fonte pontual pelo uso do termo  $1/r^2$  na integral, que descreve o campo de radiação a grandes distâncias da estrela. Para um vento em expansão constante,  $n_e \propto 1/r^2$ , o que resulta em:

$$F(d) = F_0 d^{-3}. \quad (4.8)$$

onde  $F_0$  é uma constante.

Para os modelos estudados, esperamos que a expressão acima seja incorreta em duas situações. Primeiramente, próximo à estrela, onde a aproximação de fonte pontual não é válida, a variação de  $F(d)$  com  $d$  deve ser mais acentuada; isso ocorre porque a intensidade média,  $J$ , varia, próximo à estrela, mais rapidamente que  $1/r^2$ . Em segundo lugar, para os modelos acelerados, a densidade próxima à estrela cai mais rapidamente que para os modelos constantes, e isso altera  $F(d)$  no mesmo sentido. Ambos efeitos são relevantes apenas para  $d \leq 10 R_*$ , e esperamos que a expressão acima seja aproximadamente válida para as partes externas do vento.

A equação 4.8 descreve a dependência radial do fluxo do envoltório e, assim, deve ser comparada com os resultados para a classificação por anéis. O fluxo para a classificação por fatias é diferente, pois uma fatia compreende um intervalo de parâmetros de impacto. Espera-se que a dependência do fluxo da fatia com o parâmetro de impacto seja dada pela integral da equação (4.8) com respeito a  $d$ , ou seja,

$$F(d) = F'_0 d^{-2}. \quad (4.9)$$

Baseado nas equações (4.8) e (4.9), tentamos ajustar os PBEs, tanto os resultantes da classificação por fatias quanto os da classificação por anéis, por uma lei de potências:

$$F(d) = F_0 d^{-a}. \quad (4.10)$$

Uma tentativa de ajustar os PBEs em todo o intervalo de parâmetros de impacto resultou em ajustes ruins para praticamente todos os modelos e a razão para isso é que, como mencionado acima, efeitos da geometria ou mesmo dos parâmetros do modelo resultam no fato de que a PBE tem comportamentos diversos próximo à estrela e nas

partes externas do vento. Conclui-se que uma lei de potências não é uma boa descrição para o PBE quando se considera todo o intervalo de parâmetros de impacto.

Obtivemos ajustes muito melhores quando consideramos dois intervalos distintos de parâmetro de impacto: o primeiro intervalo é definido de  $d = 1$  até  $R_i$  e o segundo de  $d = R_i$  até  $1000 R_*$ , onde  $R_i$  é determinado *para cada modelo*, usando-se o procedimento descrito a seguir.

Inicialmente, usa-se um esquema de interpolação lagrangeana para determinar a derivada do EBP como função de  $d$ . Em seguida, multiplica-se a derivada por  $d$  e divide-se pela EBP, obtendo-se uma estimativa do índice  $a$  da equação 4.10 como função de  $d$ . Matematicamente, isso é expresso como:

$$a(d) \equiv \frac{g'(d)d}{g(d)},$$

onde  $g(d)$  é uma lei de potências que descreve o PBE *localmente*.

Como exemplo, mostramos na Figura 4.11 o índice  $a$  obtido usando-se o método descrito, para o modelo b11. Apesar do fato de os valores de  $a$  serem apenas aproximados, a figura mostra claramente a variação do índice  $a$  próximo à estrela. Ela também mostra que o índice é aproximadamente constante para  $d \geq 10 R_*$ , o que indica que o PBE da parte externa do vento é bem descrito por uma lei de potências, pelo menos para o modelo b11. Utilizamos esse método para determinar  $R_i$ , escolhido como o ponto onde o índice  $a$  assume um valor constante, para todos os modelos estudados. Os valores de  $R_i$  são mostrados nas Tabelas 4.5 e 4.6.

Para modelos com velocidade constante e modelos com baixa opacidade,  $R_i$  é definido apenas por efeitos geométricos (fonte extensa) e corresponde ao ponto do vento onde a aproximação de fonte pontual torna-se válida (ver discussão após a equação 4.8). Para esses modelos,  $R_i$  é próximo a  $10 R_*$ . Para ventos acelerados e modelos com alta opacidade,  $R_i$  pode ser bem maior (modelo c15) ou ainda menor que  $10 R_*$  (modelos b15, b16 e b17). A influência dos parâmetros do modelo em  $R_i$  pode ser resumida como segue:

- 1)  $R_i$  cresce com  $\beta$ , pois valores altos de  $\beta$  indicam baixa aceleração no vento e, assim, a velocidade será aproximadamente constante apenas para  $d$  maiores;
- 2)  $R_i$  cresce com  $\tau_0$ ; e
- 3)  $R_i$  cresce com  $\xi$ .



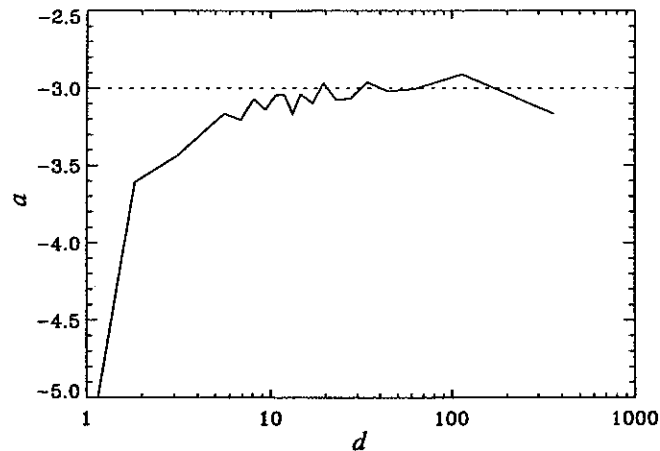


Figura 4.11 – Índice  $a$  versus parâmetro de impacto para o modelo b11.

Os ajustes para o primeiro intervalo ( $d = 1$  até  $R_i$ ) foram ruins, indicando que uma lei de potência não é uma boa descrição para o perfil. Entretanto, eles são ao menos indicativos do comportamento do PBE nesse intervalo. Os ajustes para o segundo intervalo ( $d = R_i$  até  $1000 R_*$ ), ao contrário, foram muito bons para todos os modelos, o que estende a afirmativa feita acima para o modelo b11 para todos os modelos: *o PBE no intervalo  $d = R_i$  até  $1000 R_*$  é muito bem descrito por uma lei de potências*. Os índices resultantes do ajuste são listados nas Tabelas 4.5 e 4.6 e são nomeados como se segue: os subscritos 'a' e 'f' indicam classificação por anéis e fatias, respectivamente, e os números 1 e 2, os dois intervalos acima.

O índices resultantes dos ajustes confirmam o modelo analítico aproximado. Para a classificação por anéis, os índices para a parte externa do vento variam de  $a_{a2} = 2,9$  a  $3,2$ , muito próximos do valor 3, previsto pelo modelo. Também para a classificação por fatias, os índices são próximos do valor previsto, 2, apresentando, também, uma variação muito pequena entre os modelos ( $a_{f2} = 1,9$  a  $2,3$ ). Conclui-se, disso, que a PBE é de uso restrito para estudar a região externa do vento.

Para a região interna, ao contrário, o PBE depende bastante dos modelos. Para uma gigante vermelha próxima, cuja distância é, digamos,  $200 pc$ , e cujo raio é aproximadamente  $1 UA$ , uma seção do envoltório de  $100 R_*$  corresponde a, aproximadamente,  $1''$ . Assim, a parte do vento com  $d < R_i$  necessitará de uma resolução óptica muito boa para ser detectada.

Nas Tabelas 4.5 e 4.6 listamos os raios onde a profundidade óptica integrada ao longo da linha de visada é 1,  $R_{\tau=1}$ . Não é observada uma correlação entre  $R_{\tau=1}$  e  $R_i$ . Além disso, para os modelos com alta opacidade,  $R_i \ll R_{\tau=1}$ , o que mostra que o PBE é *satisfatoriamente descrito por uma lei de potências mesmo quando  $\tau_v$  é maior que 1*.

Tabela 4.5 – Ajustes dos perfis de brilho do envoltório para os modelos de vento em expansão constante.

Modelo	$R_{\tau=1}$	$R_i$	$a_{a1}$	$a_{a2}$	$a_{f1}$	$a_{f2}$
c01	-	10	3,4	3,0	2,2	2,0
c02	-	20	3,7	3,1	2,4	2,1
c03	7,4	20	3,9	3,1	2,5	2,1
c04	7,3	25	4,2	3,1	2,9	2,1
c05	7,3	30	4,3	3,1	2,9	2,1
c06	7,3	30	4,3	3,1	2,9	2,1
c07	7,3	20	3,9	3,1	2,8	2,1
c08	29,2	20	4,3	3,1	2,8	2,1
c09	71,0	15	3,8	3,1	2,5	2,1
c10	135,8	30	3,3	3,0	2,0	2,0
c11	135,8	30	3,3	3,0	2,0	2,0
c12	69,3	30	4,6	3,2	3,0	2,2
c13	69,3	30	4,6	3,2	3,1	2,2
c14	249,6	20	4,5	3,1	2,9	2,1
c15	298,1	80	4,6	3,0	3,1	2,1
c16	298,1	80	4,6	2,9	3,1	1,9
c17	722,6	15	4,5	3,2	3,0	2,3

Tabela 4.6 – Ajustes dos perfis de brilho do envoltório para os modelos de vento acelerado.

Modelo	$R_{\tau=1}$	$R_i$	$a_{a1}$	$a_{a2}$	$a_{f1}$	$a_{f2}$
b01	-	10	3,7	3,0	2,4	2,0
b02	5,9	10	3,6	3,1	2,4	2,1
b03	5,7	10	3,6	3,1	2,4	2,1
b04	5,7	10	3,6	3,1	2,5	2,1
b05	5,7	10	3,7	3,1	2,5	2,1
b06	22,7	17	3,5	3,1	2,4	2,1
b07	54,0	20	3,6	3,1	2,4	2,1
b08	-	10	4,0	3,0	2,6	2,0
b09	3,0	10	3,2	3,0	2,3	2,0
b10	3,0	10	3,3	3,0	2,3	2,0
b11	3,0	10	3,3	3,0	2,3	2,0
b12	3,0	10	2,5	3,0	1,9	2,0
b13	5,1	10	3,3	3,0	2,2	2,0
b14	10,0	10	2,8	3,0	2,0	2,0
b15	23,8	4	2,7	3,0	1,7	2,0
b16	23,3	6	2,6	3,1	1,8	2,1
b17	66,6	6	2,6	3,1	1,8	2,1
b18	2,4	15	2,9	3,1	2,2	2,1

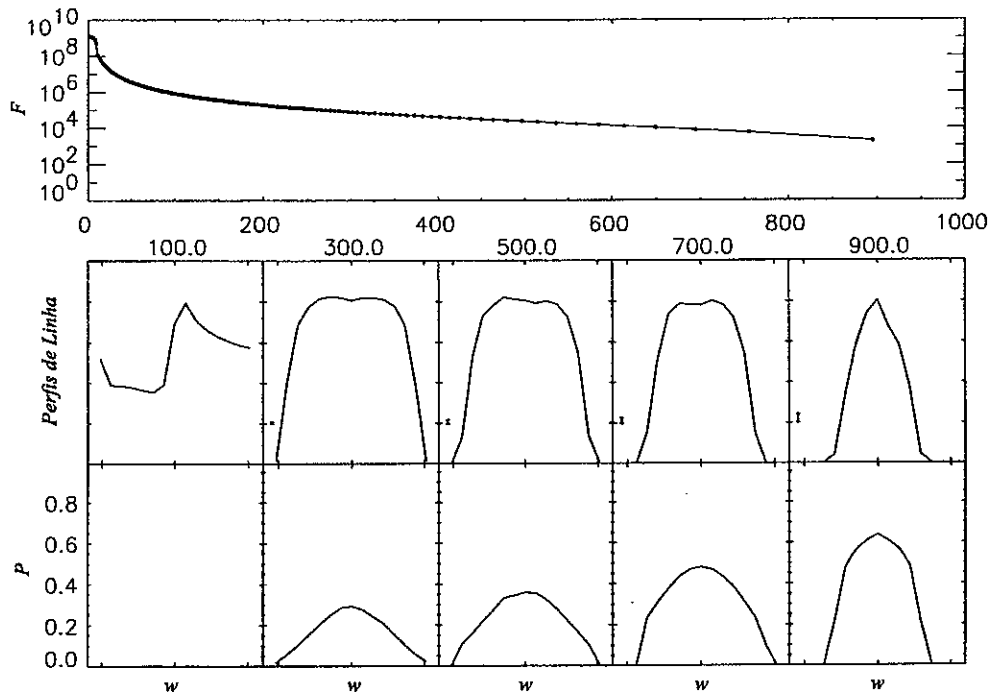


Figura 4.12 – Mapa de linhas para o modelo b10 ( $t_0 = 20$ ,  $\beta = 1$ ,  $\xi = 1/20$  e  $e_1 = 0,5$ ). Painel superior: perfil de brilho do envoltório; painel central: perfis de linha; painel inferior: perfis de polarização.

#### 4.5.4. Mapas de Linha

Na seção 4.3.3 descrevemos o procedimento usado para obter-se o fluxo e a polarização da luz oriundos de células (anéis ou fatias) do vento. Na última seção integramos a luz de cada célula com respeito à frequência, obtendo assim os perfis de brilho e polarização do envoltório. Estudaremos, agora, a dependência espectral da radiação emergente de cada célula. Vamos nos concentrar na classificação por fatias, pela polarização resultante desse tipo de classificação.

A Figura 4.12 ilustra um resultado típico do nosso código, para o modelo b10. Para obter essa figura, o lado direito do envoltório foi dividido em 5 fatias de igual tamanho, com largura de  $2R_w/10 = 200 R_*$ , de forma que o parâmetro de impacto do centro de cada fatia é  $d = 100, 300, 500, 700$  e  $900 R_*$  (dada a simetria esférica, os resultados para o lado esquerdo são equivalentes). Os painéis central e inferior da Figura 4.12 mostram os perfis de linha e a polarização ao longo da linha para as 5 fatias. Os perfis de linha são mostrados em unidades arbitrárias e por essa razão colocamos o perfil de brilho do envoltório no painel superior, como um guia para o fluxo relativo de cada fatia. No painel central indicamos, também, o erro médio no fluxo, para a região central da linha. O erro nas asas da linha é maior, pois o fluxo nessa região é menor. A Figura 4.12 ilustra uma característica compartilhada por todos os modelos: os perfis ficam mais estreitos à medida que se consideram parâmetros de impacto maiores, pois a gama de velocidades macroscópicas, na coluna de gás correspondente à fatia em questão, diminui.

#### 4.5.4.1 EFEITOS DA LEI DE VELOCIDADES

Na Figura 4.13 mostramos perfis de brilho e polarização da linha para os modelos c06, b05 ( $\beta = 0,25$ ), b11 ( $\beta = 1$ ) e b18 ( $\beta = 3$ ), todos com  $\tau_0 = 20$  e  $\xi = 1/20 v_\infty$ , para ilustrar os efeitos da lei de velocidades do vento. São mostrados resultados para três fatias: no painel superior, a fatia compreende um parâmetro de impacto de  $d = 2$  a  $10 R_\star$ , no painel central,  $d = 10$  a  $30 R_\star$  e no painel inferior,  $d = 30$  a  $1000 R_\star$ . Nas partes mais externas do vento, onde a velocidade já é próxima da velocidade terminal para todos os modelos, os perfis são praticamente idênticos. Por outro lado, próximo à estrela, o perfil para o modelo menos acelerado, b18, é bem mais estreito que os demais, efeito observado em menor grau também no perfil do modelo b11. Esse efeito é fácil de ser entendido: para os modelos b18 e b11 a velocidade do gás, próximo à estrela, é pequena, comparada com os outros dois modelos, e a gama de velocidades possíveis dos espalhadores é, também, pequena, daí o pico estreito em  $w = 0$  para aqueles modelos.

O perfil da polarização é aproximadamente parabólico nas partes mais externas do vento (cf. os painéis inferiores da Figura 4.13). Isso vai ao encontro do fato de que a luz observada em  $w \sim 0$  foi espalhada em ângulos próximos a  $90^\circ$  e, portanto, tem polarização máxima e a luz observada em  $w \sim -1$  e  $1$  foi espalhada para frente e para trás, e tem polarização próxima a zero.

#### 4.5.4.2 EFEITOS DA PROFUNDIDADE ÓPTICA

Na Figura 4.14, mostramos os resultados para os modelos c01 ( $\tau_0 = 1$ ), c02 ( $\tau_0 = 5$ ), c05 ( $\tau_0 = 20$ ), c12 ( $\tau_0 = 200$ ) e c15 ( $\tau_0 = 1000$ ), todos com  $\xi = 1/20 v_\infty$  e  $e_1 = 0,5$ . Essa figura mostra a dependência dos perfis em relação à profundidade óptica. Na Tabela 4.7 listamos a profundidade óptica média, integrada ao longo da linha de visada, para cada modelo e intervalo de parâmetro de impacto da Figura 4.14.

Na teoria de formação de linhas, um resultado conhecido (cf. seção 4.4) é que o perfil de linha formado em um vento esférico, em expansão constante e opticamente fino será plano, se o espalhamento for isotrópico. Ignace (1998a) estendeu esse resultado, mostrando que o perfil será mais intenso nas asas da linha se o espalhamento for dipolar (o lado esquerdo dos gráficos da Figura 4.4, que não é afetado pela ocultação estelar, mostra esse efeito). Outro resultado bem conhecido é que o perfil será parabólico se a linha for opticamente espessa (Mihalas 1978).

Comparando-se a Tabela 4.7 com a Figura 4.14, vemos que nossos resultados corroboram, qualitativamente, esses dois efeitos. Para profundidades ópticas baixas,  $\tau_v \lesssim 0,5$ , os perfis teóricos são aproximadamente planos e para profundidades ópticas mais altas, os perfis são aproximadamente parabólicos. Os detalhes dos perfis, entretanto, dependem do modelo considerado. Resultados semelhantes foram obtidos para modelos acelerados, se levarmos em conta os efeitos da lei de velocidades para a luz espalhada próxima à estrela, como mencionado anteriormente. Os resultados mostram que o perfil da linha pode ser uma ferramenta útil para investigar as condições locais do vento.

A polarização tem a mesma forma parabólica para todos os modelos, mas os níveis são muito menores para modelos opticamente espessos, principalmente para pequenos parâmetros de impacto, conforme visto na seção 4.5.2.

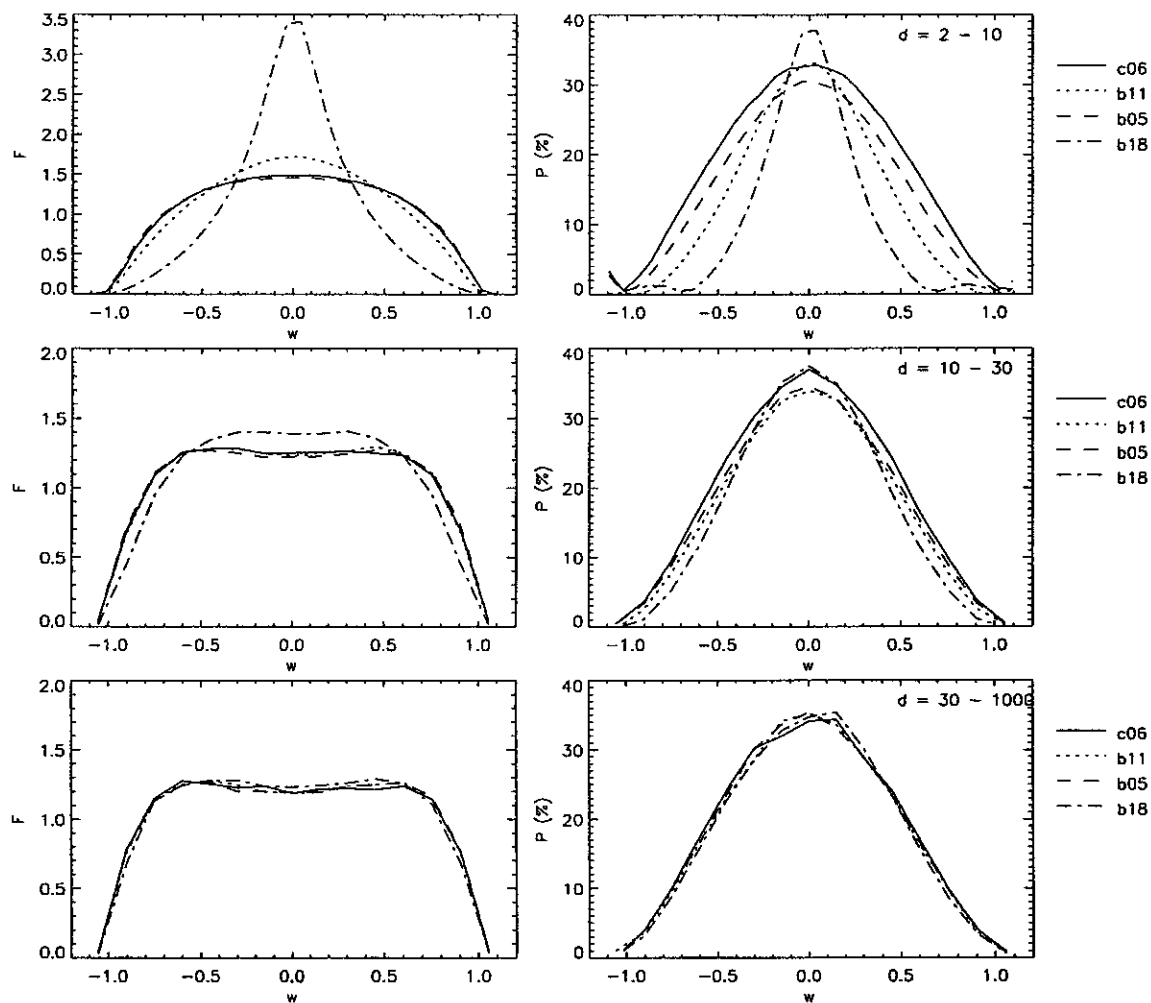


Figura 4.13 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos c06, b05 ( $\beta = 0,25$ ), b11 ( $\beta = 1$ ) e b18 ( $\beta = 3$ ), para ilustrar os efeitos da lei de velocidades. Painel superior: fatia de  $d = 2$  a  $10 R_{\star}$ ; painel central: fatia de  $d = 10$  a  $30 R_{\star}$ ; painel inferior: fatia de  $d = 30$  a  $1000 R_{\star}$ .

Tabela 4.7 – Profundidade óptica média ao longo da linha de visada integrada em diferentes intervalos de parâmetro de impacto.

Modelos	$d = 2$ a $10 R_{\star}$	$d = 10$ a $30 R_{\star}$	$d = 30$ a $1000 R_{\star}$
c01	0,037	$9,0 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$
c02	0,19	0,045	0,094
c05	0,74	0,18	0,037
c12	7,4	1,8	0,38
c15	37	9	1,9

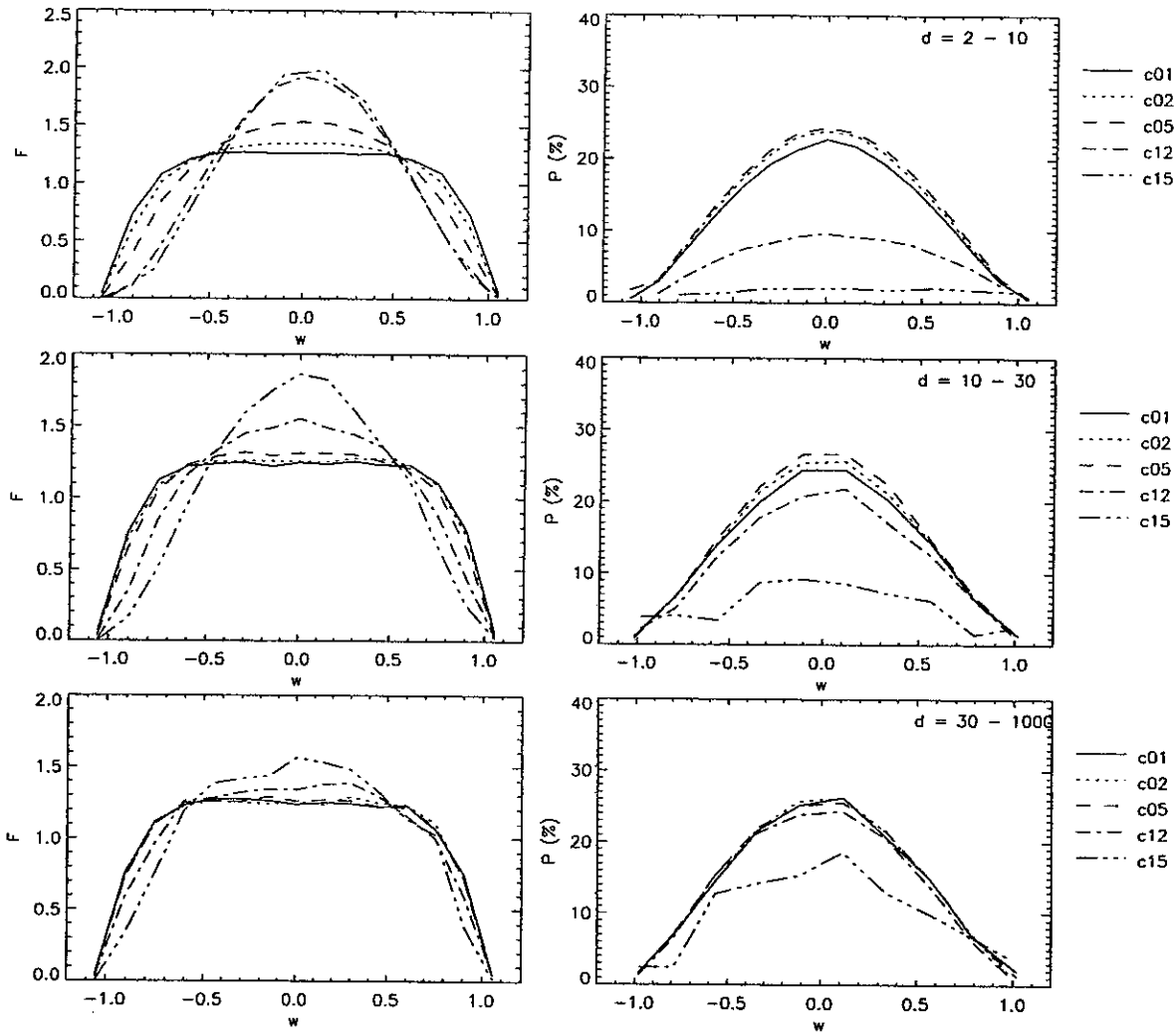


Figura 4.14 - Perfis de linha e polarização da linha para os modelos c01 ( $\tau_0 = 1$ ), c02 ( $\tau_0 = 5$ ), c05 ( $\tau_0 = 20$ ), c12 ( $\tau_0 = 200$ ) e c15 ( $\tau_0 = 1000$ ), para ilustrar os efeitos da profundidade óptica do envoltório.

#### 4.5.4.3 EFEITOS DA VELOCIDADE TÉRMICA

A Figura 4.15 ilustra a influência da velocidade térmica nos perfis. Na figura, comparamos os modelos c05 ( $\xi = 1/20 v_\infty$ ), c08 ( $\xi = 1/5 v_\infty$ ), c09 ( $\xi = 1/2 v_\infty$ ) e c10 ( $\xi = 1 v_\infty$ ), para os quais  $\tau_0 = 20$  e  $e_1 = 0,5$ .

Nos modelos com velocidade térmica maior, a quantidade de luz espalhada (área sob a curva) aumenta significativamente e o pico da emissão desloca-se para o vermelho, em um efeito semelhante ao observado nos perfis integrados espalhados na seção 4.5.2. Tal efeito origina-se da absorção da luz espalhada na direção do observador. A assimetria introduzida por essa absorção é mais importante próxima da estrela, porque a quantidade de absorção depende do tamanho da coluna de gás e da densidade, e ambos diminuem com o aumento do parâmetro de impacto.

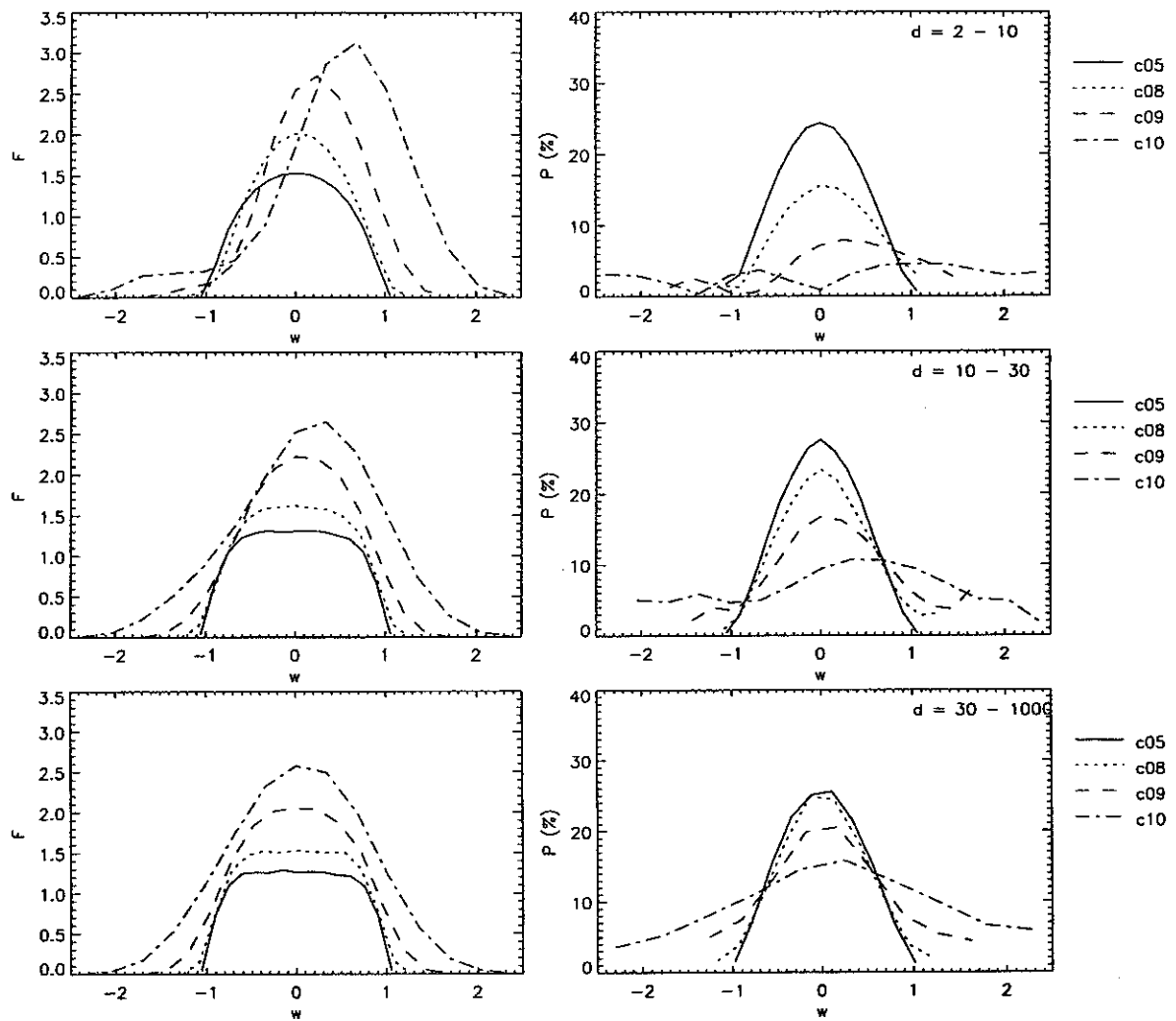


Figura 4.15 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos c05 ( $\xi = 1/20 v_w$ ), c08 ( $\xi = 1/5 v_w$ ), c09 ( $\xi = 1/2 v_w$ ) e c10 ( $\xi = v_w$ ), para ilustrar os efeitos da velocidade térmica/turbulenta do vento.

O pico dos perfis de polarização concordam aproximadamente com o pico do perfil de linha. Assim, à medida que a velocidade térmica cresce, a polarização decresce e seu pico desloca-se para o vermelho. Entretanto, para altos valores de  $\xi$  notamos um comportamento inesperado. O perfil de polarização tem dois picos: um pico principal, que concorda aproximadamente com o pico de intensidade, como já mencionado, e um segundo pico ocorre mais para o azul.

Os resultados para os perfis de linha e polarização da linha mostram que esses observáveis podem ser úteis para vincular a velocidade térmica/turbulenta do vento. Os resultados para modelos acelerados, tanto para perfis de linha quanto de polarização, são qualitativamente similares.

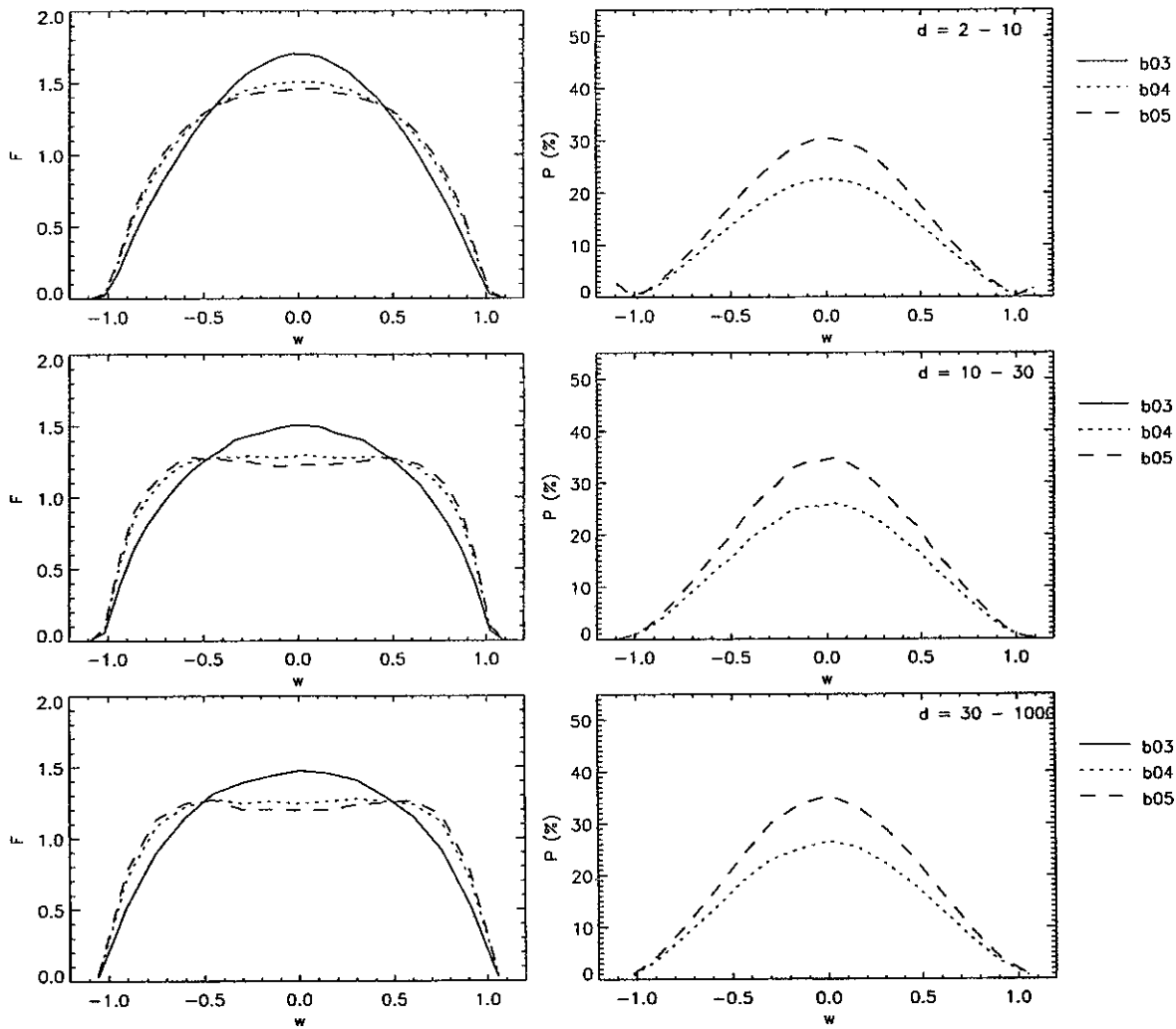


Figura 4.16 – Perfis de linha e polarização da linha para os modelos b03 ( $e_1 = 0$ ), b04 ( $e_1 = 0,5$ ) e b05 ( $e_1 = 1$ ), para ilustrar os efeitos do parâmetro de assimetria da função de fase.

#### 4.5.4.4 EFEITOS DO PARÂMETRO $e_1$

Nas seções 4.5.2 e 4.5.3 vimos que o parâmetro  $e_1$  da função de fase de espalhamento tem pouco (ou nenhum) efeito sobre os perfis de linha integrados e os perfis de brilho do envoltório, embora sendo de importância evidente para os perfis de polarização do envoltório. Vejamos, agora, como esse parâmetro influencia os perfis de linha e de polarização.

Na Figura 4.16, comparamos os modelos com vento acelerado b03, b04 e b05, com parâmetros  $e_1 = 0, 0,5$  e  $1$ , respectivamente. À medida que se aumenta  $e_1$ , dois efeitos são notados: o fluxo no centro da linha cai e fluxo nas asas da linha aumenta. Por exemplo, vemos no painel central da Figura 4.16 que o perfil do modelo b03 é aproximadamente parabólico, a despeito do fato de a profundidade óptica na linha de visada ser baixa ( $\tau_{lv} = 0,14$ ). Para modelos com  $e_1$  maior, o perfil parabólico dá lugar a um perfil plano ou mesmo um perfil com dois picos nas asas.



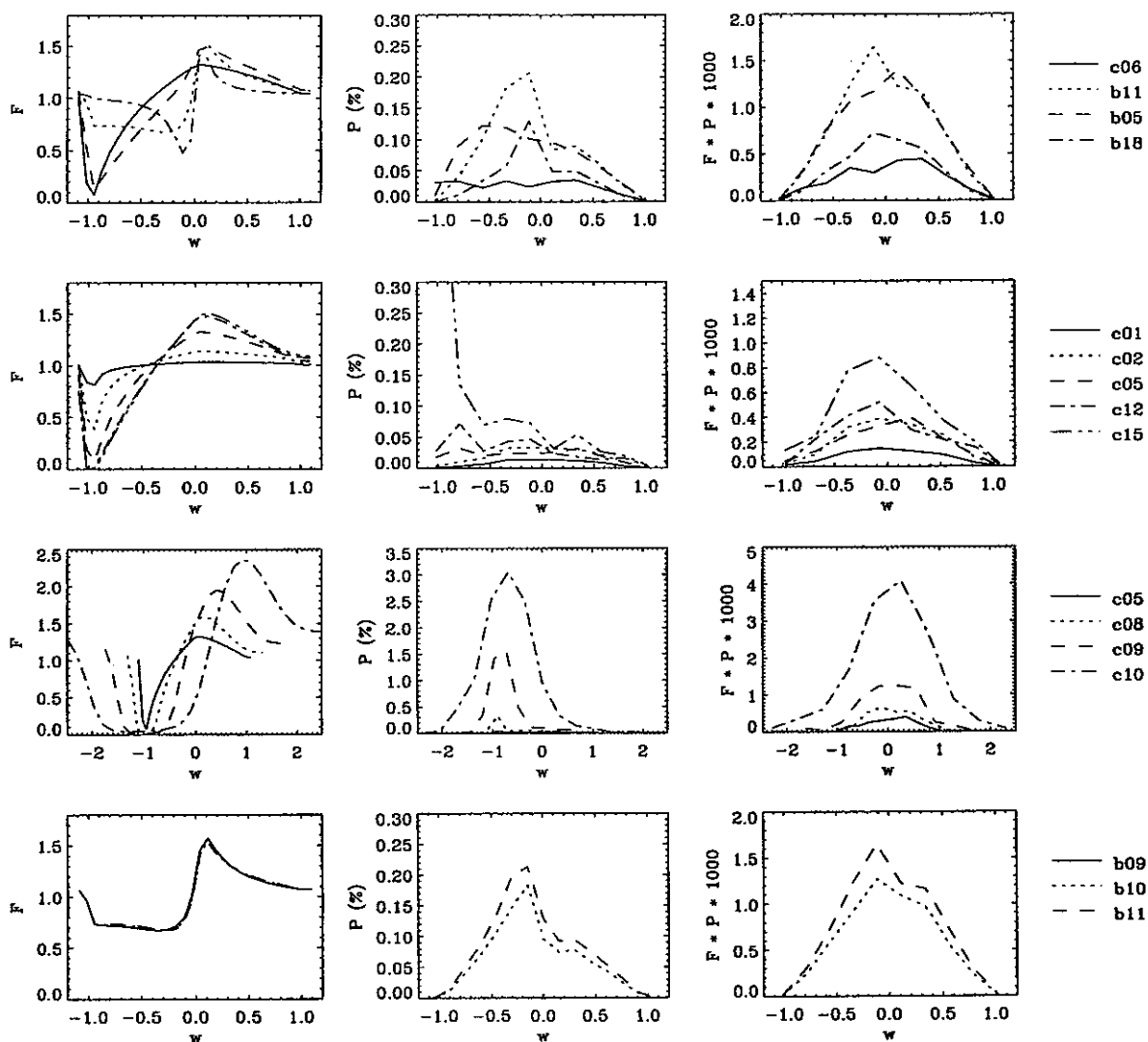


Figura 4.17 - Perfis de Linha, polarização e fluxo polarizado para uma fatia central ( $d = -20$  a  $20 R_*$ ) do envoltório para vários modelos, listados à direita. Do painel superior ao inferior, os modelos de cada painel têm aceleração, profundidade óptica, velocidade térmica e parâmetro  $e_1$  crescentes, respectivamente

Para o modelo b03 a polarização é identicamente nula e para o modelo b04 a polarização é  $3/4$  da polarização para o modelo b05, como esperado (ver equação 4.4).

#### 4.5.4.5 POLARIZAÇÃO DA FATIA CENTRAL

Exploramos, agora, os níveis de polarização que podem ser obtidos em observações espectrais de fenda longa, com a estrela colocada no centro da fenda. Esse tipo de observação introduz uma assimetria que pode ser explorada através de medidas de polarização.

Nos quatro painéis da Figura 4.17 mostramos perfis de linha e polarização para uma fatia que compreende uma seção do envoltório com  $d = -20$  a  $20 R_*$ . Mostramos,

também, o *fluxo polarizado*, definido com o produto do fluxo pela polarização. Como a polarização origina-se do processo de espalhamento, o fluxo polarizado representa o fluxo que é espalhado pelos átomos ou íons no vento. Para todos os modelos, o fluxo polarizado é aproximadamente parabólico, o que significa que os espalhadores “vêm” o perfil plano emitido pela fonte e o redistribuem, por espalhamento, em torno da frequência  $\omega = 0$ .

Muitos modelos produzem níveis detectáveis de polarização ( $> 0,5\%$ ) e para alguns a polarização chega a 3%. Deve-se notar, porém, que esses níveis de polarização devem ser encarados como limites superiores, pois vários aspectos observacionais, como, por exemplo, o espalhamento de luz estelar na atmosfera e no espectrógrafo, podem reduzir os níveis de polarização observados.

## 4.6. Conclusões

Neste capítulo apresentamos um código de Monte Carlo para o cálculo do transporte radiativo em ventos estelares. Apesar do código ser limitado a espalhamento puro somente, é um código razoavelmente geral, pois trata a forma correta da função de fase do EAR e inclui a transferência da polarização da luz. Além disso, as capacidades usuais do método de Monte Carlo para tratar geometrias, densidades e leis de velocidade gerais são incluídas. O código foi testado com os resultados analíticos e numéricos de Ignace (1998a) e os reproduziu com sucesso.

Nosso objetivo foi investigar ventos esféricos e apresentamos resultados para uma grade de modelos bastante abrangente. Três observáveis foram alvo de estudos sistemáticos: os perfis de linha integrados, os perfis do envoltório e os mapas de linha.

