

desse ponto na equação e avaliamos o valor de C . No caso em questão, $7 = C(-2)$, e $C = -3,5$, de forma que $y = -3,5x$.

Cada linha de força está associada a um valor específico de C e as linhas radiais mostradas na Figura 2.9d são obtidas quando $C = 0, 1, -1$ e $1/C = 0$.

As equações de linhas de força podem também ser obtidas diretamente em coordenadas cilíndricas ou esféricas. Um exemplo envolvendo coordenadas esféricas será examinado na Seção 4.7.

EP2.7. Encontre a equação da linha de força que passa pelo ponto $P(1, 4, -2)$ no campo $\mathbf{E} = (a) \frac{-8x}{y} \mathbf{a}_x + \frac{4x^2}{y^2} \mathbf{a}_y$; (b) $2e^{5x} [y(5x+1)\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y]$.

Resp. $x^2 + 2y^2 = 33$; $y^2 = 15,7 + 0,4x - 0,08 \ln(5x + 1)$

REFERÊNCIAS

1. Boast, W. B. *Vector Fields*. New York: Harper and Row, 1964. Esse livro contém numerosos exemplos e esboços de campos.
2. Della Torre, E., and Longo, C. L. *The Electromagnetic Field*. Boston: Allyn and Bacon, 1969. Os autores introduzem tudo sobre teoria eletromagnética com um desenvolvimento cuidadoso e rigoroso baseado em uma única lei experimental – a lei de Coulomb. Isso começa no Capítulo 1.
3. Schelkunoff, S. A. *Electromagnetic Fields*. New York: Blaisdell Publishing Company, 1963. Muitos dos aspectos físicos dos campos são discutidos nesse texto sem usar matemática avançada.

PROBLEMAS

- 2.1 \mathcal{I} Três cargas pontuais estão posicionadas no plano xy da seguinte forma: 5 nC em $y = 5$ cm, -10 nC em $y = -5$ cm e 15 nC em $x = -5$ cm. Encontre as coordenadas xy de uma quarta carga pontual de 20 nC que produz um campo elétrico nulo na origem.
- 2.2 \mathcal{I} Cargas pontuais de 1 nC e -2 nC estão localizadas no espaço livre em $(0, 0, 0)$ e $(1, 1, 1)$, respectivamente. Determine o vetor força que age sobre cada carga.
- 2.3 \mathcal{I} Cargas pontuais de 50 nC cada estão posicionadas em $A(1, 0, 0)$, $B(-1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$ e $D(0, -1, 0)$, no espaço livre. Encontre a força total na carga em A .
- 2.4 \mathcal{I} Oito cargas pontuais idênticas de Q C estão posicionadas nos vértices de um cubo cujo lado tem comprimento a , com uma carga na origem e com as três cargas mais próximas em $(a, 0, 0)$, $(0, a, 0)$ e $(0, 0, a)$. Encontre uma expressão para o vetor da força total na carga em $P(a, a, a)$, considerando o espaço livre.
- 2.5 \mathcal{I} Seja uma carga pontual $Q_1 = 25$ nC que está posicionada em $P_1(4, -2, 7)$ e uma carga $Q_2 = 60$ nC que está em $P_2(-3, 4, -2)$. (a) Se $\epsilon = \epsilon_0$, encontre \mathbf{E} em $P_3(1, 2, 3)$. (b) Em qual ponto no eixo y tem-se $E_x = 0$?

- 2.6  Duas cargas pontuais, de valores iguais a q , estão posicionadas em $z = \pm d/2$. (a) Encontre o campo elétrico em qualquer ponto sobre o eixo z ; (b) encontre o campo elétrico em qualquer ponto sobre o eixo x ; (c) repita (a) e (b) se a carga localizada em $z = -d/2$ possuir valor $-q$ em vez de $+q$.
- 2.7  Uma carga pontual de $2 \mu\text{C}$ está posicionada em $A(4, 3, 5)$ no espaço livre. Encontre E_ρ , E_ϕ e E_z em $P(8, 12, 2)$.
- 2.8  Um dispositivo rudimentar para medir cargas é constituído de duas pequenas esferas isolantes de raio a , uma das quais mantém uma posição fixa. A outra pode se mover ao longo do eixo x e está sujeita a uma força restritiva kx , onde k é uma constante de elasticidade de uma mola. As esferas descarregadas estão centradas em $x = 0$ e $x = d$, e a última é fixa. Se às esferas são dadas cargas iguais e de sinais opostos QC , obtenha a expressão pela qual a carga Q possa ser encontrada como uma função de x . Determine a carga máxima que pode ser medida em termos de ϵ_0 , k e d , e determine a separação entre as esferas. O que acontecerá se uma carga maior for aplicada?
- 2.9  Uma carga pontual de 100 nC está posicionada em $A(-1, 1, 3)$, no espaço livre. (a) Encontre o lugar geométrico de todos os pontos $P(x, y, z)$ em que $E_x = 500 \text{ V/m}$. (b) Calcule y_1 se $P(-2, y_1, 3)$ faz parte desse lugar geométrico.
- 2.10  Uma carga de -1 nC está localizada na origem, no espaço livre. Qual carga deve ser inserida em $(2, 0, 0)$ para fazer com que E_x seja zero em $(3, 1, 1)$?
- 2.11  Uma carga Q_0 posicionada na origem, no espaço livre, produz um campo para o qual $E_z = 1 \text{ kV/m}$ no ponto $P(-2, 1, -1)$. (a) Calcule Q_0 . Determine \mathbf{E} em $M(1, 6, 5)$ em (b) coordenadas cartesianas; (c) coordenadas cilíndricas; (d) coordenadas esféricas.
- 2.12  Elétrons movem-se aleatoriamente em uma certa região do espaço. Durante qualquer intervalo de $1 \mu\text{s}$, a probabilidade de encontrar um elétron em uma sub-região de volume 10^{-15} m^3 é $0,27$. Qual densidade volumétrica de carga, apropriada para tais durações de tempo, deve estar associada a essa sub-região?
- 2.13  Uma densidade volumétrica de carga uniforme de $0,2 \mu\text{C/m}^3$ está presente em uma casca esférica que se estende de $r = 3 \text{ cm}$ a $r = 5 \text{ cm}$. Se $\rho_v = 0$ em qualquer outra região, calcule: (a) a carga total presente na casca, e (b) r_1 , se metade da carga total estiver localizada na região $3 \text{ cm} < r < r_1$.
- 2.14  Um feixe de elétrons em determinado tubo de raios catódicos possui simetria cilíndrica, e a densidade de carga é representada por $\rho_v = -0,1/(\rho^2 + 10^{-8}) \text{ pC/m}^3$ para $0 < \rho < 3 \times 10^{-4} \text{ m}$ e $\rho_v = 0$ para $\rho > 3 \times 10^{-4} \text{ m}$. (a) Determine a carga total por metro ao longo do comprimento do feixe. (b) Se a velocidade do elétron é de $5 \times 10^7 \text{ m/s}$, e com um ampère definido como 1 C/s , encontre a corrente do feixe.
- 2.15  Um volume esférico que tem raio de $2 \mu\text{m}$ contém uma densidade volumétrica uniforme de carga 10^5 C/m^3 . (a) Qual é a carga total interna

ao volume esférico? (b) Considere agora que uma grande região contenha uma dessas pequenas esferas em cada vértice de uma estrutura cúbica de 3 mm de lado, e que não existam cargas entre as esferas. Qual é a densidade volumétrica de carga média nessa grande região?

- 2.16** ⚡ Dentro de uma região no espaço livre, uma densidade de carga é dada como $\rho_v = \frac{\rho_0 r \cos \theta}{a}$ C/m³, onde ρ_0 e a são constantes. Calcule a carga total dentro de (a) uma esfera $r \leq a$; (b) um cone $r \leq a$, $0 \leq \theta \leq 0,1\pi$; (c) uma região $r \leq a$, $0 \leq \theta \leq 0,1\pi$, $0 \leq \phi \leq 0,2\pi$.
- 2.17** ⚡ Uma linha uniforme de cargas de 16 nC/m está posicionada ao longo da reta definida por $y = -2$, $z = 5$. Se $\epsilon = \epsilon_0$: (a) Calcule \mathbf{E} em $P(1, 2, 3)$; (b) Calcule \mathbf{E} no ponto do plano $z = 0$ no qual a direção e o sentido de \mathbf{E} são dados por $(1/3)\mathbf{a}_y - (2/3)\mathbf{a}_z$.
- 2.18** ⚡ (a) Determine \mathbf{E} no plano $z = 0$ que é produzido por uma linha uniforme de carga ρ_L , que se estende ao longo do eixo z na faixa $-L < z < L$ em um sistema de coordenadas cilíndricas. (b) Se a linha finita de carga for aproximada por uma linha infinita de carga ($L \rightarrow \infty$), qual é o erro percentual em \mathbf{E}_ρ se $\rho = 0,5 L$? (c) Repita (b) com $\rho = 0,1 L$.
- 2.19** ⚡ Uma linha uniforme de cargas de $2 \mu\text{C}/\text{m}$ posiciona-se no eixo z . Calcule \mathbf{E} em coordenadas cartesianas em $P(1, 2, 3)$ se a carga existir em (a) $-\infty < z < \infty$; (b) $-4 \leq z \leq 4$.
- 2.20** ⚡ Uma linha de carga de densidade uniforme ρ_o C/m e de comprimento l está orientada ao longo do eixo z em $-l/2 < z < l/2$. (a) Determine o campo vetorial intensidade de campo elétrico \mathbf{E} em intensidade, direção e sentido, em qualquer posição ao longo do eixo x . (b) Com a linha de carga na posição fornecida, encontre a força que age sobre outra linha de carga idêntica que está orientada ao longo do eixo x em $l/2 < x < 3l/2$.
- 2.21** ⚡ Duas linhas uniformes de cargas idênticas, com $\rho_L = 75 \text{ nC}/\text{m}$, localizam-se em $x = 0$, $y = \pm 0,4 \text{ m}$, no espaço livre. Qual força por unidade de comprimento cada linha de cargas exerce na outra?
- 2.22** ⚡ Duas lâminas uniformes de cargas idênticas com $\rho_s = 100 \text{ nC}/\text{m}^2$ localizam-se em $z = \pm 2,0 \text{ cm}$, no espaço livre. Qual força por unidade de área cada lâmina exerce na outra?
- 2.23** ⚡ Dada a densidade superficial de cargas, $\rho_s = 2 \mu\text{C}/\text{m}^2$, existente na região $\rho < 0,2 \text{ m}$, $z = 0$, calcule \mathbf{E} em: (a) $P_A(\rho = 0, z = 0,5)$; (b) $P_B(\rho = 0; z = -0,5)$. Mostre que: (c) o campo ao longo do eixo z reduz àquele de uma lâmina infinita de cargas para pequenos valores de z ; (d) o campo ao longo do eixo z se reduz àquele de uma carga pontual para grandes valores de z .
- 2.24** ⚡ (a) Determine o campo elétrico sobre o eixo z produzido por um anel anular de densidade superficial uniforme de carga ρ_s no espaço livre. O anel ocupa a região $z = 0$, $a \leq \rho \leq b$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$ em coordenadas cilíndricas; (b) Do resultado de (a), e tomando os limites apropriados, obtenha o campo de uma lâmina infinita e uniforme de carga.

- 2.25** † Calcule \mathbf{E} na origem se as seguintes distribuições de cargas estiverem presentes no espaço livre: carga pontual 12 nC, em $P(2, 0, 6)$; densidade linear de cargas uniforme 3 nC/m, em $x = -2, y = 3$; densidade superficial de cargas uniforme 0,2 nC/m² em $x = 2$.
- 2.26** † Uma carga superficial, dependente da variável radial, está distribuída sobre uma lâmina plana infinita, no plano xy , e é caracterizada em coordenadas cilíndricas por uma densidade superficial $\rho_s = \rho_0/\rho$, onde ρ_0 é uma constante. Determine o campo elétrico, \mathbf{E} , em qualquer ponto sobre o eixo z .
- 2.27** † Dado o campo elétrico $\mathbf{E} = (4x - 2y)\mathbf{a}_x - (2x + 4y)\mathbf{a}_y$, calcule: (a) a equação da linha de força que passa pelo ponto $P(2, 3, -4)$; (b) um vetor unitário que especifique a direção e sentido de \mathbf{E} em $Q(3, -2, 5)$.
- 2.28** † Um dipolo elétrico (discutido em detalhes na Seção 4.7) consiste em duas cargas pontuais de valores absolutos iguais mas sinais opostos $\pm Q$, separadas por uma distância d . Com as cargas ao longo do eixo z , nas posições $z = \pm d/2$ (com a carga positiva na região positiva do eixo z), o campo elétrico em coordenadas esféricas é dado por $\mathbf{E}(r, \theta) = [Qd/(4\pi\epsilon_0 r^3)] [2 \cos \theta \mathbf{a}_r + \sin \theta \mathbf{a}_\theta]$, onde $r \gg d$. Utilizando coordenadas cartesianas, determine expressões para o vetor de força em uma carga pontual de valor q : (a) em $(0, 0, z)$; (b) em $(0, y, 0)$.
- 2.29** † Se $\mathbf{E} = 20e^{-5y}(\cos 5x\mathbf{a}_x - \sin 5x\mathbf{a}_y)$, calcule: (a) $|\mathbf{E}|$ em $P(\pi/6, 0, 1, 2)$; (b) um vetor unitário na direção de \mathbf{E} em P ; (c) a equação da reta que passa por P e possui a mesma direção de \mathbf{E} .
- 2.30** † Para campos que não variam com z em coordenadas cilíndricas, as equações das linhas de força são obtidas resolvendo-se a equação diferencial $E_\rho/E_\phi = d\rho/(\rho d\phi)$. Encontre a equação da linha que passa pelo ponto $(2, 30^\circ, 0)$ para o campo $\mathbf{E} = \rho \cos 2\phi \mathbf{a}_\rho - \rho \sin 2\phi \mathbf{a}_\phi$.

5. Thomas, G. B. Jr. and R. L. Finney. (Ver Referências sugeridas no Capítulo 1). O teorema da divergência é desenvolvido e ilustrado por vários diferentes pontos de vista nas páginas 976-980.

