Lição 1

Símbolos Matemáticos e comandos de organização de texto.

Como escrever:

- **um número elevado a uma potencia,**
- **expressões matemáticas descentralizadas, dentro do texto.**

Problema 1. Calcule os valores das seguintes expressões:

d) $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4$

Solução:

$$2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 = 4.2^6 - 4^4 = 2^2.2^6 - 2^{2^4} = 2^8 - 2^{2.4} = 2^8 - 2^8 = 0$$

Problema 1. Calcule os valores das seguintes expressões:

(a) $\dfrac{10^7}{5 \times 10^4}$

(b) $\dfrac{2}{1 - \frac{2}{3}}$

(c) $\left(1 - \dfrac{1}{2}\right)\left(1 - \dfrac{1}{3}\right)\left(1 - \dfrac{1}{4}\right)\cdots\left(1 - \dfrac{1}{10}\right)$

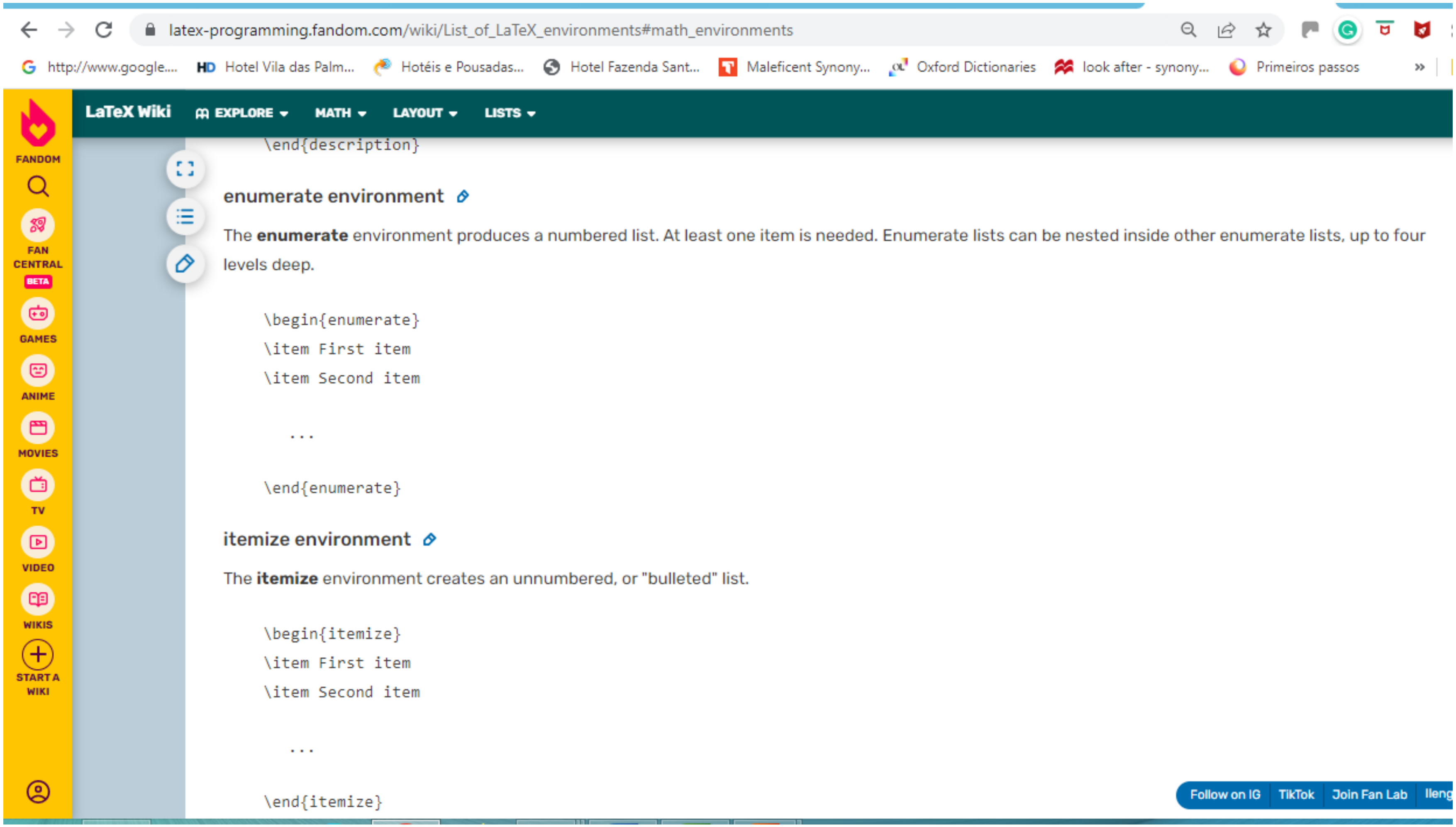
- **Frações**
- **Parênteses**
- **Itemize**
- **Enumerate**
- **Description**

Solução.