Muitos trabalhos anteriores já modelaram os perfis integrados, mas aqui os efeitos de todos os parâmetros do modelo foram sistematizados. Os perfis integrados são obtidos facilmente com nosso código; em um computador rápido, bastam alguns minutos de processamento para um resultado acurado, o que torna nosso código de uso muito fácil para o ajuste iterativo de perfis observados.

Os perfis de brilho do envoltório são discutidos em detalhe. Mostramos um modelo analítico simples, que foi usado anteriormente por outros autores (Gustafsson *et al.* 1997; Maunon e Caux 1992), que prediz uma lei de potência simples, com índice 3, para o PBE na classificação por anéis concêntricos. Nossos resultados mostram que para a parte interna do vento, a aproximação de uma lei de potências não é válida, devido a efeitos geométricos e efeitos dos parâmetros do modelo (lei de velocidades, velocidade térmica e profundidade óptica).

Para a parte externa do vento ( $d > R_i$ ), que é a região mais fácil de ser observada, nossos resultados confirmam a lei de potência. A variação do índice  $a$  com os parâmetros do modelo é pequena, o que provavelmente restringe o uso do PBE para vincular as propriedades do vento. Um resultado particularmente interessante é que o PBE é descrito por uma lei de potências mesmo para regiões do vento onde a profundidade óptica ao longo da linha de visada é muito maior que 1.

Apresentamos resultados do perfil de polarização do envoltório, a polarização integrada em frequência como função do parâmetro de impacto. De forma geral, o perfil de polarização é bastante dependente dos modelos para a região interna do vento ( $d \lesssim 100 R_*$ ), o que sugere seu possível uso para o estudo das condições físicas dessa parte do vento. Esse observável é, porém, muito difícil de ser obtido, e resta ver se ele o será um dia.

O estudo dos mapas de linha revelou que os perfis de linha são sensíveis a todos os parâmetros do envoltório explorados nesse trabalho e, portanto, podem ser muito úteis para investigar as condições locais do vento.

Finalmente, simulamos medidas de polarização com a estrela colocada no centro da fenda do espectrógrafo. Esse tipo de medida introduz uma assimetria que resulta em níveis de polarização detectáveis, e pode, no futuro, fornecer resultados científicos importantes.



## Capítulo 5

# Envoltórios Circunstelares de Poeira: Distribuição Espectral de Energia

### Resumo

Neste capítulo, descrevemos um código de Monte Carlo que resolve simultaneamente o problema do transporte radiativo e do equilíbrio radiativo em envoltórios de poeira. Trata-se de um código bastante geral, capaz de tratar uma ampla gama de configurações do envoltório.

Os principais aspectos físicos do problema, tais como a teoria de Mie e o equilíbrio radiativo, são descritos em detalhes na seção 5.2. Na seção 5.3, é estudada uma nova forma de tratar o equilíbrio radiativo com o método de Monte Carlo.

O código é detalhado na seção 5.4 e os testes realizados para sua validação são mostrados na seção seguinte.

Nas seções 5.6 - 5.9 mostramos um estudo abrangente sobre os efeitos do tamanho dos grãos de poeira na distribuição espectral de energia e na temperatura do envoltório. Esse estudo representa a primeira aplicação do nosso código.

## 5.1. Introdução

A radiação que observamos em muitos objetos astronômicos sofreu um significativo *reprocessamento* pela poeira que os circunda. Os grãos de poeira absorvem parte da energia luminosa emitida pela fonte, aquecem-se e irradiam a energia absorvida no IV. Assim, uma solução autoconsistente do transporte radiativo nos envoltórios desses objetos deve levar em conta o *equilíbrio radiativo*, de maneira a determinar a temperatura de equilíbrio dos grãos e o espectro IV por eles emitido.

Estudos prévios desse problema, para geometrias esféricas, incluem as soluções aproximadas de Scoville e Kwan (1976), que ignoraram o espalhamento da luz, de Leung (1976) e aproximações de difusão por Yorke (1980). O problema completo, envolvendo a solução do equilíbrio radiativo e a determinação das temperaturas dos grãos, foi resolvido por Rowan-Robinson (1980), Wolfire e Cassinelli (1986) e, mais recentemente, por Ivezić e Elitzur (1997). Estes últimos, em conjunto com Nenkova, M., são autores de um código numérico denominado DUSTY (Ivezić, Nenkova e Elitzur 1999), que utiliza as propriedades de escalonamento do transporte radiativo (seção 5.2.3) para apresentar uma solução numérica para modelos razoavelmente gerais, mas que incluem algumas aproximações importantes. O código DUSTY inclui, ainda, a possibilidade de cálculos hidrodinâmicos de ventos radiativos em torno de estrelas AGB.

Modelos para geometrias bidimensionais (axi-simétricas) podem ser encontrados em Efstathiou e Rowan-Robinson (1990, 1991), Collison e Fix (1991) e Men'shchikov e Henning (1997). Cálculos do equilíbrio radiativo usando o método de Monte Carlo foram apresentados por Lefèvre, Bergeat, e Daniel (1982), Lefèvre, Daniel e Bergeat, (1983), Wolf, Henning e Secklum (1999) e Lucy (1999).

O transporte da luz polarizada foi menos estudado. Trabalhos que estudam somente a polarização no visível, por não incluírem a emissão térmica do envoltório, são mais freqüentes (por exemplo, Daniel 1978; uma revisão mais abrangente será mostrada no próximo capítulo). A polarização no IV foi calculada, de forma aproximada, por Fischer, Henning e Yorke (1994), em um estudo sobre envoltórios de objetos estelares jovens.

Na sua forma geral, o problema do transporte radiativo em meios com poeira pode tornar-se muito complexo. Podem ser considerados envoltórios de geometrias arbitrárias, com distribuições complexas de densidade e, também, misturas arbitrárias de grãos, com diferentes distribuições de tamanho. Com o aumento das possibilidades observacionais, que incluem, por exemplo, o mapeamento do fluxo e polarização do envoltório de fontes próximas, a polarimetria e espectropolarimetria em vários domínios espectrais, tornam-se necessários modelos capazes de tratar o problema de forma mais geral, e o código de Monte Carlo é a ferramenta ideal para isso.

Neste capítulo, é descrito um código de Monte Carlo para o transporte da luz polarizada em meios com poeira, que inclui a resolução, de forma auto-consistente, do equilíbrio radiativo. O código é aplicado em um estudo dos efeitos dos parâmetros dos grãos de poeira (tamanho e composição) sobre a distribuição espectral de energia e perfil de temperatura de envoltórios circunstelares esféricos.

## 5.2. A Natureza do Problema

Consideramos, neste e no próximo capítulo, o transporte da radiação polarizada em envoltórios circunstelares de poeira. Grãos de poeira absorvem uma fração da luz incidente e, para que o problema do transporte radiativo seja tratado de forma consistente em todos os domínios espectrais, devemos impor a *condição de conservação da energia*, que implica em que a energia eletromagnética absorvida pelos grãos, em um dado elemento, de volume deve ser por eles reemitida. Isso envolve a resolução simultânea do transporte radiativo e do equilíbrio radiativo (seção 5.2.2).

O cenário básico é o seguinte: considera-se uma fonte luminosa com raio  $R_*$ , que emite luz como um corpo negro à temperatura  $T_{ef}$ , circundada por um envoltório de poeira com determinada geometria, densidade e composição química. A solução do problema deve fornecer a distribuição espectral de energia (DEE) do envoltório, a temperatura dos grãos, a polarização integrada em função do comprimento de onda e da direção de observação, o perfil de brilho e a polarização do envoltório, bem como imagens sintéticas do mesmo em cada comprimento de onda.

A geometria do envoltório dependerá, obviamente, do problema considerado, mas uma característica comum a todas as geometrias é que o envoltório não é contíguo à estrela, mas possui um raio interno ( $r_i$ ) maior ou igual ao *raio de sublimação da poeira* (seção 5.2.3). Esse raio, também conhecido como raio de condensação ou raio de destruição da poeira, está associado à região do envoltório em que a temperatura de equilíbrio dos grãos é igual à temperatura de condensação (ou sublimação) do material do qual os grãos são constituídos. Grãos de poeira não podem existir em raios menores que o raio de sublimação pois sua temperatura de equilíbrio seria maior que a temperatura de sublimação.

A densidade numérica dos grãos de poeira em cada ponto do envoltório é dada pela soma das densidades de cada espécie de grão considerada:

$$n(\vec{r}) = \sum_i n^i(\vec{r}) = \sum_i f^i n(\vec{r}),$$

onde  $f^i$  é a razão entre a densidade numérica da espécie  $i$  e a densidade total. O tamanho dos grãos de uma determinada espécie  $i$  segue uma lei de distribuição de tamanhos,  $m^i(a)$ , definida no domínio:

$$[a_{mín}^i, a_{máx}^i].$$

O transporte radiativo é calculado considerando-se cada *espécie e tamanho* de grão individualmente, de maneira que as temperaturas individuais e o espectro emitido por cada componente podem ser determinados.

O código de Monte Carlo, que será apresentado mais adiante, trata o problema geral do transporte radiativo e equilíbrio radiativo. Alguns dos principais avanços com relação a trabalhos anteriores são:

- calcula-se o transporte da luz polarizada, sendo possível determinar a polarização em todos os comprimentos de onda;

- tratam-se geometrias e densidades arbitrárias. Atualmente encontram-se implementadas as geometrias descritas na seção 3.2.2;
- as propriedades ópticas dos grãos são dadas pela teoria de Mie, sem aproximações. Isso inclui o tratamento correto da função de fase de espalhamento;
- o equilíbrio radiativo é calculado *para cada espécie e tamanho de grão individualmente*, em contraposição ao procedimento usual que considera as propriedades ópticas médias dos diferentes tipos e tamanhos de grão (cf. seção 5.8).

Uma restrição atual do código é que ele somente trata grãos esféricos. Grãos alongados alinhados com o campo magnético circunstelar são, às vezes, evocados para explicar, por exemplo, o padrão dos vetores de polarização observados em alguns objetos (Fischer, Henning e Yorke 1994), ou o giro do vetor de polarização integrada, observado na transição do visível para o IV próximo (Trammell e Dinerstein 1994).

A restrição mais significativa do código é que ele não calcula a hidrodinâmica do vento. Tais cálculos são importantes para uma descrição consistente das regiões do envoltório de estrelas de tipo tardio próximas à fotosfera estelar, onde o vento é acelerado por pressão de radiação. O código pode, entretanto, incorporar resultados de modelos hidrodinâmicos (por exemplo, Ivezić e Elitzur 1995).

Existem algumas outras restrições que podem ser eliminadas facilmente. Para estrelas frias, por exemplo, o espectro de corpo negro pode ser substituído por um espectro estelar mais realista, usando-se as correções empíricas de Engelke (1992), que procuram reproduzir o efeito espectral dos ânions  $H^-$ .

### *5.2.1. Espalhamento Mie*

A solução do transporte radiativo em meios com poeira depende de uma descrição adequada da interação da luz com os grãos, dada pela teoria de Mie. Em 1908, Gustav Mie obteve a solução do problema do espalhamento e absorção da luz por esferas dielétricas, em um esforço para compreender a interação da luz com pequenas partículas de ouro em suspensão na água (Mie 1908). Embora a solução formal já esteja disponível há muitos anos, somente com o advento de computadores ela se tornou utilizável na prática.

Uma descrição dessa teoria seria longa demais para o escopo deste trabalho. Vamos, entretanto, introduzir suas fórmulas e definições básicas, que serão necessárias mais adiante. A derivação das fórmulas de Mie pode ser encontrada em Bohren e Huffman (1995).

O problema básico é o seguinte: dados uma esfera de determinado raio e composição e um campo eletromagnético incidente, deve-se determinar a fração da energia eletromagnética absorvida e o campo eletromagnético espalhado pela esfera. Esse problema é de solução difícil e trabalhosa mas, em termos bastante gerais, o procedimento consiste em expandir a radiação espalhada em harmônicos esféricos. Os coeficientes da expansão,  $a_n$  e  $b_n$ , dependem do material de que é composta a esfera e da razão entre seu raio,  $a$ , e o comprimento de onda da luz,



$$x = \frac{2\pi a}{\lambda}. \quad (5.1)$$

A variável  $x$  é conhecida como parâmetro de tamanho. A dependência com o material é descrita pelo índice de refração complexo,  $m$ , definido por:

$$m = n + ik, \quad (5.2)$$

onde  $n$  e  $k$  são positivos. O par de quantidades  $n$  e  $k$  são freqüentemente denominados *constantes ópticas* do material, terminologia que não nos parece muito adequada pois  $n$  e  $k$  dependem, em geral, do comprimento de onda. Fisicamente,  $k$  está relacionado com a *atenuação* da onda eletromagnética à medida que esta se propaga no meio e  $n$  determina a velocidade de fase da onda,  $v = c/n$ .

Os coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  são dados por:

$$a_n = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)},$$

$$b_n = \frac{\psi_n(mx)\psi'_n(x) - m\psi_n(x)\psi'_n(mx)}{\psi_n(mx)\xi'_n(x) - m\xi_n(x)\psi'_n(mx)},$$

onde  $\psi_n$  e  $\xi_n$  são as funções de Riccati-Bessel, definidas em termos das funções esféricas de Bessel,  $j_n$  e  $h_n^{(1)}$ , como:

$$\psi_n(\rho) = \rho j_n(\rho), \quad \xi_n(\rho) = \rho h_n^{(1)}(\rho).$$

A partir de  $a_n$  e  $b_n$  podemos calcular as seções de choque de espalhamento, absorção e extinção e os elementos da matriz de espalhamento Mie. As seções de choque são:

$$\sigma_{esp} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left[ |a_n|^2 + |b_n|^2 \right],$$

$$\sigma_{ext} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n), \quad (5.3)$$

$$\sigma_{abs} = \sigma_{ext} - \sigma_{esp}.$$

Para calcular as matrizes de espalhamento, inicialmente calculamos as *funções de amplitude*:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)],$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \pi_n(\cos \theta) + a_n \tau_n(\cos \theta)], \quad (5.4)$$

onde  $\pi_n(\cos \theta)$  e  $\tau_n(\cos \theta)$  são funções que descrevem a dependência angular da luz espalhada. Elas são definidas como:

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{P_n^1}{\sin \theta}, \quad \tau_n(\cos \theta) = \frac{dP_n^1}{d\theta}, \quad (5.5)$$

onde  $P_n^1$  são as funções associadas de Legendre.

Os elementos da matriz de espalhamento, equação (2.11), por grãos de poeira esféricos são dados por:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} (|S_2|^2 + |S_1|^2), \\ P_2 &= \frac{1}{2} (|S_2|^2 - |S_1|^2), \\ P_3 &= \frac{1}{2} (S_2^* S_1 + S_2 S_1^*), \\ P_4 &= \frac{i}{2} (S_2^* S_1 - S_2 S_1^*). \end{aligned} \quad (5.6)$$

O procedimento computacional para o cálculo das seções de choque e dos elementos da matriz de espalhamento pode ser encontrado em Wickramasinghe (1973) e Bohren e Huffman (1995).

Antes de encerrar esta seção, devemos introduzir algumas quantidades que serão necessárias mais a adiante. Definem-se os *fatores de eficiência* de absorção, espalhamento e extinção como a razão entre a seção de choque correspondente, equações (5.3), e a área da seção transversal geométrica do grão esférico, ou seja:

$$\begin{aligned} Q_{esp} &= \frac{\sigma_{esp}}{\pi a^2}, \\ Q_{abs} &= \frac{\sigma_{abs}}{\pi a^2}, \\ Q_{ext} &= \frac{\sigma_{ext}}{\pi a^2}. \end{aligned}$$

Outra grandeza importante é o *albedo*, que dá a fração da luz incidente que é absorvida pelo grão. Ele é definido como:

$$\gamma = \frac{Q_{esp}}{Q_{ext}}.$$

Por definição,  $0 \leq \gamma \leq 1$ .

### 5.2.2. Equilíbrio radiativo

Nesta seção, definimos a condição para o estabelecimento do equilíbrio radiativo em um meio material composto por grãos de poeira. Nosso problema consiste na determinação da temperatura de equilíbrio dos grãos em cada ponto do envoltório e do fluxo térmico emitido pelos grãos em cada comprimento de onda.

Ao longo do meio não há fontes ou sorvedouros de energia, de modo que a mesma é conservada em todos os pontos, e a condição de equilíbrio radiativo impõe

simplesmente que a *energia absorvida por um elemento de volume no envoltório deve ser igual à energia emitida por esse elemento*.

Antes de escrever essa condição matematicamente, vamos recordar o conceito de pacote de fótons utilizado no método de Monte Carlo. Vimos, na seção 2.3, que um pacote de fótons é um conjunto de fótons da mesma frequência que conserva sua identidade ao longo da simulação. Impomos, agora, a condição adicional de que, independentemente de sua frequência, um pacote de fótons tenha *sempre a mesma energia*. Assim, um pacote de fótons de baixa frequência tem um maior número de fótons reais que um pacote de fótons de alta frequência.

Dado o número de pacotes de fótons ( $N$ ) emitidos pela estrela que ilumina o meio material em um dado intervalo de tempo  $\Delta t$ , todos terão uma energia dada por:

$$E_{PF} = \frac{L\Delta t}{N} = \frac{4\pi R_*^2 T_{ef}^4 \Delta t}{N},$$

onde  $L$  é a luminosidade da estrela.

Assim, a energia absorvida pelos grãos de poeira da espécie  $i$ , com raio  $a$  e localizados em uma dada célula de volume, centrada em  $\vec{r}$ , é simplesmente:

$$E_{abs}^i(\vec{r}, a) = E_{PF} N_i^{abs}(\vec{r}, a), \quad (5.7)$$

onde  $N_i^{abs}(\vec{r}, a)$  é o número de pacotes de fótons absorvidos pelos grãos da espécie  $i$  e raio  $a$ .

A energia emitida pelos grãos na célula é:

$$E_{emit}^i(\vec{r}, a) = 4\pi\Delta t \int j^i(\vec{r}, \lambda, a) dV d\lambda, \quad (5.8)$$

onde  $j^i(\vec{r}, \lambda, a)$  é o coeficiente de emissão, no comprimento de onda  $\lambda$ , do grão da espécie  $i$  com raio  $a$ . A lei de Kirchhoff relaciona o coeficiente de emissão  $j$  com o coeficiente de absorção,  $\alpha$ , da seguinte forma:

$$j^i(\vec{r}, \lambda, a) = \alpha^i(\vec{r}, \lambda, a) B_\lambda(T) = n^i(\vec{r}) m^i(a) \sigma_{abs}^i(\lambda, a) B_\lambda(T), \quad (5.9)$$

onde  $n^i(\vec{r}) m^i(a)$  é o número de grãos da espécie  $i$  e raio  $a$  na célula. Definindo a seção de choque de Planck:

$$\sigma_P^i(T, a) = \frac{\int \sigma_{abs}^i(\lambda, a) B_\lambda(T) d\lambda}{\int B_\lambda(T) d\lambda},$$

e usando a equação (5.8), podemos reescrever (5.9) da seguinte forma:

$$E_{emit}^i(\vec{r}, a) = 4\pi\sigma_P^i(T, a) \int n^i(\vec{r}) m^i(a) dV \int B_\lambda(T) d\lambda. \quad (5.10)$$

Finalmente, definindo-se:

$$N^i(\vec{r}) = \int_{\text{célula}} n^i(\vec{r}) dV,$$

o número total de grãos da espécie  $i$  na célula, e lembrando da Lei de Stephan-Boltzmann:

$$\int B_\lambda(T) d\lambda = \frac{\sigma_{sb} T^4}{\pi},$$

onde  $\sigma_{sb}$  é a constante de Stephan-Boltzmann, podemos reescrever (5.10) da seguinte maneira:

$$E_i^{emit}(\vec{r}, a) = 4\Delta t N^i(\vec{r}, a) m^i(a) \sigma_P^i(T, a) \sigma_{sb} T^i(\vec{r}, a)^4, \quad (5.11)$$

onde  $T^i(\vec{r}, a)$  é a temperatura dos grãos da espécie  $i$  com raio  $a$ .

Em equilíbrio radiativo, a energia emitida é igual à energia absorvida pelos grãos na célula, de forma que:

$$\frac{dE_{emit}^i(\vec{r}, a)}{dt} = \frac{dE_{abs}^i(\vec{r}, a)}{dt}.$$

Depois de alguma manipulação, obtemos:

$$T^i(\vec{r}, a)^4 = \frac{E_{PF} N_{abs}^i(\vec{r}, a)}{4N^i(\vec{r}, a) m(a) \sigma_P^i[T^i(\vec{r}, a), a] \sigma_{sb}}. \quad (5.12)$$

Essa é uma equação transcendental que deve ser resolvida iterativamente. Voltaremos a esse assunto na seções 5.3 e 5.4, onde discutiremos como implementar o equilíbrio radiativo no método de Monte Carlo.

### 5.2.3. Propriedades de escalonamento do transporte radiativo

Antes de prosseguir, descrevendo o código de Monte Carlo, vamos dedicar uma seção para discutirmos as propriedades de escalonamento do transporte radiativo. Nesse conceito estão fundamentadas algumas das discussões subseqüentes.

Rowan-Robinson (1980) foi o primeiro a utilizar o escalonamento em seu abrangente estudo sobre a emissão IV de envoltórios esféricos de poeira. No seu formalismo do transporte radiativo não são consideradas a luminosidade total, o tamanho geométrico do sistema, bem como outras quantidades. Ivezić e Elitzur (1997) demonstraram a forma geral das propriedades de escalonamento e as estenderam para geometrias e distribuições de densidades arbitrarias. Sua utilidade foi demonstrada em outros trabalhos dos autores (Ivezić e Elitzur 1995; Ivezić e Elitzur 1996)

As propriedades de escalonamento reduzem bastante o número de parâmetros relevantes ao problema, reconhecendo que muitos parâmetros podem ser incorporados em alguns outros poucos parâmetros adimensionais. Por exemplo, a dimensão física de um sistema é irrelevante e pode ser alterada arbitrariamente desde que suas *dimensões relativas sejam preservadas*. Isso deve-se ao fato de que as grandezas com dimensão de

tamanho (ou inverso de tamanho), como opacidades e deslocamentos, podem ser incorporadas na *profundidade óptica*, uma grandeza adimensional. Isso pode ser visto da própria equação de transporte radiativo, que na forma mostrada na equação (1.4) não apresenta nenhuma quantidade com dimensão de tamanho. Como as grandezas com dimensão de tamanho podem ser removidas do formalismo, um corolário é que *elas não podem ser obtidas da solução do transporte radiativo*.

A luminosidade da estrela central é outra quantidade que não é relevante ao problema, *sempre que o raio interno do envoltório de poeira seja controlado pela sublimação da poeira*. Enquanto o fluxo luminoso na face interna do envoltório,  $F_i$ , for tal que a temperatura da poeira na face interna do envoltório,  $T_i$ , seja menor que a temperatura de sublimação do material,  $T_s$ ,  $T_i$  será dada pela seguinte equação (Ivezić e Elitzur 1995, equação 14):

$$T_i^4 = \frac{F_i \psi}{4\sigma_{sb}},$$

onde  $\psi$  é uma quantidade que depende do modelo considerado e é obtida da solução do transporte radiativo. Nesse caso, diferentes luminosidades produzem emissões IV diferentes, e a luminosidade é um parâmetro relevante do problema. Essa é, em geral, a situação encontrada em nebulosas planetárias, onde a poeira encontra-se muito longe da estrela central e, portanto, possui temperaturas bem menores que a temperatura de sublimação. Por outro lado, quando o fluxo na região interna é alto o suficiente para que  $T_i$  seja igual a  $T_s$ , a temperatura interna não mais pode aumentar e um aumento de luminosidade estelar resulta apenas em um deslocamento para fora do raio interno do envoltório de poeira, de forma que  $F_i$  permanece fixo. Nesse caso, um determinado  $F_i$  está relacionado a um único  $T_i$  e vice-versa. Modelos para os quais a poeira está tão próxima à estrela quanto possível têm o mesmo  $T_i$  e, assim, ajustam seu limite interno de forma a possuir, também, o mesmo  $F_i$ . Assim, quando o raio interno do envoltório é controlado pela sublimação dos grãos, *a única propriedade relevante da fonte é sua forma espectral, e não sua luminosidade*.

Como consequência das propriedades de escalonamento, somente as seguintes grandezas devem ser especificadas para descrever completamente o problema do transporte radiativo e do equilíbrio radiativo, quando o raio interno do envoltório é controlado pela sublimação da poeira:

- i) A geometria do sistema, que depende apenas de dimensões relativas;
- ii) A temperatura de sublimação do material;
- iii) A *forma espectral* da radiação incidente, uma quantidade adimensional;
- iv) A *forma espectral dos fatores de eficiência* de espalhamento e absorção, uma quantidade adimensional;
- v) A profundidade óptica, também adimensional;
- vi) A função de fase de espalhamento.

Uma outra consequência das propriedades de escalonamento é que, se os fatores de eficiência de absorção e espalhamento de dois grãos de poeira com tamanho  $e/ou$

composição diferentes tiverem a mesma *forma espectral*, então a DEE e os perfis de temperatura dos envoltórios (o resultado do transporte radiativo, enfim) serão os mesmos, desde que a profundidade óptica seja a mesma. Para grãos reais, a forma dos fatores de eficiência de grãos com diferentes tamanhos não é a mesma, mas é razoável esperar que, se os fatores de eficiência de dois grãos são aproximadamente iguais, então a DEE dos modelos com esses grãos serão similares, desde que a profundidade óptica seja normalizada de uma forma adequada. Chamaremos este conceito de *escalonamento aproximado* e suas conseqüências e utilidade serão exploradas nas seções 5.6 a 5.8.

É importante notar que, embora o valor absoluto das seções de choque não entre de forma independente no problema de transporte radiativo, ele é necessário para relacionar a profundidade óptica com a massa total da poeira no envoltório.

### 5.3. Um novo método para o cálculo do equilíbrio radiativo com o método de Monte Carlo

Descrevemos, na seção 5.2.2, como obter a temperatura dos grãos em uma célula de um envoltório quando se conhece o número de pacotes de fótons absorvidos por essa célula e também a energia de cada pacote de fótons. O número de pacotes de fótons absorvidos por uma célula depende do *campo de radiação estelar atenuado* e do *campo de radiação difuso do envoltório*, o qual é constituído por duas componentes: luz estelar espalhada e radiação térmica emitida pelos grãos. Esses campos, cujo conhecimento é necessário para o cálculo do equilíbrio radiativo, dependem da solução do transporte radiativo que, por sua vez, depende do equilíbrio radiativo que determina parte do campo difuso. Vemos, assim, que o transporte radiativo e o equilíbrio radiativo são problemas acoplados, que precisam ser resolvidos simultaneamente.

O procedimento geralmente utilizado para resolver esse problema com o método de Monte Carlo (por exemplo, Lefèvre, Bergeat, e Daniel 1982) compõe-se de duas etapas. Na primeira, emitem-se todos os pacotes de fótons da fonte luminosa e registram-se quantos são absorvidos pelos grãos em cada célula do envoltório. Desta forma, obtém-se uma primeira estimativa da temperatura em cada célula através da equação (5.12). Essa estimativa leva em conta somente o campo de radiação estelar. A segunda etapa calcula o transporte radiativo dos pacotes de fótons emitidos pelo envoltório e a conseqüente alteração da temperatura do mesmo. Em cada iteração, as temperaturas previamente obtidas são usadas para gerar os pacotes de fótons térmicos emitidos pelos grãos, célula por célula. Os pacotes de fótons emitidos são propagados pelo envoltório e, ao final da iteração, calcula-se o novo perfil de temperatura, que é comparado com o anterior. O programa termina quando as diferenças entre as temperaturas de duas iterações consecutivas são menores que um determinado limite. Em cada iteração, o comprimento de onda dos pacotes de fótons emitidos pelas células é sorteado aleatoriamente a partir da seguinte distribuição de probabilidades:

$$dP \propto \sigma_i^{abs}(\lambda, a) B_\lambda[(T^i(\vec{r}, a))] d\lambda.$$

Esse método apresenta a desvantagem de que, em cada iteração, todos os pacotes de fótons absorvidos pelo envoltório devem ser, novamente, reemitidos, para que as trocas radiativas entre diferentes partes do envoltório sejam consideradas. Para

envoltórios muito opacos, que absorvem quase a totalidade dos fótons estelares, esse método torna-se proibitivo computacionalmente. Outro problema do método é que a luminosidade estelar não é automaticamente conservada durante a simulação; somente após a temperatura convergir é que a luminosidade é conservada aproximadamente.

Lucy (1999) adota uma estratégia diferente, segundo a qual os pacotes de fótons absorvidos são imediatamente reemitidos, usando uma distribuição de comprimentos de onda dada pela temperatura atual do envoltório. Embora o comprimento de onda dos pacotes de fótons emitidos seja incorreto, o método de Lucy assegura automaticamente o equilíbrio radiativo local e conserva a energia implicitamente.

No nosso código, utilizaremos um método desenvolvido por Bjorkman e Wood (2001), semelhante ao método de Lucy (1999), pelo qual os pacotes de fótons são emitidos imediatamente após serem absorvidos, assegurando o equilíbrio radiativo local. Ao longo da simulação, a temperatura do envoltório e o comprimento de onda da luz emitida pelos grãos são corrigidos através do procedimento descrito abaixo e, ao final da simulação, já é obtida a distribuição correta da temperatura e a DEE do envoltório, sem necessidade de iteração, pois tanto o campo estelar atenuado quanto o campo difuso foram incluídos no cálculo. O método é geral e aplicável para fontes de opacidade independentes da temperatura, como a poeira astrofísica. Vamos agora a uma breve descrição do método.

Suponhamos que, no decorrer de uma simulação de Monte Carlo, uma determinada célula  $i$  do envoltório já tenha absorvido  $N_i - 1$  pacotes de fótons. Sua temperatura é dada pela equação (5.12). Se a célula absorver mais um pacote de fótons, um pacote de fótons térmico deve ser imediatamente emitido, para assegurar o equilíbrio radiativo local. Antes de absorver esse fóton, a célula já havia emitido  $N_i - 1$  pacotes de fótons que continham uma energia correspondente à emissividade anterior da célula:

$$j'_i(\lambda) = \alpha_i(\lambda)B_\lambda(T_i - \Delta T), \quad (5.13)$$

onde  $\Delta T$  é o aumento da temperatura ocasionado pela absorção do  $N$ -ésimo pacote de fótons. Assim, a energia adicional que deve ser irradiada após a absorção deste pacote de fótons é:

$$\Delta j_i(\lambda) = j_i(\lambda) - j'_i(\lambda) = \alpha_i(\lambda)[B_\lambda(T_i) - B_\lambda(T_i - \Delta T)],$$

que corresponde à área em cinza na Figura 5.1. Se a energia do pacote de fótons não for muito grande (o que pode ser assegurado escolhendo-se um grande número de pacotes de fótons na simulação), a mudança na temperatura é pequena, e a expressão acima torna-se:

$$\Delta j_i(\lambda) \approx \alpha_i(\lambda)\Delta T \frac{dB_\lambda}{dT}.$$

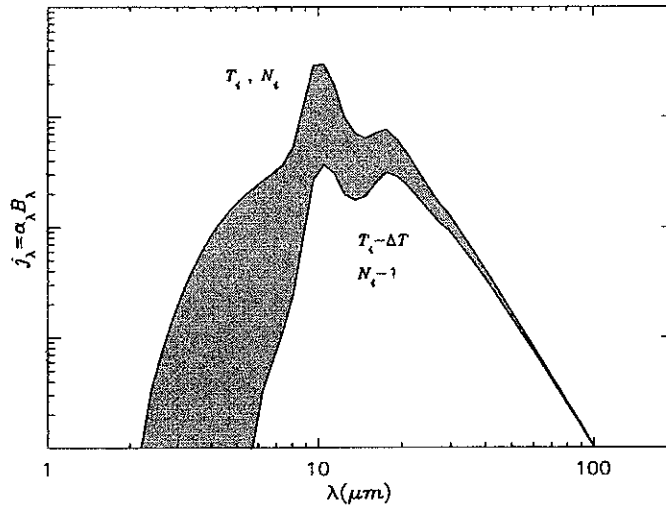


Figura 5.1 – Emissividade da poeira antes e após a absorção de um pacote de fótons. O espectro dos pacotes de fótons emitidos anteriormente é dado pela emissividade à temperatura anterior da célula (curva inferior). Para corrigir o espectro anterior para o espectro à nova temperatura, o pacote de fótons deve ser reemitido usando uma distribuição de probabilidades dada pela diferença entre a nova emissividade e a emissividade anterior (área em cinza). Adaptado de Bjorkman e Wood (2001).

Deste modo, para corrigir o espectro emitido anteriormente pelos grãos, deve-se reemitir um pacote de fótons térmico e sortear seu comprimento de onda a partir da distribuição de  $\Delta j_i$ , acima. Assim, a frequência do pacote de fótons emitido segue a seguinte distribuição de probabilidades:

$$dP_i = \frac{\alpha_i(\lambda)}{C} \left( \frac{dB_\lambda}{dT} \right)_{T=T_i}, \quad (5.14)$$

onde  $C$  é uma constante de normalização.

O procedimento descrito permite a simulação do transporte radiativo com a correção, no decorrer da simulação, da temperatura e do espectro de frequências emitido pelo envoltório. No início da simulação, a temperatura do envoltório é zero em todos os pontos. Quando um pacote de fótons é absorvido por uma célula, o programa calcula a nova temperatura da célula,  $T_i(\vec{r}, a)$ , e emite um pacote de fótons térmico, em uma direção aleatória e com comprimento de onda sorteado a partir da distribuição (5.14). Esse pacote de fótons é, então, propagado pelo envoltório. Ao final da simulação, a temperatura correta e o fluxo térmico emitido pelo envoltório já foram computados.



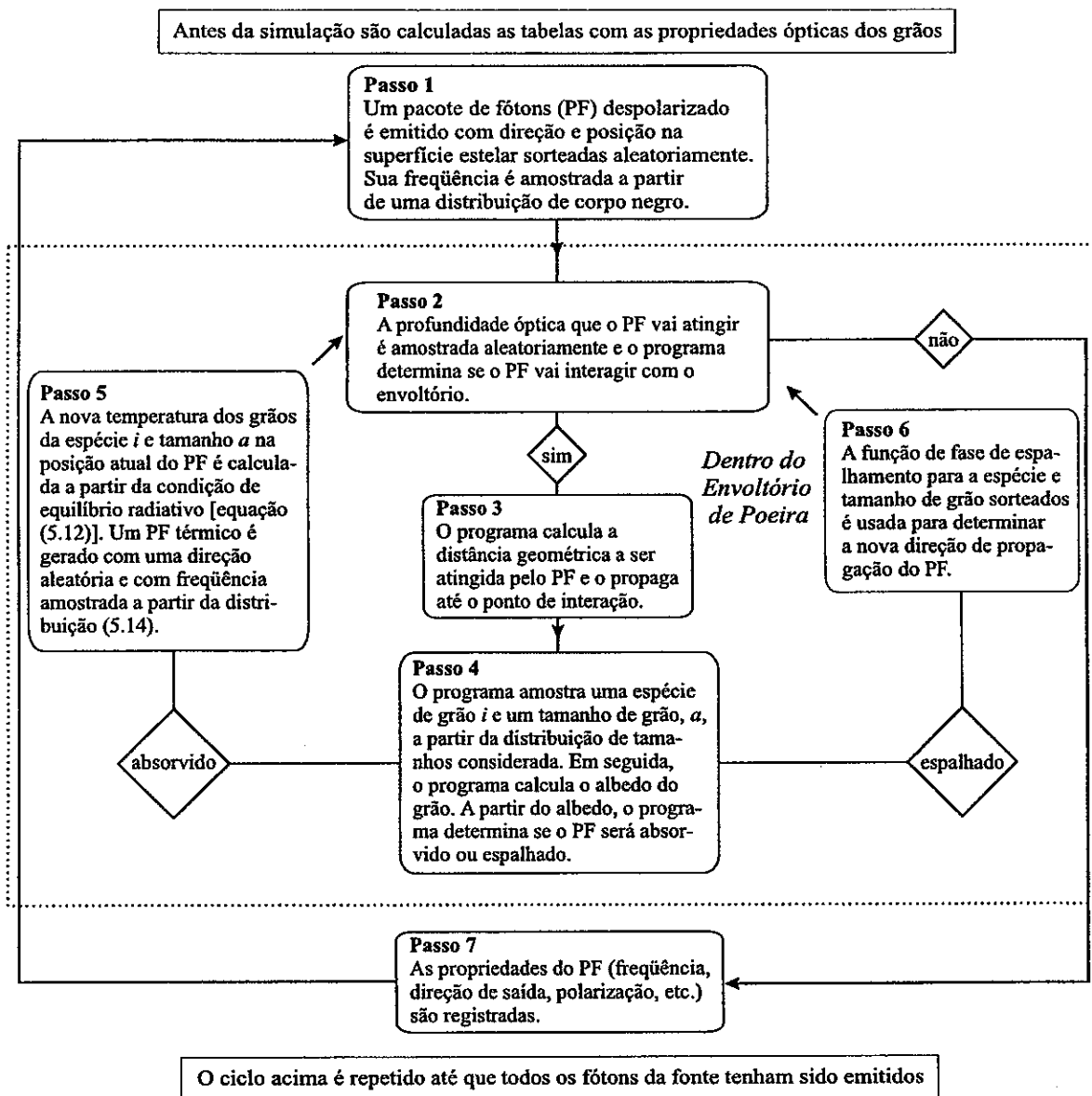


Figura 5.2 - Principais passos do código de Monte Carlo para resolução do problema do transporte radiativo e equilíbrio radiativo em envoltórios circumstelares de poeira.

## 5.4. O código de Monte Carlo

Nessa seção descrevemos os principais passos do código de Monte Carlo para solução do transporte radiativo e equilíbrio radiativo. Vamos nos deter somente nos pontos em que o código difere do esquema apresentado nos Capítulos 2 e 3. No diagrama da Figura 5.2 mostramos a estrutura do código e seus principais passos são explicados com mais detalhe a seguir.

### 5.4.1. Pré-cálculo das propriedades ópticas

As grandezas que descrevem as propriedades ópticas dos grãos (albedo, seção de choque, função de fase, seção de choque de Planck, etc.) são obtidas a partir da teoria de Mie. Para uma dada espécie de grão (silicato, carbono amorfo, carvão de Silício, grafite, etc.), todas as grandezas dependem de pelo menos duas das seguintes variáveis: comprimento de onda, raio do grão, temperatura e ângulo de espalhamento.

As fórmulas de Mie, usadas para calcular as grandezas acima, demandam muito processamento, o que torna inviável utilizá-las ao longo da simulação. A solução é tabular essas grandezas previamente, procurando amostrar adequadamente as variáveis independentes. Ao longo da simulação, os valores das grandezas são obtidos por interpolação linear das tabelas pré-calculadas.

O comprimento de onda é uma variável independente cujos valores devem ser escolhidos com cuidado. Deve-se, por exemplo, amostrar adequadamente as bandas espectrais dos materiais considerados. Além disso, as propriedades ópticas têm que ser calculadas para  $\lambda \sim 0,01$  a  $1.000 \mu m$ , o que corresponde a 5 ordens de magnitude. A solução empregada foi adotar um espaçamento logarítmico do comprimento de onda.

Foram realizados testes usando diferentes números de pontos nas tabelas pré-calculadas, para identificar o menor número de pontos que pode ser usado com segurança. Isso é importante pois, dependendo dos parâmetros da simulação, as tabelas podem chegar a ocupar mais de 20 *Mbytes* de espaço na memória do computador. Tabelas muito grandes podem inviabilizar a simulação. Os valores típicos do número de pontos das variáveis independentes são 120 para o comprimento de onda e temperatura, 20 para o tamanho dos grãos e 300 para o ângulo de espalhamento.

Outras quantidades armazenadas nas tabelas pré-calculadas são as utilizadas para amostragem de variáveis ao longo da simulação, descritas abaixo.

### 5.4.2. Emissão do pacote de fótons pela fonte (passo 1)

A fonte luminosa emite segundo uma distribuição de corpo negro. Para sortear o comprimento de onda dos pacotes de fótons, a partir da função de Planck, usamos um método criado por Carter e Cashwell (1975). Definindo  $y = hc/k\lambda T$ , podemos escrever a função de Planck na sua forma normalizada:

$$b_y = \frac{15}{\pi^4} \frac{y^3}{e^y - 1}.$$

Para amostrar um comprimento de onda a partir desta distribuição, gera-se inicialmente um número aleatório,  $\xi_0$ , e determina-se o valor mínimo de  $l$ ,  $l_{\min}$ , que satisfaz a condição:

$$\sum_{j=1}^l j^{-4} \geq \xi_0 \frac{\pi^4}{90}.$$

Em seguida, obtêm-se quatro números aleatórios adicionais,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ , e calcula-se  $y$  pela relação:

$$y = -\frac{\ln(\xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4)}{l_{\min}}.$$

Não sabemos como Carter e Cashwell (1975) obtiveram esse método. A referência onde ele está contido é um tanto obscura e não conseguimos obtê-la.

#### 5.4.3. Amostragem de uma espécie e tamanho de grão (passo 4)

Quando o pacote de fótons é propagado (passo 3 do diagrama da Figura 5.2) e interage em um dado ponto do envoltório, o programa deve sortear com que espécie de grão o pacote de fótons interage (caso uma mistura de grãos esteja sendo considerada) e, então, sortear o raio do grão. Para sortear a espécie de grão, define-se:

$$\rho_i = \frac{f^i \sigma_T^i}{\sigma_T},$$

onde  $f^i$  é a razão entre a densidade numérica da espécie  $i$  e a densidade total,  $\sigma_T^i$ , é a seção de choque total de extinção para os grãos da espécie  $i$  e  $\sigma_T$  é a seção de choque total de extinção do meio, dada por:

$$\sigma_T = \sum_i f^i \sigma_T^i.$$

Da definição de  $\rho_i$ , segue-se que  $\sum \rho_i = 1$ . Dado um número aleatório  $\xi$ , a espécie sorteada,  $k$ , satisfaz a seguinte relação (equação 2.6):

$$\sum_{i=1}^k \rho_i \leq \xi.$$

Os valores de  $\rho_i$  dependem de  $\lambda$ , e são calculados antes da simulação.

Uma vez sorteada a espécie de grão, sorteia-se o raio do grão,  $a_s$ , a partir da função de distribuição de tamanhos de grão, usando o princípio fundamental do método de Monte Carlo (equação 2.5). Dado um número aleatório  $\xi$ ,  $a_s$  é obtido pela solução da equação:

$$\xi = \int_{a_{\min}}^{a_s} m^k(a) \frac{\sigma_{ext}^k(a, \lambda)}{\sigma_T^k} da,$$

onde  $\sigma_{ext}^k(a, \lambda)$  é a seção de choque de extinção do grão de espécie  $k$  e tamanho  $a$ .

Na prática, define-se uma grade de  $n_a$  pontos no intervalo  $[a_{\min}^k, a_{\max}^k]$ , calcula-se o valor da integral acima para cada um dos pontos e armazena-se em uma tabela. Durante a simulação essa tabela é interpolada com respeito a  $\xi$  para determinarmos  $a_s$ .

Finalmente, sorteados a espécie e tamanho do grão com o qual o pacote de fótons interage, o programa deve determinar se o pacote de fótons vai ser absorvido ou espalhado. Inicialmente, deve-se calcular o albedo do grão no comprimento de onda do fóton,  $\gamma_s$ , interpolando-se linearmente a tabela pré-calculada correspondente. Dado um número aleatório  $\xi$ , tem-se que:

$$\begin{cases} \text{se } \xi > \gamma_s, \text{ o fóton é espalhado,} \\ \text{se } \xi \leq \gamma_s, \text{ o fóton é absorvido.} \end{cases}$$

#### 5.4.4. Cálculo da nova temperatura da célula (passo 5)

Durante a simulação, o envoltório é dividido em várias células, tipicamente 120, às quais associa-se uma dada temperatura, considerada constante. No caso de geometria esférica, por exemplo, as células são cascas concêntricas. Inicialmente, adotou-se um mesmo tamanho radial para todas as células. Entretanto, esse procedimento revelou-se inadequado pois a temperatura do envoltório varia muito rapidamente próximo à estrela, principalmente para profundidades ópticas elevadas. Optou-se, então, por escolher a espessura das células de forma que todas tivessem a mesma profundidade óptica radial, o que acarreta que as células próximas à estrela sejam muito menores que as células mais externas, resultando em uma amostragem mais eficiente da variação radial da temperatura. Para uma lei de densidade  $n = n_0 \cdot r^{-2}$ , a espessura  $\Delta r$  da célula de raio  $r$  é dada aproximadamente por  $\Delta r \cong n_0 \cdot \Delta \tau \cdot r^2$ , onde  $\Delta \tau$  é a profundidade óptica da célula.