PROBLEMAS

- 3.1  Suponha que o experimento de Faraday, com esferas concêntricas, seja realizado no espaço livre com a utilização de uma carga central na origem, Q_1 , e com hemisférios de raio a . Uma segunda carga Q_2 (uma carga pontual) está localizada a uma distância R de Q_1 , com $R \gg a$. (a) Qual é a força sobre a carga pontual antes dos hemisférios serem reunidos ao redor de Q_1 ? (b) Qual é a força sobre a carga pontual após os hemisférios serem reunidos, mas antes de serem descarregados? (c) Qual é a força sobre a carga pontual após os hemisférios serem reunidos e descarregados? (d) Descreva, qualitativamente, o que acontece à medida que Q_2 é movido em direção à montagem de esferas de tal modo que a condição $R \gg a$ não seja mais válida.
- 3.2  Um campo elétrico no espaço livre é dado pela seguinte expressão: $\mathbf{E} = (5z^2/\epsilon_0) \hat{\mathbf{a}}_z$ V/m. Determine a carga total contida no interior de um cubo centrado na origem e com lado de 4 m, no qual todos os lados são paralelos aos eixos coordenados (e, em consequência onde cada lado intercepta um eixo em ± 2).
- 3.3  A superfície cilíndrica $\rho = 8$ cm contém a densidade superficial de cargas $\rho_S = 5e^{-20|z|}$ nC/m². (a) Qual é o valor da carga total presente? (b) Qual é o fluxo elétrico que deixa a superfície $\rho = 8$ cm, $1 \text{ cm} < z < 5 \text{ cm}$, $30^\circ < \phi < 90^\circ$?
- 3.4  Um campo elétrico no espaço livre é $\mathbf{E} = (5z^3/\epsilon_0) \hat{\mathbf{a}}_z$ V/m. Encontre a carga total contida no interior de uma esfera de raio igual a 3 m, centrada na origem.
- 3.5  Seja $\mathbf{D} = 4xy\mathbf{a}_x + 2(x^2 + z^2)\mathbf{a}_y + 4yz\mathbf{a}_z$ C/m². Calcule as integrais de superfície para encontrar a carga total dentro do paralelepípedo retangular $0 < x < 2$, $0 < y < 3$, $0 < z < 5$ m.
- 3.6  No espaço livre, uma carga volumétrica de densidade constante $\rho_v = \rho_0$ existe na região $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$ e $-d/2 < z < d/2$. Encontre \mathbf{D} e \mathbf{E} em todos os pontos.
- 3.7  Uma densidade volumétrica de cargas está posicionada no espaço livre segundo $\rho_v = 2e^{-1.000r}$ nC/m³ para $0 < r < 1$ mm, e $\rho_v = 0$ nos outros lugares. (a) Encontre a carga total dentro da superfície esférica $r = 1$ mm. (b) Usando a lei de Gauss, calcule o valor de D_r na superfície $r = 1$ mm.
- 3.8  Use a lei de Gauss na forma integral para mostrar que um campo que varia com o inverso da distância em coordenadas esféricas, $\mathbf{D} = A\mathbf{a}_r/r$, onde A é uma constante, necessita de todas as cascas esféricas de 1 m de espessura para conter $4\pi A$ coulombs de carga. Isso indica uma distribuição contínua de cargas? Se sim, encontre a variação da densidade de cargas com r .
- 3.9  Uma densidade volumétrica uniforme de cargas de $80 \mu\text{C}/\text{m}^3$ está presente na região $8 \text{ mm} < r < 10 \text{ mm}$. Seja $\rho_v = 0$ para $0 < r < 8 \text{ mm}$. (a) Encontre

a carga total dentro da superfície esférica $r = 10$ mm. (b) Encontre D_r em $r = 10$ mm. (c) Se não existe carga para $r > 10$ mm, encontre D_r em $r = 20$ mm.

- 3.10** † Um cilindro dielétrico, infinitamente longo, de raio b , contém carga no interior de seu volume de densidade $\rho_v = a\rho^2$, onde a é uma constante. Encontre a intensidade de campo elétrico no interior e no exterior do cilindro.
- 3.11** † Em coordenadas cilíndricas, seja $\rho_v = 0$ para $\rho < 1$ mm, $\rho_v = 2 \text{ sen}(2.000\pi\rho)$ nC/m³ para $1 \text{ mm} < \rho < 1,5$ mm, e $\rho_v = 0$ para $\rho > 1,5$ mm. Calcule \mathbf{D} em todos os lugares.
- 3.12** † O Sol irradia uma potência total de aproximadamente $3,86 \times 10^{26}$ watts (W). Se imaginarmos a superfície do Sol demarcada com latitude e longitude e considerarmos uma irradiação uniforme, (a) que potência é irradiada pela região que se localiza entre a latitude 50° N (norte) e 60° N e longitude 12° O (oeste) e 27° O? (b) Qual é a densidade de potência em uma superfície esférica a 149.668.992 km (93.000.000 milhas) do Sol, em W/m²?
- 3.13** † Superfícies esféricas em $r = 2, 4$ e 6 m carregam densidades superficiais uniformes de cargas de 20 nC/m², -4 nC/m² e ρ_{s0} , respectivamente. (a) Encontre \mathbf{D} em $r = 1, 3$ e 5 m. (b) Determine ρ_{s0} tal que $\mathbf{D} = 0$ em $r = 7$ m.
- 3.14** † Um determinado diodo emissor de luz (LED) está centrado na origem com sua superfície no plano xy . Em grandes distâncias, o LED pode ser aproximado por um ponto, mas a geometria superficial brilhante produz um padrão de radiação de campo distante que segue uma lei *cossenoidal*: ou seja, a densidade de potência (fluxo) ótica em watts/m² (W/m²) é dada, em coordenadas esféricas, por

$$\mathbf{P}_d = P_0 \frac{\cos^2 \theta}{2\pi r^2} \mathbf{a}_r \quad \text{watts/m}^2$$

onde θ é o ângulo medido em relação à direção normal à superfície do LED (neste caso, o eixo z) e r é a distância radial da origem ao ponto no qual a potência é detectada. (a) Utilizando P_0 , encontre a potência total, em watts (W), emitida pelo LED no semiespaço superior; (b) Encontre o ângulo do cone θ_1 no interior do qual metade da potência total é irradiada, ou seja, no interior da faixa $0 < \theta < \theta_1$; (c) Um detector ótico, de 1 mm^2 de área de seção transversal, está posicionado em $r = 1$ m e em $\theta = 45^\circ$ de tal forma que cobre o LED. Se 1 nW (nano watt) é medido pelo detector, qual é o valor de P_0 (em uma estimativa muito boa)?

- 3.15** † Uma densidade volumétrica de carga está posicionada da seguinte maneira: $\rho_v = 0$ para $\rho < 1$ mm e para $\rho > 2$ mm, $\rho_v = 4\rho \mu\text{C/m}^3$ para $1 < \rho < 2$ mm. (a) Calcule a carga total na região $0 < \rho < \rho_1$, $0 < z < L$, onde $1 < \rho_1 < 2$ mm. (b) Use a lei de Gauss para determinar D_ρ em $\rho = \rho_1$. (c) Calcule D_ρ em $\rho = 0,8$ mm, $1,6$ mm e $2,4$ mm.
- 3.16** † Uma densidade de fluxo elétrico é dada por $\mathbf{D} = D_0 \mathbf{a}_\rho$, onde D_0 é uma constante conhecida. (a) Que densidade de carga gera este campo? (b) Para o campo fornecido, qual carga total está contida no interior de um cilindro de raio a e altura b , onde o eixo do cilindro corresponde ao eixo z ?

- 3.17** Um cubo é definido por $1 < x, y, z < 1,2$. Se $\mathbf{D} = 2x^2y\mathbf{a}_x + 3x^2y^2\mathbf{a}_y$ C/m²:
 (a) Aplique a lei de Gauss para calcular o fluxo total que deixa a superfície fechada do cubo. (b) Calcule $\nabla \cdot \mathbf{D}$ no centro do cubo. (c) Estime a carga total dentro do cubo usando a Equação (8).
- 3.18** Determine se a divergência dos seguintes campos vetoriais é positiva, negativa ou zero: (a) o fluxo de energia térmica em J/(m²s) em qualquer ponto em um cubo de gelo em processo de resfriamento; (b) a densidade de corrente em A/m² em um barramento que conduz corrente contínua; (c) a taxa de fluxo de massa em kg/(m²s) abaixo da superfície da água em uma bacia, na qual a água está circulando no sentido horário quando vista por cima.
- 3.19** Uma superfície esférica de raio 3 mm está centrada em $P(4, 1, 5)$ no espaço livre. Considere $\mathbf{D} = x\mathbf{a}_x$ C/m² e use os resultados da Seção 3.4 para estimar o fluxo elétrico líquido que deixa a superfície esférica.
- 3.20** Uma distribuição radial de campo elétrico, no espaço livre, é dada, em coordenadas esféricas, por:

$$\mathbf{E}_1 = \frac{r\rho_0}{3\epsilon_0} \mathbf{a}_r \quad (r \leq a)$$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{(2a^3 - r^3)\rho_0}{3\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \quad (a \leq r \leq b)$$

$$\mathbf{E}_3 = \frac{(2a^3 - b^3)\rho_0}{3\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \quad (r \geq b)$$

onde ρ_0 , a e b são constantes. (a) Determine a densidade volumétrica de carga na região inteira ($0 \leq r \leq \infty$) mediante o uso apropriado de $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$. (b) Utilizando os parâmetros fornecidos, encontre a carga total, Q , no interior de uma esfera de raio r , onde $r > b$.

- 3.21** Calcule $\nabla \cdot \mathbf{D}$ no ponto especificado se (a) $\mathbf{D} = (1/z^2)[10xyz\mathbf{a}_x + 5x^2z\mathbf{a}_y + (2z^3 - 5x^2y)\mathbf{a}_z]$ em $P(-2, 3, 5)$; (b) $\mathbf{D} = 5z^2\mathbf{a}_\rho + 10\rho z\mathbf{a}_z$ em $P(3, -45^\circ, 5)$; (c) $\mathbf{D} = 2r \sin \theta \sin \phi \mathbf{a}_r + r \cos \theta \sin \phi \mathbf{a}_\theta + r \cos \phi \mathbf{a}_\phi$ em $P(3, 45^\circ, -45^\circ)$.
- 3.22** (a) Um campo de densidade de fluxo é dado como $\mathbf{F}_1 = 5\mathbf{a}_z$. Calcule o fluxo de \mathbf{F}_1 que sai de uma superfície hemisférica $r = a$, $0 < \theta < \pi/2$, $0 < \phi < 2\pi$. (b) Qual observação simples teria poupado bastante trabalho na parte a? (c) Agora suponha que o campo seja dado por $\mathbf{F}_2 = 5z\mathbf{a}_z$. Utilizando as integrais de superfície apropriadas, calcule o fluxo líquido de \mathbf{F}_2 que sai da superfície fechada que consiste do hemisfério da parte a e da sua base circular no plano xy . (d) Repita a parte c usando o teorema da divergência e uma integral volumétrica apropriada.
- 3.23** (a) Uma carga pontual Q localiza-se na origem. Mostre que $\text{div } \mathbf{D}$ é zero em todos os pontos exceto na origem. (b) Substitua a carga pontual por uma densidade volumétrica uniforme de carga ρ_{v0} para $0 < r < a$. Relacione ρ_{v0} com Q e a de modo que a carga total seja a mesma. Encontre $\text{div } \mathbf{D}$ em todos os pontos.

3.24 † Em uma região no espaço livre, a densidade de fluxo elétrico é dada por

$$\mathbf{D} = \begin{cases} \rho_0(z + 2d) \mathbf{a}_z & \text{C/m}^2 \quad (-2d \leq z \leq 0) \\ -\rho_0(z - 2d) \mathbf{a}_z & \text{C/m}^2 \quad (0 \leq z \leq 2d) \end{cases}$$

Em qualquer outro lugar, $\mathbf{D} = 0$. (a) Usando $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$, encontre a densidade volumétrica de carga como função da posição em toda a parte. (b) Determine o fluxo elétrico que atravessa a superfície definida por $z = 0$, $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$. (c) Determine a carga total contida no interior da região $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$ e $-d \leq z \leq d$. (d) Determine a carga total contida no interior da região $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$ e $0 \leq z \leq 2d$.

3.25 † Dentro da casca esférica $3 < r < 4$ m, a densidade de fluxo elétrico é dada por $\mathbf{D} = 5(r - 3)^3 \mathbf{a}_r$ C/m². (a) Qual é a densidade volumétrica de carga em $r = 4$? (b) Qual é a densidade de fluxo elétrico em $r = 4$? (c) Qual fluxo elétrico deixa a esfera $r = 4$? (d) Qual é a carga contida dentro da esfera $r = 4$?

3.26 † Se tivermos um gás perfeito de densidade de massa ρ_m kg/m³ e associarmos uma velocidade \mathbf{U} m/s a cada elemento diferencial, então a taxa de fluxo de massa será $\rho_m \mathbf{U}$ kg/m²s. Assim, considerações físicas levarão à equação da continuidade, $\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{U}) = -\partial \rho_m / \partial t$. (a) Explique com palavras a interpretação física dessa equação. (b) Mostre que $\oint_S \rho_m \mathbf{U} \cdot d\mathbf{S} = -dM/dt$, onde M é a massa total do gás dentro da superfície fechada constante S , e explique o significado físico dessa equação.

3.27 † Seja $\mathbf{D} = 5,00r^2 \mathbf{a}_r$ mC/m² para $r \leq 0,08$ m e $\mathbf{D} = 0,205 \mathbf{a}_r / r^2$ $\mu\text{C/m}^2$ para $r \geq 0,08$ m. (a) Calcule ρ_v para $r = 0,06$ m. (b) Calcule ρ_v para $r = 0,1$ m. (c) Que densidade superficial de carga poderia ser posicionada em $r = 0,08$ m para fazer com que $\mathbf{D} = 0$ para $r > 0,08$ m?

3.28 † Repita o Problema 3.8, mas use $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$ e escolha uma integral volumétrica apropriada.

3.29 † Na região do espaço livre que inclui o volume $2 < x, y, z < 3$, $\mathbf{D} = \frac{2}{z^2} (yz \mathbf{a}_x + xz \mathbf{a}_y - 2xy \mathbf{a}_z)$ C/m². (a) Calcule o lado da integral volumétrica da equação do teorema da divergência para o volume aqui definido. (b) Calcule o lado da integral de superfície da superfície fechada correspondente.