(a) $\dfrac{10^7}{5 \times 10^4} = \dfrac{10^{7-4}}{5} = \dfrac{10^3}{5} = \dfrac{1000}{5} = 200$

(b) $\dfrac{2}{1 - \dfrac{2}{3}} = \dfrac{2}{\dfrac{3}{3} - \dfrac{2}{3}} = \dfrac{2}{\dfrac{1}{3}} = \dfrac{2 \times 3}{\dfrac{1 \times 3}{3}} = \dfrac{6}{1} = 6$

(c) $\left(1 - \dfrac{1}{2}\right)\left(1 - \dfrac{1}{3}\right)\left(1 - \dfrac{1}{4}\right)\cdots\left(1 - \dfrac{1}{10}\right) = \left(\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{2}{3}\right)\left(\dfrac{3}{4}\right)\cdots\left(\dfrac{9}{10}\right) = \dfrac{1}{10}$




```
\end{description}
```

enumerate environment

The **enumerate** environment produces a numbered list. At least one item is needed. Enumerate lists can be nested inside other enumerate lists, up to four levels deep.

```
\begin{enumerate}
\item First item
\item Second item

   ...

\end{enumerate}
```

itemize environment

The **itemize** environment creates an unnumbered, or "bulleted" list.

```
\begin{itemize}
\item First item
\item Second item

   ...

\end{itemize}
```

https://latex-programming.fandom.com/wiki/List_of_LaTeX_environments#math_environments

Porcentagens: Problemas Introdutórios

Problema 23. Uma loja de CD's realizará uma liquidação e, para isso, o gerente pediu para Anderlaine multiplicar todos os preços dos CD's por $0,68$. Nessa liquidação, qual é o desconto que a loja está oferecendo em seus produtos?

Problema 24. Por conta de uma erupção de um vulcção, 10% dos voos de um aeroporto foram cancelados. Dos voos restantes, 20% foram cancelados pela chuva. Que porcentagem do total de voos deste aeroporto foram cancelados?

Problema 25. Em uma prova de olimpíada, 15% dos estudantes não resolveram nenhum problema, 25% resolveram pelo menos um problema, mas cometeram algum erro, e os restantes, 156 estudantes, resolveram todos os problemas corretamente. Quantos estudantes participaram da olimpíada?

Problema 26. Aumentando 2% o valor um número inteiro positivo, obtemos o seu sucessor. Qual é a soma desses dois números?

description environment

The **description** environment produces a labeled list.

```
\begin{description}
\item [label] First item
\item [label] Second item

   ...

\end{description}
```

Uma vez que a raiz quadrada de um quadrado perfeito é um inteiro não negativo, se $a \in \mathbb{Z}_+$, então

$$\sqrt{a^2} = a. \tag{6}$$

Exemplos 34.

(a) $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$;

(b) $\sqrt{186624} = \sqrt{432^2} = 432$;

(c) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$.

- **Equações centralizadas e numeradas.**
- **Raiz quadrada.**
- **Módulo.**
- **Como escrever Z?**

Se observarmos o exemplo (c) acima, vemos que $\sqrt{(-3)^2} = 3 = |-3|$. Em geral, quando consideramos o quadrado de um número inteiro negativo, a raiz quadrada desse número é o o módulo da base desse número.

- **índices e sub-indíces.**
- **Subscritos e super-escritos.**

Para qualquer número inteiro a,

$$\sqrt{a^2} = |a|.$$

Podemos identificar se um número inteiro $b > 1$ é um quadrado perfeito se soubermos sua decomposição como produto de fatores primos.

Se $b \in \mathbb{Z}$, $b > 1$, e $b = p_1^{n_1} \ldots p_r^{n_r}$ é a fatoração de b como produto de potências de números primos distintos, então b é um quadrado perfeito se, e somente se, cada expoente n_j é par.

De fato, se $n_1, \ldots, n_r$ são todos pares, então $n_1 = 2k_1$, $n_2 = 2k_2, \ldots, n_r = 2k_r$, onde cada k_j é um número inteiro positivo. Assim,

$$b = p_1^{n_1} \ldots p_r^{n_r} = p_1^{2k_1} \ldots p_r^{2k_r} = \left(p_1^{k_1} \ldots p_r^{k_r}\right)^2 = a^2,$$

onde $a = p_1^{k_1} \ldots p_r^{k_r} \in \mathbb{Z}$. Isso mostra que $b = a^2$ é um quadrado perfeito.

Por outro lado, se $b > 1$ é inteiro e $b = a^2$, então $a > 1$ também. Seja $a = p_1^{k_1} \ldots p_r^{k_r}$, com $p_1, \ldots, p_r$ primos e $k_1, \ldots, k_r$ inteiros positivos. Aplicando respectivamente as propriedades (4) e (3) do quadro anterior, temos

$$\begin{aligned} b &= a^2 = (p_1^{k_1} \ldots p_r^{k_r})^2 \\ &= (p_1^{k_1})^2 \ldots (p_r^{k_r})^2 \\ &= p_1^{2k_1} \ldots p_r^{2k_r}. \end{aligned}$$

Portanto, na decomposição de b como produto de potências de fatores primos distintos, os expoentes de tais primos são $2k_1, \ldots, 2k_r$, os quais são, todos, números pares.

a **distância** entre dois números inteiros é a distância, ao longo da reta numérica, entre os pontos que representam esses números. O **módulo** ou **valor absoluto** de um número inteiro n é a sua distância até 0.

Escrevemos $|n|$ para indicar o módulo do número inteiro n.

Exemplo 5. $|17| = 17$, $|-8| = 8$, $|0| = 0$.

Comando "cases":

```
f(n) = \begin{cases}
  n/2  & n \text{ is even} \\
  3n+1 & n \text{ is odd}
\end{cases}
```

https://latex-programming.fandom.com/wiki/Cases_(LaTeX_environment)

Em geral, todos os números inteiros negativos estão à esquerda de 0 e todos os números inteiros positivos estão à direita de 0.

Para cada número inteiro n é possível escrever

$$|n| = \begin{cases} n & \text{se} \quad n \geq 0 \\ -n & \text{se} \quad n < 0 \end{cases}$$