O programa mantém um contador para registrar quantos pacotes de fótons foram absorvidos pelos grãos de dada espécie e tamanho, em cada célula. Sempre que um pacote de fótons é absorvido, o programa atualiza o contador e determina a nova temperatura dos grãos,  $T^i(\bar{r}, a)$ , usando a equação (5.12). Dessa forma, as temperaturas individuais de cada espécie e tamanho de grão podem ser determinadas (mais adiante será mostrado que grãos de tamanhos diferentes tem, realmente, temperaturas de equilíbrio diferentes).

Seguindo o esquema descrito na seção 5.3, após um pacote de fótons ser absorvido no envoltório, um pacote de fótons térmico é emitido no mesmo ponto, com uma direção aleatória e comprimento de onda  $\lambda_s$  amostrado da distribuição (5.14). Para tanto, usamos novamente o princípio fundamental:

$$\xi = C \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_s} \sigma_{abs}^i(\lambda, a_s) \frac{dB_{\lambda}(T)}{dT} \Big|_{T^k(\bar{r}, a_s)} d\lambda,$$

Tabela 5.1 – Eficiência do método da rejeição para grãos de silicato.

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	Eficiência
0,05	57%
0,15	25%
0,25	9,3%
0,50	3,0%
1,00	1,0%

Constantes ópticas de Ossenkopt, Henning e Mathis (1992)

onde  $C$  é uma constante de normalização. Como anteriormente, calculamos uma tabela de  $\xi$  em função do comprimento de onda, espécie de grão, raio de grão e temperatura que será usada durante a simulação para sortear  $\lambda_s$ .

#### 5.4.5. Amostragem do ângulo de espalhamento (passo 6)

Nos capítulos anteriores, adotamos o método da rejeição para amostrar o ângulo de espalhamento de uma função de fase dipolar (espalhamento eletrônico) ou mista (espalhamento ressonante). A eficiência do método (cf. seção 2.4.2) para a função de fase dipolar é de 66%, podendo ser ainda maior para a função de fase mista do espalhamento ressonante. Para grãos de poeira, entretanto, a eficiência pode ser muito baixa, pois a função de fase apresenta um pico em  $\theta \sim 0^\circ$ , que é tanto mais pronunciado quanto maior for o grão ou menor for o comprimento de onda (ver Figura 5.19 à pág. 129).

A Tabela 5.1 mostra a eficiência do método para alguns tamanhos de grão de silicato. A eficiência é baixíssima para grãos muito grandes. Para  $a = 1 \mu\text{m}$ , por exemplo, a eficiência é de apenas 1%, o que significa que é necessário gerar em torno de 100 números aleatórios para que o ângulo seja amostrado. Apesar de ser ineficiente para grãos grandes, tivemos de usar o método da rejeição no código, por ainda não termos encontrado outra alternativa. Em termos computacionais, a consequência é que o tempo de processamento para grãos grandes pode tornar-se até 40% maior.

### 5.5. Testes para validação do código

Para testar nosso código de Monte Carlo, comparamos nossos resultados com os publicados por Ivezić *et al.* (1997), em um artigo intitulado *Benchmark Problems for Dust Radiative Transfer*. Como o título diz, nesse artigo os autores fornecem resultados de um problema simplificado com o intuito de servir como verificação para outros pesquisadores que desenvolvem seu próprio código. Os autores usaram três códigos diferentes para verificar a consistência dos mesmos e assegurar a acurácia dos resultados fornecidos.

O modelo básico usado pelos autores consiste em uma fonte central pontual circundada por um envoltório esférico de poeira com uma cavidade interna. A fonte irradia como um corpo negro com temperatura  $T_{ef} = 2.500 \text{ K}$ . O raio da cavidade interna,

$r_i$ , é controlado pela sublimação da poeira, cuja temperatura de sublimação foi considerada  $T_s = 800$  K. O raio externo é  $1.000 r_i$ . A distribuição de densidade da poeira é descrita por uma lei de potências,  $n(r) = n_0 (r_i/r)^p$ , onde  $n_0$  é uma constante obtida ao se fixar a profundidade óptica do envoltório para um determinado comprimento de onda. As propriedades ópticas da poeira, descritas pelos fatores de eficiência de absorção e espalhamento, foram escolhidas como funções analíticas, a saber:

$$Q_{abs} = Q_{esp} = 1, \quad \text{para } \lambda < 1 \mu\text{m e}$$

$$Q_{abs} = \frac{1}{\lambda}, \quad Q_{esp} = \frac{1}{\lambda^4}, \quad \text{para } \lambda > 1 \mu\text{m}.$$

Para simplificar ainda mais o problema, o espalhamento foi considerado isotrópico.

Os autores apresentam resultados para oito diferentes modelos com dois valores de  $p$  (0 e 2) e quatro valores de profundidade óptica, normalizada a  $1 \mu\text{m}$  ( $\tau_1 = 1, 10, 100$  e  $1.000$ ).

Mostramos na Figura 5.3 as distribuições de temperatura para seis dos oito modelos considerados ( $p = 0$  e  $2$ , e  $\tau_1 = 1, 10$  e  $100$ ). A linha cheia corresponde aos nossos resultados e a linha pontilhada aos resultados de Ivezić *et al.* (1997). Vemos que ambos resultados concordam satisfatoriamente. Na Figura 5.4, mostramos o espectro emergente dos envoltórios. Ao invés do fluxo, mostramos a grandeza adimensional denominada *forma espectral*, definida como

$$\lambda F_\lambda / \int F_\lambda d\lambda = \lambda F_\lambda / F.$$

A linha cheia corresponde ao resultado de Ivezić *et al.* (1997) e nossos resultados são indicados com os símbolos ( $\bullet$ ). O espectro estelar (corpo negro à  $2.500$  K) também foi desenhado (linha cheia), para ilustrar como o envoltório reprocessa mais energia, absorvendo-a e emitindo-a em comprimentos de onda maiores, à medida que sua profundidade óptica aumenta.

## 5.6. Escalonamento aproximado

Nas próximas seções, apresentamos um estudo da DEE e da temperatura de envoltórios esféricos de poeira. Esse é um estudo puramente exploratório e representa uma primeira aplicação do nosso código de Monte Carlo.

Estamos interessados, em particular, nos efeitos dos tamanhos dos grãos de poeira nos resultados e, por isso, vamos iniciar com situações simplificadas (grãos de tamanho único) e passar para situações mais gerais (distribuição de tamanhos), com o objetivo de identificar e sistematizar importantes simetrias do problema. Outros parâmetros do envoltório não serão alvo de estudo sistemático, mas seus efeitos são sumariados no final do capítulo.

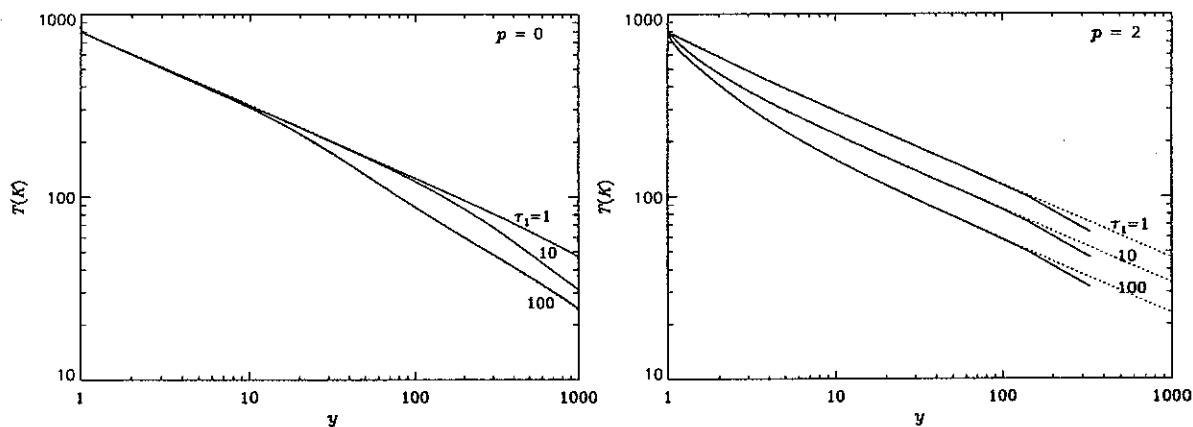


Figura 5.3 – Distribuição da temperatura da poeira para os modelos considerados por Ivezić *et al.* (1997). São mostrados resultados para duas distribuições de densidade ( $r^p$  para  $p = 0$  e  $2$ ) e três profundidades ópticas a  $1 \mu m$  ( $\tau_1 = 1, 10, 100$ ).

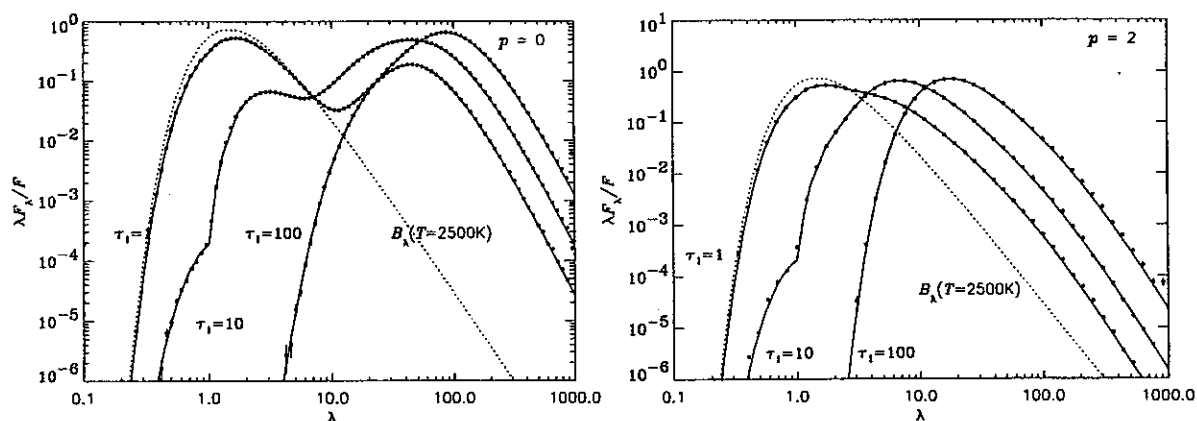


Figura 5.4 – Fluxo dos modelos considerados por Ivezić *et al.* (1997). São mostrados resultados para duas distribuições de densidade ( $r^p$  para  $p = 0$  e  $2$ ) e três profundidades ópticas a  $1 \mu m$  ( $\tau_1 = 1, 10, 100$ ).

O modelo básico considerado consiste em um envoltório esférico de poeira com raio da cavidade interna  $r_i$ , raio externo  $r_e = 1.000 r_i$  e perfil de densidade proporcional a  $r^{-2}$ . Salvo quando especificado o contrário,  $r_i$  será tomado como o raio de sublimação da poeira.

Consideraremos grãos de três composições: silicato cósmico, cujos índices de refração são dados por Ossenkoff, Henning e Mathis (1992), carbono amorfo, cujos índices são fornecidos por Zubko *et al.* (1996) e carbeto de silício (SiC), cujos índices foram determinados por Pegourié (1988). A temperatura de sublimação desses materiais foi considerada 1.000 K para o silicato, 1.500 K para o carbeto de silício e 800 K para o carbono amorfo. A escolha dessas temperaturas é um tanto arbitrária, mas reflete aproximadamente as temperaturas usadas na literatura (por exemplo, Ivezić e Elitzur 1997 e Lorenz-Martins e Lefèvre 1994). A escolha das constantes ópticas dos materiais também foi arbitrária, e não buscamos justificar, aqui, a escolha de uma fonte em

detrimento da outra. Tal escolha pode justificar-se quando se estudam objetos astronômicos específicos, mas é um tanto irrelevante no presente caso, dada a natureza exploratória deste estudo. Vários outros trabalhos fornecem constantes ópticas para os materiais aqui considerados. Por exemplo, Laors e Draine (1993) fornecem constantes ópticas para silicato astronômico e grafite, Hoare (1990), Mathis e Whiffen (1989) e Hanner (1988) tabularam as constantes ópticas para carbono amorfo.

Em resumo, as diferenças entre os modelos estudados a seguir estão nas características da poeira, na profundidade óptica do envoltório, na temperatura da fonte e, ocasionalmente, na temperatura da face interna do envoltório. O problema será investigado nos moldes do *escalonamento aproximado*, conceito que foi introduzido resumidamente na seção 5.2.3 e que será enunciado a seguir.

Como vimos anteriormente, um envoltório de poeira absorve parte da radiação da fonte central, que pode estar na região do UV ao IV próximo, dependendo da temperatura efetiva da fonte, e a redistribui no IV. Vimos também que, de acordo com as propriedades de escalonamento do transporte radiativo, o parâmetro relevante ao problema é a *forma espectral* dos fatores de eficiência e não sua magnitude (cf. seção 5.2.3). Como veremos abaixo, as formas dos fatores de eficiência de grãos de tamanhos diferentes guardam semelhanças importantes entre si, principalmente quando são consideradas regiões espectrais específicas. Assim, espera-se que as *DEEs de envoltórios com a mesma composição química mas com tamanhos de grão diferentes, apresentem, também, semelhanças importantes*.

O conceito de *escalonamento aproximado*, por nós introduzido, estabelece que a distribuição espectral de energia no IV de envoltórios com diferentes tamanhos de grão será *aproximadamente igual* se as três condições abaixo se verificarem:

1. as formas dos fatores de eficiência de absorção dos diferentes tamanhos de grão considerados forem semelhantes na região espectral onde os grãos emitem a maior fração da energia térmica;
2. o fluxo IV total, integrado em todos os comprimentos de onda, for o mesmo;
3. a temperatura dos grãos no raio interno do envoltório for a mesma para todos os envoltórios.

Veremos que o conceito de escalonamento aproximado é útil para sistematizar os efeitos do tamanho dos grãos, sendo evidenciadas importantes semelhanças na emissão IV dos mesmos. Veremos, também, que em certos regimes de profundidade óptica, o escalonamento aproximado pode implicar que as DEEs de envoltórios com grãos de tamanho diferentes sejam muito próximas entre si *em todo o espectro e não somente no IV*, o que tem conseqüências observacionais importantes.



## 5.7. Resultados para modelos com um tamanho de grão

### 5.7.1. Distribuição espectral de energia

Nesta seção, exploramos os efeitos do tamanho dos grãos na DEE, quando são considerados grãos de tamanho único. Vamos, inicialmente, estudar os fatores de eficiência de grãos de tamanhos diferentes e estabelecer a região espectral em que eles são semelhantes (condição 1 do escalonamento aproximado). A teoria de Mie define três regiões espectrais onde os grãos possuem propriedades ópticas comuns:

- i)  $\lambda \lesssim \pi a$ : nessa região, chamada de *limite geométrico*, as propriedades ópticas são aproximadamente independentes de  $\lambda$ , e  $Q_{esp} \sim Q_{abs} \sim 1$ ;
- ii)  $\lambda \gtrsim 5\pi a$ : nesse intervalo os fatores de eficiência estão no chamado *limite de Rayleigh*, onde o tamanho da partícula é muito menor que o comprimento de onda. Neste caso,  $Q_{esp} \propto \lambda^{-4}$  e, para grãos amorfos,  $Q_{abs} \propto \lambda^{-1}$  enquanto que para grãos cristalinos,  $Q_{abs} \propto 1/\lambda^2$ ;
- iii)  $\pi a \lesssim \lambda \lesssim 5\pi a$ : nessa região espectral, os fatores de eficiência dependem bastante do tamanho e composição do grão. Chamaremos essa região de *região de Mie*.

Mostramos nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7, os fatores de eficiência de absorção e espalhamento para alguns tamanhos de grãos de silicato cósmico, carbono amorfo e carvão de silício, respectivamente. As três regiões acima são facilmente identificáveis nessas figuras. Vemos que os fatores de eficiência para todos os tamanhos de grão são próximos à unidade na região do UV (região i), e que as *formas* dos fatores de eficiência são semelhantes para comprimentos de onda maiores que  $\sim 10 \mu m$  (região ii). No visível e IV próximo, correspondente à região de Mie, os fatores de eficiência são bastante diferentes. Pode-se, inclusive, notar a presença da banda espectral em  $0,18 \mu m$ , característica de carbono amorfo, presente no grão menor ( $a = 0,05 \mu m$ ) e ausente nos demais.

A partir da discussão acima, podemos reescrever a condição 1 do escalonamento aproximado em termos mais precisos. Essa condição será satisfeita quando a maior parte da emissão IV ocorrer em comprimentos de onda maiores que o limite de Rayleigh, para o tamanho de grão considerado.

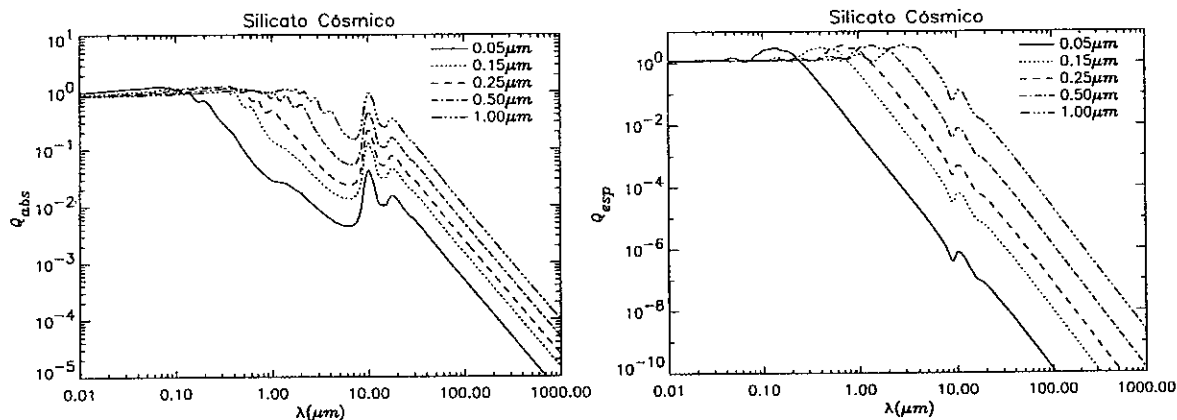


Figura 5.5 - Fatores de eficiência de absorção (esquerda) e de espalhamento (direita) para grãos esféricos de silicato cósmico (constantes ópticas de Ossenkopt, Henning e Mathis 1992), para cinco tamanhos de grão, como indicado.

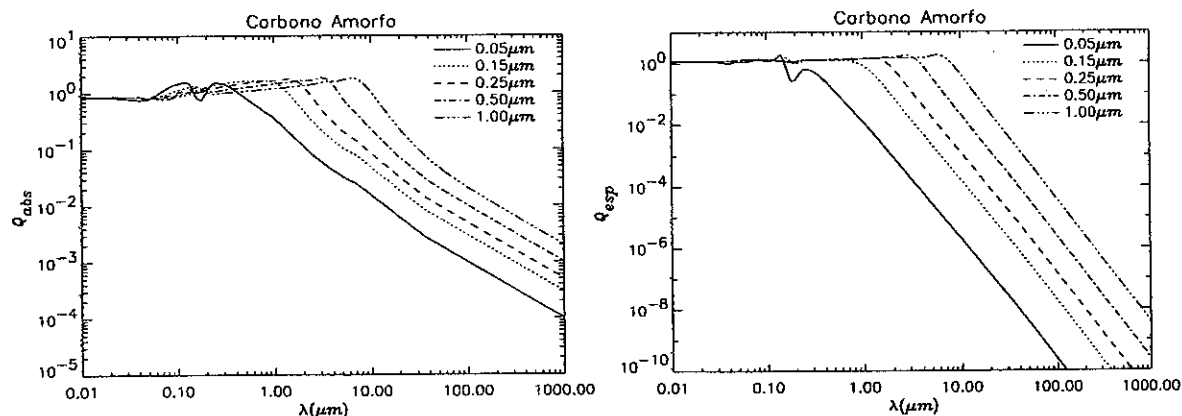


Figura 5.6 - Fatores de eficiência de absorção (esquerda) e de espalhamento (direita) para grãos esféricos de carbono amorfo (constantes ópticas de Hanner 1988), para cinco tamanhos de grão, como indicado.

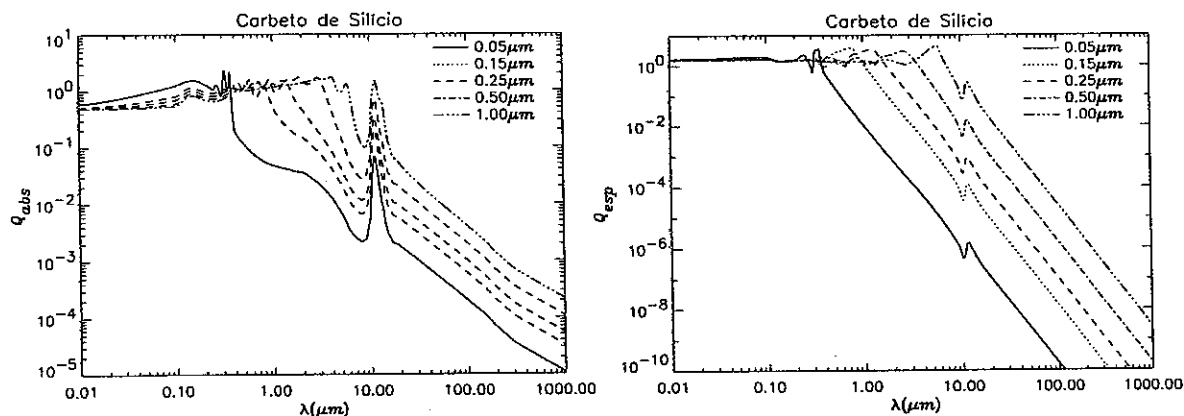


Figura 5.7 - Fatores de eficiência de absorção (esquerda) e de espalhamento (direita) para grãos esféricos de carbeto de silício (constantes ópticas de Pegourié 1988), para cinco tamanhos de grão, como indicado.

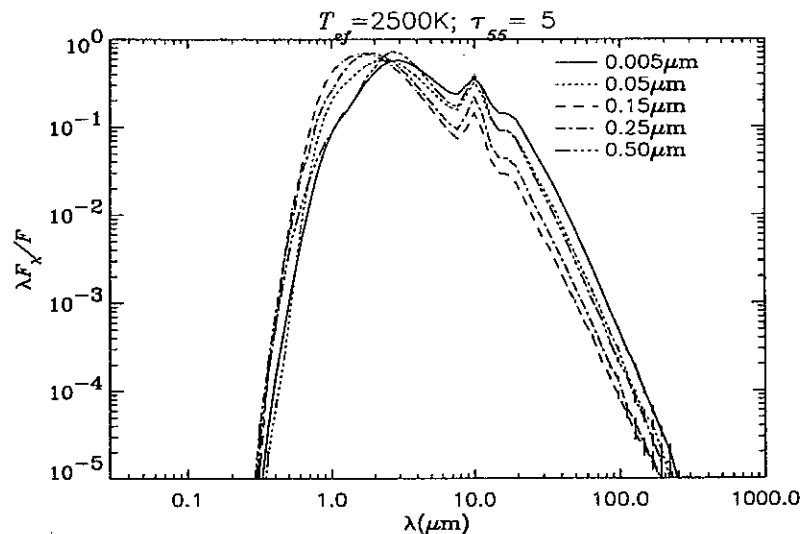


Figura 5.8 – DEE de cinco envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão, como indicado, com profundidade óptica  $\tau = 5$  para  $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ .

Temos que encontrar uma forma adequada de normalizar a profundidade óptica do envoltório, de forma a revelar as similaridades resultantes do escalonamento aproximado. A forma usual de se normalizar a profundidade óptica é defini-la para um dado comprimento de onda, como foi feito na seção 5.5. Na Figura 5.8, mostramos a DEE para vários envoltórios de silicato cósmico, cada um com um diferente tamanho de grão. A profundidade óptica no visível,  $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ , é 5 para todos os modelos. Vemos que as DEEs são muito diferentes entre si, o que mostra que a normalização escolhida não revela as semelhanças essenciais do problema. Introduziremos, a seguir, uma nova forma de normalizar a profundidade óptica.

Vamos distinguir três casos diferentes, correspondentes a três regimes de profundidade óptica, que serão estudados em separado. No caso A, o envoltório é opticamente fino tanto nos comprimentos de onda emitidos pela fonte quanto no IV. No caso B, o envoltório é opticamente espesso para comprimentos de onda pequenos (visível e UV), mas opticamente fino no IV. No caso C, o envoltório é opticamente espesso também no IV, até pelo menos o comprimento de onda para o qual o limite de Rayleigh é atingido para todos os tamanhos de grão considerados.

#### 5.7.1.1. CASO A: ENVOLTÓRIOS OPTICAMENTE FINOS

Neste caso, a DEE será dada, qualitativamente, pela soma do fluxo estelar levemente atenuado com a emissão IV do envoltório, que apresenta um pico que coincide aproximadamente com o pico da curva de corpo negro com  $T = T_s$ . Na maioria dos casos o pico está em torno de 1,5 a 3  $\mu\text{m}$ . Para materiais com bandas espectrais, como silicatos e o carbeto de silício, o pico real da emissão IV pode estar em outra parte do espectro.

Vamos introduzir a grandeza  $\tau_{rep}$ , a *profundidade óptica de reproprocessamento*, definida de forma que envoltórios com a mesma  $\tau_{rep}$  irão *reprocessar* (isto é, absorver e reemitir) a mesma fração da energia da fonte luminosa, fração essa dada por:

$$1 - e^{-\tau_{rep}}.$$

Continuando a discussão qualitativa do parágrafo anterior, se envoltórios com grãos de tamanhos diferentes possuem o mesmo  $\tau_{rep}$ , eles atenuarão a mesma quantidade de radiação estelar (integrada sobre todos os comprimentos de onda) e produzirão a mesma emissão IV integrada, por definição. Esta normalização satisfaz, portanto, a condição 2 do escalonamento aproximado. Se a emissão IV ocorrer em comprimentos de onda onde o limite de Rayleigh já foi atingido (condição 1 do escalonamento aproximado), para todos os tamanhos de grão considerados, então as *formas* (além do nível) dos espectros IV emitidos pelos diferentes modelos deverão ser aproximadamente iguais.

Essa situação é ilustrada na Figura 5.9. Cada painel mostra a DEE para quatro envoltórios de silicato cósmico<sup>1</sup> com diferentes tamanhos de grão, para uma dada temperatura efetiva ( $T_{ef} = 2.500, 5.000, 10.000$  e  $20.000$  K). Para todos os envoltórios, a profundidade óptica foi normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 0,1$ , que corresponde a um reproprocessamento de 9,5% da radiação incidente, e o raio interno foi tomado como o raio de sublimação da poeira. Para fins de comparação, foi colocada, nos gráficos da Figura 5.9, a curva de corpo negro correspondente ao espectro estelar. Na Tabela 5.2 (pág. 121), são apresentadas outras quantidades características dos modelos, tais como o raio de condensação da poeira, a massa total do envoltório, dada em função da massa do envoltório com grãos de raio  $a = 0,005 \mu m$ , e a profundidade óptica em alguns comprimentos de onda. Na Figura 5.10 é mostrada a profundidade óptica de extinção em função do comprimento de onda, para modelos com  $T_{ef} = 2.500$  K.

Tanto a profundidade óptica quanto  $r_i$  são determinados iterativamente. Cada simulação fornece a porcentagem de energia absorvida no vento e a temperatura interna do envoltório. A profundidade óptica e as dimensões do envoltório são, então, ajustados de forma a resultar em 9,5% de reproprocessamento e uma temperatura na face interna do envoltório igual à temperatura de sublimação do material considerado.

A Figura 5.9 corrobora a discussão qualitativa acima. Para todos os tamanhos de grão e temperaturas estelares, as DEEs para pequenos comprimentos de onda são muito semelhantes, como consequência da mesma atenuação. Além disso, a emissão IR dos grãos possui intensidade e forma semelhantes. Segue-se que a DEE é similar em todos os comprimentos de onda.

A diferença média entre as DEEs de cada painel da Figura 5.9 vai de 7%, para  $T_{ef} = 2.500$  K, a 9%, para  $T_{ef} = 20.000$  K. Para esta última temperatura estelar, a diferença máxima entre as DEEs é de 25%, para  $\lambda = 1,7 \mu m$ .

---

<sup>1</sup> Na discussão que se segue, optamos por apresentar os resultados apenas para modelos com grãos de silicato. Todos os resultados apresentados são qualitativamente válidos também para os outros materiais estudados (carbono amorfo e carbetto de silício).

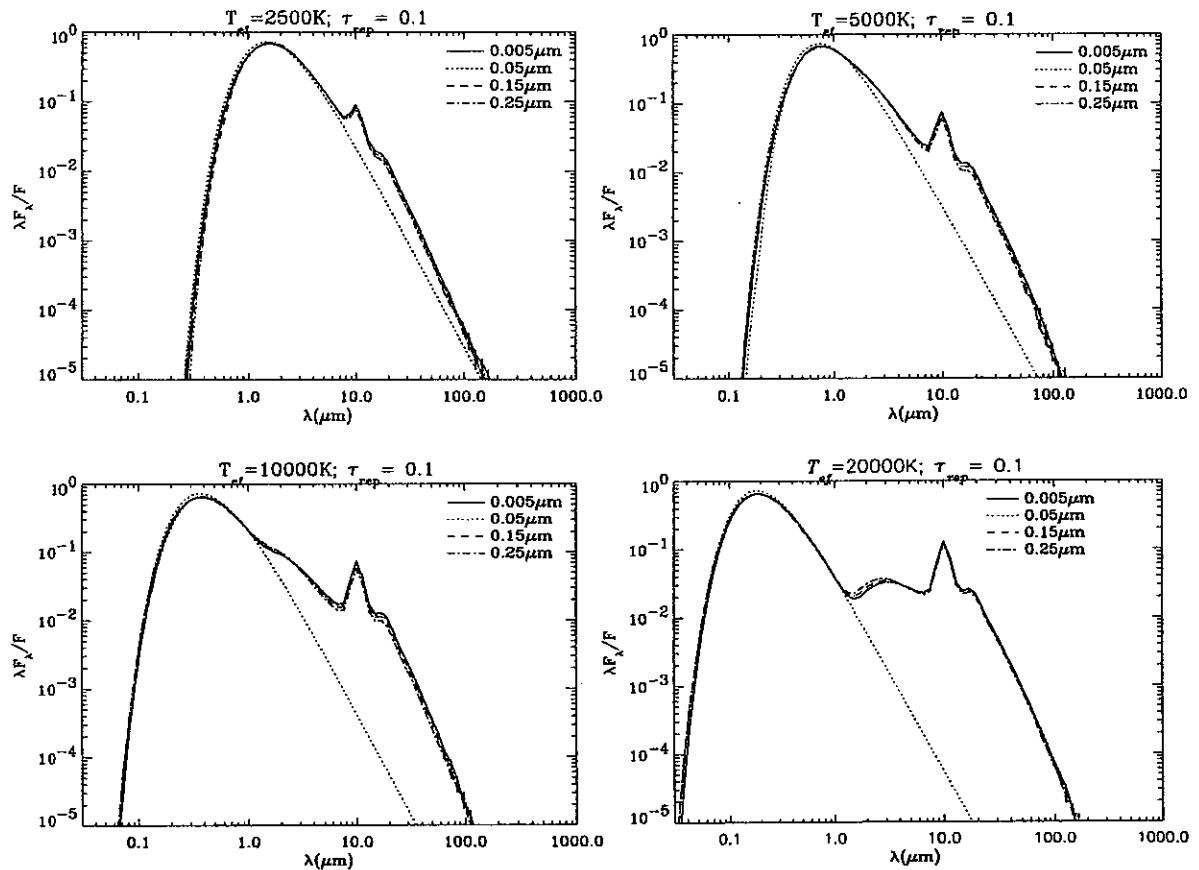


Figura 5.9 – DEE de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra os resultados para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.

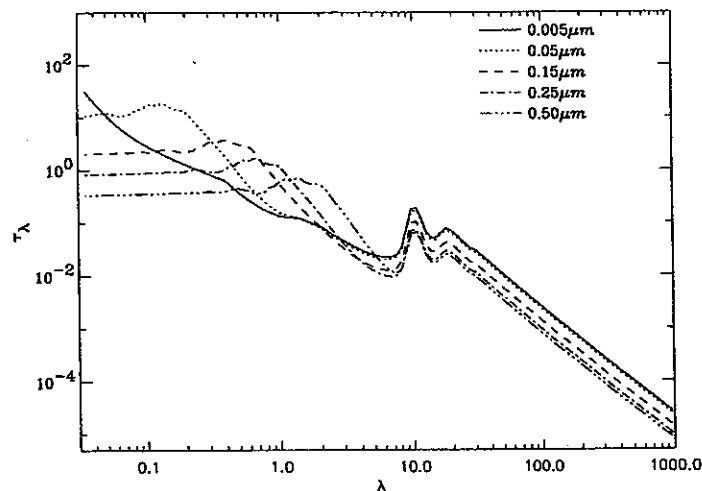


Figura 5.10 – Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda dos modelos mostrados na Figura 5.9 com temperatura da fonte  $T_{ef} = 2.500\text{K}$ . Note-se que  $\tau \leq 1$  para os comprimentos de onda emitidos pela fonte ( $\lambda \geq 0,5\mu\text{m}$ ), de acordo com a suposição para o caso A.

Na Figura 5.9, as maiores diferenças são observadas para o modelo com grão de maior tamanho ( $a = 0,25 \mu m$ ) pois, como a temperatura da poeira na parte interna do envoltório é de 1.000 K, o pico de emissão dos grãos ocorre em  $\lambda \sim 2,9 \mu m$ , região onde os fatores de eficiência de grãos com  $a = 0,25 \mu m$  já começam a sair do limite de Rayleigh. De fato, para envoltórios com grãos de carbono amorfo, material cuja temperatura de sublimação foi tomada como 800 K, são observadas diferenças menores entre a DEE do modelo com grão com  $a = 0,25 \mu m$  e as dos modelos com grãos menores, pois o pico de emissão, nesse caso, ocorre em  $\lambda \sim 3,6 \mu m$ .

Podemos notar na Figura 5.9, ainda, que as DEEs para os modelos cuja temperatura da estrela central é menor ( $T_{ef} = 2.500$  K) são mais próximas entre si. Isso ocorre porque a região espectral onde os fatores de eficiência dos grãos diferem mais substancialmente ( $\lambda \sim 1$  a  $3 \mu m$ ) coincide com o pico da radiação estelar, que corresponde a cerca de 90% da radiação emergente, o que "mascara" as pequenas diferenças na emissão IV, tornando-as ainda mais difíceis de serem detectadas.

Essa situação de semelhança aproximada entre as DEEs para modelos com grãos de tamanhos diferentes é alterada quando consideramos a DEE para envoltórios com grãos maiores que  $0,25 \mu m$ . Esses grãos não satisfazem a condição 1 do escalonamento aproximado, pois a emissão IV ocorre para comprimentos de onda menores que o limite de Rayleigh. Para o grão com  $a = 0,50 \mu m$ , por exemplo, esse limite é atingido para comprimentos de onda maiores que  $\sim 8 \mu m$ , muito maiores que o pico da emissão IV. Espera-se que, nesse caso, ocorram diferenças apreciáveis na DEE no IV. De fato, isso é observado na Figura 5.11, onde mostramos a DEE para três envoltórios com grãos de tamanho  $a = 0,005, 0,50$  e  $1,0 \mu m$ . Os desvios na região  $\lambda = 2$  a  $4 \mu m$  são bastante evidentes. Além disso, como a emissão IV integrada é a mesma para todos os modelos, o excesso de fluxo para os modelos com grãos grandes na região  $\lambda = 2$  a  $4 \mu m$  resulta em um fluxo correspondentemente menor para comprimentos de onda no IV distante. A diferença média entre as DEEs da Figura 5.11 vai de 11%, para  $T_{ef} = 2.500$  K, até 29%, para  $T_{ef} = 20.000$  K, sendo que as diferenças máximas são de 30% em  $\lambda = 19 \mu m$ , para  $T_{ef} = 2.500$  K, e 49% em  $\lambda = 2,3 \mu m$ , para  $T_{ef} = 20.000$  K.

Da discussão dos parágrafos precedentes, pode-se concluir que a temperatura da face interna do envoltório,  $T_i$ , é um parâmetro-chave para definir-se a validade do escalonamento aproximado, mais especificamente, o intervalo de tamanhos de grãos para os quais a condição 1 do escalonamento aproximado é válida. Quanto menor for  $T_i$ , maior será o tamanho de grão para o qual essa condição ainda será satisfeita. Para ilustrar, mostramos, na Figura 5.12, a DEE para seis envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão, todos com  $T_i = 300$  K. Como mencionado anteriormente, essa é uma situação possível em nebulosas planetárias, por exemplo. Vemos que as DEEs são praticamente idênticas para todos os tamanhos considerados, exceção feita ao modelo com  $a = 1,0 \mu m$  e  $T_{ef} = 20.000$  K, para o qual existem diferenças na região de  $\lambda \sim 8 \mu m$ . Se excluirmos os modelos com  $a = 1,0 \mu m$ , a diferença média entre as DEEs torna-se menor que 3%.

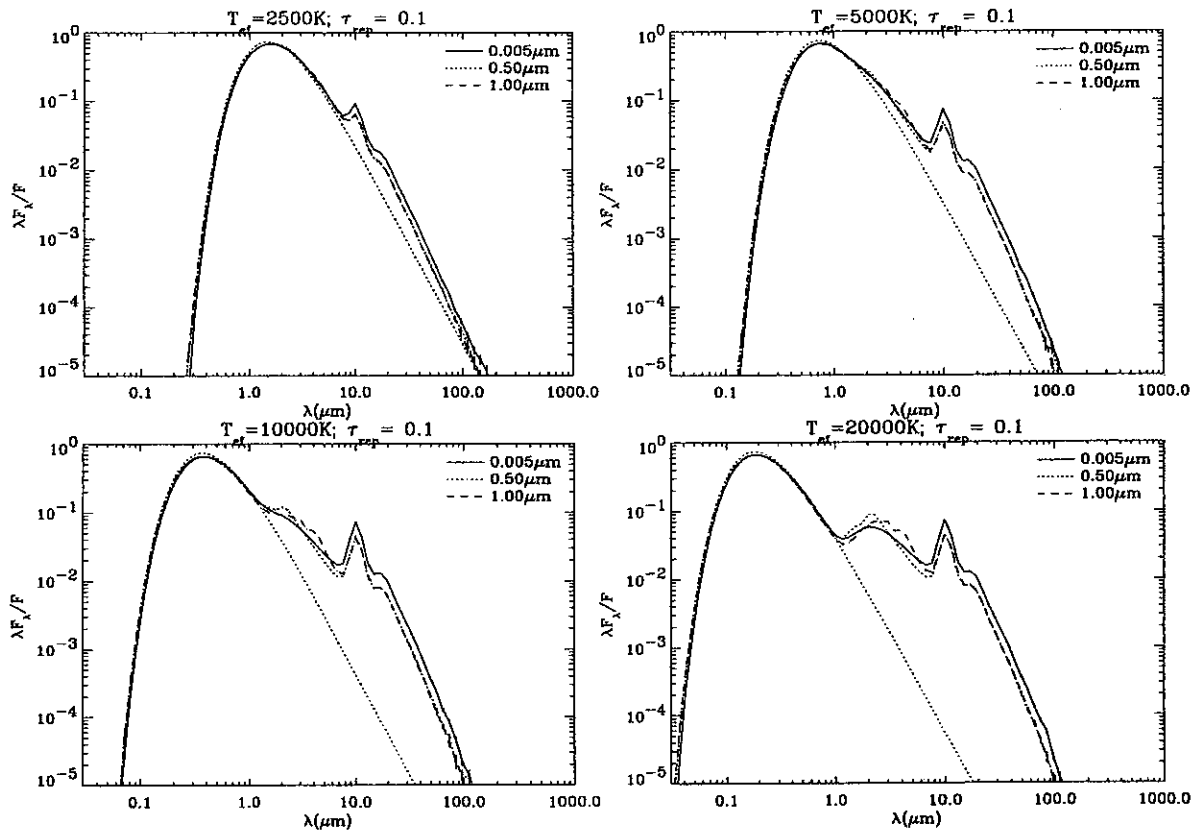


Figura 5.11 – DEE de três envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.

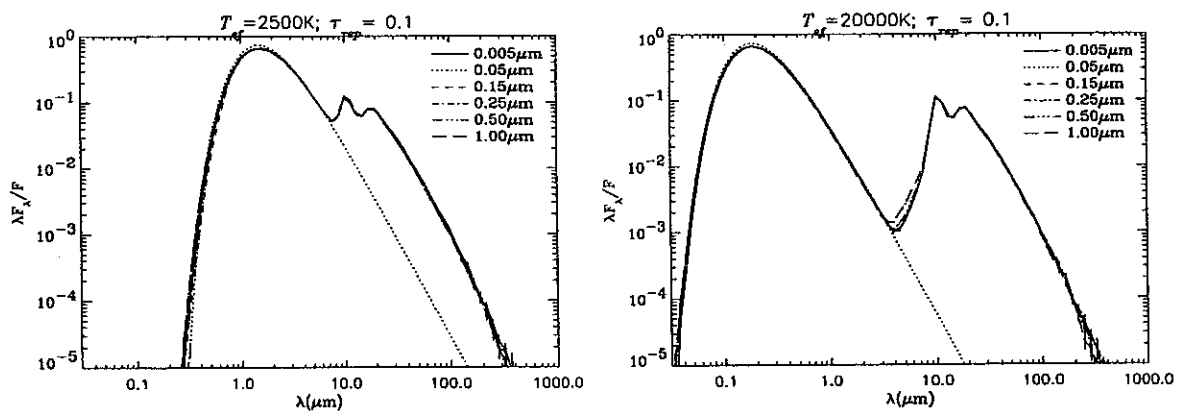


Figura 5.12 – DEE de seis envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 0,1$ . A temperatura da face interna do envoltório é 300 K. Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.

Os resultados para o caso A podem ser sumariados como segue: embora as DEEs apresentadas na Figura 5.9 não sejam idênticas, elas são próximas o suficiente para tornar  *muito difícil extrair-se informação sobre o tamanho dos grãos somente a partir das DEEs, quando os grãos considerados satisfazem a condição 1 do escalonamento aproximado.* Segue-se que para objetos com envoltórios opticamente finos de poeira, a DEE pode fornecer somente informação sobre  $\tau_{rep}$ , a quantidade de energia reprocessada no envoltório.

Tanto a massa em forma de grãos no envoltório, uma quantidade importante, relacionada com a taxa de perda de massa da estrela, quanto o tamanho dos grãos são grandezas contidas em  $\tau_{rep}$ . Essa quantidade é obtida a partir do ajuste da DEE observada com a teórica. Uma vez fixada  $\tau_{rep}$ , obtém-se  $\tau_\lambda$ , a profundidade óptica equatorial em função do comprimento de onda. A massa em grãos do envoltório relaciona-se com a profundidade óptica e o tamanho dos grãos pela relação:

$$M_g = \frac{16}{3} a \rho r_i r_e \frac{\tau_\lambda}{Q_{ext}(\lambda)}$$

onde  $\rho$  é a densidade do material. Essa expressão mostra que é necessária uma *determinação independente* de uma das seguintes quantidades, massa em grãos do envoltório ou tamanho dos grãos, para que a outra seja determinada a partir da DEE. Obviamente, uma vez determinado  $\tau_{rep}$  de um envoltório, pode-se obter uma estimativa da massa em grãos do mesmo a partir de uma estimativa razoável do tamanho dos grãos. A Tabela 5.3 mostra a massa em grãos dos envoltórios em função da massa do modelo com  $a = 0,005 \mu\text{m}$  e, a partir dela, pode-se avaliar o erro na determinação da massa em grãos quando não se conhece o tamanho do grão. Tais erros podem chegar a mais de 50%, mas mesmo essa cifra pode ser pequena, quando comparada às incertezas observacionais geralmente associadas a determinações da taxa de perda de massa. Assim, do ponto de vista observacional, o resultado mais relevante é que, na maioria dos casos, é muito difícil, senão impossível, extraírem-se informações sobre o tamanho dos grãos a partir das DEEs somente, no caso de envoltórios opticamente finos com grãos de tamanho único.