3.30 † (a) Use a primeira equação de Maxwell, $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$, para descrever a variação da intensidade de campo elétrico com x em uma região na qual não existe densidade de carga e na qual um dielétrico não homogêneo (heterogêneo) tem uma permissividade que aumenta exponencialmente com x . O campo tem somente um componente em x . (b) Repita a parte (a), mas com um campo elétrico na direção radial (coordenadas esféricas), onde novamente $\rho_v = 0$, mas em uma região na qual a permissividade *diminui* exponencialmente com r .

3.31 † Dada a densidade de fluxo $\mathbf{D} = \frac{16}{r} \cos(2\theta) \mathbf{a}_\theta$ C/m², use dois métodos diferentes para calcular a carga total dentro da região $1 < r < 2$ m, $1 < \theta < 2$ rad, $1 < \phi < 2$ rad.

PROBLEMAS

- 4.1** O valor de \mathbf{E} em $P(\rho = 2, \phi = 40^\circ, z = 3)$ é dado como $\mathbf{E} = 100\mathbf{a}_\rho - 200\mathbf{a}_\phi + 300\mathbf{a}_z$ V/m. Determine o trabalho incremental necessário para deslocar uma carga de $20 \mu\text{C}$ por uma distância de $6 \mu\text{m}$: (a) na direção de \mathbf{a}_ρ ; (b) na direção de \mathbf{a}_ϕ ; (c) na direção de \mathbf{a}_z ; (d) na direção de \mathbf{E} ; (e) na direção de $\mathbf{G} = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$.
- 4.2** Uma carga pontual positiva, de intensidade q_1 , repousa na origem. Deduza uma expressão para o trabalho incremental realizado para mover uma segunda carga pontual q_2 por uma distância dx da posição inicial (x, y, z) no sentido $-\mathbf{a}_x$.
- 4.3** Se $\mathbf{E} = 120\mathbf{a}_\rho$ V/m, calcule a quantidade incremental de trabalho realizado na movimentação de uma carga de $50 \mu\text{C}$ por uma distância de 2 mm de (a) $P(1, 2, 3)$ em direção a $Q(2, 1, 4)$; (b) $Q(2, 1, 4)$ na direção de $P(1, 2, 3)$.
- 4.4** Um campo elétrico, no espaço livre, é dado por $\mathbf{E} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$ V/m. Determine o trabalho realizado para deslocar uma carga de $1 \mu\text{C}$ através deste campo (a) de $(1, 1, 1)$ para $(0, 0, 0)$; (b) de $(\rho = 2, \phi = 0)$ para $(\rho = 2, \phi = 90^\circ)$; (c) de $(r = 10, \theta = \theta_0)$ para $(r = 10, \theta = \theta_0 + 180^\circ)$.
- 4.5** Calcule o valor de $\int_A^P \mathbf{G} \cdot d\mathbf{L}$ for $\mathbf{G} = 2y\mathbf{a}_x$ com $A(1, -1, 2)$ e $P(2, 1, 2)$ usando o caminho (a) segmentos de linha reta $A(1, -1, 2)$ para $B(1, 1, 2)$ para $P(2, 1, 2)$; (b) segmentos de linha reta $A(1, -1, 2)$ para $C(2, -1, 2)$ para $P(2, 1, 2)$.
- 4.6** Um campo elétrico, no espaço livre, é dado por $\mathbf{E} = x\hat{\mathbf{a}}_x + 4z\hat{\mathbf{a}}_y + 4y\hat{\mathbf{a}}_z$. Dado $V(1, 1, 1) = 10 \text{ V}$, determine $V(3, 3, 3)$.
- 4.7** Seja $\mathbf{G} = 3xy^2\mathbf{a}_x + 2z\mathbf{a}_y$. Dado um ponto inicial $P(2, 1, 1)$ e um ponto final $Q(4, 3, 1)$, calcule $\int \mathbf{G} \cdot d\mathbf{L}$ usando o caminho (a) linha reta: $y = x - 1, z = 1$; (b) parábola: $6y = x^2 + 2, z = 1$.
- 4.8** Dado $\mathbf{E} = -x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y$, (a) calcule o trabalho envolvido no deslocamento de uma carga unitária positiva por um arco circular do círculo centrado na origem, de $x = a$ até $x = y = a/\sqrt{2}$; (b) mostre que o trabalho realizado no movimento da carga ao redor do círculo inteiro de $x = a$ é zero.
- 4.9** Uma densidade superficial de carga uniforme de 20 nC/m^2 está presente na superfície esférica $r = 0,6 \text{ cm}$ no espaço livre. (a) Calcule o potencial absoluto em $P(r = 1 \text{ cm}, \theta = 25^\circ, \phi = 50^\circ)$. (b) Calcule V_{AB} dados os pontos $A(r = 2 \text{ cm}, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ)$ e $B(r = 3 \text{ cm}, \theta = 45^\circ, \phi = 90^\circ)$.
- 4.10** Uma esfera, de raio a , contém uma densidade superficial de carga de $\rho_{s0} \text{ C/m}^2$. (a) Determine o potencial absoluto na superfície da esfera. (b) Uma casca condutora aterrada, de raio b , onde $b > a$, é agora posicionada ao redor da esfera carregada. Qual é o potencial na superfície esférica interna neste caso?
-

- 4.11** † Seja uma densidade superficial de carga uniforme de 5 nC/m^2 presente no plano $z = 0$, uma densidade linear de carga uniforme de 8 nC/m posicionada em $x = 0, z = 4$, e uma carga pontual de $2 \mu\text{C}$ presente em $P(2, 0, 0)$. Se $V = 0$ em $M(0, 0, 5)$, calcule V em $N(1, 2, 3)$.
- 4.12** † Em coordenadas esféricas, $\mathbf{E} = 2r/(r^2 + a^2)^2 \mathbf{a}_r \text{ V/m}$. Calcule o potencial em qualquer ponto, usando a referência (a) $V = 0$ no infinito; (b) $V = 0$ em $r = 0$; (c) $V = 100 \text{ V}$ em $r = a$.
- 4.13** † Três cargas pontuais idênticas, de 4 pC cada, estão posicionadas nos vértices de um triângulo equilátero de $0,5 \text{ mm}$ de lado, no espaço livre. Quanto trabalho deve ser realizado para mover uma carga para um ponto equidistante das outras duas e na linha que as une?
- 4.14** † Dado o campo elétrico $\mathbf{E} = (y + 1)\mathbf{a}_x + (x - 1)\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$, calcule a diferença de potencial entre os pontos (a) $(2, -2, -1)$ e $(0, 0, 0)$; (b) $(3, 2, -1)$ e $(-2, -3, 4)$.
- 4.15** † Duas linhas uniformes de cargas de 8 nC/m cada estão posicionadas em $x = 1, z = 2$, e em $x = -1, y = 2$, no espaço livre. Se o potencial na origem vale 100 V , calcule V em $P(4, 1, 3)$.
- 4.16** † Sabe-se que a função potencial de uma distribuição de carga esfericamente simétrica, no espaço livre (com $a < r < \infty$), é dada por $V(r) = V_0 a^2 / r^2$, onde V_0 e a são constantes. (a) Determine a intensidade de campo elétrico. (b) Calcule a densidade volumétrica de carga. (c) Encontre a carga contida no interior do raio a . (d) Calcule a energia total armazenada na carga (ou, equivalentemente, em seu campo elétrico), na região $a < r < \infty$.
- 4.17** † Densidades superficiais de carga uniformes de 6 e 2 nC/m^2 estão presentes em $\rho = 2$ e 6 cm , respectivamente, no espaço livre. Considere $V = 0$ em $\rho = 4 \text{ cm}$ e calcule V em (a) $\rho = 5 \text{ cm}$; (b) $\rho = 7 \text{ cm}$.
- 4.18** † Calcule o potencial na origem produzido por uma linha de cargas $\rho_L = kx/(x^2 + a^2)$ que se estende ao longo do eixo x , de $x = a$ até $+\infty$, onde $a > 0$. Considere o zero de referência no infinito.
- 4.19** † A superfície anelar $1 \text{ cm} < \rho < 3 \text{ cm}, z = 0$, está carregada com a densidade superficial não uniforme de carga $\rho_s = 5\rho \text{ nC/m}^2$. Calcule V em $P(0, 0, 2 \text{ cm})$ se $V = 0$ no infinito.
- 4.20** † Em determinado meio, o potencial elétrico é dado por

$$V(x) = \frac{\rho_0}{a\epsilon_0} (1 - e^{-ax})$$

onde ρ_0 e a são constantes. (a) Determine a intensidade de campo elétrico, \mathbf{E} . (b) Calcule a diferença de potencial entre os pontos $x = d$ e $x = 0$. (c) Se a permissividade do meio é dada por $\epsilon(x) = \epsilon_0 e^{ax}$, encontre a densidade de fluxo elétrico, \mathbf{D} , e a densidade volumétrica de carga, ρ_v , na região. (d) Calcule a energia armazenada na região $(0 < x < d), (0 < y < 1), (0 < z < 1)$.

4.21 † Seja $V = 2xy^2z^3 + 3 \ln(x^2 + 2y^2 + 3z^2)$ V no espaço livre. Calcule cada uma das seguintes grandezas em $P(3, 2, -1)$ (a) V ; (b) $|V|$; (c) \mathbf{E} ; (d) $|\mathbf{E}|$; (e) \mathbf{a}_N ; (f) \mathbf{D} .

4.22 † Uma linha de carga, de comprimento infinito, se estende ao longo do eixo z e contém uma densidade linear uniforme de carga de ρ_ℓ C/m. Uma casca cilíndrica, perfeitamente condutora, cujo eixo coincide com o eixo z , envolve a linha de carga. O cilindro (de raio b) está no mesmo potencial da terra (ou do solo). De acordo com essas condições, a função potencial no interior do cilindro ($\rho < b$) é dada por

$$V(\rho) = k - \frac{\rho_\ell}{2\pi\epsilon_0} \ln(\rho)$$

onde k é uma constante. (a) Determine k , expressando-a pelos parâmetros dados ou conhecidos. (b) Encontre a intensidade de campo elétrico, \mathbf{E} , para $\rho < b$. (c) Encontre a intensidade de campo elétrico, \mathbf{E} , para $\rho > b$. (d) Calcule a energia armazenada no campo elétrico *por unidade de comprimento*, na direção z , no interior do volume definido por $\rho > a$, onde $a < b$.

4.23 † Sabe-se que o potencial é dado como $V = 80\rho^{0,6}$ V. Considerando condições de espaço livre, calcule. (a) \mathbf{E} ; (b) a densidade volumétrica de carga em $\rho = 0,5$ m; (c) a carga total dentro da superfície fechada $\rho = 0,6$, $0 < z < 1$.

4.24 † Uma determinada configuração de carga, esfericamente simétrica e imersa no espaço livre, produz um campo elétrico fornecido em coordenadas esféricas por

$$\mathbf{E}(r) = \begin{cases} (\rho_0 r^2)/(100\epsilon_0) \mathbf{a}_r \text{ V/m} & (r \leq 10) \\ (100\rho_0)/(\epsilon_0 r^2) \mathbf{a}_r \text{ V/m} & (r \geq 10) \end{cases}$$

onde ρ_0 é uma constante. (a) Determine a densidade de carga como uma função da posição. (b) Encontre o potencial absoluto como uma função da posição nas regiões $r \leq 10$ e $r \geq 10$. (c) Confira seu resultado da parte *b* por meio da utilização do gradiente. (d) Calcule a energia armazenada na carga mediante uma integral da forma da Equação (42). (e) Calcule a energia armazenada no campo por meio de uma integral da forma da Equação (44).

4.25 † Dentro do cilindro $\rho = 2$, $0 < z < 1$, o potencial é dado por $V = 100 + 50\rho + 150\rho \sin \phi$ V. (a) Calcule V , \mathbf{E} , \mathbf{D} e ρ_v em $P(1, 60^\circ, 0,5)$ no espaço livre. (b) Quanta carga está presente dentro do cilindro?

4.26 † Consideremos uma placa muito fina, quadrada e condutora imperfeita de 2 m de lado, posicionada no plano $z = 0$ com um vértice na origem de forma que ela permaneça totalmente dentro do primeiro quadrante. O potencial em qualquer ponto da placa é dado por $V = -e^{-x} \sin y$. (a) Um elétron entra na placa em $x = 0$, $y = \pi/3$ com velocidade inicial zero. Em qual direção está seu movimento inicial? (b) Por causa de colisões com as partículas da placa, o elétron atinge uma velocidade relativamente baixa e pequena aceleração (o trabalho que o campo exerce nele é convertido, em grande parte, em calor).

O elétron se move, portanto, ao longo de uma linha de força. Onde ele deixa a placa e em que direção estará se movimentando nesse instante?

- 4.27** † Duas cargas pontuais de 1 nC em $(0, 0, 0, 1)$ e -1 nC em $(0, 0, -0, 1)$ estão no espaço livre. (a) Calcule V em $P(0, 3, 0, 0, 4)$. (b) Calcule $|\mathbf{E}|$ em P . (c) Agora trate as duas cargas como um dipolo na origem e calcule V em P .
- 4.28** † Use a intensidade de campo elétrico de um dipolo [Seção 4.7, Equação (35)] para calcular a diferença no potencial entre pontos em θ_a e θ_b , cada ponto tendo as mesmas coordenadas r e ϕ . Sob quais condições a resposta concorda com a Equação (33), para o potencial em θ_a ?
- 4.29** † Um dipolo que tem um momento $\mathbf{p} = 3\mathbf{a}_x - 5\mathbf{a}_y + 10\mathbf{a}_z$ nC · m está posicionado em $Q(1, 2, -4)$ no espaço livre. Calcule V em $P(2, 3, 4)$.
- 4.30** † Um dipolo para o qual $\mathbf{p} = 10\epsilon_0\mathbf{a}_z$ C · m está posicionado na origem. Qual é a equação da superfície em que $E_z = 0$, mas $\mathbf{E} \neq \mathbf{0}$?
- 4.31** † Um campo de potencial no espaço livre é expresso por $V = 20/(xyz)$ V. (a) Calcule a energia total armazenada dentro do cubo $1 < x, y, z < 2$. (b) Qual valor seria obtido caso fosse considerada uma densidade uniforme de energia igual ao valor no centro do cubo?
- 4.32** † (a) Utilizando a Equação (35), calcule a energia armazenada no campo do dipolo na região $r > a$. (b) Por que não podemos deixar a se aproximar de zero, no limite?
- 4.33** † Uma esfera de cobre de raio 4 cm está carregada com uma carga total uniformemente distribuída de $5 \mu\text{C}$, no espaço livre. (a) Use a lei de Gauss para achar \mathbf{D} externo à esfera. (b) Calcule a energia total armazenada no campo eletrostático. (c) Use $W_E = Q^2/(2C)$ para calcular a capacitância da esfera isolada.
- 4.34** † Uma esfera de raio a contém uma densidade volumétrica de carga uniforme ρ_0 C/m³. Encontre a energia total armazenada aplicando (a) a Equação (42); (b) a Equação (44).
- 4.35** † Quatro cargas pontuais de 0,8 nC estão posicionadas, no espaço livre, nos vértices de um quadrado de 4 cm de lado. (a) Calcule a energia potencial total armazenada. (b) Uma quinta carga de 0,8 nC é instalada no centro do quadrado. Novamente, calcule a energia total armazenada.
- 4.36** † Uma densidade superficial uniforme de carga, ρ_s , está distribuída em uma casca esférica de raio b , centrada na origem e imersa no espaço livre. (a) Determine o potencial absoluto em qualquer parte, com o zero de referência no infinito. (b) Encontre a energia armazenada na esfera por meio da consideração da densidade de carga e do potencial em uma versão bidimensional da Equação (42). (c) Calcule a energia armazenada no campo elétrico e mostre que os resultados das partes (b) e (c) são idênticos.

