Teoria dos Jogos

SCC 218 - Alg. Avançados e Aplicações.

Teoria dos Jogos

Uma pessoa aborda você e um colega seu na rua e sugere o seguinte jogo:

Ele lhe oferece uma nota de 100 pilas, mas você (proponente) tem que repartir o dinheiro com seu colega (respondente). Se ele aceitar, tá resolvida a parada (você leva uma quantia e seu amigo tb). Se ele rejeitar, ninguém leva nada! O estranho pega de volta as 100 pilas e vai embora.

Teoria dos Jogos - cont.

- O que lhe parece óbvio do ponto de vista do respondente (amigo)?
  - aceitar sempre, qualquer que seja a quantida que o proponente oferecer
  - pois a alternativa seria receber nada, correto?
- Do ponto de vista do proponente, o mais 'óbvio' seria embolsar quase tudo, correto?
- Pesquisa feita em vários países, de várias etnias e pessoas mostraram que:
  - A maioria dos proponentes sugeria dividir a bufunfa na faixa entre 40 e 50%.
  - Cerca de metade dos respondentes rejeitaram ofertas inferiores a 30%

- Teoria dos jogos, genericamente, tem a ver com essas 'esquisitices'.

Teoria dos Jogos - cont.

- Uma linguagem para formular, estruturar, analisar e entender cenários que envolvem estratégias diversas que envolvem situações de conflito, interação entre agentes e suas decisões.
- Um jogo, na Teoria dos Jogos, é composto por um número (finito) de jogadores (indivíduos, grupos, corporações, etc) que interagem sob regras.
- Teoria dos jogos implica em situações em que o resultado obtido por um jogador depende, não apenas de suas próprias decisões, mas do comportamento dos outros jogadores.

Teoria dos Jogos - cont.

- Origem: John von Neumann, 1928 -> percebeu como isso poderia ser usado no contexto de problemas econômicos
- Livro: Theory of Games and Economic Behavior (1944)
- Momento cultural: "Uma mente Brilhante", sobre a vida do matemático John Nash.

Nosso propósito aqui não é este. Vamos ver um outro lado da Teoria dos Jogos do ponto de vista de algoritmos em que, dado um jogo, queremos saber quem ganha e quem perde!

CGT - Combinatorial Game Theory

- Jogo entre 2 jogadores com informação perfeita(*) e sem azar (nada de jogar dados ou movimentos aleatórios)
  - (*): do campo da teoria econômica: informação às claras, nada escondido!
- Resultados possíveis: ganhar, perder ou empatar
- Estado Inicial
  - posições
  - alternância de jogadas entre ambos jogadores
- Estado final: um ganhou, outro perdeu (ou empate)
- Garantia de término: nao tem loops. (no caso do Xadrez, estabelecemos um nro máximo de jogadas)
- Exemplos de jogos: Xadrez, Jogo da Velha, Nim, etc

CGT - Combinatorial Game Theory

- Jogos Partidários (Partisan Games)
  - movimentos para os jogadores não sao os mesmos. Há restrições.
  - Xadrez: um jogador usa as peças pretas. Outro, as brancas.
  - Análise muito mais complicada
- Jogos Imparciais:
  - A partir de qualquer posição, os movimentos permitidos são os mesmos para ambos os jogadores.
  - Não há restrições de movim

Nosso domínio aqui é o de Jogos Imparciais

Jogos Imparciais - Exemplo A

- O Jogo da vareta (já jogou?)... Seja uma pilha de n varetas. Dois jogadores jogam alternadamente. A cada jogada, é possível remover 1, 2 ou 3 varetas. O jogador que remover a última vareta ganha.

- Seja n = 10
- A retira 2 varetas: (sobram 8)
- B retira 3 varetas: (sobram 5)
- A retira 1 varetas: (sobram 4)
- B retira 2 varetas: (sobram 2)
- A retira 2 varetas: (A ganhou !!!!)

Jogos Imparciais - Exemplo A

- O jogo consiste dos seguintes estados: 0,1,2,3,..., n, em que o valor do estado é a quantidade de varetas restantes.
- Estado vencedor: aquele em que, **se o jogador faz o movimento ótimo**, ele vence
- Estado perdedor: aquele em que o jogador perderá, **se o oponente fizer a jogada ótima**.
- O estado 0 é claramente perdedor (o jogador não pode fazer nada!)
- 1,2 e 3: estados vencedores (se jogar otimamente, não perco !!!)
- 4: perdedor ! (qq movimento leva a um estado vencedor !!!)

Jogos Imparciais - Exemplo A

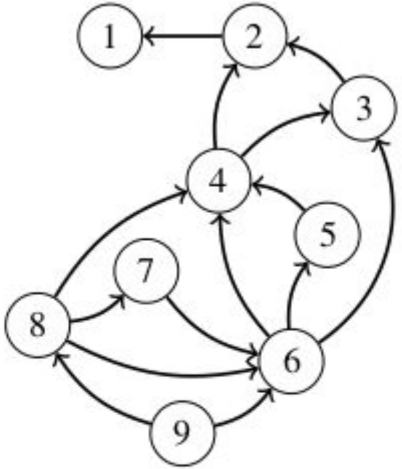
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
L	*W*	*W*	*W*	*L*	*W*	*W*	*W*	*L*	*W*	*W*	*W*	*L*	*W*	*W*	*W*

- Observe que estados perdedores são aqueles divisíveis por 4
- Portanto, a melhor estratégia para vencer este jogo é fazer um movimento que leve a um estado que seja divisível por 4
- Moral da história: é possível começar este jogo sabendo se vou ganhar ou perder? Teça suas considerações acerca disso!

Jogos Imparciais - Exemplo B

- Seja uma outra pilha de n varetas em que, a cada estado k, é possível remover qualquer quantidade x de varetas, tal que **x < k** e **x divide k**.
- Se k = 8, podemos remover 1, 2 ou 4 varetas.
- Se k = 7: só pode remover 1 vareta.

Jogos Imparciais - Exemplo B



1	2	3	4	5	6	7	8	9
L	*W*	*L*	*W*	*L*	*W*	*L*	*W*	*L*

- Se estou no estado 6, posso continuar vencendo o jogo, se jogar otimamente!
- Todo estado ímpar é perdedor, enquanto todo estado par é vencedor!

Jogos Imparciais - O Jogo de Nim (Nim Game)

- Seja um conjunto de n pilhas (heaps) de varetas. A cada jogada, um jogador escolhe uma pilha que ainda contenha varetas e retira qq quantidade de varetas dela. O vencedor será aquele que remover a(s) última(s) vareta(s). Ou seja, perde aquele que encontrar nada pra retirar!

- Este é o famoso jogo de Nim !

Jogos Imparciais - O Jogo de Nim - estados

- Os estados do Nim são de seguinte forma: $[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ em que x_i representa o número de varetas restantes na pilha i.
- [10,12,5] : jogo com 3 pilhas contendo, respectivamente, 10,12 e 5 varetas
- [0,0,0]: estado perdedor, pois o jogador que encontrá-lo, não tem mais nada o que fazer.
- A mágica do Nim:
    - Soma $s = x_1 \text{ XOR } x_2 \text{ XOR } \ldots \text{ XOR } x_n$
    - Se s = 0, então este é um estado perdedor !!!!
    - Se s ≠ 0, estado vencedor !!!

- Daqui pra frente, vamos na lousa….