Tabela 5.2 – Parâmetros dos modelos mostrados nas Figuras 5.9 e 5.11

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$M/M_{a=0,005}$	$r_i(R_*)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$					
0,005	1,00	4,5	0,308	0,183	$2,48 \cdot 10^{-3}$
0,05	0,97	4,64	0,64	0,167	$2,27 \cdot 10^{-3}$
0,15	0,85	5,62	2,98	0,101	$1,36 \cdot 10^{-3}$
0,25	0,74	6,26	1,54	$7,08 \cdot 10^{-2}$	$9,41 \cdot 10^{-4}$
0,50	0,49	5,53	0,42	$6,26 \cdot 10^{-2}$	$7,89 \cdot 10^{-4}$
1,00	0,39	4,3	0,25	0,10	$1,0 \cdot 10^{-3}$
$T_{\text{ef}} = 5.000 \text{ K}$					
0,005	1,00	26,1	0,138	$8,20 \cdot 10^{-2}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$
0,05	0,98	30,5	0,225	$5,86 \cdot 10^{-2}$	$7,93 \cdot 10^{-4}$
0,15	0,88	40,3	0,90	$3,04 \cdot 10^{-2}$	$4,10 \cdot 10^{-4}$
0,25	0,76	37,8	0,66	$3,03 \cdot 10^{-2}$	$4,03 \cdot 10^{-4}$
0,50	0,51	26,5	0,29	$4,32 \cdot 10^{-2}$	$5,45 \cdot 10^{-4}$
1,00	0,41	18,0	0,225	$9,10 \cdot 10^{-2}$	$9,63 \cdot 10^{-4}$
$T_{\text{ef}} = 10.000 \text{ K}$					
0,005	1,00	168	$5,3 \cdot 10^{-2}$	$3,15 \cdot 10^{-2}$	$4,26 \cdot 10^{-4}$
0,05	0,96	238	$5,8 \cdot 10^{-2}$	$1,51 \cdot 10^{-2}$	$2,04 \cdot 10^{-4}$
0,15	0,88	241	0,40	$1,35 \cdot 10^{-2}$	$1,82 \cdot 10^{-4}$
0,25	0,76	192	0,405	$1,86 \cdot 10^{-2}$	$2,48 \cdot 10^{-4}$
0,50	0,50	115	0,245	$3,65 \cdot 10^{-2}$	$4,60 \cdot 10^{-4}$
1,00	0,41	72,2	0,222	$8,98 \cdot 10^{-2}$	$9,50 \cdot 10^{-4}$
$T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$					
0,005	1,00	$1,00 \cdot 10^3$	$2,32 \cdot 10^{-2}$	$1,38 \cdot 10^{-2}$	$1,87 \cdot 10^{-4}$
0,05	1,00	$1,53 \cdot 10^3$	$2,25 \cdot 10^{-2}$	$5,86 \cdot 10^{-3}$	$7,93 \cdot 10^{-5}$
0,15	0,92	$1,12 \cdot 10^3$	0,300	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$1,37 \cdot 10^{-4}$
0,25	0,78	818	0,358	$1,64 \cdot 10^{-2}$	$2,19 \cdot 10^{-4}$
0,50	0,52	458	0,248	$3,70 \cdot 10^{-2}$	$4,66 \cdot 10^{-4}$
1,00	0,43	283	0,235	$9,51 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$

Nesta tabela,  $M/M_{a=0,005}$  representa a massa em grãos do envoltório em função da massa do modelo com grão de raio  $a = 0,005 \mu\text{m}$ ,  $r_i$ , o raio da cavidade interna e  $\tau_{55}$ ,  $\tau_{10}$  e  $\tau_{100}$ , a profundidade óptica dos envoltórios nos comprimentos de onda 0,55, 10 e 100  $\mu\text{m}$ , respectivamente. O diferente número de algarismos significativos nas colunas 2-6 reflete diferente precisão empregada na determinação das grandezas.

### 5.7.1.2. CASO B: ENVOLTÓRIOS OPTICAMENTE ESPESSOS NO VISÍVEL E UV

Espera-se, neste caso, que o comportamento da DEE na região do IV seja similar ao do caso A, ou seja, tanto a forma quanto o nível da emissão IV de modelos com grãos de tamanhos diferentes devem ser semelhantes, desde que se verifiquem as condições do escalonamento aproximado. Mas, na região do IR próximo, visível e UV, as profundidades ópticas maiores vão resultar em uma maior atenuação do fluxo incidente e, nesse caso, as diferenças nos fatores de eficiência dos diferentes tamanhos de grão serão importantes.

Na Figura 5.13 apresentamos resultados para os mesmos modelos da Figura 5.9, mas com profundidade óptica normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 1$ , o que corresponde a um reprocessamento pelo envoltório de 63,2% da energia incidente. Algumas quantidades de interesse dos modelos estão na Tabela 5.3 e a profundidade óptica de extinção para os modelos com  $T_{ef} = 2.500$  K é mostrada na Figura 5.14.

As DEEs no IV da Figura 5.13 são muito semelhantes, como esperado, mas as diferenças são maiores que as ocorridas no caso A. As DEEs para comprimentos de onda menores são bastante diferentes e espelham as variações dos fatores de eficiência de absorção e espalhamento.

Assim, vê-se, nesse caso, uma situação diferente da do caso anterior. Apesar de as DEEs no IV serem muito semelhantes, como previsto pelo escalonamento aproximado, as DEEs no visível são bastante diferentes, o que em termos observacionais significa que é possível extrair-se informações sobre tamanho de grão e massa em grãos do envoltório a partir da DEE.

Há, entretanto, dois pontos importantes que devem ser considerados. O primeiro é que para se obter informações sobre tamanhos de grãos, são necessárias observações na região onde as DEEs são diferentes, ou seja, no UV, visível e IR próximo.

O segundo ponto, que será abordado na seção 5.8, é que a aproximação de grão de tamanho único não corresponde ao esperado em envoltórios estelares, nos quais os tamanhos dos grãos estão distribuídos de acordo com uma função de distribuição. Essa distribuição tem como consequência que as propriedades ópticas “efetivas” da distribuição sejam a média das propriedades dos grãos, ponderada pela função de distribuição. Veremos, na seção 5.8, como isso afeta as DEEs e mostraremos que, mesmo no caso B, a obtenção de informação sobre o tamanho dos grãos a partir da DEE pode ser difícil, quando uma distribuição de tamanhos é considerada.

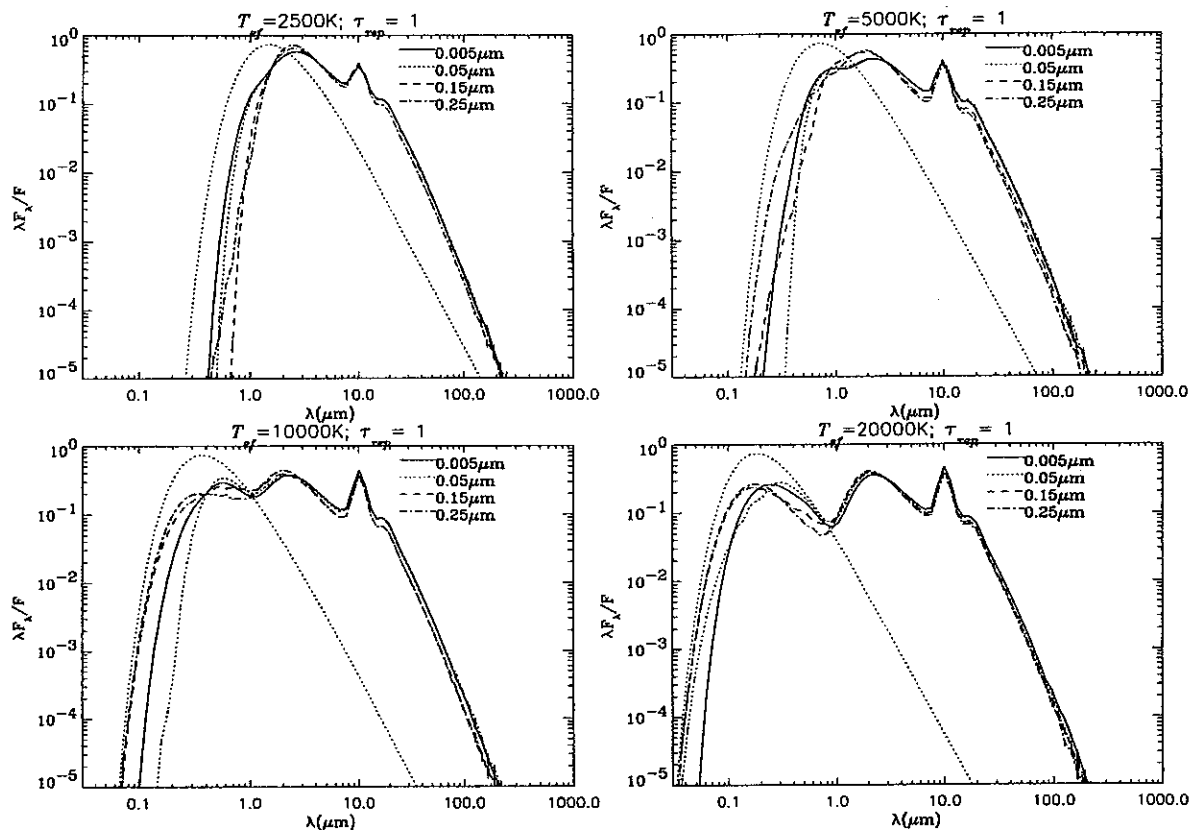


Figura 5.13 – DEEs de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente, como indicado. Sobreposta às DEEs encontra-se uma curva de corpo negro com temperatura correspondente à temperatura efetiva da fonte.

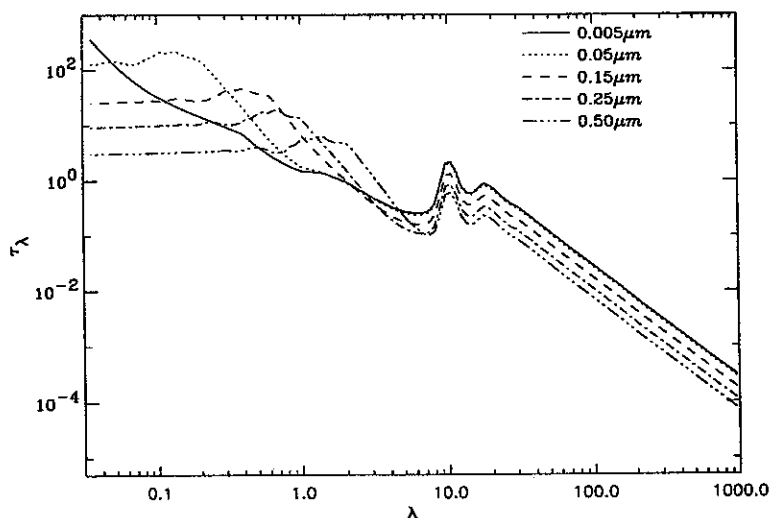


Figura 5.14 – Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda dos modelos mostrados na Figura 5.13 com temperatura da fonte  $T_{ef} = 2.500$  K.

Tabela 5.3 – Parâmetros dos modelos mostrados na Figura 5.13

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$M/M_{a=0,005}$	$r_i(R_\star)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{ef} = 2.500 \text{ K}$					
0,005	1,00	5,08	3,51	2,09	$2,83 \cdot 10^{-2}$
0,05	1,07	5,44	7,50	1,95	$2,64 \cdot 10^{-2}$
0,15	1,42	7,79	37,4	1,27	$1,70 \cdot 10^{-2}$
0,25	1,24	9,18	17,5	0,804	$1,07 \cdot 10^{-2}$
0,50	0,54	7,37	3,85	0,574	$7,23 \cdot 10^{-3}$
1,00	0,38	5,34	2,31	0,934	$9,89 \cdot 10^{-3}$
$T_{ef} = 5.000 \text{ K}$					
0,005	1,00	29,2	1,73	1,03	$1,39 \cdot 10^{-2}$
0,05	1,17	35,0	3,20	0,832	$1,13 \cdot 10^{-2}$
0,15	0,98	49,4	10,50	0,357	$4,77 \cdot 10^{-3}$
0,25	0,66	45,8	6,10	0,280	$3,73 \cdot 10^{-3}$
0,50	0,40	31,1	2,60	0,388	$4,88 \cdot 10^{-3}$
1,00	0,37	22,0	2,14	0,865	$9,16 \cdot 10^{-3}$
$T_{ef} = 10.000 \text{ K}$					
0,005	1,00	173	0,665	0,396	$5,36 \cdot 10^{-3}$
0,05	1,50	291	0,805	0,209	$2,83 \cdot 10^{-3}$
0,15	0,68	262	3,47	0,118	$1,58 \cdot 10^{-3}$
0,25	0,64	209	3,82	0,176	$2,34 \cdot 10^{-3}$
0,50	0,45	129	2,32	0,346	$4,36 \cdot 10^{-3}$
1,00	0,45	88	2,18	0,881	$9,33 \cdot 10^{-3}$
$T_{ef} = 20.000 \text{ K}$					
0,005	1,00	$1,04 \cdot 10^3$	0,273	0,163	$2,20 \cdot 10^{-3}$
0,05	0,90	$1,64 \cdot 10^3$	0,225	$5,85 \cdot 10^{-2}$	$7,92 \cdot 10^{-4}$
0,15	0,74	$1,17 \cdot 10^3$	2,8	$9,51 \cdot 10^{-2}$	$1,27 \cdot 10^{-3}$
0,25	0,66	861	3,44	0,158	$2,10 \cdot 10^{-3}$
0,50	0,42	472	2,36	0,352	$4,43 \cdot 10^{-3}$
1,00	0,46	334	2,31	0,934	$9,89 \cdot 10^{-3}$

Nomenclatura idêntica à da Tabela 5.2, pág. 121.

## 5.7.1.3. CASO C: ENVOLTÓRIOS OPTICAMENTE ESPESSOS TAMBÉM NO IV

Nesse caso, o envoltório é tão espesso que 100% da luz incidente é reprocessada pelos grãos. Como consequência, a grandeza  $\tau_{rep}$  torna-se sem significado e devemos procurar outro esquema de normalização da profundidade óptica. Vale recordar que nosso objetivo é obter, se for possível, uma normalização que resulte em DEEs semelhantes para os diferentes tamanhos de grão considerados.

Por definição, todos os envoltórios, nesse caso, são opticamente espessos até pelo menos o comprimento de onda para o qual o limite de Rayleigh é atingido para todos os tamanhos de grão considerados. Essa condição significa que a maior parte da radiação emergente do envoltório terá comprimento de onda maior que o limite de Rayleigh ( $\lambda > 0,1$  a  $10 \mu m$ , dependendo do tamanho dos grãos do modelo). Como a forma do fator de eficiência de absorção é semelhante para todos os tamanhos de grão nessa região espectral, temos que:

- 1) se normalizarmos a profundidade óptica de forma que ela seja a mesma em todos os envoltórios para comprimentos de onda no limite de Rayleigh;
- 2) se os perfis de temperatura resultantes dessa normalização forem similares para todos os envoltórios,

então as DEEs resultantes também serão similares pois, como visto na seção 5.2.2, a emissividade do vento é:

$$j_{\lambda} \propto n \sigma_{\lambda}^{abs} B_{\lambda}(T),$$

expressão que pode ser rescrita como:

$$j_{\lambda} \propto \tau_{\lambda}^{abs} B_{\lambda}(T).$$

Na Figura 5.15, mostramos a DEE resultante para a normalização proposta acima, onde foi escolhida uma profundidade óptica 5 para  $\lambda = 100 \mu m$ . Na Figura 5.16, a temperatura de cada envoltório é mostrada em função de  $d$ , parâmetro adimensional definido como:

$$d \equiv \frac{r}{r_i},$$

ou seja,  $d$  é a distância da fonte expressa em raios da cavidade interna.

As distribuições de energia resultantes são diferentes. Elas possuem a mesma forma mas o pico da distribuição ocorre em comprimentos de onda diferentes. O motivo da discrepância é que os perfis de temperatura não são iguais, como mostra a Figura 5.16, e a condição 2 acima não foi verificada. Pode-se notar, entretanto, que, na região mais externa do envoltório ( $d > 10$ ), a forma das curvas de temperatura é semelhante, o que equivale a dizer que a temperatura, nessa região, é aproximadamente descrita por uma função  $K \cdot f(d)$ , onde  $K$  é uma constante que depende do modelo. O que define o valor de  $K$  é o comportamento da temperatura na região interna do vento ( $d < 10$ ), que depende dos detalhes do transporte radiativo e das propriedades ópticas do grão.

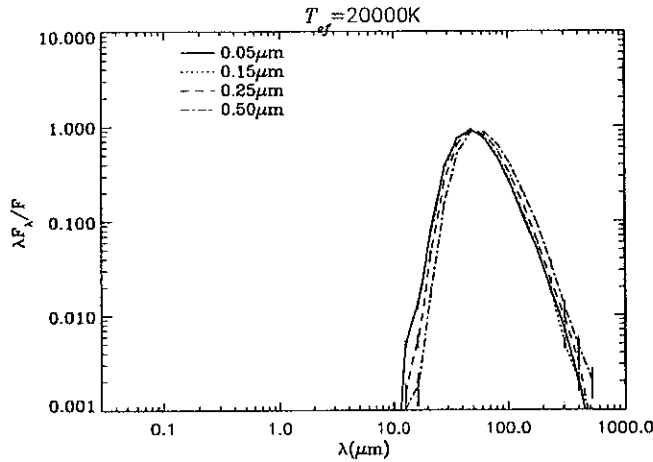


Figura 5.15 – DEE de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por  $\tau = 5$  para  $\lambda = 100 \mu m$ .

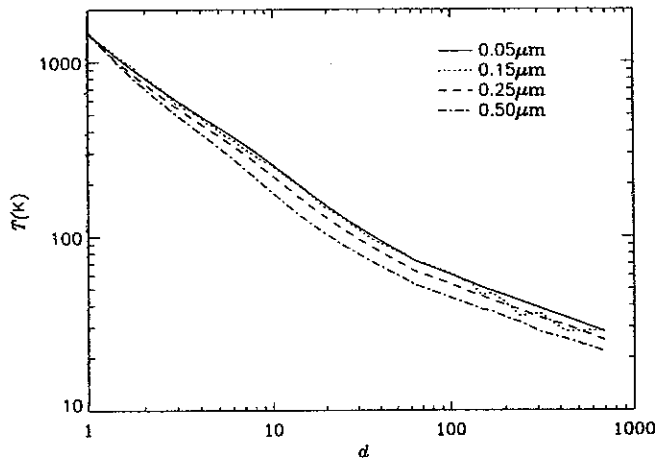


Figura 5.16 – Temperatura de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grão e com profundidade óptica dada por  $\tau = 5$  para  $\lambda = 100 \mu m$ .

Antes de prosseguir, vamos recordar a lei do inverso do quadrado para o fluxo emitido por uma esfera de brilho uniforme. Dada uma esfera de raio  $r$ , temperatura  $T$  e brilho  $B_\lambda(T)$ , o fluxo detectado, em um determinado comprimento de onda, por um observador situado à distância  $d$  do centro da esfera,  $F_\lambda(d)$ , é dado por:

$$F_\lambda(d) = \pi B_\lambda(T) \left( \frac{r}{d} \right)^2.$$

Dividindo pelo fluxo integrado em todos os comprimentos de onda,  $F$ , obtemos:

$$\frac{F_\lambda}{F} = \frac{4\pi^2 r^2 B_\lambda(T)}{L},$$

onde  $L$  é a luminosidade da esfera.

Vamos usar a expressão acima para descrever o fluxo dos envoltórios da Figura 5.15. Introduzimos a grandeza  $r_{ef}$ , o *raio efetivo de emissão* a um determinado comprimento de onda, tal que o fluxo  $F_\lambda$  emitido pelo envoltório pode ser descrito como o fluxo emitido por uma esfera de raio  $r_{ef}$  e brilho  $B_\lambda(T)|_{r=r_{ef}}$  :

$$\frac{F_\lambda}{F} = \frac{4\pi^2 r_{ef}^2 B_\lambda(T)|_{r=r_{ef}}}{L},$$

onde  $L$  é, agora, a luminosidade do envoltório, a mesma da estrela central.

As DEEs da Figura 5.15 podem ser entendidas qualitativamente da seguinte forma: os comprimentos de onda menores ( $\lambda < 10 \mu m$ ), que apresentam pequeno fluxo, originam-se nas regiões mais quentes do vento, cujos raios efetivos são pequenos. À medida que se consideram raios efetivos maiores, o fluxo aumenta em função do aumento da área de emissão. Entretanto, com o aumento de  $r_{ef}$ , a temperatura cai e, portanto, o brilho da esfera diminui, o que explica os baixos fluxos para  $\lambda > 100 \mu m$ .

Vemos, assim, que o fluxo em um determinado comprimento de onda depende do raio efetivo de emissão que, por sua vez, depende da profundidade óptica: quanto maior a profundidade óptica, maiores os raios efetivos para um determinado  $\lambda$ , e mais deslocado para o vermelho o espectro resultante. O fato de as temperaturas possuírem forma semelhante nos sugere que, para obtermos DEEs semelhantes, devemos alterar a profundidade óptica dos modelos da Figura 5.15, *de forma a alterar os raios efetivos de emissão* para cada comprimento de onda, para que as DEEs se ajustem entre si.

Isso foi feito por inspeção, ou seja, alteramos a profundidade óptica dos modelos até obtermos DEEs semelhantes. Os modelos com grãos maiores apresentam a DEE deslocada para o vermelho, o que indica raios efetivos maiores, de acordo com a discussão acima. Assim, o procedimento consistiu em diminuir paulatinamente a profundidade óptica dos grãos maiores, até obterem-se DEEs similares.

Os resultados podem ser vistos nas Figuras 5.17 e 5.18. As distribuições de temperatura são similares às da Figura 5.16, mas mais próximas entre si, e as DEEs são praticamente idênticas. Outros parâmetros dos envoltórios estão descritos na Tabela 5.4.

Do ponto de vista observacional, a situação é semelhante à discutida no caso A: como é possível obterem-se DEEs similares para grãos de tamanhos diferentes e massas do envoltório diferentes, segue-se que a DEE não pode fornecer informações acerca das duas grandezas individualmente, e informação sobre uma das grandezas deve ser obtida de forma independente para que a outra seja vinculada.

Há que se mencionar, entretanto, que a conclusão acima é válida somente para a região espectral de  $\lambda \sim 10$  a  $300 \mu m$ , onde está a maior parte do fluxo dos modelos. O código de Monte Carlo não se mostrou eficiente para simular o fluxo desses modelos (apesar de ser bastante eficiente para modelar a temperatura) pois um grande número de pacotes de fótons é requerido para tal, o que é inviável computacionalmente, dadas as profundidades ópticas muito elevadas.

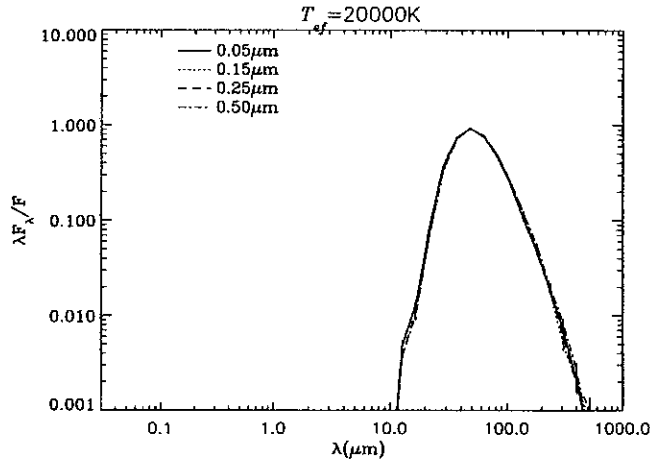


Figura 5.17 – DEE de quatro envoltórios de silicato cósmico com diferentes tamanhos de grãos. A profundidade óptica para  $\lambda = 100 \mu m$  foi tomada como 5 para  $a = 0,05$  e  $0,15 \mu m$ , 4,4 para  $a = 0,25 \mu m$ , e 3,4 para  $a = 0,50 \mu m$ .

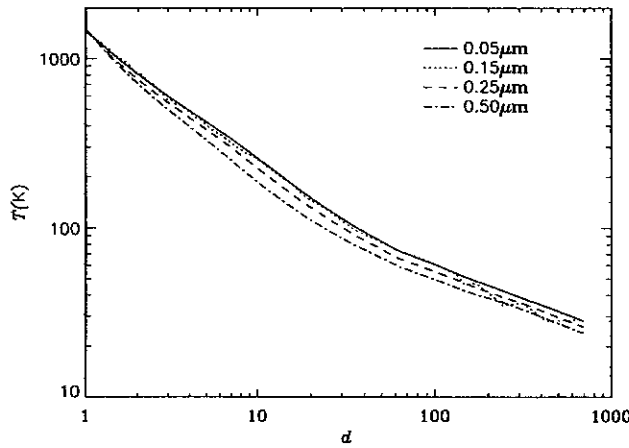


Figura 5.18 – Temperatura para quatro envoltórios de silicato cósmico. As profundidades ópticas foram normalizadas como na Figura 5.17.

Tabela 5.4 – Parâmetros dos modelos mostrados na Figura 5.17

$a (\mu m)$	$M/M_{a=0,05}$	$r_i(R_*)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{ef} = 20.000 \text{ K}$					
0,05	1,00	$2,2 \cdot 10^3$	$1,42 \cdot 10^3$	369	5
0,15	0,12	$2,5 \cdot 10^3$	$1,10 \cdot 10^3$	372	5
0,25	1,80	$3,2 \cdot 10^3$	$7,20 \cdot 10^3$	331	4,4
0,50	2,24	$4,0 \cdot 10^3$	$1,81 \cdot 10^3$	270	3,4

Nomenclatura idêntica à da Tabela 5.2, pág. 121.



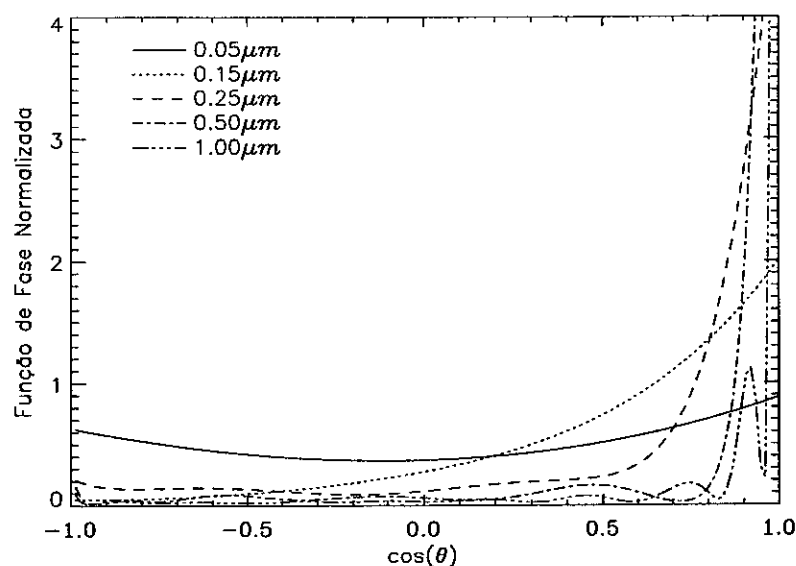


Figura 5.19 – Função de fase de espalhamento versus ângulo de espalhamento para radiação com comprimento de onda  $\lambda = 0,55 \mu m$ , incidente sobre grãos de silicato cósmico de diferentes tamanhos.

### 5.7.2. Efeitos de uma função de fase anisotrópica na distribuição de energia espectral

Vamos, nesta seção, desviar-nos um pouco da linha de discussão que vínhamos traçando para estudar os efeitos da função de fase de espalhamento na DEE e na temperatura do envoltório. A maioria dos códigos numéricos, que tratam do transporte radiativo da luz em meios com poeira, considera a função de fase de espalhamento como isotrópica. O motivo principal dessa escolha é que ela simplifica substancialmente o problema, tornando mais simples a integração numérica das equações de transporte radiativo. Uma função de fase isotrópica é uma aproximação razoável para comprimentos de onda no limite de Rayleigh, onde a função de fase é dada aproximadamente por uma função de fase dipolar. Por outro lado, para o visível e UV, a função de fase apresenta um pico em  $\theta \sim 0^\circ$ , ou seja, a maior parte da luz é espalhada para frente. Como mostrado na Figura 5.19, quanto maior for o grão, mais acentuado o pico em  $\theta \sim 0^\circ$ . Como consequência, para o campo de radiação difuso, emitido pelo envoltório no IV, a função de fase isotrópica é uma aproximação aceitável, o que pode não ser verdade para o campo de radiação estelar, principalmente se grãos grandes estiverem presentes.

Nesta seção, mostramos que a função de fase anisotrópica tem efeitos relevantes no transporte radiativo, com efeitos consideráveis na DEE e na normalização da profundidade óptica. Vamos, inicialmente, estudar o problema qualitativamente. Consideremos uma fonte pontual envolta por uma camada esférica de poeira cujos grãos são caracterizados por um albedo igual a 1 (espalhamento puro), em um dado comprimento de onda. A luz oriunda da fonte central espalha-se na camada de poeira e, depois de um certo número de espalhamentos, deixa o meio. O número médio de espalhamentos depende da profundidade óptica e da função de fase. Se esta for isotrópica, o número médio de espalhamentos será aproximadamente  $\langle N_s^{iso} \rangle \equiv \tau^2$ , para  $\tau > 1$ . Se, por outro lado, a função de

fase for anisotrópica, em particular se os grãos espalharem 100% da luz para frente, o número médio de espalhamentos será menor, dado por  $\langle N_s^{aniso} \rangle \cong \tau$ , para  $\tau > 1$ .

Se o albedo for menor que 1, de forma que os grãos espalhem parte da radiação incidente e absorvam o restante, o maior número de espalhamentos no caso de função de fase isotrópica levará a um *aumento do reprocessamento da radiação incidente pela poeira*, quando comparado ao caso de função de fase anisotrópica, pois o espalhamento múltiplo aumenta a probabilidade de absorção da luz. Para espalhamento simples, a probabilidade de absorção da luz é  $1 - \gamma$ ; para  $N$  espalhamentos, a probabilidade é  $1 - \gamma^N$ . Em outras palavras, considerar a função de fase como isotrópica tem como efeito aumentar a opacidade efetiva do vento.

Para envoltórios muito densos, espera-se que esse efeito seja de pouca monta pois o reprocessamento pelos grãos já é próximo a 100%. Da mesma forma, para envoltórios muito tênues, o espalhamento múltiplo é escasso, e as diferenças introduzidas pela função de fase de espalhamento serão pequenas. O mesmo acontecerá quando o albedo é muito baixo, pois praticamente toda interação com um grão resulta em absorção da luz, ao invés de espalhamento. Assim, espera-se que eventuais efeitos da função de fase sejam importantes quando esta for altamente anisotrópica e o albedo for alto, situação que ocorre para comprimentos de ondas no visível e UV.

Para investigar a importância da função de fase na DEE, comparamos resultados de modelos com função de fase anisotrópica (correta) com modelos com função de fase isotrópica. Na Figura 5.20, mostramos a DEE para quatro modelos com diferentes tamanhos de grão e para temperatura da fonte de 20.000 K. Em cada painel, as DEEs para os modelos com diferentes funções de fase (isotrópica e anisotrópica) são comparadas, para um dado tamanho de grão. A profundidade óptica dos modelos com função de fase anisotrópica foi normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 1$ ; a mesma profundidade óptica foi usada para os modelos com função de fase isotrópica.

Os resultados mostram que a função de fase isotrópica realmente aumenta a quantidade de radiação reprocessada pelo vento pois, para todos os tamanhos de grão, a DEE para função de fase isotrópica apresenta um fluxo menor no visível e UV, e um fluxo no IV correspondentemente maior. As colunas 2 e 3 da Tabela 5.5 mostram esse efeito quantitativamente, comparando a quantidade de radiação reprocessada nos dois casos. Para os casos com função de fase correta, 63,2% da radiação é reprocessada, por definição, enquanto que para os casos com função de fase isotrópica esse valor chega a 70%. A quinta coluna da Tabela 5.5 mostra a profundidade óptica, para  $\lambda = 0,55 \mu m$ , que os modelos com função de fase isotrópica deveriam ter de forma a reprocessar 63,2% da radiação ou, em outras palavras, de forma a ter  $\tau_{rep} = 1$ . As diferenças entre esses valores e os valores mostrados na quarta coluna são de até 24%. Assim, o uso de modelos de DEEs que consideram a função de fase como sendo isotrópica, para inferir massas de envoltórios ou taxas de perda de massa, podem resultar em erros dessa ordem de magnitude.

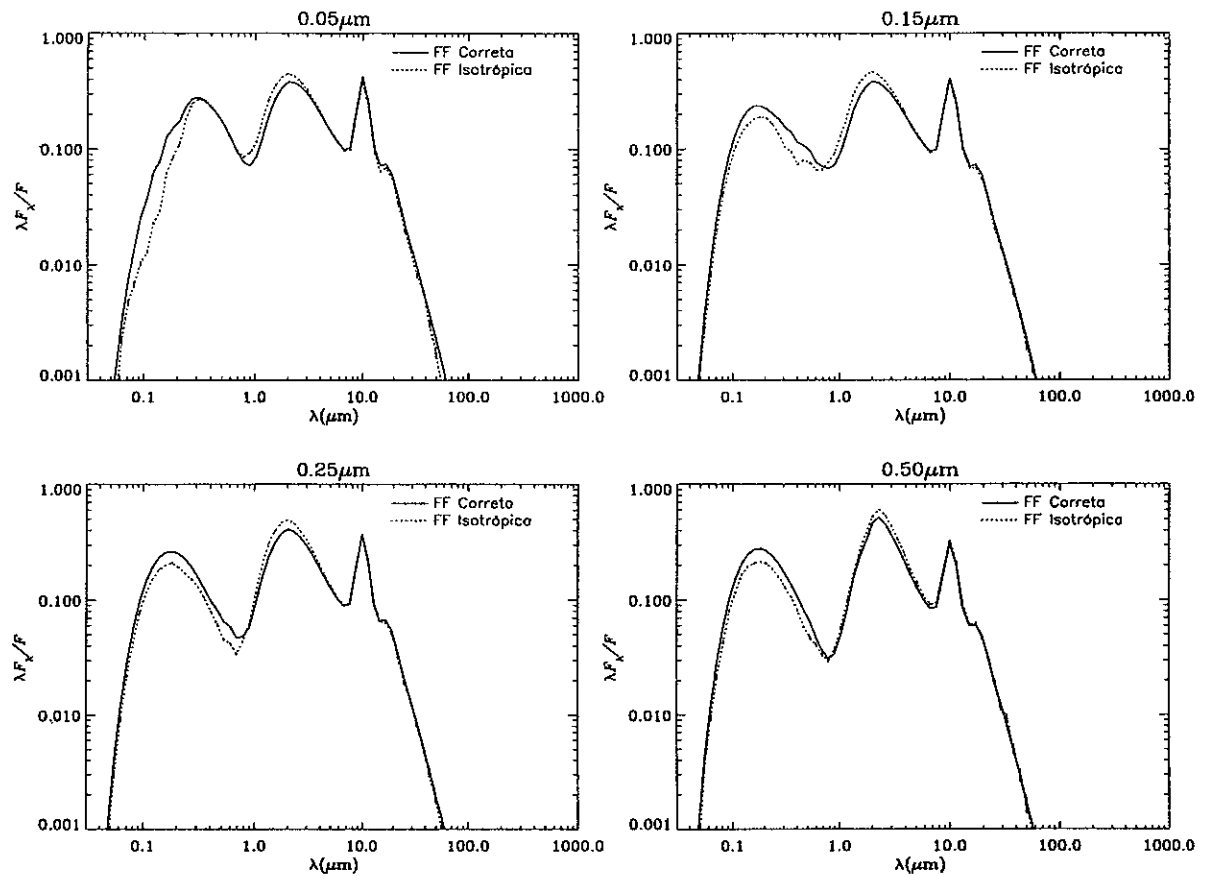


Figura 5.20 – Efeitos da função de fase de espalhamento na DEE. São comparados resultados para modelos com função de fase isotrópica e anisotrópica, com diferentes tamanhos de grão, como indicado, para uma fonte com temperatura efetiva de 20.000 K. A profundidade óptica dos modelos com função de fase anisotrópica foi normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 1$ ; a mesma profundidade óptica foi usada para os modelos com função de fase isotrópica.

Tabela 5.5 – Comparação entre modelos com diferentes funções de fase (FF) de espalhamento.

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	% de reprocesamento para FF correta (a)	% de reprocesamento para FF isotrópica (b)	$\tau_{55}$ para (a) e (b)	$\tau_{55}$ corrigida para os modelos com FF isotrópica
0,05	63,2	69,2	0,225	0,185
0,15	63,2	71,3	2,80	2,46
0,25	63,2	71,0	3,44	2,91
0,50	63,2	71,0	2,36	1,91

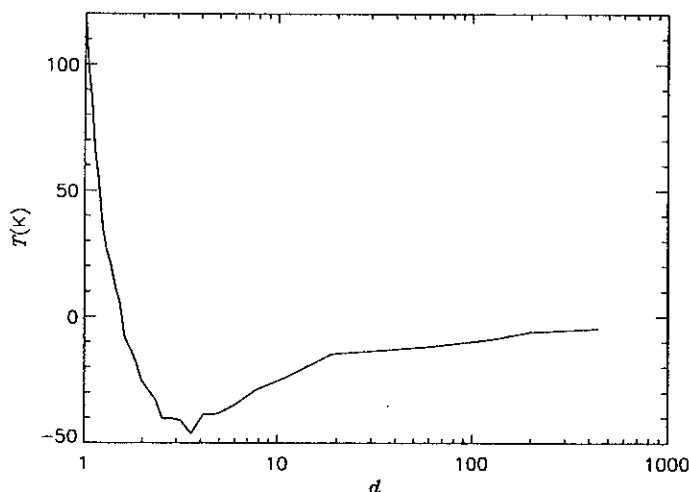


Figura 5.21 – Diferença de temperatura entre modelos com função de fase isotrópica e modelos com função de fase correta. A temperatura da fonte é  $T_{ef} = 20.000$  K e o tamanho do grão é  $0,05 \mu m$ .

A função de fase também tem efeitos sobre a temperatura do envoltório. A Figura 5.21 mostra a diferença de temperatura para os modelos com  $a = 0,05 \mu m$  da Figura 5.20. A temperatura em um dado elemento de volume depende do número de pacotes de fótons absorvidos nesse elemento que, por sua vez, depende da intensidade média local,  $J$ . Como  $J$  é maior para funções de fase isotrópicas, a temperatura também será maior. Na Figura 5.21, diferenças de até 120 K são observadas. Um erro na determinação da temperatura de equilíbrio traduz-se em um erro na determinação do raio interno de condensação da poeira.

## 5.8. Resultados para uma distribuição de tamanhos de grão

Modelos de formação e crescimento de grãos indicam que os mesmos se formam a partir de pequenas “sementes” e crescem através do acréscimo (ou “adsorção”) de átomos e moléculas do meio (Dominik, Sedlmayr e Gail 1993). É natural, portanto, esperar-se que um modelo consistente para meios com poeira em astrofísica inclua diferentes tamanhos de grão.

No meio interestelar, já é bem estabelecido que os tamanhos dos grãos seguem uma distribuição de tamanho. A distribuição mais conhecida, e amplamente usada na literatura, é a *distribuição MRN* (Mathis, Rumpl e Nordsieck 1977). Ela pressupõe a existência de um corte inferior e superior no tamanho dos grãos ( $a_{mín}$  e  $a_{máx}$ , respectivamente) e uma distribuição segundo uma lei de potências:

$$m(a) \propto a^{-q}, \text{ para } a_{mín} \leq a \leq a_{máx}, \quad (5.15)$$

onde o valor usual de  $q$ ,  $a_{mín}$  e  $a_{máx}$  é 3,5,  $0,005 \mu m$  e  $0,25 \mu m$ , respectivamente. Essa distribuição foi revista algumas vezes na literatura. Kim, Martin e Hendry (1994), por exemplo, propuseram uma distribuição que substitui o corte superior abrupto por uma queda exponencial suave:

$$m(a) \propto a^{-q} e^{-a/a_0}, \text{ para } a \geq a_{\text{mín}}, \quad (5.16)$$

onde um valor típico de  $a_0$  é em torno de  $0,1 \mu\text{m}$ . Essa distribuição leva em conta a possível existência de grãos grandes ( $a > 0,25 \mu\text{m}$ ).

Em envoltórios estelares, distribuições de tamanho de grãos têm sido freqüentemente empregadas para reproduzir observações. Jura (1994), por exemplo, investigou a parte externa do envoltório da estrela carbonada IRC+10°216 e sugeriu uma distribuição de tamanhos como a da equação (5.16), com  $a_0 \cong 0,1 \mu\text{m}$ , para explicar a polarização circunstelar na banda  $K$  do IV. Ivezić e Eliztur (1996) estudaram o mesmo objeto usando um modelo bastante sofisticado (DUSTY, Ivezić, Nenkova e Eliztur 1999) e sugeriram que a distribuição de tamanhos proposta por Jura também deve estar presente na região interna do envoltório. Essa distribuição é requerida para explicar um aparente excesso de fluxo para  $\lambda < 1 \mu\text{m}$ , que não havia sido explicado por modelos anteriores que não consideraram grãos grandes (Griffin 1990; Lorenz-Martins e Lefèvre 1994).

Nesta seção vamos investigar, nos moldes do escalonamento aproximado, a distribuição espectral de energia e a distribuição de temperatura de envoltórios com uma distribuição de tamanhos de grãos. A distribuição adotada é a MRN, adequada para esse estudo puramente exploratório.

O procedimento usual empregado nos modelos que tratam o equilíbrio radiativo em envoltórios estelares é fazer uma média dos fatores de eficiência dos grãos, ponderada pela distribuição de tamanhos. Os fatores médios de eficiência resultantes são, então, usados no código. Por exemplo, se  $m(a)$  é a distribuição de tamanhos normalizada, os fatores de eficiência da distribuição serão dados por:

$$q_{\text{abs,esp}}^T = \int_{a_{\text{mín}}}^{a_{\text{máx}}} m(a) q_{\text{abs,esp}}(a) da .$$

Dois efeitos físicos importantes não são considerados ao se usar essa aproximação. O primeiro refere-se à função de fase de espalhamento pois, como vimos (Figura 5.19), a mesma depende do tamanho do grão e tem efeitos importantes na opacidade efetiva e na temperatura do envoltório. Em geral, autores que usam a aproximação de considerar a média dos fatores de eficiência recorrem a uma função de fase isotrópica.

Outro efeito físico diz respeito às temperaturas de equilíbrio dos grãos, que são diferentes para grãos de tamanhos diferentes. Como pode ser visto na terceira coluna das tabelas 5.2 e 5.3, os diferentes tamanhos de grão apresentam raios de condensação ( $r_i$ ) bastante distintos, o que indica que, se esses grãos coexistirem na mesma região do espaço, os tamanhos de grão associados com raios de condensação menores serão mais frios que os de raio de condensação maior. *Grosso modo*, no intervalo  $a = 0,05$  a  $0,25 \mu\text{m}$ , os grãos maiores serão mais quentes em envoltórios de estrelas frias (pois possuem  $r_i$  maior) e mais frios em estrelas quentes. Os modelos que usam a média da distribuição não são capazes de levar em conta as diferenças de temperatura de cada tamanho de grão na distribuição.

Tabela 5.6 – Modelos com distribuição de tamanhos de grão.