PROBLEMAS

- 5.1** Dada a densidade de corrente $\mathbf{J} = -10^4[\sin(2x)e^{-2y}\mathbf{a}_x + \cos(2x)e^{-2y}\mathbf{a}_y]$ kA/m²: (a) Calcule a corrente total que atravessa o plano $y = 1$ na direção \mathbf{a}_y , na região $0 < x < 1, 0 < z < 2$. (b) Calcule a corrente total que deixa a região $0 < x, y < 1, 2 < z < 3$ pela integração de $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$ sobre a superfície do cubo. (c) Repita a etapa (b), mas utilizando o teorema da divergência.
- 5.2** Dado $\mathbf{J} = -10^4(y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y)$ A/m², calcule a corrente que atravessa o plano $y = 0$ na direção e sentido $-\mathbf{a}_y$, entre $z = 0$ e 1 , e $x = 0$ e 2 .
- 5.3** Seja $\mathbf{J} = 400 \sin \theta / (r^2 + 4)\mathbf{a}_r$ A/m². (a) Calcule a corrente total que flui pela porção da superfície esférica $r = 0,8$, limitada por $0,1\pi < \theta < 0,3\pi$, $0 < \phi < 2\pi$. (b) Calcule o valor médio de \mathbf{J} sobre a área definida.
- 5.4** Se a densidade volumétrica de carga é dada por $\rho_v = (\cos \omega t) / r^2$ C/m³, em coordenadas esféricas, determine \mathbf{J} . É razoável considerar que \mathbf{J} não é uma função de θ ou ϕ .
- 5.5** Seja $\mathbf{J} = 25/\rho\mathbf{a}_\rho - 20/(\rho^2 + 0,01)\mathbf{a}_z$ A/m². (a) Calcule a corrente que atravessa o plano $z = 0,2$ na direção \mathbf{a}_z para $\rho < 0,4$. (b) Calcule $\partial\rho_v/\partial t$. (c) Calcule a corrente que atravessa a superfície fechada (e sai dela), definida por $\rho = 0,01, \rho = 0,4, z = 0$ e $z = 0,2$. (d) Mostre que o teorema da divergência é satisfeito para \mathbf{J} e para a superfície especificada em (c).
- 5.6** Em coordenadas esféricas, uma densidade de corrente $\mathbf{J} = -k/(r \sin \theta)\mathbf{a}_\theta$ A/m² existe em um meio condutor, onde k é uma constante. Determine a corrente total, na direção \mathbf{a}_z , que atravessa um disco circular de raio R , centrado no eixo z e localizado em (a) $z = 0$; (b) $z = h$.
- 5.7** Considerando que não há transformação de massa para energia ou vice-versa, é possível escrever uma equação da continuidade para a massa. (a) Se utilizarmos a equação da continuidade para carga como nosso modelo, quais quantidades correspondem a \mathbf{J} e ρ_v ? (b) Dado um cubo de 1 cm de lado, dados experimentais mostram que as taxas nas quais a massa deixa cada uma das seis faces são 10,25, -9,85, 1,75, -2,00, -4,05 e 4,55 mg/s. Se considerarmos o cubo um elemento incremental de volume,

determine um valor aproximado para a taxa temporal de variação da densidade no seu centro.

- 5.8** † Um cone cortado tem uma altura de 16 cm. As faces circulares do topo e da base têm raios de 2 mm e 0,1 mm, respectivamente. Se o material do qual este cone sólido é construído tiver uma condutividade de 2×10^6 S/m, utilize algumas boas aproximações para determinar a resistência entre as duas faces circulares.
- 5.9** † (a) Usando dados tabulados no Apêndice C, calcule o diâmetro necessário para um fio de nicromo de 2 m de comprimento dissipar uma potência média de 450 W quando 120 V rms a 60 Hz forem a ele aplicados. (b) Calcule o valor rms da densidade de corrente no fio.
- 5.10** † Uma arruela de latão tem diâmetro interno de 2 cm, diâmetro externo de 5 cm e espessura igual a 0,5 cm. Sua condutividade é $\sigma = 1,5 \times 10^7$ S/m. A arruela é cortada ao meio, ao longo do diâmetro, e uma tensão é aplicada entre as duas faces retangulares de uma das partes cortadas. O campo elétrico resultante, no interior da arruela cortada ao meio, é $\mathbf{E} = (0,5/\rho) \mathbf{a}_\phi$ V/m, em coordenadas cilíndricas, onde o eixo z corresponde ao eixo da arruela. (a) Qual diferença de potencial existe entre as duas faces retangulares? (b) Qual corrente total está fluindo na arruela? (c) Qual é a resistência entre as duas faces?
- 5.11** † Duas superfícies cilíndricas perfeitamente condutoras de comprimento ℓ estão posicionadas em $\rho = 3$ e $\rho = 5$ cm. A corrente total que passa radialmente se dirigindo para fora, pelo meio existente entre os cilindros é de 3 A c.c. (a) Calcule a tensão e a resistência entre os cilindros, e \mathbf{E} na região entre os cilindros, se um material condutor com $\sigma = 0,05$ S/m estiver presente em $3 < \rho < 5$ cm. (b) Mostre que integrando, no volume, a potência dissipada por unidade de volume, o resultado é a potência total dissipada.
- 5.12** † Duas placas condutoras idênticas, cada uma tendo área A , estão posicionadas em $z = 0$ e $z = d$. A região entre as placas está preenchida com um material que possui uma condutividade dependente de z , $\sigma(z) = \sigma_0 e^{-z/d}$, onde σ_0 é uma constante. Uma tensão V_0 é aplicada à placa em $z = d$. A placa em $z = 0$ está no potencial zero. Calcule, considerando os parâmetros dados: (a) a resistência do material; (b) a corrente total que flui entre as placas; (c) a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} dentro do material.
- 5.13** † Um tubo cilíndrico oco com uma seção reta retangular tem dimensões externas de 1,27 cm por 2,54 cm e uma espessura da parede de 1,27 mm. Considere que o material seja o latão, para o qual $\sigma = 1,5 \times 10^7$ S/m. Uma corrente contínua de 200 A c.c. está circulando no tubo para baixo. (a) Qual é a queda de tensão presente ao longo de um comprimento de 1 m do tubo? (b) Calcule a queda de tensão se o interior do tubo estiver preenchido com um material condutor para o qual $\sigma = 1,5 \times 10^5$ S/m.
- 5.14** † Uma placa condutora retangular está posicionada no plano xy , ocupando a região $0 < x < a$, $0 < y < b$. Uma placa condutora idêntica é posicionada

de forma paralela diretamente sobre a primeira, em $z = d$. A região entre as placas está preenchida com material que possui condutividade $\sigma(x) = \sigma_0 e^{-x/a}$, onde σ_0 é uma constante. Uma tensão V_0 é aplicada à placa em $z = d$. A placa em $z = 0$ está no potencial zero. Encontre, considerando os parâmetros dados: (a) a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} dentro do material; (b) a corrente total que circula entre as placas; (c) a resistência do material.

- 5.15** † Seja $V = 10(\rho + 1)z^2 \cos \phi$ V no espaço livre. (a) Uma superfície equipotencial $V = 20$ V define uma superfície condutora. Encontre a equação da superfície do condutor. (b) Calcule ρ e \mathbf{E} no ponto na superfície do condutor onde $\phi = 0,2\pi$ e $z = 1,5$. (c) Calcule $|\rho_S|$ neste ponto.
- 5.16** † Uma linha de transmissão coaxial tem condutores interno e externo de raios a e b , respectivamente. Entre os condutores ($a < \rho < b$) existe um meio condutivo cuja condutividade é $\sigma(\rho) = \sigma_0/\rho$, onde σ_0 é uma constante. O condutor interno está carregado com potencial V_0 , e o condutor externo está aterrado. (a) Considerando uma corrente radial c.c. I por unidade de comprimento em z , determine o campo densidade de corrente radial \mathbf{J} em A/m^2 . (b) Determine a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} considerando I e os outros parâmetros fornecidos ou conhecidos. (c) Tomando uma integral de linha apropriada de \mathbf{E} , como a encontrada em (b), determine uma expressão que relaciona V_0 e I . (d) Determine uma expressão para a condutância da linha por unidade de comprimento, G .
- 5.17** † Dado o campo de potencial $V = 100xz/(x^2 + 4)$ V no espaço livre: (a) Calcule \mathbf{D} na superfície $z = 0$. (b) Mostre que a superfície $z = 0$ é uma superfície equipotencial. (c) Considere que a superfície $z = 0$ seja um condutor e calcule a carga total naquela porção do condutor definida por $0 < x < 2$, $-3 < y < 0$.
- 5.18** † Duas placas circulares e paralelas, de raio a , estão localizadas em $z = 0$ e $z = d$. A placa superior ($z = d$) está no potencial V_0 , enquanto a placa inferior está aterrada. Entre as placas existe um material condutor que possui condutividade dependente da variável radial, $\sigma(\rho) = \sigma_0\rho$, onde σ_0 é uma constante. (a) Encontre a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} independente de ρ , entre as placas. (b) Determine a densidade de corrente \mathbf{J} entre as placas. (c) Determine a corrente total I entre as placas. (d) Determine a resistência entre as placas.
- 5.19** † Seja $V = 20x^2yz - 10z^2$ V no espaço livre. (a) Determine as equações das superfícies equipotenciais nas quais $V = 0$ e 60 V. (b) Considere que essas são superfícies condutoras e calcule as densidades superficiais de carga naquele ponto na superfície $V = 60$ V onde $x = 2$ e $z = 1$. Sabe-se que $0 \leq V \leq 60$ V é a região que contém o campo. (c) Forneça o vetor unitário neste ponto, que é normal à superfície condutora e aponta na direção da superfície $V = 0$.
- 5.20** † Duas cargas pontuais de $-100\pi \mu\text{C}$ estão posicionadas em $(2, -1, 0)$ e $(2, 1, 0)$. A superfície $x = 0$ é um plano condutor. (a) Determine a densidade superficial de carga na origem. (b) Determine ρ_S em $P(0, h, 0)$.

- 5.21** ⚡ Seja a superfície $y = 0$ um condutor perfeito no espaço livre. Duas linhas infinitas e uniformes de cargas de 30 nC/m cada estão posicionadas em $x = 0, y = 1$ e $x = 0, y = 2$. (a) Considere que $V = 0$ no plano $y = 0$, e calcule V em $P(1, 2, 0)$. (b) Calcule \mathbf{E} em P .
- 5.22** ⚡ O segmento de reta $x = 0, -1 \leq y \leq 1, z = 1$, contém uma densidade linear de carga $\rho_L = \pi|y| \mu\text{C/m}$. Considere que $z = 0$ é um plano condutor, e determine a densidade superficial de carga em: (a) $(0, 0, 0)$; (b) $(0, 1, 0)$.
- 5.23** ⚡ Um dipolo com $\mathbf{p} = 0,1\mathbf{a}_z \mu\text{C} \cdot \text{m}$ está posicionado em $A(1, 0, 0)$ no espaço livre, e o plano $x = 0$ é perfeitamente condutor. (a) Calcule V em $P(2, 0, 1)$. (b) Encontre a equação da superfície equipotencial de 200 V em coordenadas cartesianas.
- 5.24** ⚡ A certa temperatura, as mobilidades dos elétrons e dos buracos no germânio intrínseco são dadas como $0,43$ e $0,21 \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, respectivamente. Se as concentrações de elétrons e de buracos são ambas de $2,3 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, calcule a condutividade a essa temperatura.
- 5.25** ⚡ As concentrações de elétrons e buracos aumentam com a temperatura. Para silício puro, expressões adequadas são $\rho_h = -\rho_e = 6,200T^{1,5}e^{-7,000/T} \text{ C/m}^3$. A dependência funcional das mobilidades com a temperatura é dada por $\mu_h = 2,3 \times 10^5 T^{-2,7} \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ e $\mu_e = 2,1 \times 10^5 T^{-2,5} \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, onde a temperatura T está em graus kelvin. Encontre σ em: (a) $0 \text{ }^\circ\text{C}$; (b) $40 \text{ }^\circ\text{C}$; (c) $80 \text{ }^\circ\text{C}$.
- 5.26** ⚡ Uma amostra de semiconductor tem uma seção reta retangular de $1,5$ por $2,0 \text{ mm}$, e um comprimento de $11,0 \text{ mm}$. O material tem densidades de elétrons e buracos de $1,8 \times 10^{18}$ e $3,0 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, respectivamente. Se $\mu_e = 0,082 \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ e $\mu_h = 0,0021 \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, calcule a resistência oferecida entre as faces extremas da amostra.
- 5.27** ⚡ Hidrogênio atômico contém $5,5 \times 10^{25}$ átomos/ m^3 em certa temperatura e pressão. Quando um campo dielétrico de 4 kV/m é aplicado, cada dipolo formado pelo elétron e núcleo positivo possui um comprimento efetivo de $7,1 \times 10^{-19} \text{ m}$. (a) Calcule P . (b) Calcule ϵ_r .
- 5.28** ⚡ Calcule a constante dielétrica de um material no qual a densidade de fluxo elétrico seja quatro vezes a polarização.
- 5.29** ⚡ Um condutor coaxial tem raios $a = 0,8 \text{ mm}$ e $b = 3 \text{ mm}$ e um dielétrico de poliestireno para o qual $\epsilon_r = 2,56$. Se $\mathbf{P} = (2/\rho)\mathbf{a}_\rho \text{ nC/m}^2$ no dielétrico, calcule: (a) \mathbf{D} e \mathbf{E} como funções de ρ ; (b) V_{ab} e χ_e . (c) Se existirem 4×10^{19} moléculas por metro cúbico no dielétrico, calcule $\mathbf{p}(\rho)$.
- 5.30** ⚡ Considere um material composto feito de dois elementos, os quais possuem densidades N_1 e N_2 moléculas/ m^3 , respectivamente. Os dois materiais estão uniformemente misturados, levando a uma densidade total de $N = N_1 + N_2$. A presença de um campo elétrico \mathbf{E} induz momentos de dipolos moleculares \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 dentro dos elementos individualmente, estejam eles misturados ou não. Mostre que a constante dielétrica do material composto é dada por $\epsilon_r = f\epsilon_{r1} + (1 - f)\epsilon_{r2}$, onde f é a fração numérica

dos dipolos do elemento 1 no composto, e onde ϵ_{r1} e ϵ_{r2} são as constantes dielétricas que os elementos não misturados teriam se cada um tivesse densidade N .

