

Busca Binária

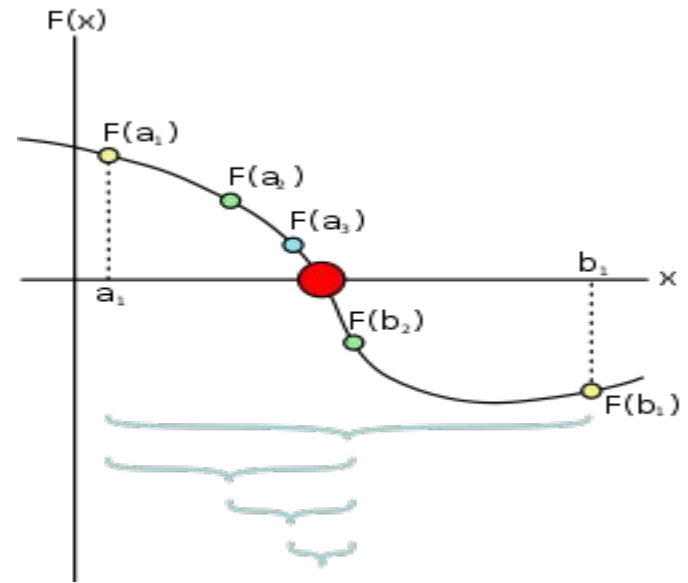
SCC 218 - Alg. Avan. e Aplicações

Busca Binária - Método da Bisseccção

- Suponha que você precisa pagar um empréstimo com juros. Por exemplo, um empréstimo de \$1000, em dois meses, com juros de 10%.
- Qual valor deve ser pago para que, ao final de dois meses, o saldo seja zero?
 - $\$1000 \times 1.1 - \$576.19 = \$523.81$
 - $\$523.81 \times 1.1 - \$576.19 = \$0$
- Como obter o valor de \$576.19?

Método da Bisseccção

- É preciso estimar um intervalo $[a, b]$ onde a raiz se encontra
- $f(a)$ e $f(b)$ devem ter sinais opostos.
- f deve ser contínua.
- No problema citado, qual é f ??
- $f(1000, 2, 10\%, d) = ??$



Método da Bisseccção

a	b	$d = (a+b) / 2$	$f(1000,2,10\%,d)$	ação
0.01	1100.00	550.005	54.9895	aumentar
550.005	1100.00	825.0025	-522.50525	diminuir
550.005	825.0025	687.50375	-233.757875	diminuir
...
...	...	576.190476	$ \text{error} < \epsilon$	parar

$$f(1000,2,10\%,d) = 1000 \times 1.1 - d + (1000 \times 1.1 - d) \times 1.1 - d$$

Complexidade: $O(\log_2(b-a)/\epsilon)$

Método da Bisseccção

```
double bisection(double lo, double hi){
    while (hi - lo > eps){
        double center = (lo + hi) / 2;
        if (f(lo) * f(center) <= 0){
            hi = center;
        } else {
            lo = center;
        }
    }
    return (lo+hi)/2;
}
```

UVa 907 - Winterim Backpacking Trip

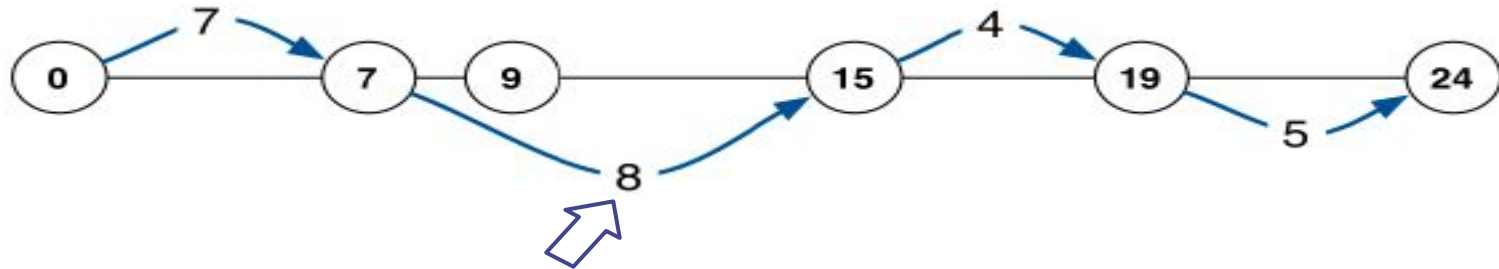
This Winter we are going on a trip along the Appalachian Trail. The trail is a continuous marked footpath that goes from Katahdin in Maine to Springer Mountain in Georgia, a distance of about 2160 miles. Even though our trip will only consider some part of the trail, it will be our first real backpacking experience and an excellent opportunity to acquire winter camping skills.