Grupo 1		Grupo 2	
Modelo 1	$a = 0,005$ a $0,05 \mu m$	Modelo 1	$a = 0,05$ a $0,15 \mu m$
Modelo 2	$a = 0,005$ a $0,15 \mu m$	Modelo 2	$a = 0,05$ a $0,25 \mu m$
Modelo 3	$a = 0,005$ a $0,25 \mu m$	Modelo 3	$a = 0,05$ a $0,50 \mu m$
Modelo 4	$a = 0,005$ a $0,50 \mu m$	Modelo 4	$a = 0,05$ a $1,00 \mu m$
Modelo 5	$a = 0,005$ a $1,00 \mu m$		

Deve-se observar que o fato de grãos de diferentes tamanhos terem temperaturas de equilíbrio distintas, pode, em princípio, invalidar o escalonamento aproximado, quando o mesmo é aplicado no estudo de uma distribuição de tamanhos de grão, pois a condição 3 do escalonamento aproximado não seria satisfeita. No momento, apenas mencionamos um resultado da seção 5.8.2, onde mostramos que existe uma importante simetria entre a emissividade do grão e sua temperatura de equilíbrio, que preserva o escalonamento aproximado na maioria das situações.

### 5.8.1. Distribuição Espectral de Energia

Seguindo o mesmo esquema da seção 5.7, estudaremos os três regimes de profundidade óptica considerados anteriormente: casos A, B e C. Para estudarmos os efeitos do tamanho dos grãos, consideraremos distribuições MRN com diferentes  $a_{mín}$  e  $a_{máx}$ , dentre os seguintes valores:

- $a_{mín}$ : 0,005 e  $0,05 \mu m$ ;
- $a_{máx}$ : 0,05, 0,15, 0,25, 0,50 e  $1,0 \mu m$ .

Para sistematizar nossos resultados, definimos dois grupos de modelos. O primeiro grupo, com  $a_{mín} = 0,005 \mu m$ , conta com cinco modelos. O segundo grupo, com quatro modelos, tem  $a_{mín} = 0,05 \mu m$ . Os nove modelos dos dois grupos estão listados na Tabela 5.6. Os modelos serão referidos no texto segundo a nomenclatura  $i-j$ , onde  $i$  é o número do modelo e  $j$  o número do grupo. Assim, 4-2, por exemplo, refere-se ao modelo 4 do grupo 2.

#### 5.8.1.1. CASO A: ENVOLTÓRIOS OPTICAMENTE FINOS

Como anteriormente, neste caso os envoltórios são opticamente finos no IV e nos comprimentos de onda emitidos pela fonte. Os resultados para os modelos do grupo 1 são mostrados nas Figuras 5.22 e 5.23<sup>2</sup>. Todos os modelos foram normalizados de forma que

<sup>2</sup> Daqui até o final do capítulo mostraremos somente os resultados para temperaturas efetivas de 2.500 e 20.000 K.

$\tau_{rep} = 0,1$ . O raio da cavidade interna é um parâmetro mais difícil de ser determinado pois, como já mencionado, cada tamanho de grão tem uma temperatura de equilíbrio diferente. Para os modelos apresentados, escolhemos  $r_i$  como o raio de condensação do menor tamanho de grão da distribuição. Essa é uma aproximação para o problema, cujas conseqüências serão exploradas na seção 5.8.2. Os valores de  $r_i$ , bem como outras quantidades associadas aos modelos, estão mostrados nas Tabelas 5.7 e 5.8.

Na Figura 5.24, mostramos a profundidade óptica de extinção para os modelos do grupo 1. Como  $\tau \propto \sigma_{ext}$ , as curvas mostram a forma do coeficiente médio de extinção, segundo a distribuição de tamanhos adotada. A comparação da Figura 5.24 com a Figura 5.10, pág. 117, mostra que os coeficientes médios de extinção, nesse caso, são muito mais próximos entre si do que os coeficientes para os tamanhos de grão individuais, como esperado.

Para grãos de tamanho único, vimos (seção 5.7.1.1) que os modelos com grãos cujo raio satisfaz a condição 1 do escalonamento aproximado produzem DEEs muito semelhantes entre si, mas desvios importantes surgem quando são considerados grãos maiores, que não satisfazem aquela condição. Quando consideramos uma distribuição de tamanhos de grão, as DEEs tornam-se ainda mais semelhantes (compare-se a Figura 5.22 com a Figura 5.9, pág. 117).

Se, para grãos de tamanho único, foram observadas diferenças médias entre as DEEs em torno de 7 a 9%, entre os modelos com grãos de até  $0,25 \mu\text{m}$  (seção 5.7.1.1), agora a diferença média entre as DEEs da Figura 5.22 é de apenas 3% para  $T_{ef} = 20.000 \text{ K}$  e 5% para  $T_{ef} = 2.500 \text{ K}$ . As diferenças máximas são da ordem de 5% e 10% para  $T_{ef} = 20.000 \text{ K}$  e  $T_{ef} = 2.500 \text{ K}$ , respectivamente. As diferenças são muito pequenas, o que torna os modelos praticamente indistinguíveis entre si. Ao contrário do que acontece para os modelos de grãos de tamanho único, as maiores diferenças entre as DEEs ocorrem, nesse caso, para as menores temperaturas estelares. A razão para isso é digna de nota e relaciona-se com a emissividade dos diferentes tamanhos de grão. Voltaremos a esse assunto na seção 5.8.2.

Se consideramos distribuições com grãos maiores (modelos 4-1 e 5-1 da Tabela 5.6), as diferenças aumentam. Observam-se os mesmos efeitos qualitativos que na Figura 5.11, pág. 119, ou seja, um fluxo menor no IV distante tanto para estrelas frias quanto para estrelas quentes e, para as últimas, diferenças na forma da DEE na faixa espectral,  $\lambda \sim 1$  a  $3 \mu\text{m}$ . Mesmo para essas distribuições, entretanto, as diferenças são pequenas ( $\sim 9$  a  $12\%$ ), muito menores que as observadas nos resultados para grãos de tamanho único (compare-se a Figura 5.23 com a Figura 5.11). É importante notar, ainda, que as diferenças para distribuições com  $a_{max} > 0,25 \mu\text{m}$  devem ser tomadas como limites superiores, somente. A distribuição MRN resulta em um número relativo de grãos grandes muito maior que a distribuição da equação (5.16), mais favorecida pelas observações (Jura 1994). Segundo essa distribuição, grãos grandes estariam presentes em proporções muito menores e seus efeitos na DEE seriam menos importantes.

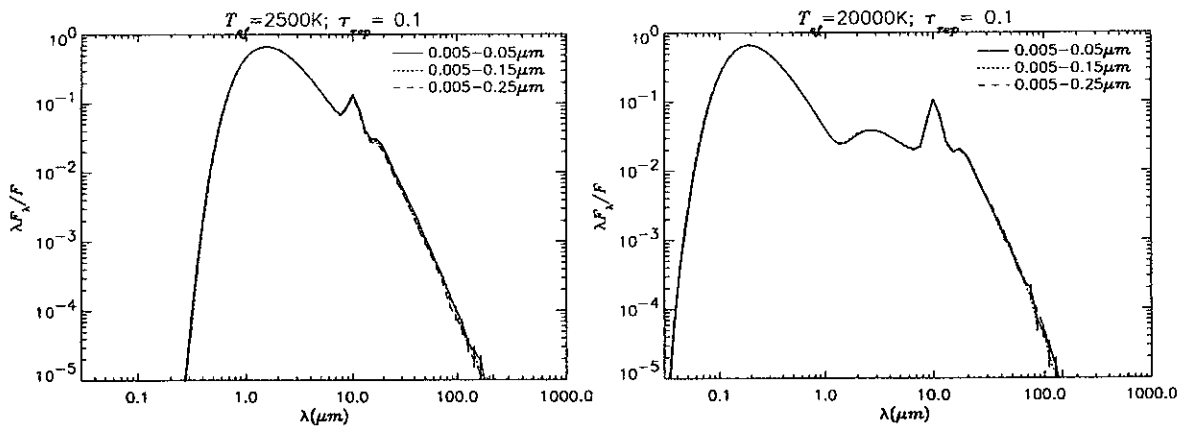


Figura 5.22 – Distribuição espectral de energia para os modelos 1-1, 2-1 e 3-1, como indicado, com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.

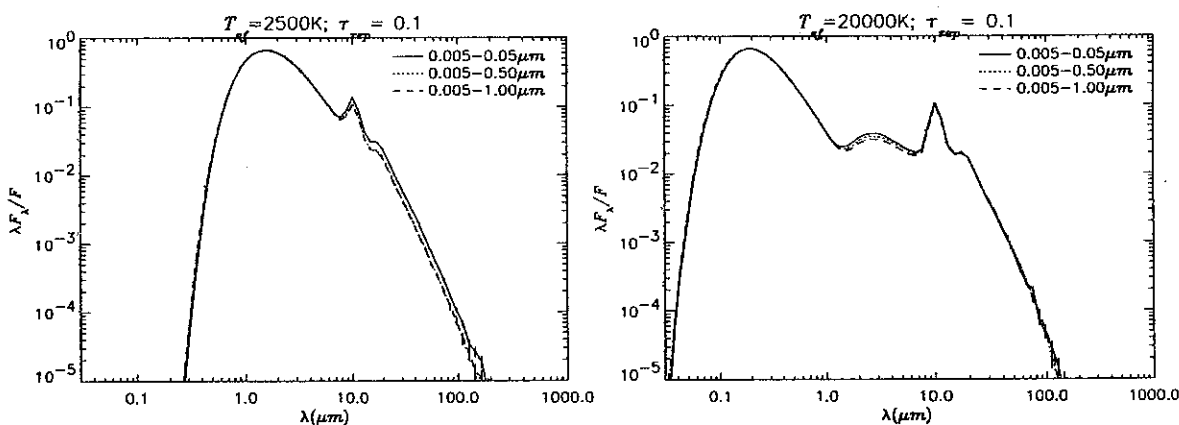


Figura 5.23 – Distribuição espectral de energia para os modelos 1-1, 4-1 e 5-1, como indicado, com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 0,1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.

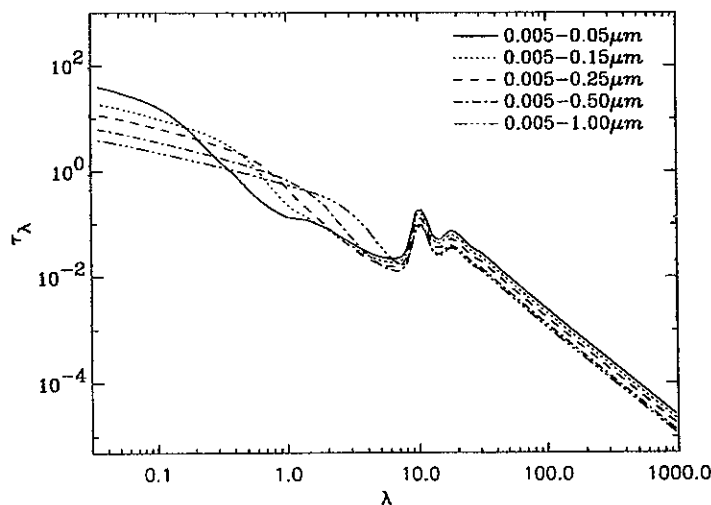


Figura 5.24 – Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda para os modelos do grupo 1 com temperatura da fonte  $T_{ef} = 2.500$  K, normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 0,1$ .



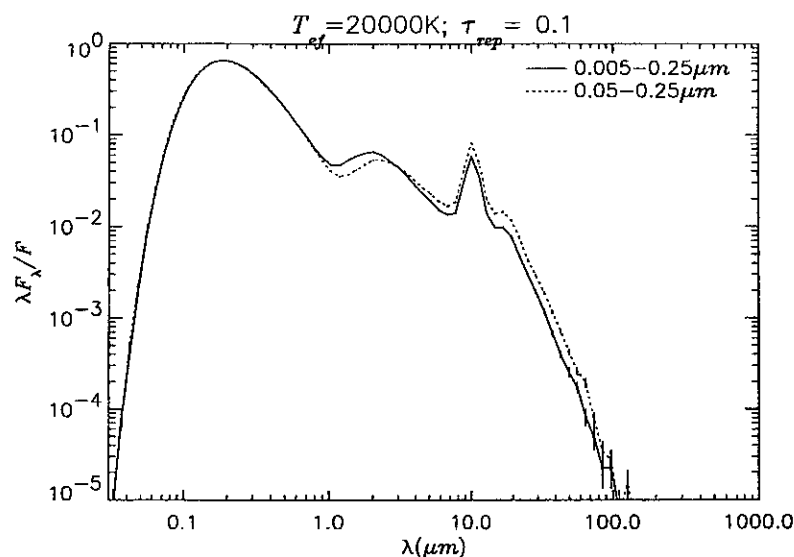


Figura 5.25 – Comparação entre os modelos 3-1 e 2-2, para uma temperatura estelar de 20.000 K. A Figura mostra que, para essa temperatura estelar, grandes diferenças na emissão IV são observadas.

Conclui-se que a distribuição de tamanhos tem duas conseqüências principais para os resultados do caso A:

- As DEEs de modelos com diferentes distribuições de tamanho são muito próximas entre si, mais próximas que as dos modelos com grãos de tamanho único;
- A distribuição de tamanhos estende o limite de validade do escalonamento aproximado para valores de  $a_{máx}$  maiores que aqueles que satisfazem a condição 1.

Do ponto de vista observacional, isso reforça ainda mais as conseqüências do escalonamento aproximado que, para envoltórios opticamente finos, resulta em DEEs praticamente indistinguíveis entre si em todos os comprimentos de onda, em envoltórios com diferentes distribuições de tamanho de grão.

A discussão acima, acerca dos resultados para os modelos do grupo 1, é válida também para os resultados do grupo 2, o que indica que o parâmetro  $a_{mín}$  não é relevante ao escalonamento aproximado, para envoltórios opticamente finos. Entretanto, observam-se diferenças importantes na forma da DEE, em particular na emissão IV, entre modelos dos dois grupos, como mostra a Figura 5.25. Tais diferenças originam-se da escolha do raio interno do envoltório, que foi tomado como o raio de condensação do menor tamanho de grão (ver seção 5.8.2).

Tabela 5.7 – Parâmetros dos modelos mostrados nas Figuras 5.22 e 5.23.

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$M/M_{\text{modelo1-1}}$	$r_i(R_\star)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$					
0,005 a 0,05	1,00	4,5	0,386	0,179	$2,42 \cdot 10^{-3}$
0,005 a 0,15	0,85	4,5	1,37	0,151	$2,04 \cdot 10^{-3}$
0,005 a 0,25	0,70	4,5	1,69	0,123	$1,67 \cdot 10^{-3}$
0,005 a 0,50	0,52	4,5	1,19	$9,40 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-3}$
0,005 a 1,00	0,46	4,5	0,85	$8,75 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$
$T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$					
0,005 a 0,05	1,00	$1,0 \cdot 10^3$	0,0173	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$
0,005 a 0,15	0,93	$1,0 \cdot 10^3$	0,067	$7,38 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-5}$
0,005 a 0,25	1,04	$1,0 \cdot 10^3$	0,113	$8,25 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-4}$
0,005 a 0,50	1,22	$1,0 \cdot 10^3$	0,125	$9,87 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$
0,005 a 1,00	1,42	$1,0 \cdot 10^3$	0,117	$1,20 \cdot 10^{-2}$	$1,53 \cdot 10^{-4}$

Nesta tabela,  $M/M_{\text{modelo 1-1}}$  representa a massa em grãos do envoltório em função da massa do modelo 1-1,  $r_i$ , o raio da cavidade interna e  $\tau_{55}$ ,  $\tau_{10}$  e  $\tau_{100}$ , a profundidade óptica dos envoltórios nos comprimentos de onda 0,55, 10 e 100  $\mu\text{m}$ , respectivamente.

Tabela 5.8 – Parâmetros dos modelos do grupo 2, para o caso A

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$M/M_{\text{modelo2-1}}$	$r_i(R_\star)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$					
0,05 a 0,15	1,00	4,64	2,08	0,134	$1,81 \cdot 10^{-3}$
0,05 a 0,25	0,88	4,64	2,12	0,106	$1,43 \cdot 10^{-3}$
0,05 a 0,50	0,60	4,64	1,31	$8,24 \cdot 10^{-2}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$
0,05 a 1,00	0,63	4,64	0,878	$7,91 \cdot 10^{-2}$	$9,96 \cdot 10^{-4}$
$T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$					
0,05 a 0,15	1,00	$1,53 \cdot 10^3$	0,111	$7,15 \cdot 10^{-3}$	$9,66 \cdot 10^{-5}$
0,05 a 0,25	1,33	$1,53 \cdot 10^3$	0,173	$8,69 \cdot 10^{-3}$	$1,17 \cdot 10^{-4}$
0,05 a 0,50	1,63	$1,53 \cdot 10^3$	0,19	$1,19 \cdot 10^{-2}$	$1,58 \cdot 10^{-4}$
0,05 a 1,00	2,58	$1,53 \cdot 10^3$	0,193	$1,74 \cdot 10^{-2}$	$2,19 \cdot 10^{-4}$

Nomenclatura similar à da Tabela 5.7.

### 5.8.1.2. CASO B: ENVOLTÓRIOS OPTICAMENTE ESPESSOS NO VISÍVEL E UV

Ao contrário do caso A, para o qual o valor de  $a_{\min}$ , no intervalo considerado (0,005 a 0,05  $\mu\text{m}$ ), mostrou não afetar substancialmente a DEE, para o caso B o valor de  $a_{\min}$  é mais relevante. Na Figura 5.26 mostramos a DEE para os modelos 1-1, 2-1 e 3-1 e, na Figura 5.27, a DEE para os modelos 1-2 e 2-2. Como anteriormente, a profundidade óptica dos modelos foi normalizada de forma que  $\tau_{\text{rep}} = 1$  e o raio interno dos envoltórios foi escolhido como o raio de condensação dos grãos com menor raio (Tabelas 5.9 e 5.10).

Na Figura 5.27, nota-se um resultado diferente do obtido na seção 5.7.1.2: ao contrário do caso B para envoltórios com grãos de tamanho único, as DEEs dos modelos 1-2 e 2-2 são muito semelhantes, não só no IV mas também no visível e UV. As diferenças médias entre a DEE dos modelos são maiores que no caso A, mas ainda assim pequenas, da ordem de 8% para  $T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$  e 5% para  $T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$ . Da mesma forma, as DEEs dos modelos 2-1 e 3-1, na Figura 5.26, são, também, próximas entre si, com diferenças um pouco maiores.

A DEE do modelo 1-1, entretanto, é bastante diferente para pequenos comprimentos de onda, quando comparada às dos modelos 1-2 e 1-3. A razão dessa diferença pode ser facilmente entendida se considerarmos a profundidade óptica de extinção de cada modelo, apresentada na Figura 5.28. É fácil ver, nessa figura, que a curva do modelo 1-1 tem uma forma diferente da dos demais modelos, para  $\lambda \leq 1 \mu\text{m}$ . Ocorre que os grãos de silicato muito pequenos ( $a \leq 0,01 \mu\text{m}$ ) somente atingem o limite geométrico em comprimentos de onda muito curtos ( $\lambda \leq 0,01 \mu\text{m}$ ) e, portanto, ainda estão na região de Mie para comprimentos de onda no visível. Essa diferença na forma da extinção para o modelo 1-1 é suficiente para gerar as diferenças na DEE para pequenos comprimentos de onda.

Vemos que o caso B para modelos com distribuição de tamanhos pode ser muito diferente do caso B para modelos com grãos de tamanho único. Para esses últimos, a grande discrepância na forma dos fatores de eficiência no visível e UV resulta em DEEs significativamente diferentes no visível, apesar de as DEEs no IV serem aproximadamente iguais, devido ao escalonamento aproximado. No caso de modelos com distribuição de tamanhos, a forma da profundidade óptica de extinção pode ser semelhante também no visível e, para esses casos, as DEEs também serão semelhantes nesta região espectral.

Assim, se os tamanhos de grão da distribuição considerada satisfizerem a condição 1 do escalonamento aproximado (o que significa considerar grãos menores que um determinado tamanho) e estiverem no limite geométrico para os comprimentos de onda do espectro da fonte (o que significa tomar grãos maiores que um determinado valor), então as DEEs resultantes de modelos com diferentes distribuições serão semelhantes em todos os comprimentos de onda. Quanto mais fria a fonte e menor for a temperatura dos grãos na face interna (com conseqüente emissão em comprimentos de onda maiores, cf. final da página 118), maior será o intervalo de tamanhos de grão para o qual as condições acima serão válidas.

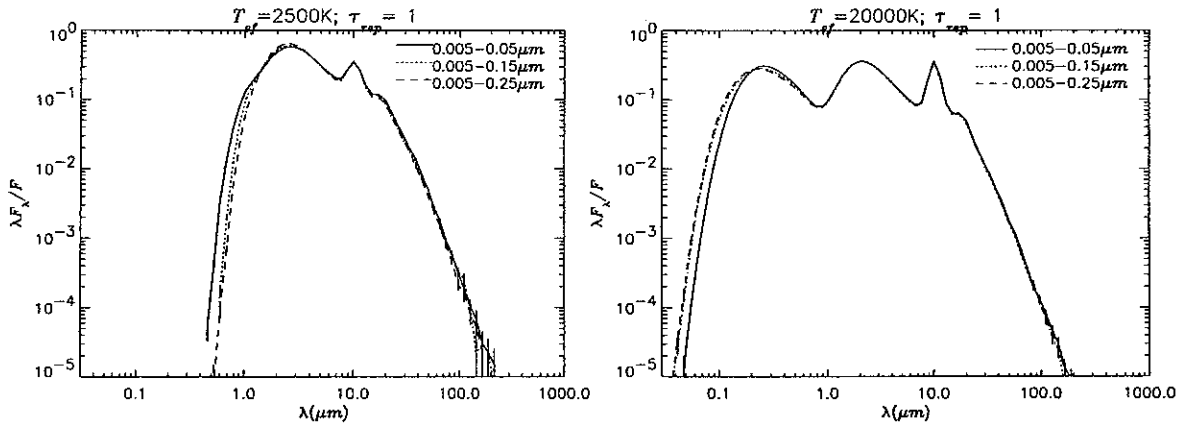


Figura 5.26 - Distribuição espectral de energia para os modelos 1-1, 2-1 e 3-1, como indicado, com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.

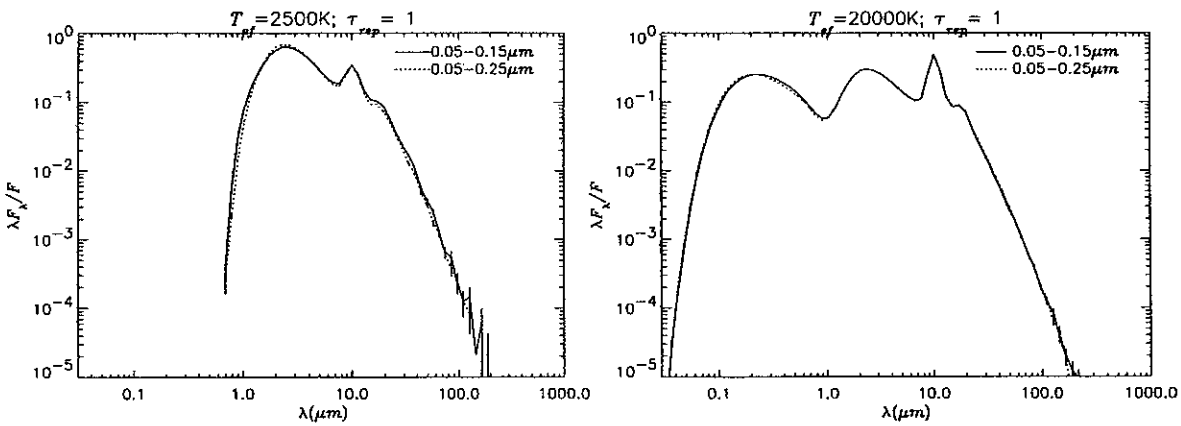


Figura 5.27 - Distribuição espectral de energia para os modelos 1-2 e 2-2, como indicado, com profundidade óptica dada por  $\tau_{rep} = 1$ . Cada painel mostra o resultado para uma temperatura estelar diferente.

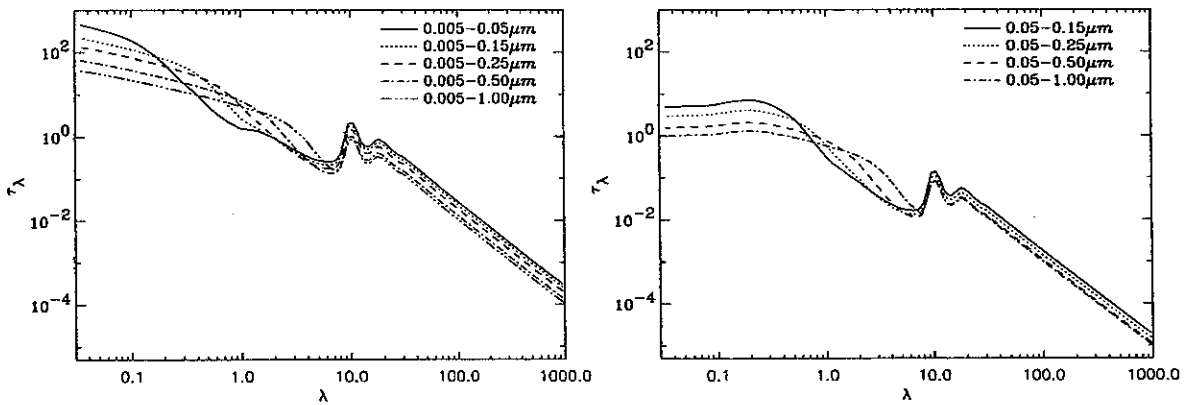


Figura 5.28 - Profundidade óptica de extinção versus comprimento de onda para os modelos do grupo 1 (esquerda) e grupo 2 (direita), normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 1$ . A temperatura da fonte é  $T_{ef} = 2.500$  K

Tabela 5.9 – Parâmetros dos modelos do grupo 1, para o caso B

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$M/M_{\text{modelo 1-1}}$	$r_i(R_*)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$					
0,005 a 0,05	1,00	5,08	4,46	2,07	$2,80 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 0,15	1,02	5,08	15,9	1,75	$2,37 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 0,25	0,92	5,08	19,2	1,40	$1,90 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 0,50	0,66	5,08	12,4	0,98	$1,30 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 1,00	0,52	5,08	8,1	0,83	$1,05 \cdot 10^{-2}$
$T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$					
0,005 a 0,05	1,00	$1,04 \cdot 10^3$	0,196	$9,09 \cdot 10^{-2}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 0,15	0,83	$1,04 \cdot 10^3$	0,676	$7,45 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 0,25	0,89	$1,04 \cdot 10^3$	1,1	$8,01 \cdot 10^{-2}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 0,50	1,07	$1,04 \cdot 10^3$	1,24	$9,79 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-2}$
0,005 a 1,00	1,31	$1,04 \cdot 10^3$	1,22	0,126	$1,58 \cdot 10^{-3}$

Nomenclatura idêntica à da Tabela 5.7.

Tabela 5.10 – Parâmetros dos modelos do grupo 2, para o caso B

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$M/M_{\text{modelo 2-1}}$	$r_i(R_*)$	$\tau_{55}$	$\tau_{10}$	$\tau_{100}$
$T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$					
0,05 a 0,15	1,00	5,44	24,6	1,58	$2,14 \cdot 10^{-2}$
0,05 a 0,25	0,87	5,44	25,1	1,23	$1,66 \cdot 10^{-2}$
0,05 a 0,50	0,52	5,44	13,5	0,85	$1,12 \cdot 10^{-2}$
0,05 a 1,00	0,51	5,44	8,4	0,76	$9,53 \cdot 10^{-2}$
$T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$					
0,05 a 0,15	1,00	$1,64 \cdot 10^3$	1,04	$6,70 \cdot 10^{-2}$	$9,05 \cdot 10^{-4}$
0,05 a 0,25	1,33	$1,64 \cdot 10^3$	1,63	$8,00 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-3}$
0,05 a 0,50	1,63	$1,64 \cdot 10^3$	1,78	0,112	$1,48 \cdot 10^{-3}$
0,05 a 1,00	2,58	$1,64 \cdot 10^3$	1,81	0,163	$2,05 \cdot 10^{-2}$

Nomenclatura similar à da Tabela 5.7.

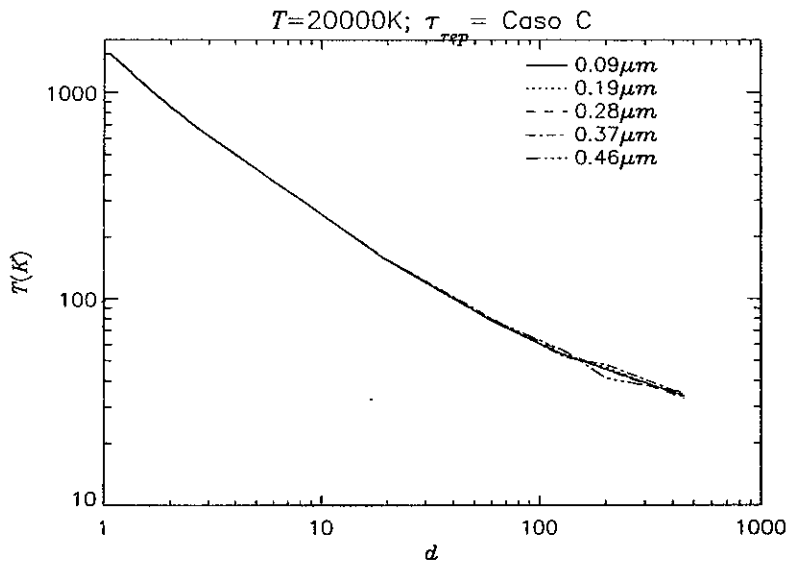


Figura 5.29 – Temperatura do envoltório para o modelo 4-1, com profundidade óptica 5 para  $\lambda = 100 \mu m$  (caso C). A Figura mostra a temperatura para alguns tamanhos de grão.

### 5.8.1.3. CASO C: ENVOLTÓRIOS OPTICAMENTE ESPESSOS TAMBÉM NO IV

Este caso é, em todos os aspectos, similar ao caso C para modelos com grãos de tamanho único. A Figura 5.29 mostra a temperatura de alguns tamanhos individuais de grão para o modelo 4-1, com profundidade óptica 5, para  $\lambda = 100 \mu m$ , e fonte com temperatura  $T_{ef} = 20.000 K$ . Como a profundidade óptica é muito alta, os grãos encontram-se *termalizados*, ou seja, em equilíbrio termodinâmico local, o que implica que as temperaturas dos grãos de diferentes tamanhos são iguais (cf. próxima seção). Além disso, a função de fase é irrelevante, pois o campo de radiação é isotrópico. Assim, o conjunto de grãos de diferentes tamanhos comporta-se como se fosse um conjunto de grãos de tamanho único com propriedades ópticas dadas pela média ponderada pela função de distribuição.

Dessa forma, as conclusões enunciadas na seção 5.7.1.3, para modelos com grãos de tamanho único no caso C, são extensíveis para uma distribuição de tamanho de grãos (e, também, para uma mistura de grãos de composições diferentes).

### 5.8.2. Temperatura dos Grãos da Distribuição

Um resultado do nosso código, que pode ser previsto a partir da análise dos fatores de eficiência dos grãos, é que, dado um conjunto de grãos de diferentes tamanhos, iluminados por um campo de radiação com determinada característica espectral, cada grão terá uma temperatura diferente, dependente do seu tamanho. Esse resultado pode ser estendido para misturas de grãos de materiais distintos, em que cada componente terá uma dada temperatura de equilíbrio.

Como vimos na seção 5.2.2, a temperatura dos grãos de um determinado tamanho, em uma determinada célula do envoltório, é dada por (equação 5.12):

$$T^4 \propto \frac{N_{abs}}{\sigma_P(T)}.$$

O número de pacotes de fótons absorvidos,  $N_{abs}$ , é proporcional à seção de choque de absorção, de forma que a expressão acima fica:

$$T^4 \propto \frac{\sigma_{abs}}{\sigma_P(T)}. \quad (5.17)$$

Na Figura 5.30, mostramos a fração da equação (5.17) para alguns tamanhos de grão, com a seção de choque de Planck calculada para  $T = 1.000$  K, a temperatura de sublimação do silicato. A Figura mostra, de forma qualitativa, a temperatura que os grãos de cada tamanho teriam quando iluminados por um campo de radiação com dado comprimento de onda. São mostradas, também, as curvas de corpo negro para as temperaturas de 2.500 e 20.000 K, para indicar os comprimentos de onda emitidos por fontes com as duas temperaturas efetivas estudadas nesta seção.

Se grãos com tamanhos iguais aos mostrados na Figura 5.30 forem iluminados por um campo de radiação correspondente a um corpo negro com temperatura de 2.500 K, cujo pico de emissão ocorre para  $\lambda = 1,2 \mu m$ , as maiores temperaturas ocorrerão para os grãos de tamanho intermediário ( $a \sim 0,25$  a  $0,50 \mu m$ ) enquanto que as menores temperaturas ocorrerão tanto para os grãos menores ( $a \leq 0,25 \mu m$ ) quanto para os maiores ( $a \geq 0,50 \mu m$ ). Entretanto, como os valores de  $\sigma_{abs}/\sigma_P(T)$  para os diferentes tamanhos de grãos são muito próximos entre si, para  $\lambda \sim 1$  a  $2 \mu m$ , não se esperam grandes diferenças nas temperaturas de equilíbrio dos grãos, quando os mesmos são iluminados por uma fonte fria.

A situação altera-se completamente se os grãos forem iluminados por um campo de radiação de corpo negro com temperatura de 20.000 K, cujo pico de emissão ocorre para  $\lambda = 0,15 \mu m$ . Nesse caso, os grãos mais quentes serão aqueles com  $a \sim 0,05 \mu m$ . Todos os demais serão mais frios, incluindo o menor grão considerado ( $a = 0,005 \mu m$ ). Ao contrário do que ocorre no caso de fonte fria, espera-se, neste caso, que as temperaturas de equilíbrio sejam bastante diferentes para cada tamanho de grão. Da Figura 5.30 e da equação (5.17), podemos estimar a razão entre as temperaturas máxima e mínima esperadas:

$$\frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{m\acute{i}n}} \approx \left( \frac{2}{0,05} \right)^{1/4} \approx 2,5,$$

uma diferença bastante apreciável.

As Figuras 5.32 e 5.33 mostram, para o modelo 5-1 ( $a = 0,005$  a  $1,0 \mu m$ ), o perfil de temperatura dos grãos, para alguns dos tamanhos da distribuição, em função de  $d$ , e a temperatura de equilíbrio na face interna do envoltório em função do raio do grão, para as temperaturas efetivas de 2.500 e 20.000 K, respectivamente. Os resultados de nossos modelos para as temperaturas do envoltório vão ao encontro da discussão qualitativa acima. Chamamos atenção, em particular, para o caso de fonte quente, para a qual a temperatura de equilíbrio na face interna do envoltório varia mais de 600 K com o raio do grão.

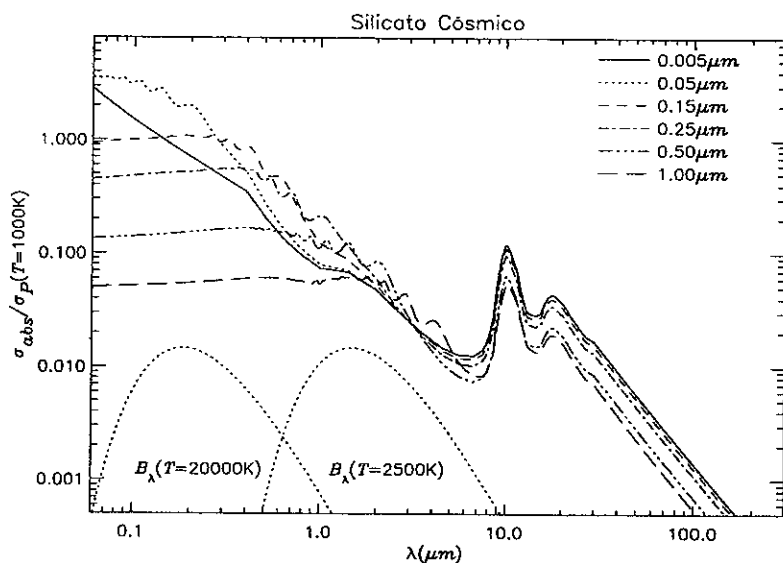


Figura 5.30 – Seção de choque de absorção dividida pela seção de choque de Planck calculada para uma temperatura de 1.000 K, para seis grãos de silicato cósmico com diferentes tamanhos. As unidades de  $\sigma_{abs}/\sigma_P$  e  $B_\lambda$  são arbitrárias.

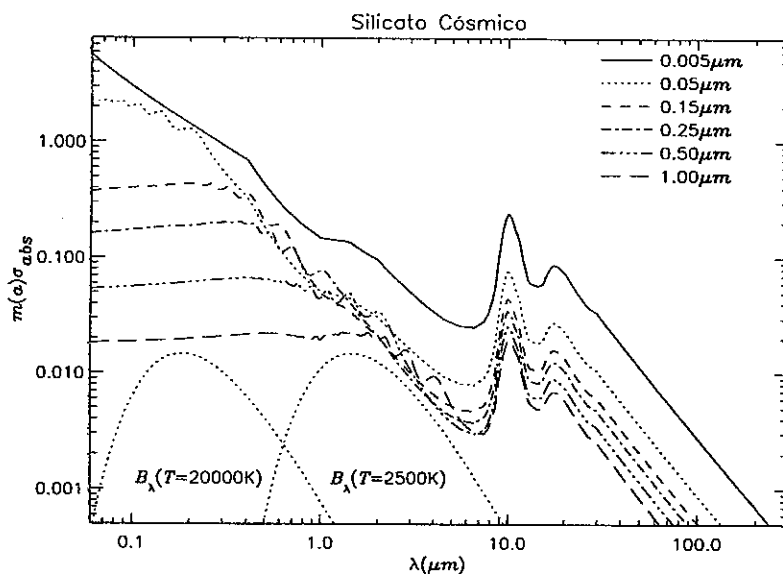


Figura 5.31 – Seção de choque de absorção multiplicada pela função de distribuição de tamanhos, para seis grãos de silicato cósmico com diferentes tamanhos. As unidades de  $m(a)\sigma_{abs}$  e  $B_\lambda$  são arbitrárias.



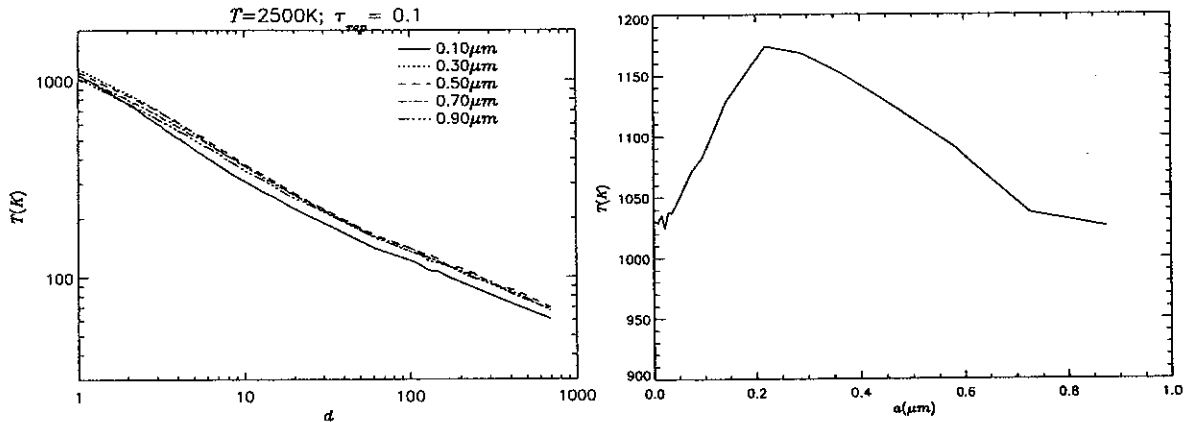


Figura 5.32 – Temperatura do envoltório para o modelo 5-1. Esquerda: perfil de temperatura para alguns tamanhos de grão. Direita: temperatura de equilíbrio na face interna do envoltório em função do tamanho do grão. A temperatura da fonte é 2.500 K e a profundidade óptica é normalizada de forma que  $\tau_{rep} = 0,1$  (caso A).

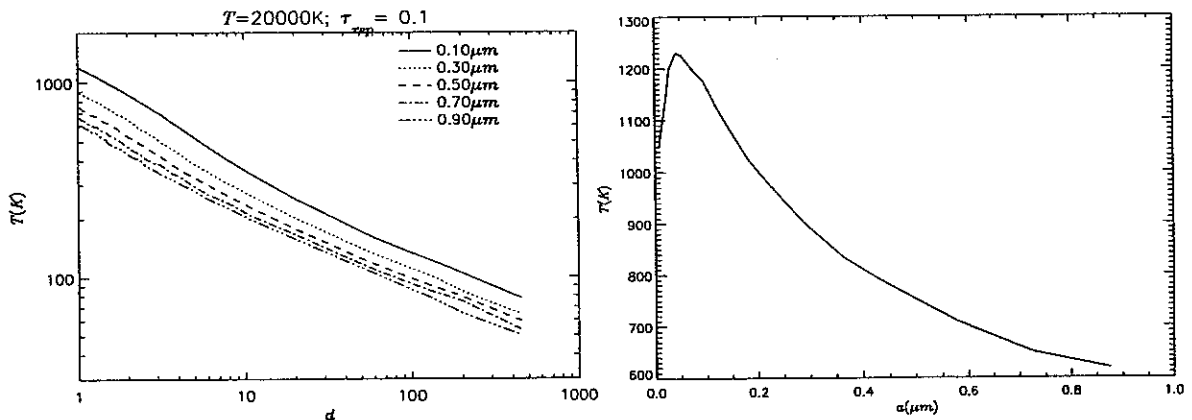


Figura 5.33 – O mesmo que a Figura 5.32, para uma fonte com temperatura de 20.000 K.

Os resultados das Figuras 5.32 e 5.33 são para um modelo opticamente fino ( $\tau_{rep} = 0,1$ , caso A). Nesse regime de profundidade óptica, a temperatura dos grãos de um determinado tamanho não é afetada significativamente pela presença de outros grãos, pois o campo de radiação estelar é pouco atenuado e o campo difuso do envoltório desempenha um papel secundário no aquecimento. Dessa forma, a temperatura de equilíbrio dos grãos de dado tamanho (digamos,  $a_0$ ) é semelhante à temperatura dos grãos para um modelo que considera grãos de tamanho único com  $a = a_0$ .

À medida que a profundidade óptica aumenta, o campo de radiação estelar torna-se cada vez mais atenuado, até que o campo de radiação do envoltório passa a ser composto predominantemente pelo campo difuso, o qual tende a tornar-se isotrópico e independente das propriedades dos grãos. Como consequência, a diferença entre a temperatura dos diferentes tamanhos de grãos tende a diminuir. Quando a profundidade óptica é muito alta, os grãos entram em equilíbrio térmico e o campo de radiação torna-se, por definição, o de um corpo negro. Sabemos que o espectro de corpo negro não

depende das propriedades ópticas do material, mas somente de sua temperatura. Segue-se que, nesse regime de profundidade óptica, a temperatura é idêntica para todos os grãos, independentemente de sua composição ou tamanho (como visto na seção anterior, para o caso C, Figura 5.29).

Quando se considera uma distribuição de tamanhos de grão, duas são as conseqüências das diferenças na temperatura de equilíbrio dos grãos de cada tamanho. A primeira relaciona-se com o fato de que a emissão IV do envoltório é composta pela soma de emissões a temperaturas diferentes, o que pode afetar a DEE no IV. Do ponto de vista do escalonamento aproximado, isso equivale a dizer que o conjunto de grãos de tamanhos diferentes não satisfaz a condição 3, que pressupõe que a temperatura de equilíbrio dos grãos de diferentes tamanhos deve ser similar.