- 5.31** † A superfície $x = 0$ separa dois dielétricos perfeitos. Para $x > 0$, seja $\epsilon_r = \epsilon_{r1} = 3$, enquanto $\epsilon_{r2} = 5$ onde $x < 0$. Se $\mathbf{E}_1 = 80\mathbf{a}_x - 60\mathbf{a}_y - 30\mathbf{a}_z$ V/m, calcule: (a) E_{N1} ; (b) \mathbf{E}_{tg1} ; (c) \mathbf{E}_1 ; (d) o ângulo θ_1 entre \mathbf{E}_1 e uma normal à superfície; (e) D_{N2} ; (f) D_{tg2} ; (g) \mathbf{D}_2 ; (h) \mathbf{P}_2 ; (i) o ângulo θ_2 entre \mathbf{E}_2 e uma normal à superfície.
- 5.32** † Duas cargas pontuais de $3 \mu\text{C}$ com sinais opostos são mantidas a uma distância de x metros por uma mola, que fornece uma força repulsiva dada por $F_{sp} = 12(0,5 - x)$ N. Sem qualquer força de atração, a mola estaria totalmente estendida de 0,5 m. (a) Determine a separação entre as cargas. (b) Qual é o momento de dipolo?
- 5.33** † Dois dielétricos perfeitos possuem permissividades relativas $\epsilon_{r1} = 2$ e $\epsilon_{r2} = 8$. A superfície plana entre eles é a superfície $x - y + 2z = 5$. A origem situa-se na região 1. Se $\mathbf{E}_1 = 100\mathbf{a}_x + 200\mathbf{a}_y - 50\mathbf{a}_z$ V/m, calcule \mathbf{E}_2 .
- 5.34** † A região 1 ($x \geq 0$) é um dielétrico com $\epsilon_{r1} = 2$, enquanto a região 2 ($x < 0$) tem $\epsilon_{r2} = 5$. Seja $\mathbf{E}_1 = 20\mathbf{a}_x - 10\mathbf{a}_y + 50\mathbf{a}_z$ V/m. (a) Calcule \mathbf{D}_2 . (b) Calcule a densidade de energia em ambas as regiões.
- 5.35** † Sejam as superfícies cilíndricas $\rho = 4$ cm e $\rho = 9$ cm, que envolvem dois dielétricos perfeitos em forma de cunha, $\epsilon_{r1} = 2$ para $0 < \phi < \pi/2$ e $\epsilon_{r2} = 5$ para $\pi/2 < \phi < 2\pi$. Se $\mathbf{E}_1 = (2.000/\rho)\mathbf{a}_\rho$ V/m, calcule: (a) \mathbf{E}_2 ; (b) a energia eletrostática total armazenada em 1 m de comprimento em cada região.

PROBLEMAS

- 6.1** † Considere um cabo coaxial com raio interno a , raio externo b , comprimento unitário e preenchido com um material de constante dielétrica ϵ_r . Compare este dispositivo a um capacitor de placas paralelas, onde cada placa tem largura w e separação entre as placas igual a d , além de ser preenchido com o mesmo dielétrico e possuir comprimento unitário. Expresse a razão b/a considerando a razão d/w , de tal modo que as duas estruturas armazenem a mesma energia para uma dada tensão aplicada.
- 6.2** † Seja $S = 100 \text{ mm}^2$, $d = 3 \text{ mm}$ e $\epsilon_r = 12$ para um capacitor de placas paralelas. (a) Calcule a capacitância. (b) Após conectar uma bateria de 6V no capacitor, calcule E , D , Q e a energia eletrostática total armazenada. (c) Com a fonte ainda conectada, o dielétrico é cuidadosamente retirado da região entre as placas. Sem dielétrico, recalcule E , D , Q e a energia armazenada no capacitor. (d) A carga e a energia encontradas na parte (c) são menores que os respectivos valores encontrados na parte (b), como você já deve ter descoberto; então, o que foi feito da carga e da energia perdidas?
- 6.3** † Os capacitores tendem a ser mais caros à medida que suas capacitâncias e tensões máximas, V_{\max} , aumentam. A tensão V_{\max} é limitada pela intensidade do campo na qual o dielétrico se rompe*, E_{BD} ** . Determine qual desses dielétricos proporcionará o maior produto CV_{\max} , considerando que as placas possuem áreas iguais: (a) ar: $\epsilon_r = 1$, $E_{BD} = 3 \text{ MV/m}$; (b) titanato

de bário: $\epsilon_r = 1.200$, $E_{BD} = 3 \text{ MV/m}$; (c) dióxido de silício: $\epsilon_r = 3,78$, $E_{BD} = 16 \text{ MV/m}$; (d) polietileno: $\epsilon_r = 2,26$, $E_{BD} = 4,7 \text{ MV/m}$.

- 6.4** Um capacitor de placas paralelas preenchido com ar, com separação d entre as placas, está conectado a uma bateria que aplica uma tensão V_0 entre as placas. Cada placa tem área A . Ainda com a bateria conectada, as placas são separadas a uma distância de $10d$. Determine por qual fator cada uma das seguintes grandezas muda: (a) V_0 ; (b) C ; (c) E ; (d) D ; (e) Q ; (f) ρ_S ; (g) W_E .
- 6.5** Um capacitor de placas paralelas está preenchido com um dielétrico não uniforme caracterizado por $\epsilon_r = 2 + 2 \times 10^6 x^2$, onde x é a distância em relação a uma placa em metros. Se $S = 0,02 \text{ m}^2$ e $d = 1 \text{ mm}$, calcule C .
- 6.6** Repita o Problema 6.4, considerando que a bateria é desconectada antes que a separação entre as placas seja aumentada.
- 6.7** Seja $\epsilon_{r1} = 2,5$ para $0 < y < 1 \text{ mm}$, $\epsilon_{r2} = 4$ para $1 < y < 3 \text{ mm}$ e ϵ_{r3} para $3 < y < 5 \text{ mm}$ (região 3). Superfícies condutoras estão presentes em $y = 0$ e $y = 5 \text{ mm}$. Calcule a capacitância por metro quadrado de área da superfície se: (a) a região 3 for constituído de ar; (b) $\epsilon_{r3} = \epsilon_{r1}$; (c) $\epsilon_{r3} = \epsilon_{r2}$; (d) a região 3 for constituído de prata.
- 6.8** Um capacitor de placas paralelas é feito utilizando-se duas placas circulares de raio a , com a placa inferior no plano xy , centrada na origem. A placa superior está posicionada em $z = d$, com seu centro no eixo z . A placa superior está em um potencial V_0 e a placa inferior está aterrada. Um dielétrico que tem permissividade que *varia radialmente* preenche a região entre as placas. A permissividade é dada por $\epsilon(\rho) = \epsilon_0(1 + \rho^2/a^2)$. Calcule: (a) \mathbf{E} ; (b) \mathbf{D} ; (c) Q ; (d) C .
- 6.9** Dois cilindros condutores coaxiais de raios 2 cm e 4 cm possuem um comprimento de 1 m . A região entre os cilindros contém uma camada de dielétrico de $\rho = c$ até $\rho = d$ com $\epsilon_r = 4$. Calcule a capacitância se (a) $c = 2 \text{ cm}$, $d = 3 \text{ cm}$; (b) $d = 4 \text{ cm}$ e o volume do dielétrico for o mesmo que na parte (a).
- 6.10** Um cabo coaxial tem condutores de dimensões $a = 1,0 \text{ mm}$ e $b = 2,7 \text{ mm}$. O condutor interno é sustentado por espaçadores dielétricos ($\epsilon_r = 5$) na forma de arruelas. As dimensões dessas arruelas são as seguintes: furo de raio 1 mm , raio externo de $2,7 \text{ mm}$ e uma espessura de $3,0 \text{ mm}$. Os espaçadores estão localizados a cada 2 cm na parte de baixo do cabo. (a) Por qual fator os espaçadores aumentam a capacitância por unidade de comprimento? (b) Se 100 V for mantido no cabo, determine \mathbf{E} em todos os pontos.
- 6.11** Duas cascas condutoras esféricas possuem raios $a = 3 \text{ cm}$ e $b = 6 \text{ cm}$. O interior é um dielétrico perfeito para o qual $\epsilon_r = 8$. (a) Calcule C . (b) Remove-se uma porção do dielétrico de forma que $\epsilon_r = 1,0$, $0 < \phi < \pi/2$ e $\epsilon_r = 8$, $\pi/2 < \phi < 2\pi$. Calcule C novamente.
- 6.12** (a) Determine a capacitância de uma esfera condutora isolada de raio a no espaço livre (considere a existência de um condutor externo em $r \rightarrow \infty$). (b) A esfera é coberta com uma camada dielétrica de espessura d e constante dielétrica ϵ_r . Se $\epsilon_r = 3$, determine d considerando a , tal que a capacitância seja o dobro daquela da parte (a).

- 6.13** † Considere a Figura 6.5. Seja $b = 6$ m, $h = 15$ m e o potencial do condutor equivalente a 250 V. Considere também $\epsilon = \epsilon_0$. Calcule os valores para K_1 , ρ_L , a e C .
- 6.14** † Dois condutores de cobre #16 (1,29 mm de diâmetro) são paralelos com uma separação d entre eixos. Determine d de forma que a capacitância entre fios no ar seja 30 pF/m.
- 6.15** † Um condutor de 2 cm de diâmetro está suspenso no ar com seu eixo a 5 cm de um plano condutor. Seja o potencial do cilindro 100 V e o do plano 0 V. (a) Calcule a densidade superficial de carga no cilindro, no ponto mais próximo do plano. (b) Calcule a densidade superficial de carga no plano, no ponto mais próximo do cilindro. (c) Calcule a capacitância por unidade de comprimento.
- 6.16** † Considere um arranjo de duas superfícies condutoras isoladas, de qualquer formato, que formam um capacitor. Use as definições de capacitância [Equação (2) neste capítulo] e resistência [Equação (14) no Capítulo 5] para mostrar que, quando a região entre os condutores é preenchida com material condutivo (condutividade σ) e com um dielétrico perfeito (permissividade ϵ), a resistência e a capacitância resultantes da estrutura são relacionadas por meio da fórmula simples $RC = \epsilon/\sigma$. Quais propriedades básicas relativas ao meio dielétrico e condutor devem ser verdadeiras para que esta fórmula permaneça válida?
- 6.17** † Construa um mapa de quadrados curvilíneos para um capacitor coaxial de 3 cm de raio interno e 8 cm de raio externo. Essas dimensões estão adequadas para o desenho. (a) Use o seu esboço para calcular a capacitância por unidade de comprimento, considerando $\epsilon_r = 1$. (b) Calcule um valor exato para a capacitância por unidade de comprimento.
- 6.18** † Construa um mapa de quadrados curvilíneos do campo potencial de dois cilindros circulares paralelos, cada um com 2,5 cm de raio, separados de centro a centro por uma distância de 13 cm. Essas dimensões estão razoáveis para o desenho real se simetria for considerada. Para checar, calcule a capacitância por metro, tanto pelo seu desenho quanto pela fórmula exata. Considere $\epsilon_r = 1$.
- 6.19** † Construa um mapa de quadrados curvilíneos do campo potencial entre dois cilindros circulares paralelos, um com 4 cm de raio dentro de outro com 8 cm de raio. Os dois eixos estão separados por 2,5 cm. Essas dimensões estão adequadas para o desenho. Para checar, calcule a capacitância por metro, tanto pelo seu desenho quanto pela fórmula exata:

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\cosh^{-1} [(a^2 + b^2 - D^2)/(2ab)]}$$

onde a e b são os raios dos condutores e D é a separação dos eixos.

- 6.20** † Um cilindro condutor sólido de 4 cm de raio está centrado dentro de um cilindro condutor retangular de seção reta de 12 cm por 20 cm. (a) Faça um esboço em tamanho real de um quadrante dessa configuração e construa um mapa de quadrados curvilíneos para seu interior. (b) Considere $\epsilon = \epsilon_0$ e estime C por unidade de comprimento.

- 6.21** | O condutor interno da linha de transmissão mostrada na Figura 6.13 possui uma seção reta quadrada de $2a \times 2a$, enquanto o quadrado externo é $4a \times 5a$. Os eixos estão deslocados, conforme mostrado. (a) Construa um desenho de bom tamanho dessa linha de transmissão, digamos com $a = 2,5$ cm, e depois prepare um esboço de quadrados curvilíneos do campo eletrostático entre os condutores. (b) Use o mapa para calcular a capacitância por metro de comprimento se $\epsilon = 1,6\epsilon_0$. (c) Como seu resultado para a parte (b) mudaria se $a = 0,6$ cm?
- 6.22** | Duas placas condutoras, cada uma de 3×6 cm, e três chapas de dielétrico, cada uma de $1 \times 3 \times 6$ cm, de constantes dielétricas 1, 2 e 3, são montadas em um capacitor de $d = 3$ cm. Determine os dois valores de capacitância obtidos pelos dois métodos possíveis de montagem do capacitor.
- 6.23** | Uma linha de transmissão de dois fios consiste em dois cilindros paralelos, condutores perfeitos, cada um com um raio de 0,2 mm, separados de centro a centro de uma distância de 2 mm. O meio que envolve os fios tem $\epsilon_r = 3$ e $\sigma = 1,5$ mS/m. Uma bateria de 100 V é conectada entre os fios. (a) Calcule a magnitude da carga por metro de comprimento em cada fio; (b) Usando o resultado do Problema 6.16, encontre a corrente da bateria.