Part of the experience is also the route planning of the trip. We have a list of all possible campsites ($N \leq 600$) that we can use along the way and we want to do this trip so that we only stop K nights to camp ($K \leq 300$). We also know in advance the distance between consecutive campsites and we are only allowed to camp at a campsite.

Our goal is to plan the trip so that we minimise the maximum amount of walking done in a single day. In other words, if our trip involves 2 nights (3 days of walking), and we walk 9, 10, 5 miles on each day respectively, the cost (maximum amount of walking done in one day) is 10. Another schedule that involves walking 9, 6, 9 miles on each day has cost 9.

UVa 907 - Winterim Backpacking Trip

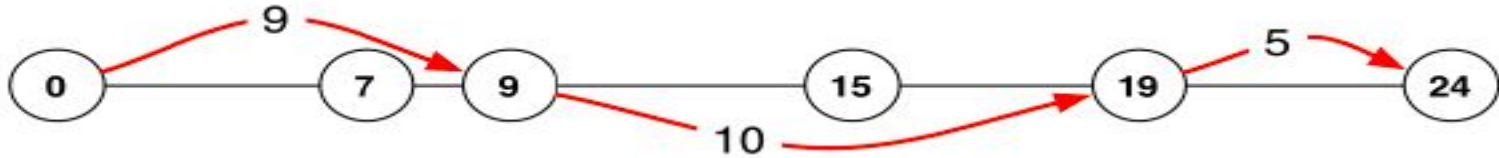
- Por exemplo, para $K = 3$ e os acampamentos a seguir, a resposta é 8.



Maximum walk

UVa 907 - Winterim Backpacking Trip

- Iremos fazer uma busca binária no tamanho do passo P . P pode assumir valores entre 0 e a maior distância, que neste caso é 24.
- Sendo assim, a primeira inspeção é para $P = 12$.



- Para $P = 12$ é possível chegar ao destino com 2 paradas, logo, o próximo intervalo passa a ser $[0, 11]$.

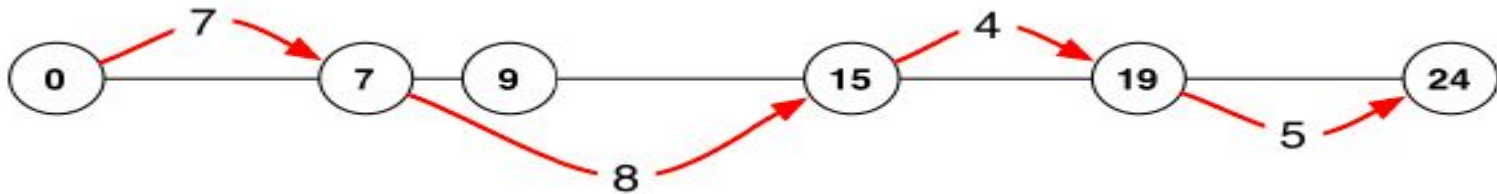
UVa 907 - Winterim Backpacking Trip

- Para o intervalo de $[0, 11]$, o elemento central é 5. Como com 5 não é possível chegar ao fim, o intervalo é atualizado para $[6, 11]$.



UVa 907 - Winterim Backpacking Trip

- Para o intervalo $[6, 11]$, o elemento central é 8. Com 8 e possível chegar ao fim em 3 paradas, logo, o intervalo é atualizado para $[6, 7]$.



- Nas iterações seguintes todos os elementos inspecionados falham. Sendo assim, a nossa resposta é 8 (o último elemento que passou pela verificação).