Outra conseqüência tem relação com o raio de condensação da poeira. A discussão anterior, que mostra que cada tamanho de grão tem uma dada temperatura de equilíbrio, implica que, quando consideramos o mesmo raio interno para todos os tamanhos de grão, pode haver grãos que, na face interna, terão uma temperatura de equilíbrio maior que a temperatura de sublimação do material. Isso nos sugere que um tratamento consistente do problema deve levar em conta o fato que cada tamanho de grão deve ter um raio de condensação próprio. Consideremos, por exemplo, o caso do modelo 2-2 para uma temperatura da fonte de 2.500 K, caso em que os grãos maiores terão temperaturas de equilíbrio maiores que o grãos menores. Nesse caso, próximo à estrela somente os grãos pequenos podem estar presentes, e os grãos maiores surgem à medida que se afasta da estrela.

Ainda estamos trabalhando na solução do problema que considera o raio de condensação de cada tamanho de grão, de forma consistente. Esse problema é razoavelmente complicado, mesmo usando o método de Monte Carlo. No que segue, investigamos em que circunstâncias a aproximação de usar o mesmo raio de condensação para todos os tamanhos de grão é válida e em quais situações é requerido o tratamento mais consistente, indicado acima. Vamos investigar, também, quais as conseqüências, para o escalonamento aproximado, do fato dos diferentes tamanhos de grão de uma distribuição de tamanhos terem temperaturas de equilíbrio diferentes.

Uma das suposições do escalonamento aproximado é a semelhança da emissividade dos grãos de diferentes tamanhos, que satisfazem a condição 1. Tal suposição, entretanto, pressupõe que os grãos estejam aproximadamente à mesma temperatura (condição 3 do escalonamento aproximado). O fato de as temperaturas de equilíbrio dos grãos de tamanhos diferentes de uma dada distribuição de tamanhos poderem ser muito díspares, pode, em princípio, invalidar o escalonamento aproximado, pois a emissão IV do envoltório seria o resultado da soma de emissividades a temperaturas diferentes. Entretanto, a emissividade e a temperatura dos grãos, guardam, na maioria dos casos, uma importante simetria entre si, que preserva o escalonamento aproximado, como veremos.

Em equilíbrio radiativo, a energia total emitida por um grão (emissividade integrada em todos os comprimentos de onda), é igual à energia absorvida pelo grão, que é proporcional a:

$$E_{emit}(a) = E_{abs}(a) \propto m(a)\sigma_{abs},$$

ou seja, em uma distribuição de tamanhos, a energia emitida (ou absorvida) pelos grãos de cada tamanho é proporcional à seção de choque do grão, vezes o número relativo de grãos do tamanho considerado. O produto  $m(a)\sigma_{abs}$  da equação acima é mostrado na Figura 5.31, que foi colocada, por conveniência, abaixo da Figura 5.30 (pág. 144). Vemos que, exceção feita ao grão com  $a = 0,005 \mu m$ , o valor relativo de  $m(a)\sigma_{abs}$  dos vários tamanhos de grão é muito similar ao valor de  $\sigma_{abs}/\sigma_p(T)$ , mostrado na Figura 5.30. Isso tem uma consequência muito importante: quando as temperaturas de equilíbrio dos grãos são próximas entre si (o que ocorre para estrelas frias), a emissividade de cada tamanho de grão também é similar; mas quando as temperaturas dos grãos são muito diferentes (o que ocorre para estrelas quentes), caso em que o escalonamento aproximado poderia ser invalidado, os grãos mais quentes têm uma emissividade muito maior que os grãos mais frios, de forma que o espectro IV é dominado pelos grãos quentes.

Isso é ilustrado na Figura 5.34, na qual mostramos a DEE para o modelo 2-2 (0,05 a  $0,25 \mu m$ ), para as duas temperaturas estelares estudadas. Note-se que excluímos propositadamente os modelos do grupo 1 na presente discussão, pois a presença de grãos com  $a \leq 0,05 \mu m$  modifica um pouco os resultados, como veremos mais adiante. A linha cheia mostra, como usual, a DEE, a linha tracejada mostra a emissão IV do envoltório, somada para todos os tamanhos de grão, e a linha cheia com pontos (•) mostra a emissão IV de alguns tamanhos de grão individuais.

Para estrelas quentes, os grãos pequenos dominam a emissão IV e, nesse caso, a emissão IV do envoltório é pouco afetada pela emissão dos grãos maiores, que possuem temperaturas mais baixas. Para o caso de estrelas frias, o nível da emissão IV é similar para todos os tamanhos de grão, e sua forma também é semelhante<sup>3</sup>, como resultado do fato de as temperaturas de equilíbrio serem semelhantes.

Vejamos, agora, o que ocorre quando levamos em conta os grãos muito pequenos ( $a \leq 0,05 \mu m$ ), para os quais a simetria apontada acima entre emissividade integrada e temperatura de equilíbrio deixa de existir. Para tanto, vamos estudar o modelo 3-1 (0,005 a  $0,25 \mu m$ ), cuja DEE é mostrada na Figura 5.35.

A Figura 5.35 mostra que, para estrelas frias, a emissão para  $\lambda \geq 3 \mu m$  é dominada pelos grãos pequenos ( $a = 0,03 \mu m$ , na figura). Para estrelas quentes, os grãos pequenos também dominam, mas os grãos com  $a \sim 0,005$  a  $0,05 \mu m$  ( $a = 0,02$  e  $0,04 \mu m$  na Figura 5.35) têm emissividades semelhantes e possuem temperaturas de equilíbrio muito diferentes ( $\sim 300$  K). Nesse caso, a DEE no IV é composta por duas componentes a temperaturas distintas, o que ocasiona modificações na sua forma. Mais especificamente, o pico de emissão IV torna-se mais alargado.

<sup>3</sup> A emissão para  $\lambda < 1 \mu m$  é bastante diferente pois é afetada pelas diferenças nos fatores de eficiência de absorção, mas isso não é relevante ao problema atual.

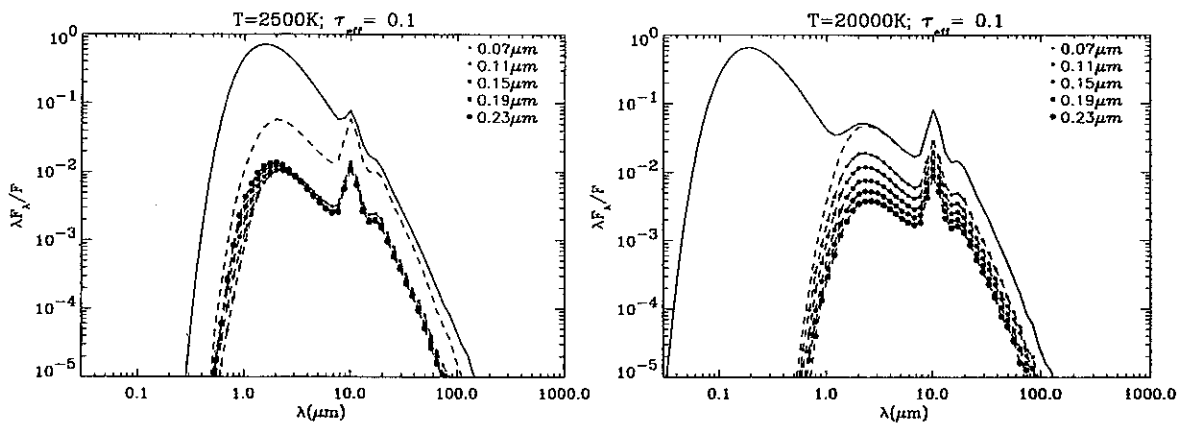


Figura 5.34 – Linha cheia: DEE; Linha tracejada: emissão IV do envoltório; Linha cheia com pontos (•): emissão IV de alguns tamanhos de grão individuais, como indicado. São mostrados resultados para o modelo 2-2, normalizado de forma que  $\tau_{rep} = 0,1$ .

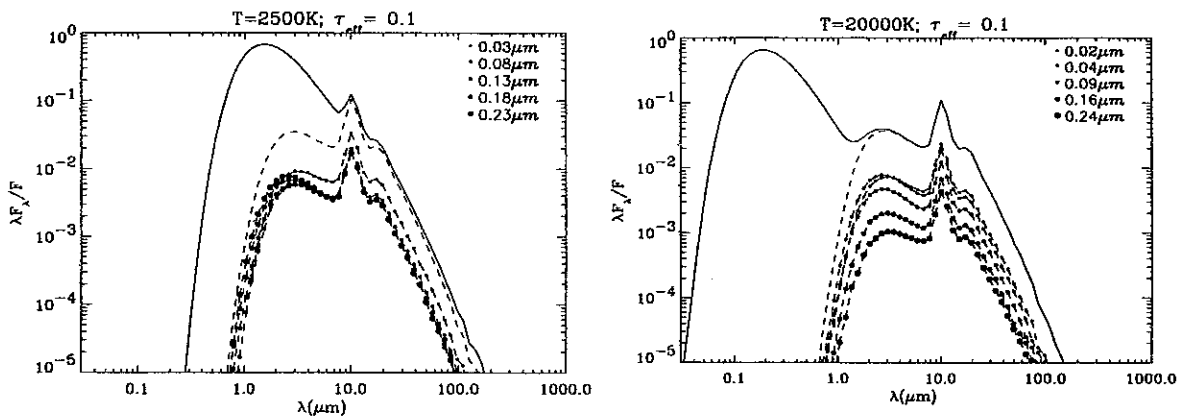


Figura 5.35 – Linha cheia: DEE; Linha tracejada: emissão IV do envoltório; Linha cheia com pontos (•): emissão IV de alguns tamanhos de grão individuais, como indicado. São mostrados resultados para o modelo 3-1, normalizado de forma que  $\tau_{rep} = 0,1$ .

Na Figura 5.25, pág. 137, apontamos as diferenças existentes entre a DEE no IV para os modelos dos grupos 1 e 2. A razão dessa diferença fica, agora, evidente. Ela reflete as variações de temperatura nos grãos pequenos, que dominam a emissão, devido à escolha do raio de sublimação. O modelo 3-1 para  $T_{ef} = 20.000$  K, mostrado na Figura 5.35, é um bom exemplo de um caso para o qual a aproximação de considerar o mesmo raio interno para todos os tamanhos de grão está incorreta.

Da discussão precedente, conclui-se que nos casos em que as temperaturas de equilíbrio dos grãos são próximas, ou nos casos em que a emissão IV do envoltório é dominada por grãos que estão à mesma temperatura, a aproximação de considerar-se o mesmo raio interno para todos os tamanhos de grão é válida. Ao contrário, quando diferentes tamanhos de grão possuem emissividades semelhantes e temperaturas diferentes, como é o caso da Figura 5.35-b, então a aproximação não é válida, e deve-se

considerar um tratamento mais consistente, que leve em conta o fato de que a cada tamanho de grão deve-se associar um dado raio interno, consistente com o fato da temperatura de equilíbrio do grão no ponto em que ele está mais próximo à estrela deve ser a temperatura de destruição.

## 5.9. Efeitos de outros parâmetros do envoltório na DEE

Nas seções precedentes, apresentamos um estudo sistemático dos efeitos do tamanho dos grãos na distribuição espectral de energia e também na temperatura do envoltório. Existem outros parâmetros que não foram alvo de estudo sistemático, mas que são bastante relevantes ao problema. Nesta seção ilustramos os efeitos de três desses parâmetros. Dois deles, o perfil de densidade e o raio externo do envoltório, estão relacionados com a distribuição espacial da poeira. O outro é a temperatura de sublimação do material.

### 5.9.1. Raio externo do envoltório

O valor do raio externo do envoltório é importante quando se deseja modelar, de forma consistente, a DEE para comprimentos de onda sub-milimétricos ou milimétricos, pois a maior parte do fluxo nessa região espectral origina-se nas regiões externas e frias do envoltório.

Os efeitos da variação do raio externo são ilustrados na Figura 5.36. Vemos que quanto maior o raio externo, maior o fluxo para comprimentos de onda longos. Isso ocorre, pois maiores raios externos resultam em maior quantidade de “poeira fria” (distante da estrela), que emite em baixas frequências.

Os valores de  $r_e$  usualmente considerados para envoltórios de estrelas de tipo tardio vão de algumas centenas a alguns milhares de raios estelares. Nota-se, na Figura 5.36, que para os valores de  $r_e$  mais próximos ao esperado (100, 500 e 1.000  $r_i$ ), as diferenças entre as DEEs são pequenas, em particular para os dois últimos modelos, o que torna difícil a determinação de  $r_e$  a partir de observações da DEE. Soma-se a isso o fato de que os valores dos fatores de eficiência são pouco conhecidos na região espectral onde os efeitos de  $r_e$  são mais proeminentes.

### 5.9.2. Perfil de densidade da poeira

A Figura 5.37 mostra os efeitos do perfil de densidade na DEE. São comparados modelos com perfil dado por uma lei de potências,  $r^p$ , com três valores de  $p$  distintos, a saber: 1,5, 2 e 2,5. Esse parâmetro altera a DEE de duas maneiras: ele muda a quantidade de poeira responsável pela emissão a um dado comprimento de onda e altera, também, o perfil de temperatura do envoltório.

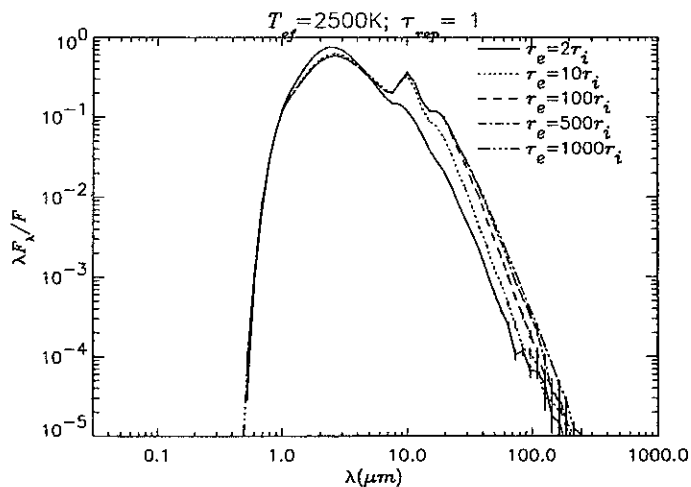


Figura 5.36 – Distribuição espectral de energia para modelos com  $a = 0,05 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$  e  $\tau_{\text{rep}} = 0,1$  e  $r_i = 4,64 R_*$ . Cada curva mostra a DEE para um envoltório com diferente raio externo ( $r_e$ ), como indicado.

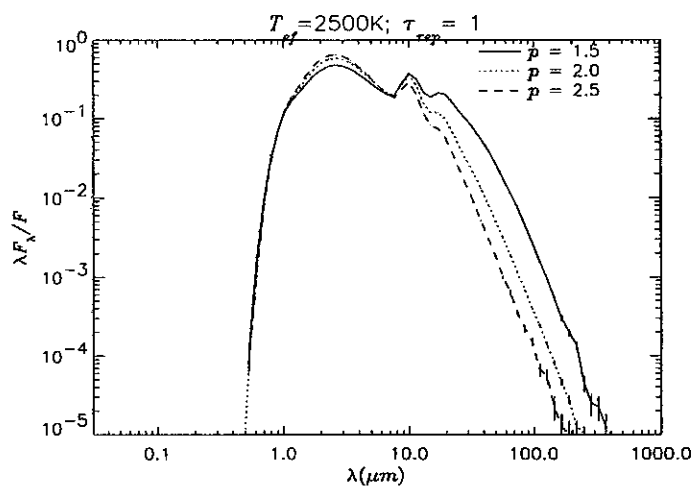


Figura 5.37 – Distribuição espectral de energia para modelos com  $a = 0,05 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{ef}} = 2.500 \text{ K}$ ,  $\tau_{\text{rep}} = 0,1$  e  $r_i = 4,64 R_*$ . Cada curva mostra a DEE para um envoltório com um diferente perfil de densidade,  $n \propto r^{-p}$ .

As alterações ocasionadas pelas mudanças nos perfis de temperatura desempenham meramente um papel secundário, sendo a distribuição espacial da poeira bem mais relevante. Quanto mais acentuado o perfil de densidade de um envoltório, menor a densidade nas regiões externas do mesmo, e menor o fluxo para comprimentos de onda longos. Nesse aspecto, o efeito do perfil de densidade é similar ao do raio externo do envoltório, pois ambos os parâmetros alteram o fluxo luminoso para comprimentos de onda longos.

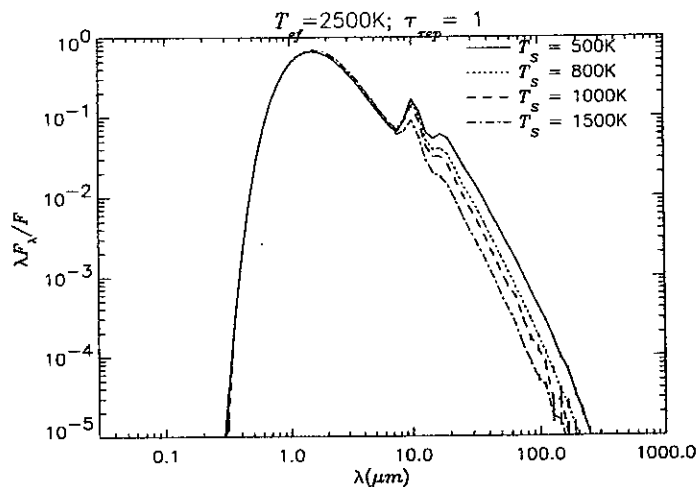


Figura 5.38 – Distribuição espectral de energia para modelos com  $a = 0,05 \mu\text{m}$ ,  $T_{ef} = 2.500 \text{ K}$ ,  $\tau_{sep} = 0,1$  e  $r_i = 4,64 R_*$ . Cada curva mostra a DEE para uma temperatura de sublimação diferente, como indicado.

### 5.9.3. Temperatura de Sublimação do Material

A temperatura de sublimação dos grãos geralmente associados a objetos estelares não é conhecida com precisão. Pode-se estimar a temperatura de condensação de um dado material através de experimentos em laboratório, cálculos termodinâmicos ou através de observações. O primeiro método apresenta resultados não confiáveis, pois as condições presentes na região do envoltório onde os grãos se formam são difíceis de se reproduzir em laboratório. O segundo método também não se tem mostrado satisfatório, até o momento. É comum ver trabalhos de autores diferentes resultando em estimativas da temperatura de condensação muito discrepantes. Por exemplo, McCabe (1982) e Cherchneff e Barker (1992) estimaram a temperatura de condensação do carbeto de silício em 1.500 K e 1300 K, respectivamente.

A Figura 5.38 mostra os efeitos da variação da temperatura de condensação na DEE, para envoltórios opticamente finos. Como esperado, essa variação não afeta a DEE para pequenos comprimentos de onda, que não são influenciados pela emissão IV. Para comprimentos de onda longos, no limite de Rayleigh, a temperatura de condensação não afeta a forma da DEE mas, sim, a sua escala. Isso é resultado do deslocamento para a direita ( $T_s$  menor) ou esquerda ( $T_s$  maior) do espectro de emissão do envoltório. As mudanças introduzidas na DEE no IV pela variação de  $T_s$  são, nesse aspecto, similares às mudanças geradas pela variação da profundidade óptica.

## 5.10. Conclusões

Na primeira parte deste capítulo, seções 5.1 a 5.5, descrevemos um código de Monte Carlo que trata o transporte radiativo e equilíbrio radiativo em envoltórios circunstelares de poeira. O código é bastante geral e trata uma ampla gama de configurações da fonte e, principalmente, do envoltório. Um tratamento consistente do transporte radiativo foi incorporado, que considera as propriedades ópticas individuais dos grãos de diferentes tamanhos e/ou composições. O código foi testado, de forma bem sucedida, com os resultados de modelos publicados por Ivezić, Groenewegen, Men'shchikov e Szczerba (1997).

O código possui muitas outras possibilidades, que não foram, aqui, exploradas, mas podem ser muito úteis quando do estudo de determinado objeto através de várias técnicas observacionais. O código é capaz, por exemplo, de gerar imagens sintéticas do envoltório em um dado comprimento de onda ou filtro espectral e calcular, também, os perfis de brilho (funções de visibilidade) do mesmo.

Na segunda parte do capítulo, foram descritos os efeitos do tamanho dos grãos na DEE e no perfil de temperatura do envoltório, quando grãos de tamanho único são considerados e, também, quando se considera uma distribuição de tamanhos de grão (seções 5.7 e 5.8). Foi introduzido o conceito de *escalonamento aproximado*, que se baseia nas semelhanças entre os fatores de eficiência de absorção de grãos com tamanhos diferentes para sugerir que, quando certas condições são satisfeitas, as DEEs no IV de envoltórios com diferentes tamanhos de grão ou diferentes distribuições de tamanho são muito semelhantes.

A discussão acerca da DEE nos moldes do escalonamento aproximado mostrou-se muito útil para sistematizar o problema. Em várias das situações estudadas, o escalonamento aproximado resultou em DEEs muito semelhantes não somente no IV, mas em todo os comprimentos de onda, o que tem importantes conseqüências observacionais.

Foi introduzida a quantidade  $\tau_{rep}$ , a *profundidade óptica de reproprocessamento*, que, por definição, assegura que modelos com a mesma  $\tau_{rep}$  reproprocessam a mesma quantidade de energia e, portanto, satisfazem a condição 2 do escalonamento aproximado.

Foram estudados três regimes de profundidade óptica, caso A (envoltório opticamente fino para os comprimentos de onda emitidos pela fonte e também no IV), caso B (envoltório opticamente espesso no visível e fino no IV) e caso C (envoltório opticamente espesso também no IV). Para cada um desses casos, estudamos, em separado, modelos com tamanho de grão único e modelos com distribuição de tamanhos.

Para o caso A, vimos que todos os modelos que satisfazem as três condições do escalonamento aproximado produzem DEEs muito semelhantes entre si em todo o espectro. Em particular, os modelos com distribuição de tamanhos produzem DEEs que são praticamente indistinguíveis.

Para o caso B, os modelos de grão de tamanho único produzem DEEs que são semelhantes no IV, mas muito diferentes no visível, fato que resulta das grandes diferenças entre as propriedades ópticas dos grãos de diferentes tamanhos nessa região



espectral. Para modelos com distribuição de tamanhos a situação é outra. Vimos que, dependendo do tamanho do menor grão da distribuição, muitos modelos produzem DEEs que são muito similares entre si.

No caso C, vimos que é possível encontrar uma normalização da profundidade óptica que resulta em DEEs muito semelhantes. Não foi possível, entretanto, sistematizar o problema, à maneira do que foi feito para os casos A e B, e as profundidades ópticas foram obtidas por inspeção.

De forma geral, as situações listadas acima, para as quais o escalonamento aproximado acarreta DEEs muito semelhantes entre si para modelos diferentes, têm duas conseqüências observacionais principais. A primeira é que o tamanho de grão (ou os tamanhos máximo e mínimo da distribuição) não pode ser obtido da DEE somente. A segunda, que está relacionada com a primeira, é que isso resulta em uma incerteza na determinação da massa em grãos do envoltório.

Foram mostradas, também, de forma quantitativa, as conseqüências de considerar-se uma função de fase isotrópica para o cálculo do transporte radiativo. Vimos que isso tem efeitos significativos tanto na DEE quanto no perfil de temperatura do envoltório.



## Capítulo 6

# Envoltórios Circunstelares de Poeira: Polarização

### Resumo

Este capítulo trata da polarização integrada da radiação emergente de envoltórios circunstelares de poeira. Seu objetivo é sistematizar os efeitos das propriedades ópticas dos grãos e também da profundidade óptica do envoltório. Usamos um modelo básico, definido na seção 6.2, para estudar e sistematizar esses efeitos.

A polarização do modelo básico apresenta um comportamento espectral bastante intrincado, sendo que em alguns casos observam-se giros de  $90^\circ$  da direção de polarização em diferentes comprimentos de onda, oscilações no nível de polarização, etc.

As causas que concorrem para a formação desse padrão são identificadas como microscópicas, referentes às propriedades intrínsecas dos grãos, e macroscópicas, relacionadas ao envoltório. As primeiras são estudadas nas seções 6.3 e 6.4 e as últimas nas seções 6.5 e 6.6.

## 6.1. Introdução

Neste capítulo, estudamos a polarização da luz produzida por envoltórios circunstelares de poeira. O mecanismo de polarização é o espalhamento da luz, e não é considerada a extinção dicróica por grãos de poeira alongados, alinhados por um campo magnético.

Estudos prévios da polarização de envoltórios de poeira incluem modelos que consideraram somente espalhamento simples (Zeller 1971; Shawl 1974). Os resultados foram usados para descrever a polarização de estrelas de tipo tardio e estrelas jovens. Modelos com espalhamento múltiplo, usando o método de Monte Carlo, foram desenvolvidos por Daniel (1978, 1980). Whitney e Hartmann (1992) desenvolveram um código de Monte Carlo bidimensional, que inclui espalhamento múltiplo, para calcular imagens e mapas de polarização sintéticos de envoltórios de objetos estelares jovens. Mais recentemente, Vochchinnikov e Karjukin (1994) criaram um código baseado em uma modificação do método de Monte Carlo, que os autores denominaram “método das trajetórias simetrizadas”. O método apresenta algumas vantagens, em especial no que diz respeito à velocidade do processamento, mas não é um método geral, sendo aplicável somente para uma certa gama de profundidades ópticas e para algumas geometrias. Fischer, Henning e Yorke (1994) desenvolveram um código de Monte Carlo para cálculo de mapas de polarização e intensidade em envoltórios de estrelas jovens, cujo estágio evolutivo é anterior à seqüência principal. O código inclui, de forma aproximada, a emissão térmica pelos grãos do envoltório.

Os códigos mais recentes mencionados acima levam em conta os principais efeitos físicos do problema, consideram o espalhamento múltiplo, empregam um tratamento correto da óptica dos grãos e são capazes de calcular, corretamente, a polarização no visível e no UV para um dado modelo, pois o fluxo nessa região espectral independe da emissão térmica do envoltório. Para comprimentos de onda no IV próximo, entretanto, o fluxo emitido pelos grãos pode representar uma parcela significativa do fluxo total, e, nesse caso, a polarização dependerá da solução do equilíbrio radiativo (cf. seção 6.6). O código de Monte Carlo descrito neste trabalho é o primeiro a apresentar soluções auto-consistentes para a polarização no IV. Além disso, é o primeiro a apresentar soluções simultâneas, para um dado modelo, tanto para o equilíbrio radiativo quanto para a polarização em todo o espectro, o que torna o código um instrumento poderoso para a modelagem simultânea de vários tipos de observações.

O estudo apresentado neste capítulo visa, da mesma forma que no capítulo anterior, identificar e sistematizar as principais propriedades e características do problema. Veremos que a dependência espectral da polarização de envoltórios de poeira pode ser muito intrincada, apresentando grandes variações com o comprimento de onda, sendo comum observar-se a troca de sinal da mesma, o que corresponde a um giro de 90° da direção de polarização. As causas desse intrincado comportamento são identificadas como sendo de origem microscópica (devidas às propriedades intrínsecas do grão) e macroscópicas (resultantes da geometria do envoltório), e serão estudadas em separado.

## 6.2. Modelo Básico

São três as características de um envoltório de poeira que determinam os níveis de polarização da radiação integrada emergente: a geometria, a profundidade óptica e as propriedades de polarização dos grãos.

- 1) Geometria: se a geometria não apresentar algum tipo de assimetria, a polarização integrada será, necessariamente, nula (a não ser que a fonte luminosa já possua alguma polarização intrínseca, caso que não será aqui considerado). As geometrias que mais favorecem a polarização são aquelas nas quais a matéria está distribuída ao longo de um plano ou eixo bem definido. Um exemplo clássico são discos circunstelares equatoriais;
- 2) Profundidade óptica: a profundidade óptica controla a polarização de duas maneiras principais. Quanto maior a profundidade óptica, maior o fluxo espalhado e, por conseguinte, maior a polarização. Entretanto, se a profundidade óptica for muito alta, o número de espalhamentos será elevado, o que resultará na isotropização do campo de radiação, e na eventual diminuição dos níveis de polarização. Outro efeito da profundidade óptica, que ocorre quando há um contraste de densidade entre duas ou mais regiões de um envoltório, é o giro de  $90^\circ$  da direção de polarização, que será estudado mais adiante.
- 3) Propriedades de polarização: grãos de poeira, ao contrário de elétrons livres, têm propriedades de polarização que dependem da sua composição, tamanho e do comprimento de onda. Tais propriedades têm efeitos conspícuos na polarização do envoltório.

A polarização integrada depende, também, da direção de observação, dada pelo ângulo  $i$  entre a linha de visada e o eixo  $z$  do sistema. Para geometrias axi-simétricas e envoltórios opticamente finos, a polarização é proporcional a  $\sin^2 i$  (seção 6.4).

Para estudar a polarização de envoltórios de poeira, vamos considerar um modelo básico de envoltório, que será usado ao longo do capítulo. A geometria adotada é mostrada na Figura 6.1. A fonte central, de raio  $R_*$ , tem uma temperatura efetiva de 2.500 K. A geometria do envoltório é esférica, com uma cavidade interna de raio  $r_i = 5 R_*$  e raio externo  $r_e = 500 R_*$ . A lei de densidade é elipsoidal, dada pela equação (3.4), que aqui reproduzimos, reescrita da seguinte forma:

$$n(r, \mu) = \frac{n_0}{r^2} \frac{1}{1 + (a^2/c^2 - 1)\mu^2}. \quad (6.1)$$

onde  $r$  e  $\mu = \cos \theta$  são as coordenadas esféricas usuais. A ausência da coordenada  $\phi$  na expressão acima indica que a distribuição de densidades é esfericamente simétrica em torno do eixo  $z$  ( $b = a$ , na equação 3.4). Os valores de  $a$  e  $c$  foram escolhidos de forma que  $a/c = 4$ , o que corresponde a uma profundidade óptica no plano do equador 16 vezes maior que a profundidade óptica ao longo do eixo polar.

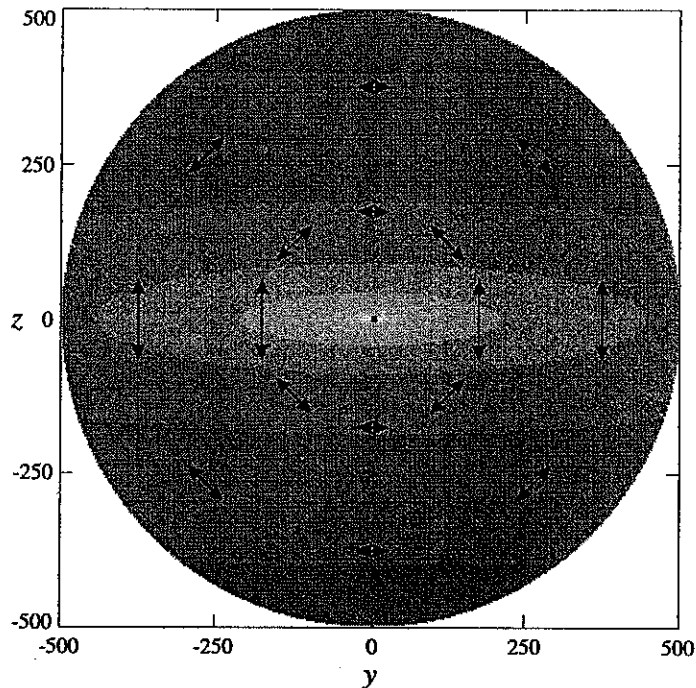


Figura 6.1 – Geometria do modelo básico usado neste capítulo. O envoltório é esférico, com uma cavidade interna de raio  $5 R_*$  e um raio externo de  $500 R_*$ . A lei de densidade é dada pela equação 6.1. A razão entre a profundidade óptica equatorial e polar é 16, de forma que  $a^2/c^2 = 16$ . Os perfis de isodensidade são mostrados em tons de cinza. Os vetores ilustram esquematicamente a polarização da radiação emergente de diferentes partes do envoltório.

Outras geometrias bidimensionais (axi-simétricas), que não a da Figura 6.1, poderiam ter sido escolhidas. A geometria adotada, entretanto, incorpora os principais efeitos físicos que desejamos estudar neste capítulo.

Para sistematizar as propriedades de polarização de envoltórios de poeira, vamos, ao longo do capítulo, estabelecer paralelos com a polarização de envoltórios de elétrons livres. A Figura 6.1 ilustra, esquematicamente, como é a polarização esperada para a geometria adotada, para um envoltório de elétrons opticamente fino. Os vetores indicam a polarização da luz oriunda de diferentes partes do envoltório, produzida pelo espalhamento simples da luz estelar despolarizada. Como a geometria é axi-simétrica, o parâmetro de Stokes  $U$  é identicamente nulo, o que é ilustrado pelos vetores a  $45^\circ$  e  $135^\circ$  com relação ao eixo  $z$  que, por serem simétricos ao longo do envoltório, cancelam-se mutuamente. Já o parâmetro  $Q$  é dado pela soma do fluxo espalhado no equador (vetores verticais) com o fluxo espalhado nos pólos (vetores horizontais), que são ortogonais entre si. O parâmetro  $Q$  resultante, entretanto, é não-nulo e positivo, pois o fluxo polarizado emergente da região equatorial é maior que o fluxo polarizado dos pólos. Assim, a polarização integrada do envoltório é não-nula e perpendicular ao plano do equador.

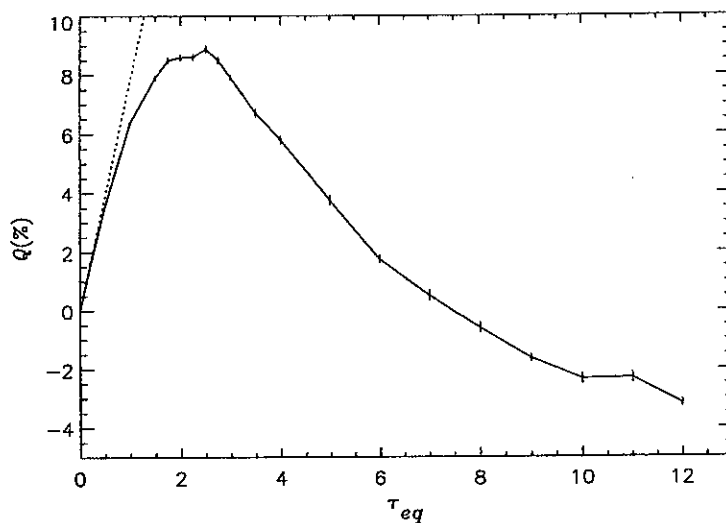


Figura 6.2 – Polarização do modelo básico (Figura 6.1), para um envoltório de elétrons, visto ao longo do plano do equador ( $i = 90^\circ$ ), em função da profundidade óptica do equador ( $\tau_{eq}$ ). A linha pontilhada mostra a polarização do modelo de Brown e McLean (1977).

Na Figura 6.2 é mostrada a polarização integrada do modelo básico, para um envoltório eletrônico, quando o mesmo é visto ao longo do plano do equador (o que corresponde a  $i = 90^\circ$ ), em função da profundidade óptica ao longo do equador ( $\tau_{eq}$ ), definida como:

$$\tau_{eq} = n_0 \sigma_T \int_{r_i}^{r_e} n(r, \mu) \Big|_{\mu=0} dr,$$

que, para a lei de densidade da equação (6.1) fica:

$$\tau_{eq} = n_0 \sigma_T \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e} \right). \quad (6.2)$$

Na Figura 6.2 é mostrado, na verdade, o parâmetro de Stokes integrado  $Q$ , que é positivo quando a direção de polarização é perpendicular ao plano do equador e negativo quando a polarização é paralela a esse plano. A polarização cresce rapidamente com  $\tau_{eq}$ , como resultado do aumento da razão entre fluxo espalhado e fluxo total. A polarização atinge um máximo em torno de  $\tau_{eq} \cong 2,5$  e depois decresce, tornando-se negativa a partir de  $\tau_{eq} \cong 7,5$ , o que corresponde a um giro do vetor de polarização de  $90^\circ$ . A explicação para esse fenômeno é que, à medida que a profundidade óptica do equador cresce, a radiação emergente do equador torna-se fortemente atenuada, ao passo que a radiação emergente dos pólos, opticamente mais finos, torna-se mais intensa. Como a luz proveniente dos pólos é polarizada negativamente, há um efeito de cancelamento e a polarização líquida é reduzida. Para  $\tau_{eq}$  muito elevados, a luz espalhada nos pólos domina e a polarização líquida torna-se negativa.

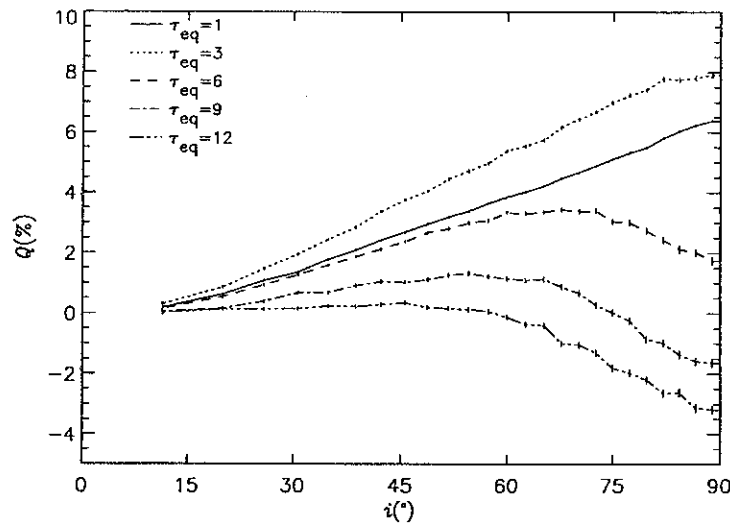


Figura 6.3 – Polarização do modelo básico (Figura 6.1), para um envoltório composto de elétrons, em função do ângulo de inclinação ( $i$ ). Cada curva corresponde a uma profundidade óptica ao longo do equador, como indicado.

Esses resultados foram obtidos inicialmente por Fox (1994), em um estudo analítico que resolveu o transporte radiativo a partir de uma aproximação que considerava a radiação como sendo espalhada somente uma vez antes de deixar o envoltório. Os resultados de Fox devem, entretanto, ser vistos como qualitativos apenas, já que o espalhamento múltiplo tem efeitos muito grandes na polarização. Wood *et al.* (1996), em um abrangente estudo da polarização de envoltórios eletrônicos axi-simétricos, asseveraram que o espalhamento múltiplo impediria a ocorrência do giro de polarização. Nossos resultados mostram o contrário, o giro de polarização ocorre, e o nível de polarização negativa atinge altos valores,  $|P| > 5\%$ ; aparentemente Wood *et al.* (1996) não exploraram suficientemente os parâmetros de sua grade de modelos.

Na Figura 6.3 mostramos a polarização do envoltório para vários ângulos entre o eixo de simetria (eixo  $z$ ) e a direção de observação. Quando o envoltório é observado ao longo do eixo  $z$  ( $i = 0^\circ$ ), a polarização é nula pois a geometria projetada no plano do céu é rotacionalmente simétrica em torno desse eixo. Esse é um resultado geral para qualquer geometria axi-simétrica. Para profundidades ópticas baixas e moderadas,  $Q$  é monotonicamente crescente com  $i$ , consistente com o aumento do grau de assimetria da projeção do envoltório no plano do céu. Para profundidades ópticas altas,  $Q$  apresenta um máximo para um dado  $i_0$ , que é tanto menor quanto maior a profundidade óptica.

Vejamos, agora, como fica a polarização do modelo básico se, no lugar de elétrons, considerarmos grãos de poeira. A principal diferença entre a polarização por elétrons e por poeira é que para elétrons a polarização não apresenta variação espectral, pois tanto a seção de choque de Thomson quanto a função de fase de espalhamento são independentes de  $\lambda$ . Vamos considerar, como um exemplo, um envoltório com grãos de silicato cósmico com raio  $a = 0,25 \mu m$  e um envoltório com grãos de carbono amorfo com o mesmo tamanho. A distribuição espectral de energia e a polarização resultantes são mostradas nas Figuras 6.4 e 6.5, para uma profundidade óptica 30 ao longo do equador, calculada em  $\lambda = 0,55 \mu m$ .



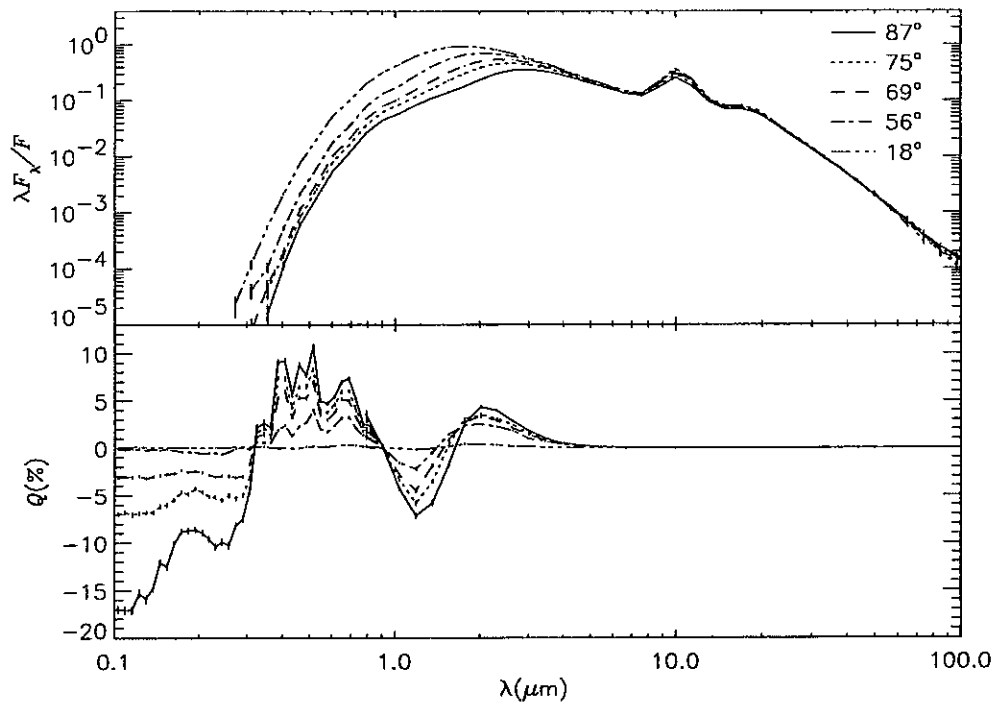


Figura 6.4 – DDE e polarização para um envoltório de grãos de silicato cósmico, com  $a = 0,25 \mu\text{m}$ . A geometria é a da Figura 6.1 e a profundidade óptica do equador é  $\tau_{55} = 30$ . Painel superior: DDE para alguns ângulos de inclinação, como indicado; Painel inferior: polarização versus comprimento de onda, para os mesmos ângulos.

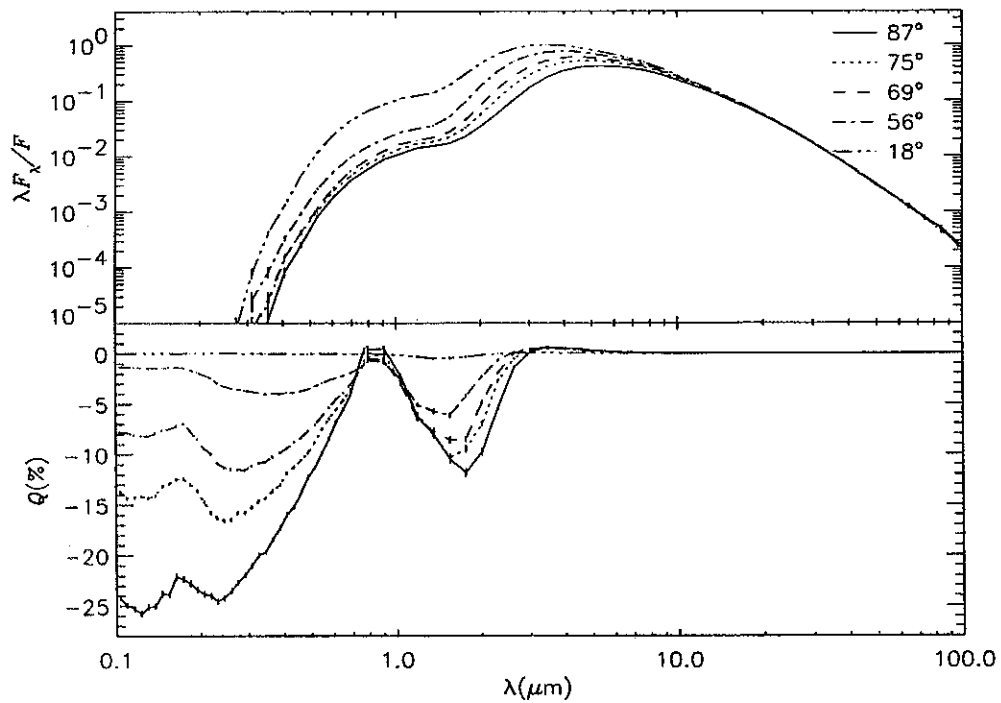


Figura 6.5 – O mesmo que a Figura 6.4 para grãos de carbono amorfo.