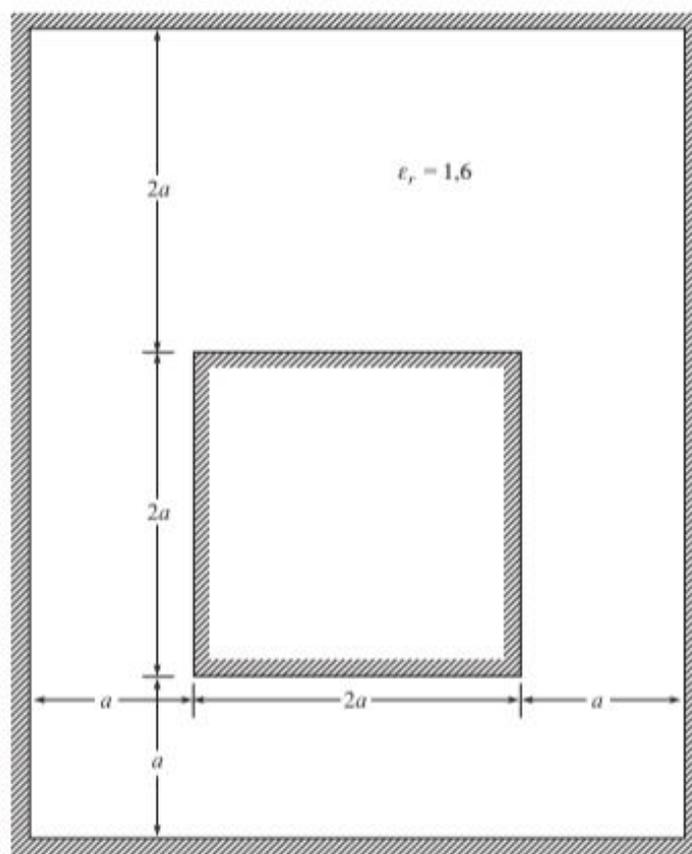


Figura 6.13 Ver Problema 6.21.

- 6.24** Um campo potencial, no espaço livre, é dado em coordenadas esféricas como

$$V(r) = \begin{cases} [\rho_0/(6\epsilon_0)][3a^2 - r^2] & (r \leq a) \\ (a^3\rho_0)/(3\epsilon_0r) & (r \geq a) \end{cases}$$

onde ρ_0 e a são constantes. (a) Use a equação de Poisson para encontrar a densidade volumétrica de carga em toda a parte. (b) Determine a carga total presente.

- 6.25** Seja $V = 2xy^2z^3$ e $\epsilon = \epsilon_0$. Dado o ponto $P(1, 2, -1)$, calcule: (a) V em P ; (b) \mathbf{E} em P ; (c) ρ_v em P ; (d) a equação da superfície equipotencial que passa por P ; (e) a equação da linha de força que passa por P . (f) V satisfaz a equação de Laplace?
- 6.26** Dado o campo potencial, esfericamente simétrico, no espaço livre, $V = V_0e^{-r/a}$, calcule: (a) ρ_v em $r = a$; (b) o campo elétrico em $r = a$; (c) a carga total.
- 6.27** Seja $V(x, y) = 4e^{2x} + f(x) - 3y^2$ na região do espaço livre onde $\rho_v = 0$. É sabido que ambos E_x e V são zero na origem. Encontre $f(x)$ e $V(x, y)$.
- 6.28** Mostre que, em um meio homogêneo de condutividade σ , o campo potencial V satisfaz a equação de Laplace, se qualquer densidade volumétrica de carga presente não variar com o tempo.
- 6.29** Dado o campo potencial $V = (A\rho^4 + B\rho^{-4}) \sin 4\phi$: (a) Mostre que $\nabla^2 V = 0$. (b) Selecione A e B de forma que $V = 100$ V e $|\mathbf{E}| = 500$ V/m em $P(\rho = 1, \phi = 22,5^\circ, z = 2)$.
- 6.30** Um capacitor de placas paralelas tem placas posicionadas em $z = 0$ e $z = d$. A região entre as placas é preenchida com um material que contém carga volumétrica de densidade uniforme ρ_0 C/m³ e tem permissividade ϵ . Ambas as placas são mantidas no potencial de terra. (a) Determine o campo potencial entre as placas. (b) Determine a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} entre as placas. (c) Repita as partes (a) e (b) se o potencial da placa em $z = d$ for aumentado para V_0 , com a placa em $z = 0$ aterrada.
- 6.31** Seja $V = (\cos 2\phi)/\rho$ no espaço livre. (a) Calcule a densidade volumétrica de carga no ponto $A(0,5, 60^\circ, 1)$. (b) Encontre a densidade superficial de carga na superfície de um condutor que passa pelo ponto $B(2, 30^\circ, 1)$.
- 6.32** Uma carga volumétrica uniforme tem densidade constante $\rho_v = \rho_0$ C/m³ e preenche a região $r < a$, na qual a permissividade ϵ é considerada. Uma casca condutora esférica está posicionada em $r = a$ e é mantida no potencial de terra. Calcule: (a) o potencial em todos os pontos; (b) a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} em todos os pontos.
- 6.33** As funções $V_1(\rho, \phi, z)$ e $V_2(\rho, \phi, z)$ satisfazem a equação de Laplace na região $a < \rho < b, 0 \leq \phi < 2\pi, -L < z < L$. Cada uma vale zero nas superfícies $\rho = b$ para $-L < z < L$; $z = -L$ para $a < \rho < b$ e $z = L$ para $a < \rho < b$. E cada uma vale 100 V na superfície $\rho = a$ para $-L < z < L$. (a) Na região especificada, a equação de Laplace é satisfeita pelas funções

$V_1 + V_2$, $V_1 - V_2$, $V_1 + 3$ e $V_1 V_2$? (b) Na fronteira das superfícies especificadas, os valores de potencial dados neste problema são obtidos das funções $V_1 + V_2$, $V_1 - V_2$, $V_1 + 3$ e $V_1 V_2$? (c) As funções $V_1 + V_2$, $V_1 - V_2$, $V_1 + 3$ e $V_1 V_2$ são idênticas a V_1 ?

- 6.34** | Considere o capacitor de placas paralelas do Problema 6.30, mas dessa vez admita que o dielétrico carregado existe apenas entre $z = 0$ e $z = b$, onde $b < d$. Espaço livre preenche a região $b < z < d$. Ambas as placas estão no potencial de terra. Resolvendo as equações de Laplace e de Poisson, calcule: (a) $V(z)$ para $0 < z < d$; (b) A intensidade de campo elétrico para $0 < z < d$. Nenhuma carga superficial existem em $z = b$, então V e \mathbf{D} são contínuos no plano $z = b$.
- 6.35** | Os planos condutores $2x + 3y = 12$ e $2x + 3y = 18$ estão nos potenciais 100 V e 0, respectivamente. Considere $\epsilon = \epsilon_0$ e calcule: (a) V em $P(5, 2, 6)$; (b) \mathbf{E} em P .
- 6.36** | A dedução das equações de Laplace e de Poisson consideram uma permissividade constante, mas existem casos de variação espacial da permissividade nos quais as equações ainda se aplicam. Considere a identidade vetorial $\nabla \cdot (\psi \mathbf{G}) = \mathbf{G} \cdot \nabla \psi + \psi \nabla \cdot \mathbf{G}$, onde ψ e \mathbf{G} são funções escalar e vetorial, respectivamente. Determine uma regra geral nas *direções* permitidas, nas quais pode variar com relação ao campo elétrico local.
- 6.37** | Cilindros condutores coaxiais estão posicionados em $\rho = 0,5$ cm e $\rho = 1,2$ cm. A região entre os cilindros é preenchida com um dielétrico perfeito homogêneo. Se o cilindro interno está em 100 V e o externo a 0 V, calcule: (a) a localização da superfície equipotencial de 20 V; (b) $E_{\rho \max}$; (c) ϵ_r se a carga por metro de comprimento no cilindro interno vale 20 nC/m.
- 6.38** | Repita o Problema 6.37, mas com o dielétrico preenchendo apenas parte do volume, dentro de $0 < \phi < \pi$, e com espaço livre no volume restante.
- 6.39** | Os dois condutores planos ilustrados na Figura 6.14 são definidos por $0,001 < \rho < 0,120$ m, $0 < z < 0,1$ m, $\phi = 0,179$ e $0,188$ rad. O meio que circunda os planos é o ar. Para a Região 1, $0,179 < \phi < 0,188$; despreze a existência de irregularidades nos campos e calcule: (a) $V(\phi)$; (b) $\mathbf{E}(\rho)$; (c) $\mathbf{D}(\rho)$; (d) ρ_s na superfície superior do plano inferior; (e) Q na superfície superior do plano inferior; (f) Repita as partes de (a) a (c) para a Região 2, tornando a localização do plano superior por $\phi = 0,188 - 2\pi$, e então encontre ρ_s e Q na superfície inferior do plano inferior; (g) Calcule a carga total no plano inferior e a capacitância entre os planos.
- 6.40** | Um capacitor de placas paralelas é construído usando duas placas circulares de raio a , com a placa inferior no plano xy , centrada na origem. A placa superior está posicionada em $z = d$, com seu centro no eixo z . O potencial V_0 está na placa superior; a placa inferior está aterrada. Um dielétrico que possui permissividade *radialmente dependente* preenche a região entre as placas. A permissividade é dada por $\epsilon(\rho) = \epsilon_0(1 + \rho^2/a^2)$. Calcule: (a) $V(z)$; (b) \mathbf{E} ; (c) Q ; (d) C . Essa é uma repetição do Problema 6.8, mas começa com a equação de Laplace.

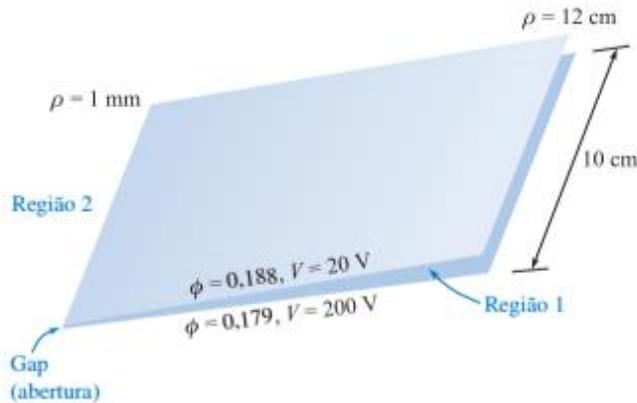


Figura 6.14 Ver Problema 6.39.

- 6.41** Esferas condutoras concêntricas estão posicionadas em $r = 5$ mm e $r = 20$ mm. A região entre as esferas está preenchida com um dielétrico perfeito. Se a esfera interna está em 100 V e a esfera externa está a 0 V: (a) Encontre a localização da superfície equipotencial de 20 V. (b) Encontre $E_{r, \max}$. (c) Encontre ϵ_r se a densidade superficial de carga na esfera interna é $1,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$.
- 6.42** O hemisfério $0 < r < a$, $0 < \theta < \pi/2$ é composto de material condutor homogêneo de condutividade σ . O lado plano do hemisfério apoia-se em um plano perfeitamente condutor. Agora, o material dentro da região cônica $0 < \theta < \alpha$, $0 < r < a$ é retirado e substituído por um material que é perfeitamente condutor. Um *gap* (separação) de ar é mantido entre a ponta $r = 0$ desse novo material e o plano. Qual resistência é medida entre os dois condutores perfeitos? Despreze a existência de irregularidades no campo.
- 6.43** Dois cones condutores coaxiais possuem seus vértices na origem e eixos coincidentes com o eixo z . O cone A tem o ponto $A(1, 0, 2)$ na sua superfície, enquanto o cone B tem o ponto $B(0, 3, 2)$ na sua superfície. Seja $V_A = 100$ V e $V_B = 20$ V. Calcule: (a) α para cada cone; (b) V em $P(1, 1, 1)$.
- 6.44** Um campo potencial no espaço livre é dado como $V = 100 \ln \text{tg}(\theta/2) + 50$ V. (a) Calcule o máximo valor de $|\mathbf{E}_\theta|$ na superfície $\theta = 40^\circ$ para $0,1 < r < 0,8$ m, $60^\circ < \phi < 90^\circ$. (b) Descreva a superfície $V = 80$ V.
- 6.45** No espaço livre, seja $\rho_v = 200\epsilon_0/r^{2.4}$. (a) Use a equação de Poisson para encontrar $V(r)$ considerando que $r^2 E_r \rightarrow 0$ quando $r \rightarrow 0$, e também que $V \rightarrow 0$ à medida que $r \rightarrow \infty$. (b) Agora encontre $V(r)$ usando a lei de Gauss e uma integral de linha.
- 6.46** Por meio de uma solução apropriada para as equações de Laplace e de Poisson, determine o potencial absoluto no centro de uma esfera de raio a , que contém uma carga volumétrica uniforme de densidade ρ_0 . Considere permissividade ϵ_0 em todos os pontos. *Dica:* O que deve ser verdadeiro com relação ao potencial e ao campo elétrico em $r = 0$ e em $r = a$?

Também é possível encontrar A_z entre os condutores aplicando-se um processo informalmente denominado “irrotacional”. Isto é, conhecendo \mathbf{H} ou \mathbf{B} para o cabo coaxial, podemos selecionar o componente em ϕ de $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ e integrar para obter A_z . Tente fazê-lo, você vai gostar!

EP7.10. A Equação (66) também é obviamente aplicável ao exterior de qualquer condutor de seção reta circular pelo qual passe uma corrente I na direção \mathbf{a}_z , no espaço livre. O zero de referência é arbitrariamente escolhido em $\rho = b$. Considere agora dois condutores, cada um com 1 cm de raio, paralelos ao eixo z e com seus eixos pertencentes ao plano $x = 0$. Um dos condutores, cujo eixo está em $(0, 4 \text{ cm}, z)$, possui uma corrente de 12 A na direção \mathbf{a}_z . O outro eixo está em $(0, -4 \text{ cm}, z)$ e possui uma corrente de 12 A na direção $-\mathbf{a}_z$. Cada corrente possui seu zero de referência para \mathbf{A} posicionado a 4 cm de seu eixo. Calcule o campo \mathbf{A} total em: (a) $(0, 0, z)$; (b) $(0, 8 \text{ cm}, z)$; (c) $(4 \text{ cm}, 4 \text{ cm}, z)$; (d) $(2 \text{ cm}, 4 \text{ cm}, z)$.

