PRO3384 – Finanças quantitativas

Responsável: Prof. Dra. Celma de Oliveira Ribeiro
Equipe: Dr. Pedro Gerber Machado
Monitor: Camila Corrêa de Melo

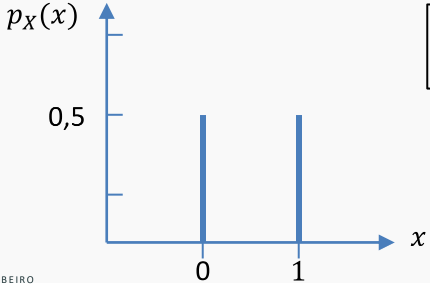
Segundo semestre - 2023

PRO - EPUSP

Variáveis aleatórias discretas

Distribuição de probabilidade

- Especificação da chance de ocorrência de cada possível valor da variável aleatória (caso discreto).
- A cada valor da variável associa- se sua probabilidade de ocorrência.



Variável Aleatória Discreta
X = Número de caras

Xj ⇒ **P(X=Xj)**

Variável Aleatória

Observe que:

$$\mathbf{0} \leq P(X = X_J) \leq \mathbf{1}\ \forall j$$

$$\sum_j P(X = X_j) = \mathbf{1}$$

Média para variável aleatória discreta

- **A média (esperança ou valor esperado)** de uma variável aleatória discreta é definida por

$$\boxed{\mu = E(X) = \sum_K x_K \times P(X = x_K)}$$

- x_1, x_2, x_3 ... os valores da variável P(X = x_k) são as probabilidades

Variância para variável aleatória discreta

- **A variância** (segundo momento) de uma variável aleatória discreta é dada por:

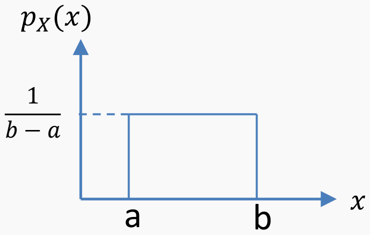
$$\boxed{\begin{aligned}\sigma^2 &= \mathrm{var(X)} = \mathrm{E}[(X - \mu)^2] \\ &= \sum_K (x_K - \mu)^2 \, P(X = x_k)\end{aligned}}$$

- O Desvio Padrão é a raiz quadrada da variância

Distribuição Uniforme

A v.a contínua X possui uma distribuição uniforme no intervalo [a;b] se, e só se:

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{b-a}} & se\ x\ \in [a;b] \\ \mathbf{0} & caso\ contrário \end{cases}$$



Notação: U(a,b)

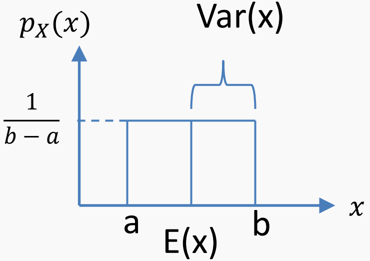
Distribuição Uniforme

Seja X com Distribuição Uniforme. Então:

$$\mathrm{E}(\boldsymbol{X}) = \frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{\mathbf{2}}$$

$$\boldsymbol{Var}\ (\boldsymbol{X}) = \frac{(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})^{2}}{\mathbf{12}}$$

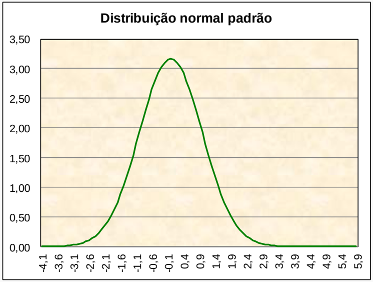
$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}) = \begin{cases} \mathbf{0} & x < a \\ \dfrac{\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}} & a \leq x \leq \mathrm{b} \\ \mathbf{1} & x > \mathrm{b} \end{cases}$$



Distribuição Normal

Uma variável possui Distribuição Normal com parâmetros μ e σ, se sua função densidade de probabilidade é dada por

$$f(x) = \left\{ \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \right. \qquad x \in \Re$$



Notação: X = N(μ; σ^2)

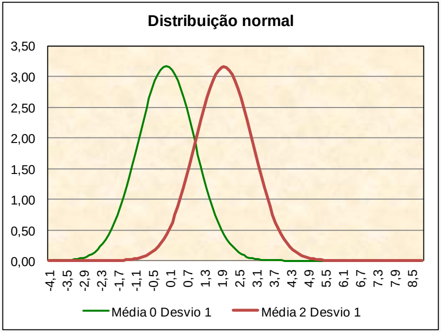
Distribuição Normal

Propriedades:

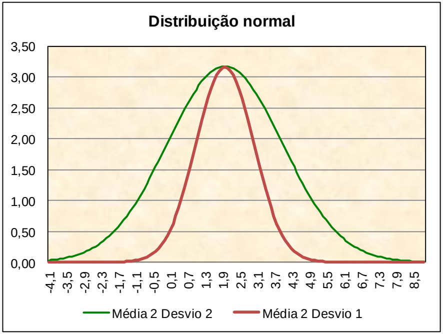
- **E(X) = μ**
- **Var(X) =** σ^2
- **Distribuição simétrica, centrada na média**
- **Moda = mediana = média**
- **Dois pontos de inflexão, em** $\mu - \sigma$ **e** $\mu + \sigma$

Distribuição Normal

Mesmo desvio



Mesma média



Distribuição Normal

Proposição

- **Se X tem uma distribuição N($\mu; \sigma^2$), então z $= \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ tem uma distribuição normal padrão.**
- **Assim** $p(a \leq X \leq b) = p\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma} \leq \dfrac{X-\mu}{\sigma} \leq \dfrac{b-\mu}{\sigma}\right)$

Propriedades da média

- K constante ⇒ $E(K) = K$
- $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
- $E(X - Y) = E(X) - E(Y)$
- α constante ⇒ $E(\alpha X) = \alpha\, E(X)$
- X e Y independentes então:

$$E(XY) = E(X)E(Y)$$

Propriedades da variância

- Var(X) $\geq$ 0
- K constante $\Rightarrow$ var(K) = 0
- α constante $\Rightarrow$ var(αX) = α^2 var(X)
- X e Y independentes então:

  var(X+Y) = var(X) + var(Y)

  var(X-Y) = var(X) + var(Y)
- var(X) = E(X^2) - E$(X)^2$

Estimadores de parâmetros

Parâmetro
μ

Estimador da média
Fórmula

$$\bar{X} = \frac{\sum_{1}^{n} X_i}{n}$$

Estimativa
Resultado da fórmula

Estimadores de parâmetros

Parâmetro	Estimador
μ	$\bar{X} = \frac{\sum_1^n X_i}{n}$
σ^2	$S_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_1^n (X_i - \bar{X})^2$

Quiz 01 – Estatística e Probabilidade: Conceitos básicos

- O quiz disponível no edisciplinas. Faça o login para ter acesso e iniciar a atividade.
- Vocês terão até 9h40 para finalizar a atividade.
- É necessário que façam o anexo das resoluções de cada questão.
- É permitido consultar materiais de apoio e utilizar o recurso de programação que mais estiverem familiarizados (Python, R, Excel).

Boa atividade!