Antes de discutirmos os resultados, devemos mencionar como a polarização para pequenos comprimentos de onda (visível e UV) foi calculada. O código de equilíbrio radiativo é muito pouco eficiente para calcular a polarização nessa região espectral, pois o fluxo espalhado emergente é muito baixo, devido à baixa emissão estelar e também à alta absorção quando o envoltório é opticamente espesso. Assim, não se obtém um número suficiente de fótons nessa região para se calcular a polarização com uma estatística razoável. A solução empregada foi utilizar um código modificado que resolve somente o transporte radiativo e não o equilíbrio radiativo, e que adota uma fonte que emite um espectro plano (igual para todos os comprimentos de onda), no intervalo espectral em que se deseja calcular a polarização. Nas Figuras 6.4 e 6.5, a DEE em todo domínio espectral e a polarização para  $\lambda > 0,8$  são calculadas pelo código de equilíbrio radiativo enquanto que a polarização para  $\lambda < 0,8 \mu\text{m}$  é obtida através do código modificado.

O comportamento da polarização mostrada na Figura 6.4 é bastante complexo. Níveis apreciáveis de polarização ocorrem apenas para comprimentos de onda menores que, aproximadamente,  $6 \mu\text{m}$ . Outra característica importante são os três giros da polarização, que ocorrem no visível e IV próximo. Os giros em  $\lambda \cong 0,3$  e  $0,9 \mu\text{m}$  são independentes do ângulo de inclinação, ou seja, eles ocorrem no mesmo comprimento de onda para todos os ângulos de inclinação. Já o giro em torno de  $1,5 \mu\text{m}$  ocorre em um diferente comprimento de onda para cada inclinação, o que é evidenciado pelo fato de as curvas para diferentes inclinações não cruzarem o eixo das abscissas no mesmo  $\lambda$ . Além disso, a polarização no visível é caracterizada por grandes oscilações, cuja amplitude chega a 5%. Comparando-se os níveis de polarização da Figura 6.4 com os produzidos por um envoltório de elétrons, nota-se que os envoltórios de poeira podem produzir níveis de polarização muito maiores. Enquanto o módulo da polarização para o modelo básico com elétrons é em torno de 4% para  $i = 90^\circ$  e  $\tau_{\text{eq}} = 30$ , a polarização do modelo básico é maior que 10% para  $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ , comprimento de onda para o qual o envoltório tem uma profundidade óptica 30.

A polarização para o envoltório de carbono amorfo (Figura 6.5) é muito diferente da polarização para o de silicato. Para o carbono amorfo a polarização é negativa em praticamente todo o espectro, e apresenta somente uma inversão de sinal em torno de  $3 \mu\text{m}$ , muito menos conspícua que as inversões do silicato. Outra característica que diferencia os dois materiais é que a polarização para carbono amorfo torna-se próxima a zero para comprimentos de onda em torno de  $0,9 \mu\text{m}$ . Finalmente, as oscilações da polarização na região do visível, muito intensas para o silicato, não existem para o carbono amorfo.

É interessante analisar, também, em uma breve digressão, o comportamento da DEE. A DEE no IV é praticamente independente da inclinação; isso deve-se ao fato de que o envoltório é opticamente fino nessa região espectral, e a radiação emergente independe da profundidade óptica. Para o visível, o fluxo é mais intenso para pequenas inclinações e diminui significativamente à medida que a inclinação aumenta, correspondente à alta opacidade do envoltório nessa região espectral.

As causas que concorrem para a formação do padrão de polarização podem ser divididas em dois grupos: causas macroscópicas, relacionadas com a geometria e profundidade óptica do envoltório, e microscópicas, ligadas às propriedades intrínsecas de polarização dos grãos. Estas últimas serão estudadas a seguir e as primeiras na seção 6.5.

## 6.3. Propriedades de polarização dos grãos de poeira

### 6.3.1. Efeitos do albedo

Sendo o espalhamento o mecanismo de polarização da luz, o fator de eficiência de espalhamento desempenha um papel fundamental na polarização. A polarização de um envoltório de poeira depende, além da sua geometria, do fluxo espalhado pelos grãos. Se o fluxo espalhado for muito pequeno comparado ao fluxo integrado do envoltório, a polarização será baixa, mesmo para geometrias que favorecem a polarização.

Dado um conjunto de grãos iluminado por um campo de radiação, o albedo dos grãos fornece, justamente, a razão entre o fluxo espalhado e o fluxo total, quando não se observa diretamente a fonte. Assim, um determinado grão de poeira somente polariza a luz em um determinado intervalo espectral, para o qual o albedo é significativamente maior do que zero.

Mostramos nas Figuras 6.6 e 6.7 o albedo do silicato cósmico e do carbono amorfo em função do comprimento de onda, para vários tamanhos de grão e distribuições de tamanhos de grão. As figuras ilustram a região espectral onde o fluxo espalhado será não-nulo. De forma geral, o albedo para grãos de tamanho único tende a 0,5 no limite geométrico, tem valores maiores na região de Mie e cai rapidamente no limite de Rayleigh.

Observa-se, nas figuras, uma diferença importante entre carbono amorfo e silicato. O albedo do silicato apresenta um pico pronunciado para comprimentos de onda em torno de  $\pi a$ , correspondente a uma ressonância; esse pico está também presente no albedo do carbono amorfo, mas é muito menos pronunciado. Compare-se, por exemplo, a Figura 6.6-b com a Figura 6.7-b: o albedo é, em alguns comprimentos de onda, quase duas vezes maior para o silicato que para o carbono amorfo.

O motivo dessa diferença é que o carbono amorfo é um material com propriedades de condutor, o que, matematicamente, significa que  $k > 0$ , onde  $k$  é a parte imaginária do índice de refração. Como mencionado na seção 5.2.1,  $k$  está relacionado com a atenuação da onda eletromagnética à medida que esta se propaga no material. Já o silicato tem características de dielétrico, ou o que se convencionou chamar dielétrico “sujo”, material para o qual  $k \cong 0$ . A diferença entre os valores de  $k$  dos dois materiais resulta em uma diferença na eficiência de absorção (e portanto no albedo), a qual é maior para dielétricos do que condutores. De forma geral,  $Q_{abs} \propto \lambda^{-1}$  para dielétricos e,  $Q_{abs} \propto \lambda^{-2}$  para condutores, nos comprimentos de onda no limite de Rayleigh.

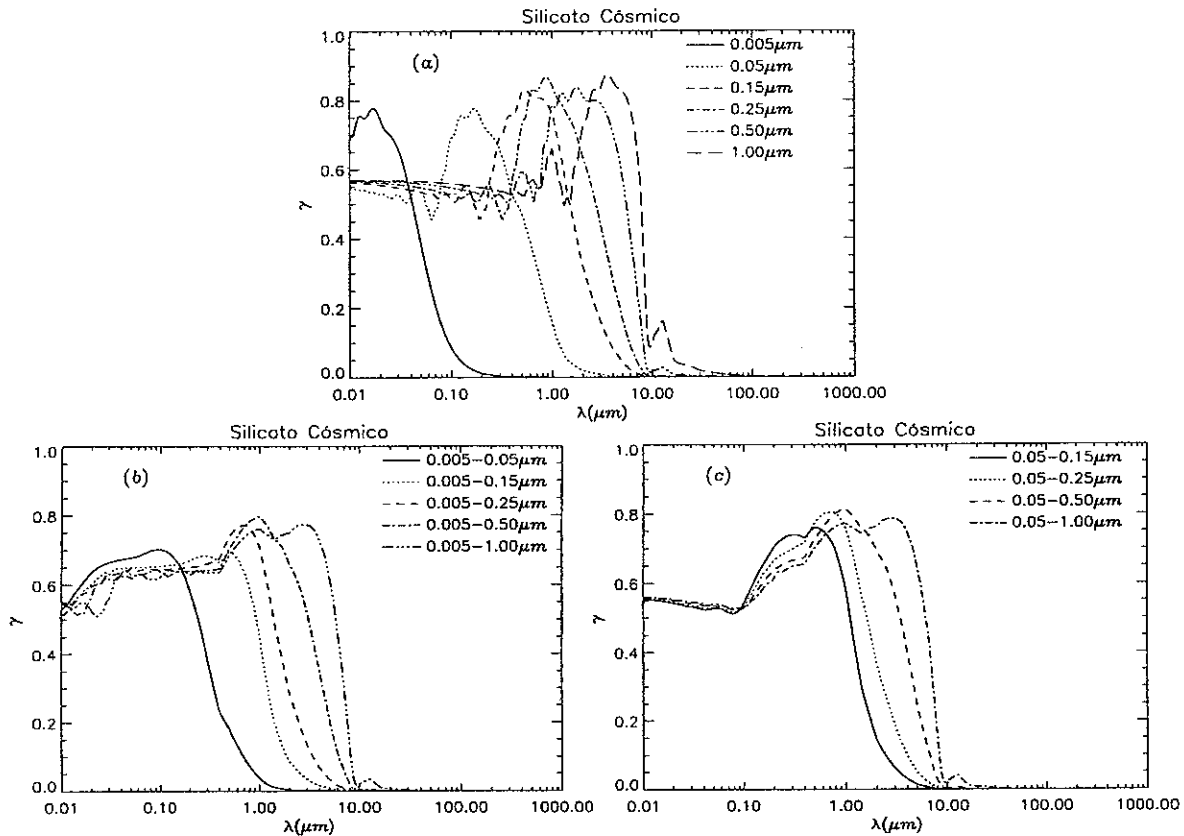


Figura 6.6 – Albedo versus comprimento de onda. a) albedo para seis tamanhos de grão, como indicado; b) albedo médio para cinco distribuições de tamanho com  $a_{\min} = 0,005 \mu\text{m}$  (modelos do grupo 1, seção 5.8); c) albedo médio para quatro distribuições de tamanho com  $a_{\min} = 0,05 \mu\text{m}$  (modelos do grupo 2, seção 5.8).

Do comportamento do albedo, podemos tirar algumas conclusões sobre as propriedades de polarização dos grãos. Como o fluxo espalhado somente é significativo quando o albedo é maior que zero, isso impõe um limite superior para o comprimento de onda em que será observada a polarização produzida por um dado conjunto de grãos. Um envoltório com grãos de silicato cósmico com  $a = 0,25 \mu\text{m}$ , por exemplo, somente polariza a luz para comprimentos de onda até aproximadamente  $9 \mu\text{m}$  (cf. Figura 6.6-a). Esse limite superior corresponde, aproximadamente, ao que é observado na Figura 6.4. Na verdade, a polarização nesta figura vai somente até aproximadamente  $6 \mu\text{m}$ , mas esse é um efeito da profundidade óptica, que será estudado mais adiante.

Outra consequência dessa análise é que a detecção de polarização intrínseca de um determinado envoltório estelar impõe um valor inferior para o máximo tamanho de grãos presentes no envoltório. Por exemplo, se um objeto tem polarização em  $\lambda = 10 \mu\text{m}$ , grãos com tamanho de ao menos  $a \sim 0,50 \mu\text{m}$  devem, necessariamente, estar presentes.

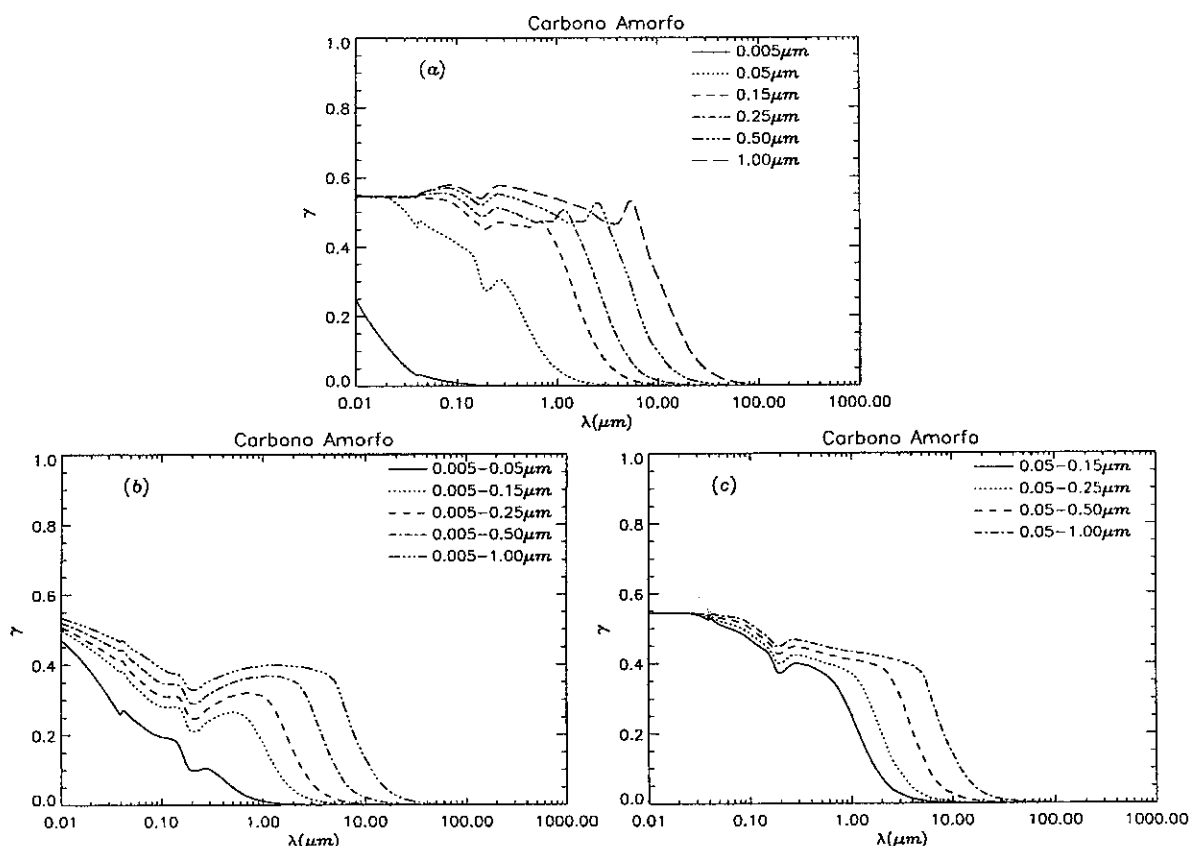


Figura 6.7 – O mesmo que a Figura 6.6, para carbono amorfo.

### 6.3.2. Propriedades de polarização dos grãos de poeira

A discussão anterior mostrou a região espectral onde espera-se que um determinado conjunto de grãos produza um fluxo espalhado não-nulo. Entretanto, um fluxo espalhado não necessariamente será polarizado. Uma condição necessária para a formação da polarização é que a geometria do conjunto de grãos que produz o fluxo espalhado deve apresentar, como vimos, algum tipo de assimetria. Outra condição necessária recai sobre as propriedades de polarização dos grãos.

Como foi visto no capítulo 1, os parâmetros de Stokes normalizados de um feixe de luz não polarizado são  $I = 1$ ,  $Q = 0$ ,  $U = 0$ ,  $V = 0$ . Se esse feixe de luz for espalhado para um ângulo  $\theta$ , por um grão de determinadas características, seus novos parâmetros de Stokes serão dados por:

$$\begin{cases} I = 1 \\ Q = P_2(\theta) / P_1(\theta) \\ U = 0 \\ V = 0 \end{cases}$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são os elementos da matriz de espalhamento por poeira, equações 5.6 e 2.11. Os parâmetros de Stokes acima estão representados com relação ao plano de espalha-

mento. Vale recordar que  $P_1$  e  $P_2$  dependem, além do ângulo de espalhamento, da composição e tamanho do grão e do comprimento de onda da luz incidente.

Definimos a quantidade:

$$P = -Q = -\frac{P_2}{P_1}, \quad (6.3)$$

a polarização da radiação espalhada em função do ângulo de espalhamento; tem-se que  $|P| \leq 1$ . Se  $P$  é positivo, a luz espalhada é polarizada *perpendicularmente* ao plano de espalhamento. Se  $P$  é negativo, a luz espalhada é polarizada *paralelamente* ao plano de espalhamento. O grau de polarização é simplesmente  $|P|$  e independentemente do tamanho e composição do grão,  $P(0^\circ) = P(180^\circ) = 0$ .

Para espalhamento Thomson ou espalhamento Rayleigh, vimos (capítulo 1) que  $P$  tem uma forma muito simples:

$$P = \frac{1 - \cos^2(\theta)}{1 + \cos^2(\theta)}. \quad (6.4)$$

$P$  é sempre positivo, de maneira que a polarização produzida por esses dois processos é sempre perpendicular ao plano de espalhamento.

Para espalhamento Mie,  $P$  pode ser muito mais complexo. A Figura 6.8 ilustra a dependência de  $P$  com o ângulo de espalhamento para um grão de silicato cósmico com  $a = 0,15 \mu m$ . Para comprimentos de onda no limite de Rayleigh, correspondentes a um parâmetro de tamanho  $x \ll 1$  ( $\lambda = 1$  e  $5 \mu m$ ),  $P$  é dado, aproximadamente, pela equação (6.4), como esperado. Para comprimentos de onda na região de Mie ( $\lambda = 0,55 \mu m$ ) e no limite geométrico ( $\lambda = 0,1 \mu m$ ), a forma de  $P$  é mais complexa. Em particular, nota-se que  $P$  é *negativo* para vários ângulos de espalhamento, o que indica que a polarização, nesses casos, é *paralela* ao plano de espalhamento.

Quando luz estelar despolarizada é espalhada em diferentes partes do envoltório de um sistema estelar não resolvido angularmente, a polarização líquida é o resultado da soma da luz espalhada na direção do observador, em todo o volume do envoltório. A radiação que atinge o observador é, dessa forma, composta de luz que foi espalhada nos mais variados ângulos de espalhamento. Assim, é natural esperar que uma média da função  $P$ , definida adequadamente, guarde relação com a polarização do envoltório. Definimos a quantidade  $\langle P \rangle$  como a média de  $P$  ponderada pela função de fase de espalhamento:

$$\langle P \rangle = -\frac{\int_{-1}^1 P_2/P_1 g(\mu) d\mu}{\int_{-1}^1 g(\mu) d\mu},$$

onde  $g(\mu)$  é a função de fase. Para luz incidente despolarizada,  $g = P_1$ , e a expressão acima fica:

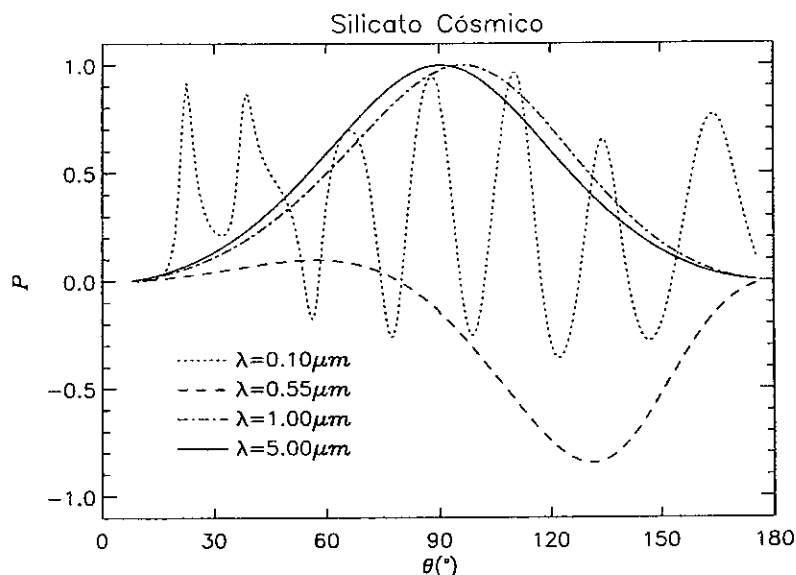


Figura 6.8 –  $P$  versus ângulo de espalhamento para um grão de silicato cósmico, com  $a = 0,15 \mu m$ . Cada curva mostra  $P$  para um determinado comprimento de onda.

$$\langle P \rangle = - \frac{\int_{-1}^1 P_2 d\mu}{\int_{-1}^1 P_1 d\mu} \quad (6.5)$$

Cálculos de  $\langle P \rangle$  em função do comprimento de onda são mostrados na Figura 6.9, para alguns tamanhos de grão de silicato cósmico. Para comprimentos de onda longos, no limite de Rayleigh ( $\lambda \geq 5\pi a$ ),  $\langle P \rangle$  tende a 0,5, valor, este, correspondente à média de  $P$  da equação (6.4) ponderada pela função de fase dipolar:

$$\langle P \rangle_{Dipolar} = - \frac{\int_{-1}^1 \mu^2 - 1 d\mu}{\int_{-1}^1 \mu^2 + 1 d\mu} = 0,5.$$

Para comprimentos de onda na região de Mie ( $\lambda \sim a$ ),  $\langle P \rangle$  apresenta um comportamento oscilatório e, o que é mais importante, apresenta duas raízes<sup>1</sup> em  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ . Estes valores guardam uma relação com o tamanho do grão, como veremos abaixo. Finalmente, no limite geométrico,  $\langle P \rangle$  cresce lentamente com a diminuição do comprimento de onda.

<sup>1</sup> $\langle P \rangle$  para o grão com  $a = 0,05 \mu m$  possui, também, duas raízes, mas uma delas encontra-se fora da escala do gráfico na Figura 6.9.

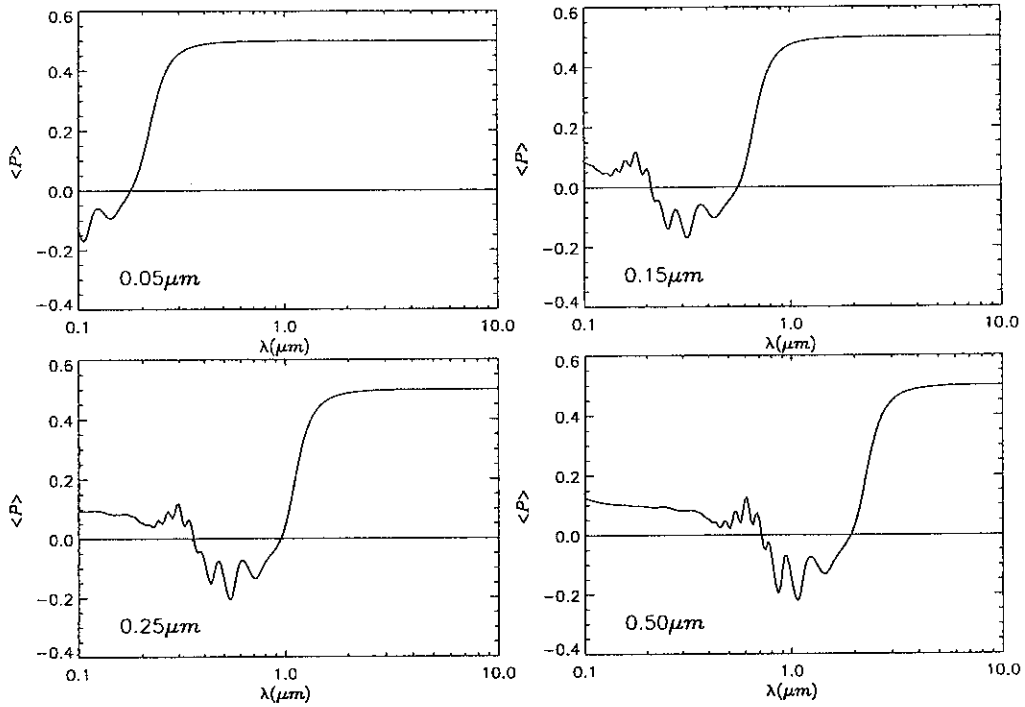


Figura 6.9 -  $\langle P \rangle$  versus comprimento de onda para quatro tamanhos de grãos de silicato cósmico, como indicado.

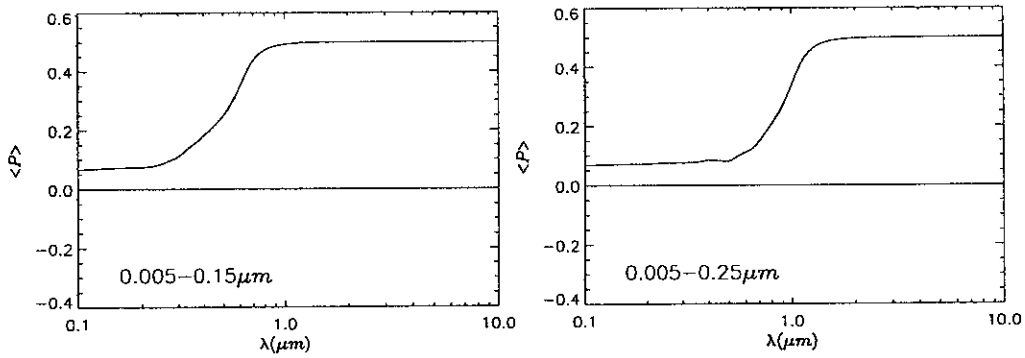


Figura 6.10 -  $\langle P \rangle$  versus  $\lambda$  para duas distribuições MRN com  $a_{\min} = 0,005 \mu m$  e  $a_{\max} = 0,15$  e  $0,25 \mu m$ . O material é o silicato cósmico.

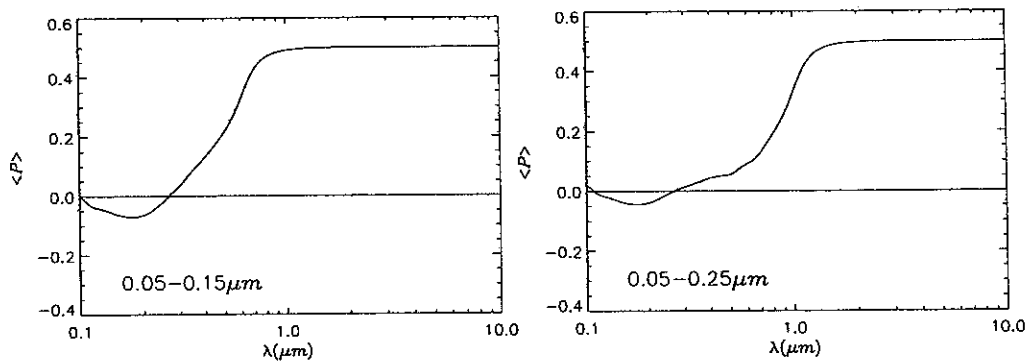


Figura 6.11 -  $\langle P \rangle$  versus  $\lambda$  para duas distribuições MRN com  $a_{\min} = 0,05 \mu m$  e  $a_{\max} = 0,15$  e  $0,25 \mu m$ . O material é o silicato cósmico.



Tabela 6.1 – Raízes de  $\langle P \rangle$  ( $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ ) e valores de  $x$  correspondentes para grãos de silicato cósmico.

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\lambda_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$x_0$	$\lambda_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$x_1$
0,01	0,014	4,44	0,035	1,78
0,02	0,028	4,44	0,070	1,78
0,04	0,057	4,44	0,14	1,78
0,06	0,085	4,44	0,21	1,78
0,08	0,11	4,44	0,28	1,78
0,10	0,14	4,44	0,35	1,78
0,12	0,17	4,44	0,43	1,75
0,15	0,21	4,44	0,56	1,68
0,20	0,28	4,44	0,76	1,65
0,25	0,35	4,44	0,95	1,65
0,30	0,43	4,42	1,14	1,66
0,35	0,50	4,38	1,32	1,67
0,40	0,57	4,38	1,51	1,66
0,45	0,64	4,38	1,72	1,65
0,50	0,71	4,38	1,92	1,64

Na Figura 6.9, as curvas para os diferentes tamanhos de grão são semelhantes, mas encontram-se deslocadas entre si. Isso reflete o fato de que as fórmulas de Mie dependem, para um dado valor do índice de refração, apenas do parâmetro de tamanho  $x$  (cf. equações 5.3 e 5.4) e não de  $a$  e  $\lambda$  separadamente. Se o índice de refração dos grãos de poeira fosse independente de  $\lambda$ , haveria um  $x_0$  e  $x_1$ , para os quais:

$$\lambda_0 = \frac{a x_0}{2\pi} \text{ e } \lambda_1 = \frac{a x_1}{2\pi}.$$

O índice de refração, entretanto, varia consideravelmente com o comprimento de onda e as relações acima não são estritamente válidas. Apesar disso,  $x_0$  e  $x_1$  são razoavelmente independentes de  $a$ , como mostra a Tabela 6.1, onde estão tabuladas as raízes de  $\langle P \rangle$  para vários tamanhos de grão e os valores de  $x_0$  e  $x_1$  correspondentes. Um valor de  $x_0$  de 4,4 pode ser usado, com boa precisão, para estimar-se a primeira raiz de  $\langle P \rangle$ , para um dado  $a$ . Já a segunda raiz de  $\langle P \rangle$  tem uma dependência mais acentuada em relação ao tamanho do grão.

Nas Figuras 6.10 e 6.11 são mostrados  $\langle P \rangle$  para algumas distribuições de tamanho. O valor de  $\langle P \rangle$  da distribuição é calculado usando-se a seguinte expressão:

$$\langle P \rangle = \frac{\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} \sigma_{\text{ext}}(a) m(a) \langle P(a) \rangle da}{\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} \sigma_{\text{ext}}(a) m(a) da}.$$

Tabela 6.2 – Raízes de  $\langle P \rangle$  ( $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ ) e valores de  $x$  correspondentes para distribuições de grãos de silicato cósmico.

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\lambda_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$x_0$	$\lambda_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$x_1$
0,05 a 0,25	0,11	2,89	0,27	1,17
0,06 a 0,25	0,13	2,96	0,34	1,13
0,07 a 0,25	0,15	3,03	0,39	1,13
0,08 a 0,25	0,16	4,00	0,45	1,12
0,09 a 0,25	0,18	3,17	0,51	1,11
0,10 a 0,25	0,19	3,24	0,54	1,16

A diferença entre as Figuras 6.10 e 6.11 está no valor de  $a_{\text{mín}}$ : 0,005  $\mu\text{m}$  para a Figura 6.10 e 0,05  $\mu\text{m}$  para a Figura 6.11. Nota-se que o valor de  $a_{\text{mín}}$  é relevante, pois ocorrem mudanças de sinal para os modelos com  $a_{\text{mín}}$  maior, que não são observadas nos demais modelos. Na próxima seção, mostramos um modelo semi-analítico que relaciona  $\langle P \rangle$  com a polarização do envoltório, e mostra que a presença de inversões de sinais em  $\langle P \rangle$  pode constituir-se em um teste observacional importante. As raízes de  $\langle P \rangle$  para algumas distribuições de tamanho estão listadas na Tabela 6.2.

Valores de  $\langle P \rangle$  para grãos de carbono amorfo são mostrados nas Figuras 6.12 e 6.13. A principal diferença com relação ao silicato é que, à exceção do grão com maior raio, não se observam mudanças de sinal em  $\langle P \rangle$ . As oscilações observadas para o silicato, próximo à primeira raiz de  $\langle P \rangle$ , também estão ausentes. Outra diferença, que tem conseqüências para a polarização do envoltório, é que  $\langle P \rangle$  na região de Mie e no limite geométrico é significativamente maior para o carbono amorfo, em especial o  $\langle P \rangle$  para distribuições de tamanho.

#### 6.4. Um modelo semi-analítico para envoltórios opticamente finos

Como mencionado anteriormente, quando se observa um determinado envoltório, detecta-se a luz espalhada em todo o seu volume (se o envoltório não for resolvido angularmente) ou ao longo da coluna de material correspondente ao ângulo sólido da observação (quando for possível a observação de partes distintas do envoltório). Em todo caso, espera-se que a luz espalhada integrada seja composta por luz que foi espalhada em todos os ângulos de espalhamento. Existem várias situações em que isso pode não ser verdade como, por exemplo, a de um disco geometricamente fino observado ao longo do polo ( $i = 0^\circ$ ); nesse caso, a luz que atinge o observador foi espalhada principalmente em ângulos próximos a  $90^\circ$ . Vamos supor, entretanto, que a luz espalhada integrada corresponda à luz espalhada em todos os ângulos, o que é razoável para a maioria das geometrias, em especial para geometrias fechadas (que envolvem toda a fonte luminosa, em contraposição a geometrias de disco ou jatos) ou, ainda, geometrias observadas ao longo do plano ou eixo em que a matéria se encontra concentrada.

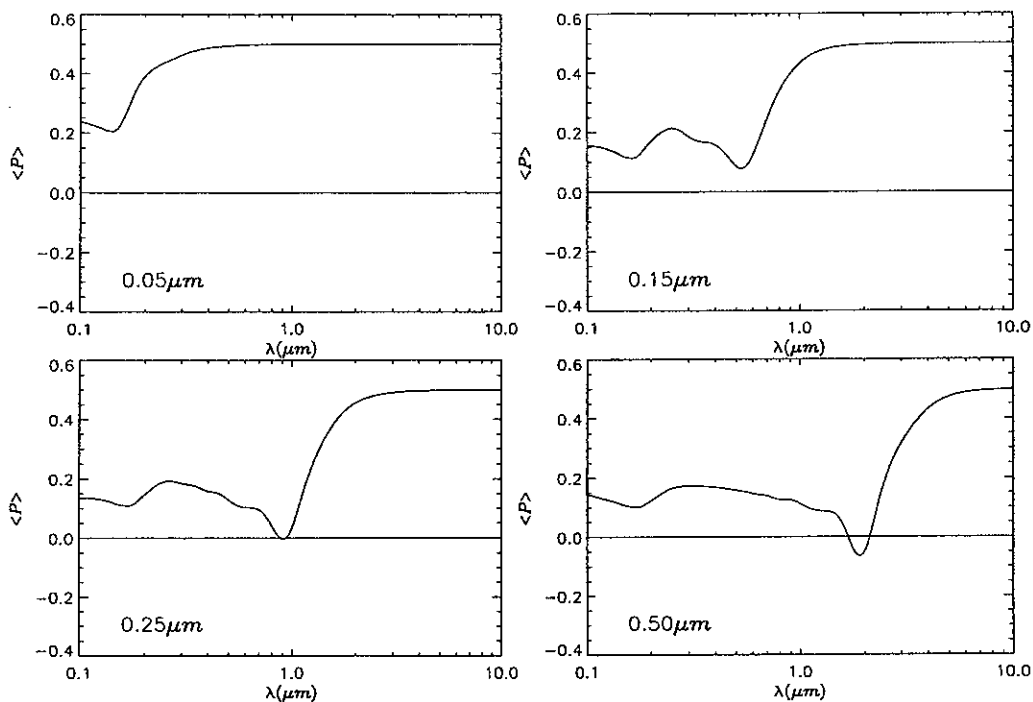


Figura 6.12 -  $\langle P \rangle$  versus comprimento de onda para quatro tamanhos de grãos de carbono amorfo, como indicado.

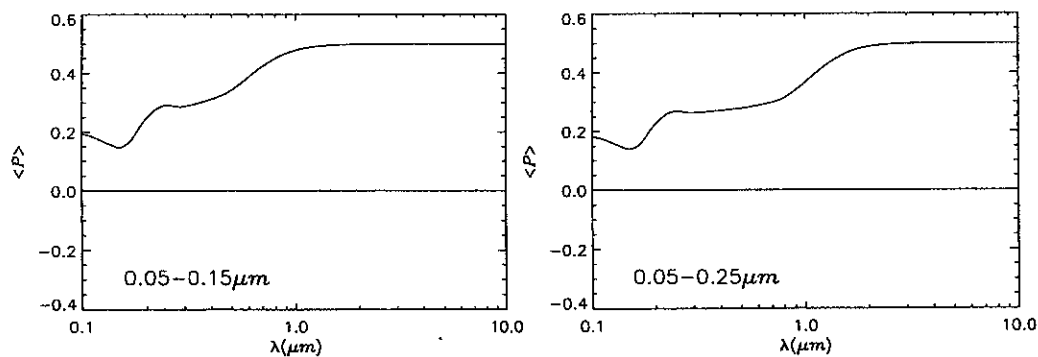


Figura 6.13 -  $\langle P \rangle$  versus  $\lambda$  para duas distribuições MRN com  $a_{\min} = 0,005 \mu\text{m}$  e  $a_{\max} = 0,15$  e  $0,25 \mu\text{m}$ . O material é o carbono amorfo.

Dentro dessa suposição, é razoável esperar-se que  $\langle P \rangle$ , definido na seção anterior, guarde relação com a polarização do envoltório, que denominaremos  $P_e$ . A seguir mostramos um modelo semi-analítico que reproduz satisfatoriamente a polarização para envoltórios opticamente finos. Veremos que  $\langle P \rangle$  pode, com toda propriedade, ser considerado como a *eficiência de polarização do envoltório de poeira*.

Vamos considerar quatro modelos de envoltório, correspondentes a quatro configurações de grão, que serão usados para ilustrar os resultados do modelo semi-analítico. A polarização para estes modelos é mostrada na Figura 6.14 a-d.

Vamos construir o modelo em duas etapas: primeiramente procuraremos estimar a forma da polarização do envoltório e, em seguida, o nível da polarização a partir da geometria do envoltório. É importante observar que, com esse modelo, procuraremos reproduzir a polarização de forma aproximada, apenas, dado o caráter das nossas suposições.

Se for válida a suposição de que  $\langle P \rangle$  é a eficiência de polarização do envoltório, então a forma da polarização é dada simplesmente pela multiplicação de  $\langle P \rangle$  pela profundidade óptica do envoltório, pois, no regime opticamente fino, a polarização é proporcional à profundidade óptica (ver abaixo). Note-se, entretanto, que essa profundidade óptica não é a profundidade óptica de extinção mas, sim, a profundidade óptica de espalhamento, relacionada com o fluxo espalhado pelo envoltório. Ela é escrita como:

$$\tau_{esp}(\lambda) \propto \sigma_{esp}(\lambda)n_0,$$

ou, alternativamente,

$$\tau_{esp}(\lambda) \propto \sigma_{ext}(\lambda)\gamma(\lambda)n_0.$$

Assim, a forma de  $P_e$ , a polarização do envoltório, é expressa matematicamente como:

$$P_e(\lambda) \propto \tau_{ext}(\lambda)\gamma(\lambda)\langle P(\lambda) \rangle. \quad (6.6)$$

Resta-nos, agora, estimar o nível da polarização produzida pelo modelo básico de envoltório da Figura 6.1 para todos os comprimentos de onda e para uma dada profundidade óptica. Para isso, utilizaremos o modelo analítico de Brown e McLean (1977), que será descrito resumidamente a seguir.

Brown e McLean (1977) apresentam expressões analíticas para a polarização de envoltórios eletrônicos axi-simétricos. O transporte radiativo é calculado a partir de várias simplificações, que limitam o emprego das expressões. As principais simplificações consistem em considerar o espalhamento simples da radiação e em usar uma fonte puntiforme. Além disso, os autores não consideram nem a atenuação da luz estelar pelo envoltório nem a atenuação da luz espalhada pelo envoltório. Assim, as expressões de Brown e McLean (1977) podem somente ser empregadas para envoltórios opticamente muito finos e com dimensões muito maiores que a fonte. Nestas situações, porém, o modelo de Brown e McLean (1977) fornece resultados razoavelmente acurados e tem o mérito incontestável de fornecer soluções para geometrias axi-simétricas gerais, através de um tratamento muito elegante do problema. Para ilustrar o limite de validade do modelo de Brown e McLean (1977), mostramos na Figura 6.2, pág. 159, a polarização predita pelo modelo em comparação com os nossos resultados. Importantes desvios já são observados para  $\tau_{eq} > 1$ .

No modelo de Brown e McLean (1977), a polarização da luz espalhada pelo envoltório é dada por:

$$P_{esp} = \frac{\text{sen}^2 i}{2\alpha + \text{sen}^2 i},$$

com:

$$\alpha = \frac{1 + \gamma}{1 - 3\gamma},$$

onde  $\gamma$  é um fator de forma, relacionado com a distribuição espacial da poeira. Este fator é definido como a razão entre dois “momentos” (integrais) da função de distribuição de densidades:

$$\gamma = \frac{\int_r \int_{-1}^1 n(r, \mu) \mu^2 d\mu dr}{\int_r \int_{-1}^1 n(r, \mu) d\mu dr}. \quad (6.7)$$

Os limites da integral em  $r$  não foram indicados pois eles dependem da geometria escolhida. Para uma geometria esférica,  $\gamma = 1/3$ , para uma geometria prolata,  $0 \leq \gamma \leq 1/3$  e para uma geometria oblata,  $1/3 \leq \gamma \leq 1$ .

A quantidade de interesse observacional não é  $P_{esp}$ , mas sim a polarização resultante quando se inclui o fluxo estelar direto. Nesse ponto, Brown e McLean (1977) consideraram, como uma aproximação, que nem o fluxo espalhado nem o fluxo estelar são atenuados pelo envoltório. Nessa aproximação, válida, como dissemos, para profundidades ópticas muito baixas, a polarização do envoltório é:

$$P_e \cong 2\tilde{\tau}(1 - 3\gamma) \text{sen}^2 i,^2 \quad (6.8)$$

onde  $\tilde{\tau}$  é a profundidade óptica média do envoltório, definida como:

$$\tilde{\tau} = \frac{3}{32} \sigma_T \int_r \int_{-1}^1 n(r, \mu) dr d\mu. \quad (6.9)$$

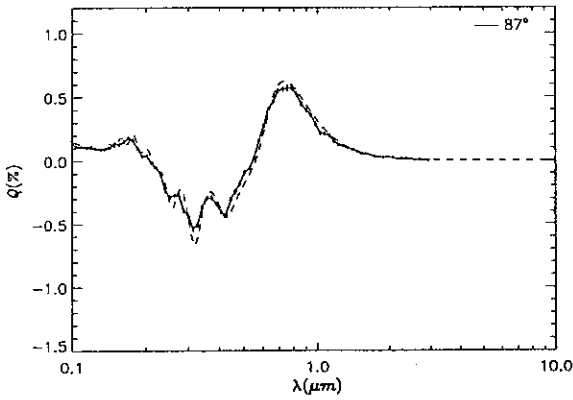
Da equação (6.8), vemos que a polarização do envoltório é proporcional à profundidade óptica. Para uma geometria esférica, para a qual  $\gamma = 1/3$ ,  $P_e$  é identicamente nulo, para uma geometria oblata  $P_e > 0$  e para uma geometria prolata  $P_e < 0$ .

Vamos usar a equação (6.8) para estimar a polarização de um envoltório de poeira axi-simétrico com fator de forma  $\gamma$  em função de  $\lambda$  e da profundidade óptica. Primeiramente, devemos relacionar  $\tilde{\tau}$  com  $\tau_{eq}$ , a normalização da profundidade óptica por nós utilizada. A relação é fácil de ser obtida para leis de densidade para as quais vale a relação:

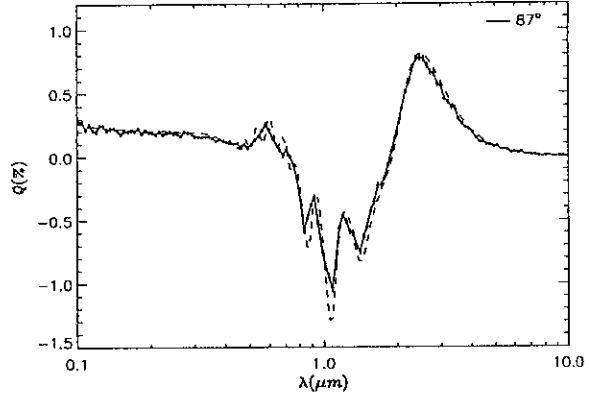
$$n(r, \mu) = f(r)g(\mu).$$

---

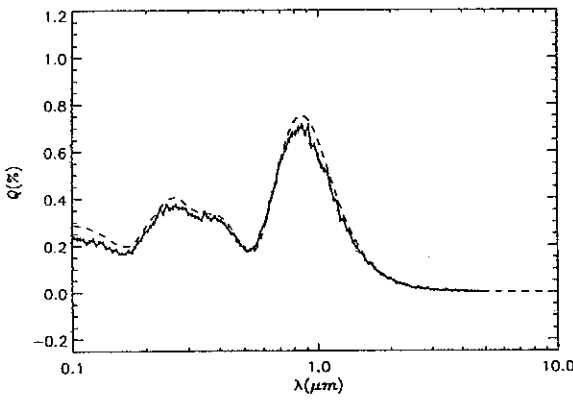
<sup>2</sup> Esta expressão difere, por um fator dois, da expressão publicada por Brown e McLean (1977), fator esse que foi, aparentemente, olvidado pelos autores.