Resp. 0; $2,64 \mu\text{Wb/m}$; $1,93 \mu\text{Wb/m}$; $3,40 \mu\text{Wb/m}$

REFERÊNCIAS

1. Boast, W. B. (Ver Referências do Capítulo 2.) O potencial escalar magnético é definido na p. 220, e seu uso no mapeamento de campos magnéticos é discutido na página 444.
2. Jordan, E. C., and K. G. Balmain. *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*. 2. ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1968. O potencial vetor magnético é discutido nas páginas 90-96.
3. Paul, C. R., K. W. Whites, and S. Y. Nasar. *Introduction to Electromagnetic Fields*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1998. O potencial vetor magnético é apresentado nas páginas 216-220.
4. Skilling, H. H. (Ver Referências do Capítulo 3.) A “roda propulsora de navio a vapor” é introduzida nas páginas 23-25.

PROBLEMAS

- 7.1**  (a) Calcule \mathbf{H} em componentes cartesianos em $P(2, 3, 4)$ se existe um filamento de corrente no eixo z no qual circulam 8 mA na direção \mathbf{a}_z . (b) Repita se o filamento está posicionado em $x = -1, y = 2$. (c) Calcule \mathbf{H} se ambos os filamentos estão presentes.
- 7.2**  Um condutor filamentar onde circula uma corrente I tem a forma de um triângulo equilátero com lados de comprimento ℓ . Calcule a intensidade de campo magnético no centro do triângulo.
- 7.3**  Dois filamentos semi-infinitos no eixo z posicionam-se nas regiões $-\infty < z < -a$ e $a < z < \infty$. Em cada um circula uma corrente I na direção \mathbf{a}_z . (a) Calcule \mathbf{H} como uma função de ρ e ϕ em $z = 0$. (b) Qual valor de a resultará em uma intensidade de \mathbf{H} em $\rho = 1, z = 0$, igual à metade do valor obtido para um filamento infinito?

- 7.4** Duas espiras circulares estão centradas no eixo z , em $z = \pm h$. Cada espira tem raio a e conduz uma corrente I na direção \mathbf{a}_ϕ . (a) Determine \mathbf{H} no eixo z na faixa $-h < z < h$. Considere $I = 1$ A e faça o gráfico de $|\mathbf{H}|$ em função de z/a se (b) $h = a/4$; (c) $h = a/2$; (d) $h = a$. Qual valor de h fornece o campo mais uniforme? Esse sistema é denominado bobinas de Helmholtz (neste caso, as bobinas correspondem às duas espiras⁸), utilizadas para oferecer campos uniformes.
- 7.5** Os condutores filamentosares paralelos mostrados na Figura 7.21 estão no espaço livre. Desenhe o gráfico de $|\mathbf{H}|$ versus y , $-4 < y < 4$, ao longo da linha $x = 0, z = 2$.
- 7.6** Um disco de raio a pertence ao plano xy , com o eixo z passando pelo seu centro. Uma carga superficial de densidade uniforme ρ_s está presente no disco, que gira em volta do eixo z em uma velocidade angular de Ω rad/s. Calcule \mathbf{H} em todos os pontos no eixo z .
- 7.7** Um condutor filamentar, que conduz uma corrente I na direção \mathbf{a}_z , se estende ao longo de todo o eixo z negativo. Em $z = 0$, ele é conectado a uma lâmina de cobre que preenche o quadrante $x > 0, y > 0$, do plano xy . (a) Configure a lei de Biot-Savart e determine \mathbf{H} em toda a parte do eixo z ; (b) repita a parte (a), mas com a lâmina de cobre ocupando o plano xy inteiro (Sugestão: expresse \mathbf{a}_ϕ por $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y$ e o ângulo ϕ na integral).
- 7.8** Para o elemento de corrente de comprimento finito no eixo z , conforme mostrado na Figura 7.5, use a lei de Biot-Savart para derivar a Equação (9) da Seção 7.1.
- 7.9** Uma lâmina de corrente $\mathbf{K} = 8\mathbf{a}_x$ A/m flui na região $-2 < y < 2$ no plano $z = 0$. Calcule \mathbf{H} em $P(0, 0, 3)$.

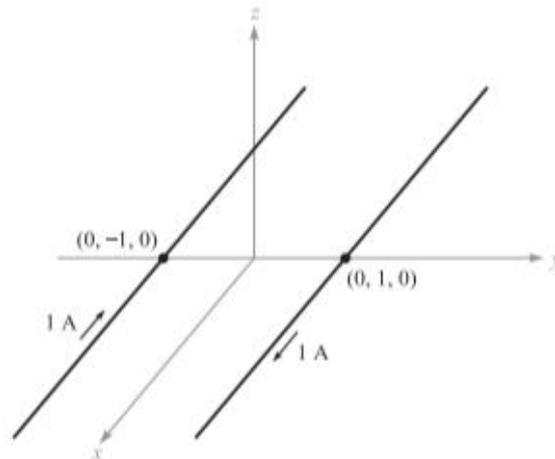


Figura 7.21 Ver Problema 7.5.

- 7.10** Uma casca condutora esférica e oca de raio a tem conexões filamentosas feitas no topo ($r = a, \theta = 0$) e na base ($r = a, \theta = \pi$). Uma corrente contínua I circula para baixo pelo filamento superior e pela superfície esférica, saindo pelo filamento inferior. Calcule \mathbf{H} em coordenadas esféricas (a) dentro e (b) fora da esfera.
- 7.11** Por um filamento infinito no eixo z circulam 20π mA na direção \mathbf{a}_z . Três lâminas cilíndricas de corrente uniforme, na direção \mathbf{a}_z , também estão presentes: 400 mA/m em $\rho = 1$ cm, -250 mA/m em $\rho = 2$ cm e -300 mA/m em $\rho = 3$ cm. Calcule H_ϕ em $\rho = 0,5, 1,5, 2,5$ e $3,5$ cm.
- 7.12** Na Figura 7.22, as regiões $0 < z < 0,3$ m e $0,7 < z < 1,0$ m correspondem a placas condutoras nas quais circulam densidades uniformes de corrente de 10 A/m² em direções opostas, conforme mostrado. Calcule \mathbf{H} em $z =$: (a) $-0,2$; (b) $0,2$; (c) $0,4$; (d) $0,75$; (e) $1,2$ m.
- 7.13** Por uma casca cilíndrica oca de raio a , centrada no eixo z , circula uma densidade superficial uniforme de corrente de $K_a \mathbf{a}_\phi$. (a) Mostre que H não é uma função de ϕ ou z . (b) Mostre que H_ϕ e H_ρ valem zero em todos os pontos. (c) Mostre que $H_z = 0$ para $\rho > a$. (d) Mostre que $H_z = K_a$ para $\rho < a$. (e) Por uma segunda casca, $\rho = b$, circula uma corrente $K_b \mathbf{a}_\phi$. Calcule \mathbf{H} em todos os pontos.
- 7.14** Um toroide que possui seção reta de formato retangular é definido pelas seguintes superfícies: os cilindros $\rho = 2$ e $\rho = 3$ cm, e os planos $z = 1$ e $z = 2,5$ cm. Pelo toroide passa uma densidade superficial de corrente de $-50\mathbf{a}_z$ A/m na superfície $\rho = 3$ cm. Calcule \mathbf{H} no ponto $P(\rho, \phi, z)$: (a) $P_A(1,5$ cm, $0, 2$ cm); (b) $P_B(2,1$ cm, $0, 2$ cm); (c) $P_C(2,7$ cm, $\pi/2, 2$ cm); (d) $P_D(3,5$ cm, $\pi/2, 2$ cm).
- 7.15** Considere uma região com simetria cilíndrica na qual a condutividade é dada por $\sigma = 1,5e^{-150\rho}$ kS/m. Um campo elétrico de $30\mathbf{a}_z$ V/m está presente. (a) Calcule \mathbf{J} . (b) Calcule a corrente total que atravessa a

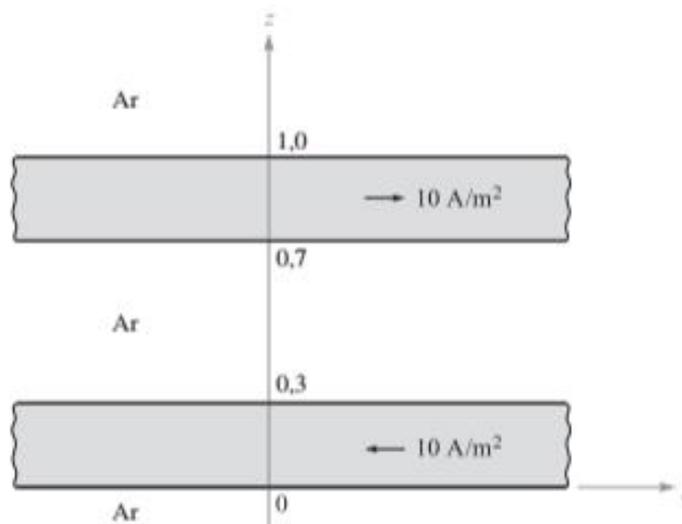


Figura 7.22 Ver Problema 7.12.

superfície $\rho < \rho_0$, $z = 0$, todo o ϕ . (c) Use a lei circuital de Ampère para calcular \mathbf{H} .

- 7.16** † Um condutor filamental conduz uma corrente I na direção $-\mathbf{a}_z$ e se estende ao longo de todo o eixo z positivo. Na origem, ele é conectado a uma lâmina condutora que forma o plano xy . (a) Determine \mathbf{K} na lâmina condutora. (b) Use a lei circuital de Ampère para encontrar \mathbf{H} para $z > 0$. (c) Determine \mathbf{H} para $z < 0$.
- 7.17** † Por um filamento de corrente no eixo z circula uma corrente de 7 mA na direção \mathbf{a}_z , e lâminas de corrente de $0,5 \mathbf{a}_z$ A/m e $-0,2 \mathbf{a}_z$ A/m estão posicionadas em $\rho = 1$ cm e $\rho = 0,5$ cm, respectivamente. Calcule \mathbf{H} em: (a) $\rho = 0,5$ cm; (b) $\rho = 1,5$ cm; (c) $\rho = 4$ cm. (d) Qual é o valor da lâmina de corrente que deveria estar posicionada em $\rho = 4$ cm de forma que $\mathbf{H} = 0$ para todo $\rho > 4$ cm?
- 7.18** † Um fio de 3 mm de raio é constituído de um material interno ($0 < \rho < 2$ mm) para o qual $\sigma = 10^7$ S/m, e de um material externo ($2 \text{ mm} < \rho < 3$ mm) para o qual $\sigma = 4 \times 10^7$ S/m. Se pelo fio passa uma corrente contínua total de 100 mA, determine \mathbf{H} em todos os pontos como uma função de ρ .
- 7.19** † Em coordenadas esféricas, a superfície de um cone condutor sólido é descrita por $\theta = \pi/4$, e a de um plano condutor, por $\theta = \pi/2$. Cada um conduz uma corrente total igual a I . A corrente flui como uma corrente superficial radialmente para dentro, no plano em direção ao vértice do cone, e então flui radialmente para fora em toda a parte da seção reta (transversal) do condutor cônico. (a) Expresse a densidade superficial de corrente como uma função de r ; (b) expresse a densidade volumétrica de corrente no interior do cone como uma função de r ; (c) determine \mathbf{H} como uma função de r e θ na região entre o cone e o plano; (d) determine \mathbf{H} como uma função de r e θ no interior do cone.
- 7.20** † Um condutor sólido de seção reta circular, com raio de 5 mm, tem uma condutividade que varia com o raio. O condutor tem 20 metros de comprimento e existe uma diferença de potencial contínua de 0,1 V entre suas duas extremidades. Dentro desse condutor, $\mathbf{H} = 10^5 \rho^2 \mathbf{a}_\phi$ A/m. (a) Calcule σ como uma função de ρ . (b) Qual é o valor da resistência entre as duas extremidades?
- 7.21** † Um fio cilíndrico de raio a é orientado com o eixo z . O fio conduz uma corrente não uniforme de densidade $\mathbf{J} = b\rho \mathbf{a}_z$ A/m², onde b é uma constante. (a) Qual é a corrente total que flui no fio? (b) Encontre $\mathbf{H}_{\text{interno}}$ ($0 < \rho < a$) como uma função de ρ ; (c) Encontre $\mathbf{H}_{\text{externo}}$ ($\rho > a$) como uma função de ρ ; (d) verifique os resultados das partes (b) e (c) por meio da utilização de $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$.
- 7.22** † Um cilindro sólido de raio a e comprimento L , onde $L \gg a$, contém carga volumétrica de densidade uniforme ρ_0 C/m³. O cilindro gira em torno de seu eixo (o eixo z) com velocidade angular de Ω rad/s. (a) Determine a densidade de corrente \mathbf{J} como uma função da posição dentro do cilindro girante. (b) Determine \mathbf{H} no eixo aplicando os resultados do Problema 7.6.

- (c) Determine a intensidade de campo magnético \mathbf{H} dentro e fora.
 (d) Verifique seu resultado da parte (c) tomando o rotacional de \mathbf{H} .

7.23 Dado o campo $\mathbf{H} = 20\rho^2\mathbf{a}_\phi$ A/m: (a) Determine a densidade de corrente \mathbf{J} . (b) Integre \mathbf{J} sobre a superfície circular $\rho \leq 1$, $0 < \phi < 2\pi$, $z = 0$, para determinar a corrente total que passa pela superfície na direção \mathbf{a}_z . (c) Calcule a corrente total mais uma vez, desta vez por uma integral de linha em volta do caminho circular $\rho = 1$, $0 < \phi < 2\pi$, $z = 0$.

7.24 Condutores filamentosares, infinitamente longos, estão localizados no plano $y = 0$ em $x = n$ metros, onde $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Cada condutor conduz 1 A na direção \mathbf{a}_z . (a) Encontre \mathbf{H} no eixo y . Como um auxílio,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{y}{y^2 + n^2} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2y} + \frac{\pi}{e^{2\pi y} - 1}$$

- (b) Compare o resultado da parte (a) àquele obtido no caso em que os filamentos são substituídos por uma lâmina de corrente, no plano $y = 0$, que conduz uma densidade superficial de corrente $\mathbf{K} = 1\mathbf{a}_z$ A/m.