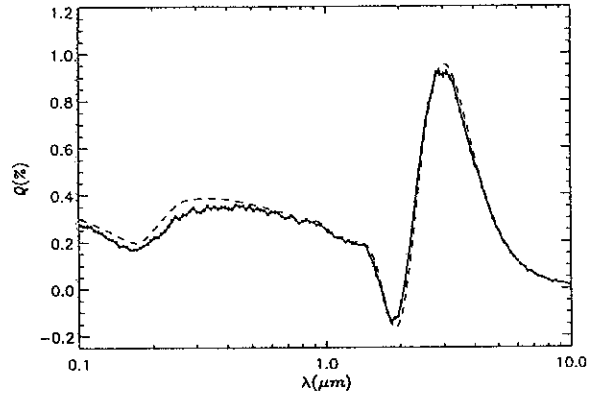
a) Polarização para um envoltório de silicato cósmico com  $a = 0,15 \mu m$ . A geometria é a do modelo básico, com profundidade óptica  $\tau_{55} = 0,3$ .



b) O mesmo que a) para  $a = 0,50 \mu m$ .



c) Polarização para um envoltório de carbono amorfo com  $a = 0,15 \mu m$ . A geometria é a do modelo básico, com profundidade óptica  $\tau_{55} = 0,3$ .



d) O mesmo que c) para  $a = 0,50 \mu m$ .

Figura 6.14 – Modelos de envoltório para ilustrar o modelo semi-analítico. Linha cheia: resultados do código de Monte Carlo. Linha tracejada: modelo semi-analítico.

Nesse caso, a integral em  $r$  na equação (6.9) é, justamente,  $\tau_{eq}$  (vide equação 6.2), de forma que:

$$\frac{\tilde{\tau}}{\tau_{eq}} = \frac{3}{32} \tilde{\mu}, \quad (6.10)$$

onde  $\tilde{\mu} = \int_{-1}^1 g(\mu) d\mu$ . Das equações (6.6), (6.8) e (6.10), obtemos, para a polarização de um envoltório axi-simétrico de poeira opticamente fino:

$$P_e(\lambda) \equiv \frac{3}{8} \tau_{eq}(\lambda) \gamma(\lambda) \langle P(\lambda) \rangle \tilde{\mu} (1 - 3\gamma) \sin^2 i, \quad (6.11)$$

onde o lado direito da equação acima foi multiplicado por 2, tendo-se em vista que o valor máximo de  $\langle P \rangle$  é 0,5 e não 1.

Vejamos, agora, como a expressão acima se compara com os resultados de nosso código de Monte Carlo para o modelo básico. Resolvendo as integrais em (6.6) e (6.10) para a função de densidade (6.1), obtemos:

$$\gamma = 0,129 \text{ e } \bar{\mu} = 0,681.$$

Na Figura 6.14 comparamos os resultados do modelo semi-analítico com os resultados do código de Monte Carlo. Os resultados concordam muito bem, principalmente se considerarmos as grandes suposições simplificadoras envolvidas. O sucesso do modelo semi-analítico implica que a suposição feita a respeito de  $\langle P \rangle$  é verdadeira, ou seja,  $\langle P \rangle$  descreve a eficiência de polarização do envoltório e fornece a forma da polarização no regime opticamente fino.

Deve-se, entretanto, atentar para a condição de que a geometria do envoltório seja tal que  $\langle P \rangle$  corresponda, realmente, à eficiência de polarização dos grãos (cf. discussão no início desta seção). Vejamos, por exemplo, como os resultados se comparam quando consideramos um envoltório prolato, em vez de um oblato, para o qual  $a/c = 1/10$ . Nesse caso, a poeira concentra-se predominantemente ao longo do eixo de simetria do sistema. Quando o envoltório é observado ao longo do equador, a luz espalhada que atinge o observador foi espalhada por ângulos próximos a  $90^\circ$ . Comparamos o resultado do modelo semi-analítico com o resultado do código de Monte Carlo para uma geometria prolata na Figura 6.15. Os resultados diferem bastante para comprimentos de ondas menores que  $1 \mu\text{m}$ , o que significa que  $\langle P \rangle$  não é uma boa aproximação para a eficiência de polarização do envoltório prolato.

O estudo desta seção mostra que a forma espectral da polarização do envoltório, no regime opticamente fino, é dada por  $\langle P \rangle$ , pelo albedo e pela seção de choque de extinção, como mostra a equação (6.11), e é, portanto, fortemente dependente do tamanho do grão ou da distribuição de tamanhos de grão. Isso significa que a polarização pode ser um vínculo muito importante para essas quantidades que, como vimos no capítulo 5, são, em geral, fracamente vinculadas pela distribuição de energia espectral. Chamamos atenção, em particular, para as mudanças de sinal de  $\langle P \rangle$  para o silicato cósmico, que podem constituir um teste observacional importante para os parâmetros da distribuição de tamanhos de grão.

Nesse ponto, já podemos explicar algumas das características observadas na polarização mostrada nas Figuras 6.4 e 6.5, pág. 161. As inversões de polarização do envoltório de silicato, em  $\lambda \cong 0,35$  e  $0,95 \mu\text{m}$ , e as oscilações da polarização no visível espelham exatamente o comportamento de  $\langle P \rangle$ . Essa é, também, a explicação para o cancelamento da polarização do envoltório de carbono amorfo em  $\lambda \cong 1 \mu\text{m}$ .

## 6.5. Giro de polarização devido à profundidade óptica

Na seção 6.2 vimos que a polarização do modelo básico com elétrons apresenta uma mudança de sinal, correspondente ao giro em  $90^\circ$  da direção da polarização, para uma profundidade óptica do equador em torno de 7,5, fenômeno que ocorre quando a luz espalhada no equador torna-se muito atenuada e a luz espalhada nos pólos domina a polarização.

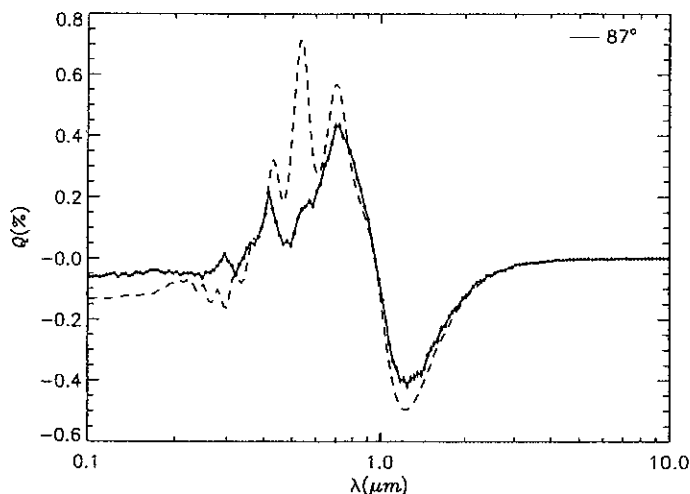


Figura 6.15 – Comparação entre os resultados do código de Monte Carlo e do modelo semi-analítico, para um envoltório de silicato cósmico com uma geometria prolata, com  $a/c = 1/10$ . A profundidade óptica no equador é  $\tau_{55} = 0,02$ .

Para envoltórios de poeira, esse fenômeno ocorre, muitas vezes, para profundidades ópticas menores, devido à absorção da luz pelos grãos. O espalhamento múltiplo da luz nas regiões mais espessas do envoltório (no caso, o plano do equador), aumenta a atenuação da luz espalhada emergente, o que diminui a profundidade óptica para a qual a radiação dos pólos passa a dominar a polarização.

Na Figura 6.16 mostramos a polarização para envoltórios de silicato com diferentes profundidades ópticas, para ilustrar o giro da polarização devido à profundidade óptica. Na Figura 6.16-a, a profundidade óptica é baixa ou moderada em todo o espectro, e não se observa o giro da polarização por efeito da profundidade óptica; os dois giros indicados pelas linhas verticais tracejadas são devidos à óptica dos grãos. Nos demais modelos, são observados vários giros da polarização que, por ocorrerem em comprimentos de onda diferentes dos indicados pelas linhas verticais, são devidos à profundidade óptica.

Tais giros ocorrem quando a profundidade óptica do envoltório atinge um determinado valor; para envoltórios opticamente espessos (Figura 6.16-d), o giro ocorre no IV e à medida que a profundidade óptica do envoltório diminui, o giro passa a ocorrer em comprimentos de onda menores. Nossos resultados mostram que o giro da polarização correlaciona-se melhor com a profundidade óptica de absorção, ao invés da profundidade óptica de extinção. Na Figura 6.16-c, por exemplo, o giro da polarização ocorre em torno de  $1 \mu m$ , e coincide com o giro devido às propriedades do grão. Nessa região espectral, a profundidade óptica de extinção é 7,5 e a profundidade óptica de absorção [dada por  $\tau_{abs} = \tau_{ext}(1-\gamma)$ ] é 1,1. Na Figura 6.16-d o giro ocorre em torno de  $1,5 \mu m$ , onde  $\tau_{ext} = 4,5$  e  $\tau_{abs} = 1,3$ . Essa correlação foi observada para várias profundidades ópticas. Para o carbono amorfo essa correlação entre o giro da polarização e a profundidade óptica de absorção também foi observada, mas o giro somente ocorre para  $\tau_{abs}$  da ordem de 5. Concluímos que o que controla o giro da polarização é a profundidade óptica de absorção; para silicato o giro ocorre quando  $\tau_{abs}$  é da ordem de 1 e para carbono amorfo quando  $\tau_{abs}$  é da ordem de 5.



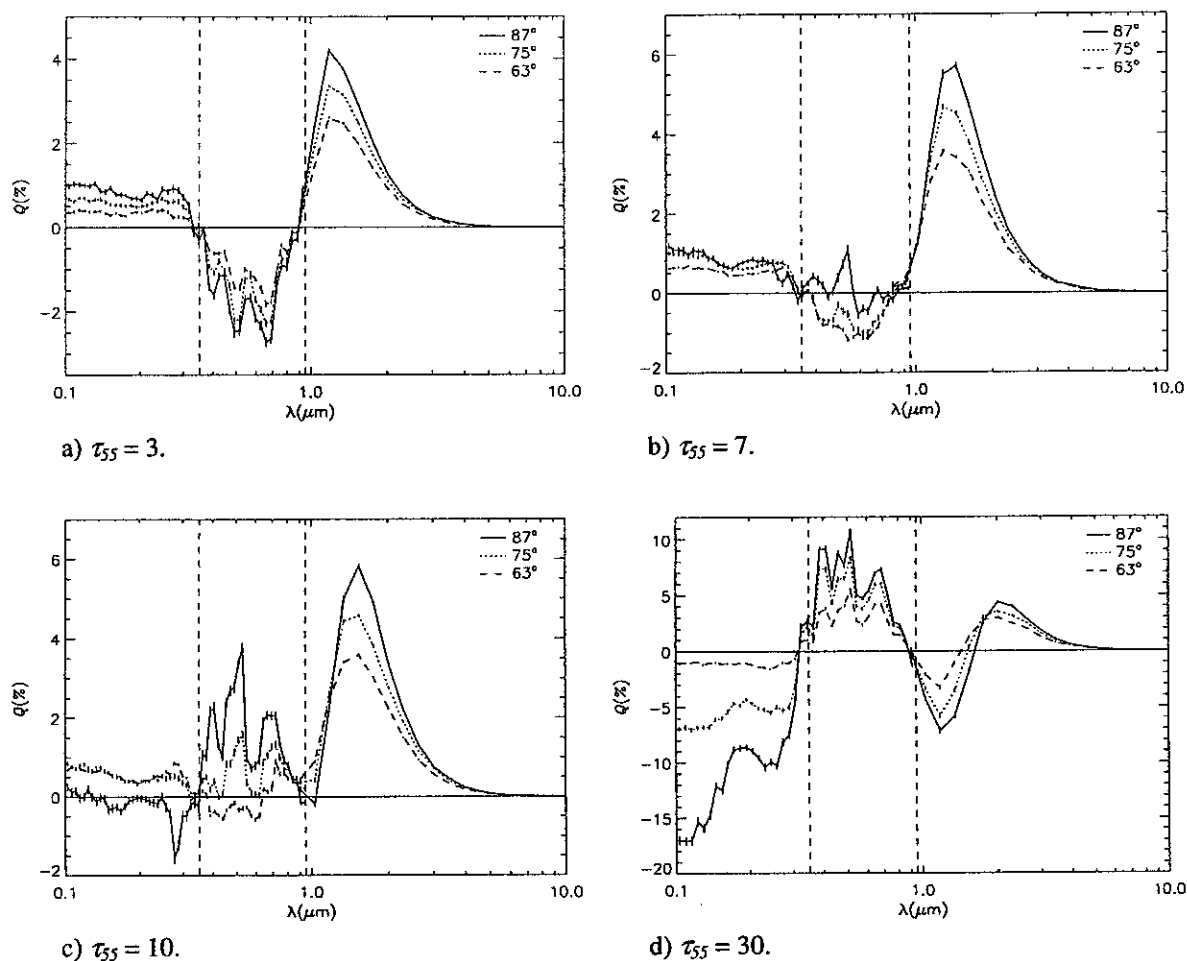


Figura 6.16 – Efeitos da profundidade óptica na polarização, ilustrada para envoltórios de silicato cósmico com  $a = 0,25 \mu\text{m}$ . As linhas tracejadas verticais indicam os valores de  $\lambda$  correspondentes às raízes de  $\langle P \rangle$ ,  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ .

Na Figura 6.16 vemos que o giro da polarização devido à profundidade óptica, ao contrário dos giros devidos à óptica dos grãos, não é bem definido em comprimento de onda, quando inclinações diferentes são consideradas. Isso é facilmente compreendido se considerarmos que a localização do giro depende da profundidade óptica, que varia com a inclinação. De fato, o comprimento de onda onde o giro ocorre é sempre maior para inclinações maiores.

Essa diferença entre os giros de polarização devidos à óptica dos grãos e os devidos à profundidade óptica não pode, obviamente, ser detectada observacionalmente através da observação da polarização integrada, pois um dado sistema é sempre observado à mesma inclinação. Uma forma de diferenciar o giro é mapear-se a polarização do envoltório em comprimentos de onda anteriores e posteriores ao giro. Se o giro for devido à óptica dos grãos, os vetores de polarização passarão de um padrão centro-simétrico, como o da Figura 6.1, para um padrão radial, consistente com ao fato de a polarização passar a ser paralela ao plano de espalhamento. Se o giro da polarização for devido à profundidade óptica, essa mudança nos vetores de polarização não será observada.

## 6.6. Polarização no infravermelho

Nesta seção estudamos como a emissão IV do vento altera a polarização nessa região espectral. Na Figura 6.17 mostramos a polarização no intervalo de  $\lambda = 1$  a  $10 \mu\text{m}$  para envoltórios de carbono amorfo de  $a = 0,25 \mu\text{m}$ . A curva cheia é o resultado do código de equilíbrio radiativo e a curva pontilhada é o resultado do código modificado (cf. final da seção 6.2), que considera somente o espalhamento da luz emitida pela fonte e não a emissão IV do vento.

Para envoltórios opticamente finos, os dois códigos fornecem resultados similares, mas para profundidades ópticas maiores, o código modificado fornece níveis de polarização sistematicamente maiores que o código de equilíbrio radiativo e a diferença é tanto maior, quanto maior for a profundidade óptica. Conclui-se, daí, que a emissão térmica do vento tem por efeito diminuir a polarização no IV.

Poderíamos explicar esse resultado, à primeira vista, como sendo devido à simples diluição do fluxo polarizado pela emissão térmica pelo envoltório no IV. Essa é, porém, apenas parte da explicação, pois a luz emitida pelos grãos também pode ser espalhada no envoltório, e, portanto, polarizada. Uma análise um pouco mais detalhada dos modelos apresentados na Figura 6.17 é necessária.

Para o envoltório opticamente fino (Figura 6.17-a), o reprocessamento pelos grãos é baixo, de apenas 6,7% da luz incidente, o que corresponde a um  $\tau_{\text{rep}} = 0,07$ . Nesse caso, a radiação emitida pelo vento somente passa a ser significativa para comprimentos de onda maiores que  $8 \mu\text{m}$ . Assim, o fluxo emergente na região de  $\lambda = 1$  a  $5 \mu\text{m}$  é somente fluxo da fonte transmitido ou espalhado pelo envoltório, o que explica o fato de as curvas da Figura 6.17-a serem muito similares.

Para envoltórios opticamente espessos, a luz emitida pelo envoltório passa a dominar o espectro em comprimentos de onda muito mais curtos. No caso do modelo da Figura 6.17-b, por exemplo, a luz emitida já domina o espectro a partir de comprimentos de onda da ordem de  $2 \mu\text{m}$ . Neste caso, e também para os modelos c e d da Figura 6.17, a polarização é devida, principalmente, à luz emitida pelos grãos e espalhada pelo envoltório.

Para entender porque a polarização, neste caso, é menor, vamos supor que a radiação emitida pelo envoltório é emitida em uma casca esférica, próxima à estrela, de raio externo  $r_c$  e raio interno  $r_i$ . A radiação emitida é espalhada no restante do envoltório, ou seja, entre  $r_c$  e  $r_e$ . Vamos considerar esse caso em contraposição ao de uma fonte interna pontiforme, que é uma aproximação razoável para o modelo básico que vínhamos estudando.

A polarização do modelo com a casca esférica é menor por dois motivos. O primeiro é que a polarização produzida será geometricamente diluída quando comparada com a polarização da fonte pontual. A diluição geométrica é descrita pela fórmula (Cassinelli *et al.* 1987):

$$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{1 - \frac{r_c^2}{D^2}},$$

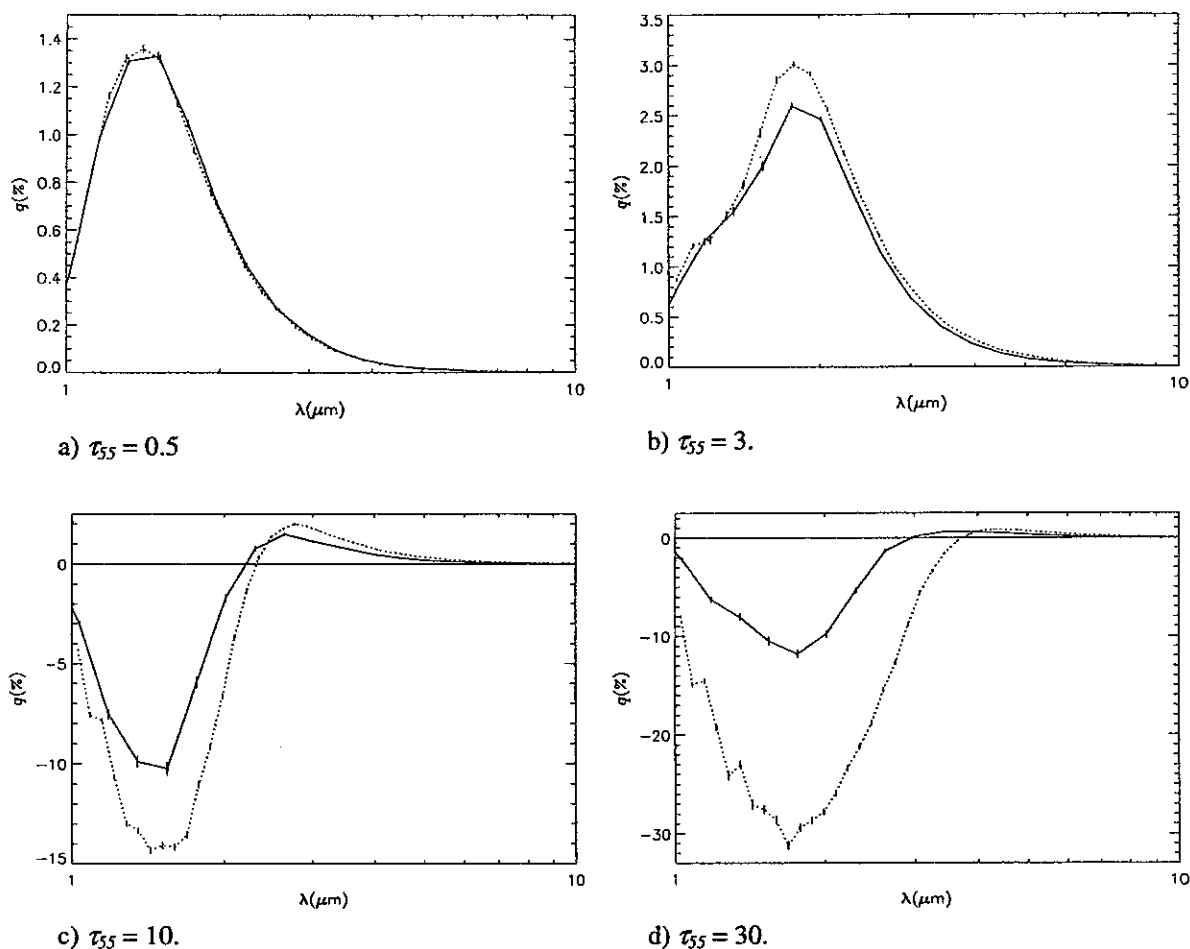


Figura 6.17 – Efeitos da emissão térmica na polarização, ilustrada para envoltórios de carbono amorfo com  $a = 0,25 \mu m$ . Para todas as figuras,  $i = 87^\circ$ .

onde  $P_1$  é a polarização da luz emitida pela casca esférica,  $P_2$  é polarização da luz emitida por uma fonte pontual e  $D$  é a distância aos espalhadores. Esse efeito foi descrito anteriormente, na seção 4.4.1. Como a maior parte do fluxo espalhado origina-se nas regiões internas do envoltório,  $D$  é da ordem de  $r_c$  e  $P_1$  pode ser significativamente menor que  $P_2$ . O segundo motivo é que a quantidade de material espalhador, que é proporcional à diferença entre o raio externo e o raio interno da região espalhadora, será menor.

Dentro dessa nossa explicação aproximada, a diferença entre as polarizações aumenta com a profundidade óptica, pois o raio externo da casca esférica, onde a maior parte da emissão IV ocorre, aumenta.

## 6.7. Conclusões

Apresentamos, neste capítulo, um estudo da polarização de envoltórios de poeira. Escolhemos um modelo básico, definido na Figura 6.1, que consiste de uma geometria esférica com uma lei de densidade elipsoidal. Mesmo para esta situação, que pode ser considerada simplificada, o padrão de polarização do envoltório pode ser bastante complexo.

Mostramos que a polarização é fortemente dependente das propriedades ópticas dos grãos, via a profundidade óptica de espalhamento,  $\tau_{esp} = \gamma \tau_{ext}$ , e a eficiência de polarização dos grãos,  $\langle P \rangle$ . Em particular, notamos a grande dependência da polarização com o tamanho dos grãos; mesmo para modelos com distribuição de tamanhos,  $\langle P \rangle$  pode variar sensivelmente com o  $a_{min}$  e  $a_{max}$  da distribuição.

Isso contrasta com os resultados do capítulo precedente, onde se mostrou que, em muitas situações, a distribuição espectral de energia depende muito pouco (ou nada) do tamanho ou distribuição de grãos adotados. Isso sugere que observações simultâneas da distribuição espectral de energia e da polarização podem ser muito úteis para vincular as propriedades dos grãos de poeira presentes no objeto. Um vínculo observacional importante, que, como visto na seção 6.4, pode ajudar a determinar o tamanho mínimo de grão da distribuição de tamanhos, é o giro da polarização devido às propriedades ópticas dos grãos, o qual deve, entretanto, ser diferenciado do giro devido à profundidade óptica.

Na seção 6.4 introduzimos um modelo semi-analítico, que fornece resultados razoavelmente acurados para a polarização de envoltórios opticamente finos. A determinação da polarização com esse modelo demanda somente o cálculo das fórmulas de Mie e do fator de forma de geometria estudada. Dada a simplicidade em se obter os resultados, esse modelo pode ser útil para pesquisadores que não tenham disponível um código que calcule a polarização de forma mais precisa.

## Capítulo 7

### Conclusões Finais e Perspectivas Futuras

Ao longo dos anos de doutorado, desenvolvemos três códigos de Monte Carlo que podem ser aplicados em uma gama muito ampla de situações de interesse em astrofísica.

No Capítulo 3, mostramos o código de Monte Carlo que trata o transporte radiativo em meios com elétrons. O código tem sido utilizado pelo grupo de polarimetria do IAG para o estudo da polarização de supergigantes B[e] e alguns dos resultados obtidos foram descritos resumidamente na seção 3.4. Existem outras situações que podem ser estudadas com o nosso código, dentre as quais destacamos a polarização de estrelas Be e a polarização de estrelas WR binárias. Outras situações poderiam ser estudadas com o código de espalhamento eletrônico mediante alguns desenvolvimentos adicionais ao código.

É sabido que supergigantes B[e] apresentam poeira nas regiões mais externas do vento, que é detectada pelo excesso de IV produzido (seção 1.4.2). Uma aplicação interessante seria acoplar os códigos de equilíbrio radiativo em meios com poeira com o código de espalhamento eletrônico para modelar a distribuição espectral de energia do envoltório da B[e], em todos os comprimentos de onda, e considerar os efeitos combinados do espalhamento eletrônico e espalhamento Mie na polarização integrada do envoltório. A principal dificuldade técnica que deverá ser enfrentada é o tratamento da emissão livre-livre no IV pelos elétrons do envoltório, que representa uma parcela significativa do fluxo total nessa região espectral.

Outro desenvolvimento de interesse é incluir o tratamento de inomogeneidades no vento (*blobs*). Tais inomogeneidades são responsáveis pela polarização observada em ventos de estrelas WR isoladas, que varia de forma irregular (Rodrigues e Magalhães 2000).

No Capítulo 4 apresentamos a aplicação do código de Monte Carlo no transporte da radiação polarizada em ventos estelares. Foi apresentado um estudo abrangente sobre ventos esféricos, no qual investigou-se o efeito dos parâmetros do modelo (lei de velocidade, profundidade óptica, velocidade térmica, etc.) nos seguintes observáveis: perfil integrado, perfil de brilho e polarização do envoltório e mapas de linha.

Entre as motivações que nos levaram ao desenvolvimento do código está o estudo dos observáveis para ventos não esféricos, trabalho que tencionamos realizar no futuro. Esse estudo pode ser útil para a investigação da perda de massa assimétrica de estrelas no ramo das gigantes vermelhas e também de estrelas em estágio de evolução posteriores

(estrelas AGB, OH/IR, etc.). Como as linhas se formam já na base do vento, onde se acredita que as assimetrias são formadas, a polarização da linha ressonante pode ser uma importante forma de investigação dessas regiões mais internas. O código pode ser aplicado, também, no estudo de linhas ressonantes em discos equatoriais de estrelas quentes.

Fazem-se necessários, ainda, alguns desenvolvimentos adicionais ao código, que podem torná-lo ainda mais abrangente. Um deles é a adição da rotação do vento, que não é uma tarefa trivial, pois o efeito combinado da rotação, expansão e velocidade térmica origina várias zonas de interação no caminho dos pacotes de fóton; a dificuldade reside, justamente, na elaboração de uma rotina geral para a determinação de múltiplas zonas de interação. Tal desenvolvimento seria importante, pois o efeito combinado da rotação e expansão foi muito pouco explorado na literatura, dada justamente a grande dificuldade técnica envolvida. Um exemplo de aplicação é o estudo de perfis de linha formados nos discos de estrelas Be.

Outros desenvolvimentos ao código de linha seriam a inclusão da largura natural de linha, que pode ter efeitos no transporte da radiação em ventos muito densos e a inclusão da emissão no vento.

Nos Capítulos 5 e 6 foi estudado o transporte radiativo em envoltórios com poeira. No Capítulo 5 foram investigados os efeitos do tamanho dos grãos e da função de fase de espalhamento na distribuição espectral de energia e no perfil de temperatura do envoltório. O principal resultado foi o estabelecimento do conceito de escalonamento aproximado, que se mostrou muito útil para sistematizar uma grande grade de modelos. No Capítulo 6 estudaram-se os efeitos do tamanho do grão e da profundidade óptica do envoltório na polarização integrada do mesmo. Dentre os resultados apresentados, destacamos um modelo semi-analítico que descreve de forma satisfatória a polarização de envoltórios opticamente finos.

Creemos que o código que trata o transporte radiativo e o equilíbrio térmico em meios com poeira é o que representa melhores possibilidades científicas no futuro, pois ele pode ser aplicado em um número muito grande de diferentes situações: envoltórios de acréscimo de estrelas jovens, nuvens escuras, envoltórios de estrelas evoluídas de baixa massa, supergigantes B[e], etc. Uma aplicação interessante do código, que não foi possível desenvolver nesse trabalho, é um estudo sobre os efeitos dos parâmetros (propriedades do grão, profundidade óptica, etc.) em outros observáveis, que não somente a distribuição espectral de energia, como perfis de brilho (funções de visibilidade), perfis de polarização, imagens sintéticas, etc.

O código de poeira já é bastante geral, mas algumas adições importantes ainda podem ser feitas. Uma delas é incluir o transporte radiativo na atmosfera estendida de estrelas frias, onde a principal fonte de opacidade é a molécula de hidrogênio. Dessa forma, tratar-se-iam, de forma consistente, as duas principais fontes de polarização de gigantes vermelhas: a poeira e a molécula  $H_2$ .

Por fim, seria importante a inclusão de grãos não esféricos, alinhados pelo campo magnético circunstelar ou galáctico. Isso seria de interesse em envoltórios estelares de objetos jovens e no ambiente circunstelar de estrelas variáveis de longo período.

## Referências

- Abbott, D.C. 1982, *The Astrophysical Journal*, **259**, 282
- Abbott, D.C. e Conti, P.S. 1987, *Annual Review Astronomy and Astrophysics*, **25**, 113
- Beckwith, S. e Natta, A. 1987, *Astronomy and Astrophysics*, **181**, 57
- Bernat, A.P. e Lambert, D.L. 1975, *The Astrophysical Journal*, **201**, 153
- Bernat, A.P. e Lambert, D.L. 1976, *The Astrophysical Journal*, **204**, 830
- Bernat, A.P. e Lambert, D.L. 1976, *The Astrophysical Journal*, **210**, 395
- Bianchi, S., Ferrara, A. e Giovanardi, C. 1996, *The Astrophysical Journal*, **465**, 127
- Bjorkman, J.E. e Cassinelli, J.P. 1990, *Constraints on the Thickness of Be-Star Disks Derived from Combined Infrared Excess and Optical Polarimetry Data*, em *Angular Momentum and Mass Loss for Hot Stars, Proceedings of the Advanced Research Workshop* (D. Reidel Publishing Co.), p.185
- Bjorkman, J.E., Wood, K. 2001, *The Astrophysical Journal*, em impressão
- Bohren, C.F. e Huffman, D.R. 1995, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (John Wiley & Sons)
- Brown, J.C. e McLean, I.S. 1977, *Astronomy and Astrophysics*, **57**, 141
- Caroff, L.J., Noerdlinger, P.D. e Scargle, J.D. 1972, *The Astrophysical Journal*, **176**, 439
- Carter, L.L. e Cashwell, E.D. 1975, *Particle-Transport Simulation with the Monte Carlo Method* (ERDA Critical Review Series (TID-26607), Los Alamos Nat. Lab.)
- Cashwell, E.D. e Everett, C.J. 1959, *A Manual of the Monte Carlo Method* (Pergamon)
- Cassinelli, J.P., Nordsieck, K.H. e Murison, M.A. 1987, *The Astrophysical Journal*, **317**, 290
- Castor, J.I., Abbott, D.C. e Klein, R.I. 1975, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **139**, 197
- Castor, J.I., Abbott, D.C. e Klein, R.I. 1975, *The Astrophysical Journal*, **195**, 157
- Chandrasekhar, S. 1946, *The Astrophysical Journal*, **104**, 110
- Chandrasekhar, S. 1960, *Radiative Transfer* (Oxford Univer. Press)
- Cherchneff, I. e Barker, J.R. 1992, *The Astrophysical Journal*, **394**, 703
- Code, A.D., Whitney, B.A. 1995, *The Astrophysical Journal*, **441**, 400-407
- Colison, A.J. e Fix, J.D. 1991, *The Astrophysical Journal*, **368**, 545
- Collins, G.W. 1970, *The Astrophysical Journal*, **159**, 583
- Daniel, J.-Y. 1978, *Astronomy and Astrophysics*, **67**, 354
- Daniel, J.-Y. 1980, *Astronomy and Astrophysics*, **87**, 204
- Deutsch, A.J., 1956, *The Astrophysical Journal*, **123**, 210
- Diaz-Cordovés, J., Claret, A. e Gimenez, A. 1995, *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, **110**, 329
- Dominik, C., Sedlmayr, E. e Gail, H.-P. 1993, *Astronomy and Astrophysics*, **277**, 578
- Efstathiou, A. e Rowan-Robinson, M. 1990, *M.N.R.A.S.*, **245**, 275
- Efstathiou, A. e Rowan-Robinson, M. 1991, *M.N.R.A.S.*, **252**, 528
- Engelke, C.W. 1992, *Astronomical Journal*, **285**, 89

## Referências

- Fischer, O., Henning, Th. e Yorke, H.W. 1994, *Astronomy and Astrophysics*, **284**, 187
- Fox, G.H. 1994, *The Astrophysical Journal*, **435**, 372
- Frank, A. 2000, em *Asymmetrical planetary nebulae II: from origins to microstructures*, ASP Conf. Series, 30
- Friend, D. e Abbott, D.C. 1986, *The Astrophysical Journal*, **311**, 701
- Griffin, I.P. 1990, *M.N.R.A.S.*, **247**, 591-605
- Groenewegen, M.A.T., Lamers, H. e Pauldrach, A.W.A. 1989, *The Astrophysical Journal*, **221**, 78
- Guilan, C. e Maun, N. 1996, *Astronomy and Astrophysics*, **314**, 585
- Gustafsson, B., Erikson, K., Kiselman, D., Olander, N. e Olofsson, H. 1997, *Astronomy and Astrophysics*, **318**, 535-542
- Habing, H.J. 1996, *The Astronomy and Astrophysics Review*, **7**, 97
- Hamann, W.R., Koesterke, L., Wessolowski, U. 1995, *Astronomy and Astrophysics*, **299**, 151
- Hamilton, D. R. 1947, *The Astrophysical Journal*, **106**, 457
- Hanner, M.S. 1988, *Infrared Observations of Comets Halley and Wilson and Properties of the Grains*, (NASA89-13330), p. 22
- Hillier, D.J. 1994, *Astronomy and Astrophysics*, **289**, 492
- Hoare, M.G. 1990, *M.N.R.A.S.*, **244**, 193
- van der Hucht, K.A. 1992, *The Astronomy and Astrophysics Review*, **4**, 123
- Hummer, D.G. e Rybicki, G.B. 1985, *The Astrophysical Journal*, **293**, 258
- Humphreys, R.M. e Davidson, K. 1994, *P.A.S.P.*, **106**, 1025
- Iben, I. 1991, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **76**, 55
- Iben, I. Jr., Renzini, A. 1983, *Annual Review Astronomy and Astrophysics*, **21**, 271
- Ignace, R. 1998, *Astronomy and Astrophysics*, **332**, 686-694
- Ivezić, Ž. e Elitzur, M. 1996, *The Astrophysical Journal*, **279**, 1019
- Ivezić, Ž. e Elitzur, M. 1995, *The Astrophysical Journal*, **445**, 415
- Ivezić, Ž. e Elitzur, M. 1997, *M.N.R.A.S.*, **287**, 799
- Ivezić, Ž., Groenewegen, M.A.T., Men'shchikov, A. e Szczerba R. 1997, *M.N.R.A.S.*, **291**, 121
- Ivezić, Ž., Nenkova, M. e Elitzur, M. 1999, *User Manual for DUSTY* (Pode ser obtido no endereço: <http://www.pa.uky.edu/~moshe/dusty/>)
- Jeffery, D.J., 1989, *Astronomy and Astrophysics*, **30**, 195
- Johnson, J.J. e Jones, T.J. 1991, *Astronomical Journal*, **101**, 1735
- Jura, M. 1994, *The Astrophysical Journal*, **434**, 713
- Kahn, F.D. e West, K.A. 1985, *M.N.R.A.S.*, **212**, 837
- Kalos, M.H. e Whitlock, P.A. 1986, *Monte Carlo Methods* (NewYork: Dover)
- Kim, S.H., Martin, P.G. e Hendry, P.D. 1994, *The Astrophysical Journal*, **422**, 164
- Knapp, G.R. e Morris, M. 1985, *The Astrophysical Journal*, **292**, 640
- Knuth, D.E. 1971, *The Art of Computer Programming* (Addison-Wesley)
- Kudritzki, R.P. 1988, *Radiation in Moving Gaseous Media* (SAAS-FEE)
- Kudritzki, R.P., Pauldrach A. e Puls, J. 1989, *Astronomy and Astrophysics*, **219**, 205
- Kwok, S., Purton, C.R. e Fitzgerald, P.M. 1978, *The Astrophysical Journal*, **219**, 125
- Lafon, J.-P.J. e Berruyer, N. 1991, *The Astronomy and Astrophysics Review*, **2**, 249
- Lamers, H. J.G.L.M. e Leitherer, C. 1993, *The Astrophysical Journal*, **412**, 771



- Lamers, H. J.G.L.M., Cerruti-Sola, M. e Perinotto, M. 1987, *The Astrophysical Journal*, **314**, 726-738
- Lamers, H.J.G.L.M. e Cassineli, J.P. 1999, *Introduction to Stellar Winds* (Cambridge University Press)
- Laor, A. and Draine, B.T. 1993, *The Astrophysical Journal*, **402**, 441
- Lefèvre, J., Bergeat, J. e Daniel, J. Y. 1982, *Astronomy and Astrophysics*, **114**, 341
- Lefèvre, J., Daniel, J.Y. e Bergeat, J. 1983, *Astronomy and Astrophysics*, **121**, 51
- Leitherer, C. 1988, *The Astrophysical Journal*, **326**, 356
- Leitherer, C., Chapman, J.M., Koribalski, B. 1995, *The Astrophysical Journal*, **450**, 289
- Leung, C.M., 1976, *The Astrophysical Journal*, **209**, 75
- Lorenz-Martins, S. e Lefèvre, J. 1994, *Astronomy and Astrophysics*, **291**, 831
- Lucy, L.B. 1999, *Astronomy and Astrophysics*, **344**, 282
- Lucy, L.B. e Solomon, P.M. 1970, *The Astrophysical Journal*, **159**, 879
- Magalhães, A.M. 1992, *The Astrophysical Journal*, **398**, 286
- Mathis, J.S. e Whiffen, G. 1989, *The Astrophysical Journal*, **341**, 808
- Mathis, J.S., Rimpl, W. e Nordsieck, K.H. 1977, *The Astrophysical Journal*, **217**, 425
- Mauron, N. e Caux, E., 1992, *Astronomy and Astrophysics*, **265**, 411
- Mauron, N. e Guilain, Ch., 1995, *Astronomy and Astrophysics*, **298**, 869
- McCabe, E.M. 1982, *M.N.R.A.S.*, **200**, 71
- Melgarejo Y., R., Magalhães, A.M., Carciofi, A.C. e Rodrigues, C.V. 2001, *Astronomy and Astrophysics*, em impressão
- Men'schikov, A.B. e Henning, Th. 1997, *Astronomy and Astrophysics*, **318**, 879
- Mie, G. 1908, *Ann. Phys.*, **25**, 377
- Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres* (Freeman)
- Natta, A. e Beckwith, S. 1986, *Astronomy and Astrophysics*, **158**, 310-324
- Nota, A., Livio, M., Clampin, M. e Schulte-Ladbeck, R. 1995, *The Astrophysical Journal*, **448**, 788
- Ossenkopt, V., Henning, Th., Mathis, J.S. 1992, *Astronomy and Astrophysics*, **267**, 567
- Pauldrach A., Puls, J. e Kudritzki, R.P. 1986, *Astronomy and Astrophysics*, **164**, 86
- Pegourié, B. 1988, *Astronomy and Astrophysics*, **194**, 335
- Plez, B. e Lambert, D.L. 1994, *The Astrophysical Journal*, **425**, 101
- Puls, J. e Hummer, D.G. 1988, *Astronomy and Astrophysics*, **191**, 87
- Puls, J., Kudritzki, R.P., Herrero, A., Pauldrach, A.W.A., Haser, S.M., Lennon, D.J., Gabler, R., Voels, S.A., Vílchez, J.M., Wachter, S., Feldmeier, A. 1995, *Astronomy and Astrophysics*, **305**, 171
- Quirrenback, A., Bjorkman, K.S., Bjorkman, J.E., Hummel, C.A., Busher, D.F., Armstrong, J.T., Mozurkewich, D., Elias, N.M. e Babler, B.L. 1997, *The Astrophysical Journal*, **479**, 477
- Rodrigues, C.V. 1997, *Tese de Doutorado*, IAG-USP
- Rodrigues, C.V. e Magalhães, A.M. 2000, *The Astrophysical Journal*, **540**, 412
- Rowan-Robinson, M. 1980, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **44**, 403
- Rybicki, G.B. e Hummer, D.G. 1978, *The Astrophysical Journal*, **219**, 654
- Rybicki, G.B. e Lightman, A.P. 1979, *Radiative Processes in Astrophysics* (John Wiley & Sons: New York)
- Ryde, N., Gustafsson, B., Eriksson, K. e Hinkle, K.H. 2000, *The Astrophysical Journal*, **545**, 945
- Scoville, N.Z. e Kwan, J. 1976, *The Astrophysical Journal*, **206**, 718

## Referências

- Shawl, S.J. 1974, em *Planets, Stars and Nebulae studied with photopolarimetry* (T. Gehrels, Univ. Arizona Press), p. 821
- Sobolev, V.V. 1960, *Moving Envelopes of Stars* (Cambridge: Harvard University Press)
- Taylor, M., Nordsieck, K.H., Schulte-Ladbeck, R. e Bjorkman, K.S. 1991, *Astronomical Journal*, **102**, 1197
- Timbergen, J. 1996, *Astronomical Polarimetry* (Cambridge University Press)
- Trammell, S. e Dinerstein, D. 1994, *Astronomical Journal*, **108**, 984
- Underhill, A.B. e Doazan, V. 1982, em *B Stars with and without Emission Lines* (SP-456; Greenbelt: NASA)
- Vochchinnikov, N.V. e Karjukin, V.V. 1994, *Astronomy and Astrophysics*, **288**, 883
- Waters, L., Coté, J. e Lamers, H.J.G.L.M. 1987, *Astronomy and Astrophysics*, **185**, 206
- Whitney, B.A. e Hartmann, L. 1992, *The Astrophysical Journal*, **395**, 529
- Wickramasinghe, N.C. 1973, *Light Scattering Functions for Small Particles* (Adan Hilger)
- Wolf, S., Henning, Th. e Secklum, B. 1999, *Astronomy and Astrophysics*, **349**, 839
- Wolfire, M.G. e Cassinelli, J.P. 1986, *The Astrophysical Journal*, **310**, 839
- Wood, K., Bjorkman, J.E., Whitney, B., e Code, A.D. 1996, *The Astrophysical Journal*, **461**, 828
- Yorke, H.W. 1980, *Astronomy and Astrophysics*, **86**, 286
- Zeller, B. 1971, *Astronomical Journal*, **76**, 651
- Zickgraf, F.J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. e Appenzeller, I. 1986, *Astronomy and Astrophysics*, **163**, 119
- Zubko, V. G., Mennella, V., Colangeli, L. e Bussoletti, E. 1996, *M.N.R.A.S.*, **282**, 1321