7.25 Quando x , y e z são positivos e menores que 5, uma certa intensidade de campo magnético pode ser expressa como $\mathbf{H} = [x^2yz/(y+1)]\mathbf{a}_x + 3x^2z^2\mathbf{a}_y - [xyz^2/(y+1)]\mathbf{a}_z$. Calcule a corrente total na direção \mathbf{a}_x que atravessa a faixa $x = 2$, $1 \leq y \leq 4$, $3 \leq z \leq 4$, por um método que utilize: (a) uma integral de superfície; (b) uma integral de linha fechada.

7.26 Considere uma esfera de raio $r = 4$, com centro em $(0, 0, 3)$. Seja S_1 a porção da superfície esférica que está situada acima do plano xy . Encontre $\int_{S_1} (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$ se $\mathbf{H} = 3\rho\mathbf{a}_\phi$ em coordenadas cilíndricas.

7.27 A intensidade de campo magnético é dada em certa região do espaço como $\mathbf{H} = [(x+2y)/z^2]\mathbf{a}_y + (2/z)\mathbf{a}_z$ A/m. (a) Calcule $\nabla \times \mathbf{H}$. (b) Calcule \mathbf{J} . (c) Use \mathbf{J} para encontrar a corrente total que passa pela superfície $z = 4$, $1 \leq x \leq 2$, $3 \leq z \leq 5$, na direção \mathbf{a}_z . (d) Mostre que o mesmo resultado é encontrado utilizando o outro lado do teorema de Stokes.

7.28 Dado $\mathbf{H} = (3r^2/\sin\theta)\mathbf{a}_\theta + 54r \cos\theta\mathbf{a}_\phi$ A/m no espaço livre: (a) Calcule a corrente total na direção \mathbf{a}_θ que atravessa a superfície cônica $\theta = 20^\circ$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$, $0 \leq r \leq 5$, por qualquer um dos lados do teorema de Stokes de sua preferência. (b) Confira o resultado utilizando o outro lado do teorema de Stokes.

7.29 Por um condutor longo, reto e não magnético, de 0,2 mm de raio, circula uma corrente contínua uniformemente distribuída de 2 A. (a) Calcule \mathbf{J} dentro do condutor. (b) Use a lei circuital de Ampère para encontrar \mathbf{H} e \mathbf{B} dentro do condutor. (c) Mostre que $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ dentro do condutor. (d) Calcule \mathbf{H} e \mathbf{B} fora do condutor. (e) Mostre que $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ fora do condutor.

7.30 (Uma inversão do Problema 7.20.) Um condutor sólido e não magnético de seção reta circular tem um raio de 2 mm. O condutor é não homogêneo, com $\sigma = 10^6(1 + 10^6\rho^2)$ S/m. Se o condutor tem 1 m de comprimento e é

submetido a uma tensão de 1 mV entre suas extremidades, calcule: (a) \mathbf{H} dentro do condutor; (b) o fluxo magnético total dentro do condutor.

- 7.31** A casca cilíndrica definida por $1 \text{ cm} < \rho < 1,4 \text{ cm}$, consiste em um material condutor não magnético e conduz uma corrente total de 50 A na direção \mathbf{a}_z . Calcule o fluxo magnético total que atravessa o plano $\phi = 0$, $0 < z < 1$: (a) $0 < \rho < 1,2 \text{ cm}$; (b) $1,0 \text{ cm} < \rho < 1,4 \text{ cm}$; (c) $1,4 \text{ cm} < \rho < 20 \text{ cm}$.
- 7.32** A região de espaço livre definida por $1 < z < 4 \text{ cm}$ e $2 < \rho < 3 \text{ cm}$ é um toroide de seção reta retangular. Seja a superfície em $\rho = 3 \text{ cm}$ pela qual circula uma corrente superficial $\mathbf{K} = 2\mathbf{a}_z \text{ kA/m}$. (a) Especifique as densidades de corrente nas superfícies em $\rho = 2 \text{ cm}$, $z = 1 \text{ cm}$ e $z = 4 \text{ cm}$. (b) Calcule \mathbf{H} em todos os pontos. (c) Calcule o fluxo total dentro do toroide.
- 7.33** Utilize uma expansão em coordenadas cartesianas para mostrar que o rotacional do gradiente de qualquer campo escalar G é igual a zero.
- 7.34** Por um condutor filamental no eixo z circula uma corrente de 16 A na direção \mathbf{a}_z , por uma casca condutora em $\rho = 6$ circula uma corrente total de 12 A na direção $-\mathbf{a}_z$, e por outra casca, em $\rho = 10$, circula uma corrente total de 4 A na direção $-\mathbf{a}_z$. (a) calcule \mathbf{H} para $0 < \rho < 12$. (b) faça o gráfico de H_ϕ versus ρ . (c) calcule o fluxo total Φ que atravessa a superfície $1 < \rho < 7$, $0 < z < 1$, em ϕ fixo.
- 7.35** Uma lâmina de corrente, $\mathbf{K} = 20 \mathbf{a}_z \text{ A/m}$, está posicionada em $\rho = 2$, e uma segunda lâmina, $\mathbf{K} = -10\mathbf{a}_z \text{ A/m}$, está posicionada em $\rho = 4$. (a) seja $V_m = 0$ em $P(\rho = 3, \phi = 0, z = 5)$ e posicione uma barreira em $\phi = \pi$. Calcule $V_m(\rho, \phi, z)$ para $-\pi < \phi < \pi$. (b) considere $\mathbf{A} = 0$ em P , e calcule $\mathbf{A}(\rho, \phi, z)$ para $2 < \rho < 4$.
- 7.36** Seja $\mathbf{A} = (3y - z)\mathbf{a}_x + 2xz\mathbf{a}_y \text{ Wb/m}$ em uma certa região do espaço livre. (a) Mostre que $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. (b) Em $P(2, -1, 3)$ calcule \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{H} e \mathbf{J} .
- 7.37** Seja $N = 1.000$, $I = 0,8 \text{ A}$, $\rho_0 = 2 \text{ cm}$ e $a = 0,8 \text{ cm}$ para o toroide mostrado na Figura 7.12b. Calcule V_m no interior do toroide se $V_m = 0$ em $\rho = 2,5 \text{ cm}$, $\phi = 0,3\pi$. Mantenha ϕ dentro da faixa $0 < \phi < 2\pi$.
- 7.38** Uma espira quadrada, filamental e diferencial, de lado dL , tem centro na origem no plano $z = 0$ e está imersa no espaço livre. A corrente I flui, de forma geral, na direção \mathbf{a}_ϕ . (a) Considerando $r \gg dL$, e seguindo um método similar àquele na Seção 4.7, mostre que

$$d\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I (dL)^2 \sin \theta}{4\pi r^2} \mathbf{a}_\phi$$

(b) Mostre que

$$d\mathbf{H} = \frac{I (dL)^2}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \mathbf{a}_r + \sin \theta \mathbf{a}_\theta)$$

A espira quadrada é uma forma de *dipolo magnético*.

- 7.39** † Lâminas planas de corrente $\mathbf{K} = 30\mathbf{a}_z$ A/m e $-30\mathbf{a}_z$ A/m estão posicionadas no espaço livre em $x = 0,2$ e $x = -0,2$, respectivamente. Para a região $-0,2 < x < 0,2$: (a) calcule \mathbf{H} ; (b) obtenha uma expressão para V_m se $V_m = 0$ em $P(0,1, 0,2, 0,3)$; (c) calcule \mathbf{B} ; (d) obtenha uma expressão para \mathbf{A} se $\mathbf{A} = 0$ em P .
- 7.40** † Mostre que a integral de linha do potencial vetor \mathbf{A} ao longo de qualquer caminho fechado é igual ao fluxo magnético envolvido pelo caminho, ou $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{L} = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$.
- 7.41** † Considere $\mathbf{A} = 50\rho^2\mathbf{a}_z$ Wb/m em certa região do espaço livre. (a) Calcule \mathbf{H} e \mathbf{B} . (b) Calcule \mathbf{J} . (c) Use \mathbf{J} para encontrar a corrente total que atravessa a superfície $0 \leq \rho \leq 1, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0$. (d) Use o valor de H_ϕ em $\rho = 1$ para calcular $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}$ para $\rho = 1, z = 0$.
- 7.42** † Mostre que $\nabla_2(1/R_{12}) = -\nabla_1(1/R_{12}) = \mathbf{R}_{21}/R_{12}^3$.
- 7.43** † Calcule o potencial vetor magnético dentro do condutor externo para a linha coaxial cujo potencial vetor magnético é mostrado na Figura 7.20, se o raio externo do condutor externo for $7a$. Selecione o zero de referência adequado e esboce esses resultados na figura.
- 7.44** † Expandindo a Equação (58) da Seção 7.7 em coordenadas cartesianas, mostre que a Equação (59) está correta.

PROBLEMAS

- 8.1** † Uma carga pontual $Q = -0,3 \mu\text{C}$ e $m = 3 \times 10^{-16}$ kg move-se em uma região na qual existe um campo $\mathbf{E} = 30\mathbf{a}_z$ V/m. Use a Equação (1) e as leis de Newton para desenvolver as equações diferenciais apropriadas e resolvê-las, sujeitas às condições iniciais em $t = 0, \mathbf{v} = 3 \times 10^5\mathbf{a}_x$ m/s na origem. Em $t = 3 \mu\text{s}$, calcule: (a) a posição $P(x, y, z)$ da carga; (b) a velocidade \mathbf{v} ; (c) a energia cinética da carga.
- 8.2** † Compare as intensidades das forças elétrica e magnética exercidas sobre um elétron que atinge uma velocidade de 10^7 m/s. Considere uma intensidade de campo elétrico de 10^5 V/m e uma densidade de fluxo magnético associada à densidade do campo magnético da Terra em latitudes temperadas, equivalente a 0,5 gauss (G).
- 8.3** † Uma carga pontual, para a qual $Q = 2 \times 10^{-16}$ C e $m = 5 \times 10^{-26}$ kg, está se movendo por uma região na qual existem os campos combinados $\mathbf{E} = 100\mathbf{a}_x - 200\mathbf{a}_y + 300\mathbf{a}_z$ V/m e $\mathbf{B} = -3\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z$ mT. Se a velocidade

da carga em $t = 0$ é $\mathbf{v}(0) = (2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z)10^5$ m/s: (a) calcule o vetor unitário que mostra a direção e o sentido em que a carga acelera em $t = 0$; (b) encontre a energia cinética da carga em $t = 0$.

- 8.4 † Mostre que uma partícula carregada em um campo magnético uniforme descreve uma órbita circular com um período orbital que é independente do raio. Encontre a relação entre a velocidade angular e a densidade de fluxo magnético para um elétron (*a frequência ciclotron*).
- 8.5 † Uma espira retangular de fio condutor no espaço livre une os pontos $A(1, 0, 1)$, $B(3, 0, 1)$, $C(3, 0, 4)$, $D(1, 0, 4)$ e A . Pelo fio circula uma corrente de 6 mA na direção \mathbf{a}_z de B para C . Uma corrente filamental de 15 A circula ao longo de todo o eixo z na direção \mathbf{a}_z . (a) Calcule \mathbf{F} no lado BC . (b) Calcule \mathbf{F} no lado AB . (c) Calcule $\mathbf{F}_{\text{total}}$ na espira.
- 8.6 † Mostre que o trabalho diferencial ao mover um elemento de corrente $I d\mathbf{L}$ ao longo de uma distância $d\mathbf{l}$ em um campo magnético \mathbf{B} , é o negativo do trabalho realizado no movimento do elemento $I d\mathbf{l}$ em uma distância $d\mathbf{L}$ no mesmo campo.
- 8.7 † Lâminas uniformes de corrente estão posicionadas no espaço livre conforme se segue: $8\mathbf{a}_z$ A/m em $y = 0$, $-4\mathbf{a}_z$ A/m em $y = 1$ e $-4\mathbf{a}_z$ A/m em $y = -1$. Encontre o vetor força por metro de comprimento exercido em um filamento de corrente pelo qual circulam 7 mA na direção \mathbf{a}_L se o filamento está posicionado em: (a) $x = 0$, $y = 0,5$ e $\mathbf{a}_L = \mathbf{a}_z$; (b) $y = 0,5$, $z = 0$ e $\mathbf{a}_L = \mathbf{a}_x$; (c) $x = 0$, $y = 1,5$ e $\mathbf{a}_L = \mathbf{a}_z$.
- 8.8 † Duas fitas condutoras, de comprimentos infinitos na direção z , estão situadas no plano xz . Uma ocupa a região $d/2 < x < b + d/2$ e conduz uma densidade de corrente superficial $\mathbf{K} = K_0\mathbf{a}_z$, enquanto a outra está situada em $-(b + d/2) < x < -d/2$ e conduz uma densidade de corrente superficial igual a $-K_0\mathbf{a}_z$. (a) Encontre a força por unidade de comprimento em z que tende a separar as duas fitas. (b) Considere que b se aproxima de zero enquanto a corrente é mantida constante ($I = K_0 b$), e mostre que a força por unidade de comprimento tende a $\mu_0 I^2 / (2\pi d)$ N/m.
- 8.9 † Uma corrente de $-100\mathbf{a}_z$ A/m circula no cilindro condutor $\rho = 5$ mm, e uma de $+500\mathbf{a}_z$ A/m está presente no cilindro condutor $\rho = 1$ mm. Calcule a intensidade da força total por metro de comprimento que está agindo para dividir o cilindro externo ao longo de seu comprimento.
- 8.10 † Uma linha de transmissão plana consiste em dois planos condutores de largura b separados por d m no ar, pelos quais circulam correntes iguais e opostas de I A. Se $b \gg d$, encontre a força de repulsão por metro de comprimento entre os dois condutores.
- 8.11 † (a) Use a Equação (14), da Seção 8.3, para mostrar que a força de atração por unidade de comprimento entre dois condutores filamentosos no espaço livre, com correntes $I_1\mathbf{a}_z$ em $x = 0$, $y = d/2$ e $I_2\mathbf{a}_z$ em $x = 0$, $y = -d/2$, é $\mu_0 I_1 I_2 / (2\pi d)$. (b) Mostre como um método mais simples pode ser utilizado para verificar o resultado da parte (a).

- 8.12** † Dois anéis circulares condutores são paralelos, compartilham do mesmo eixo, possuem raio a e estão separados por uma distância d , onde $d \ll a$. Cada anel conduz uma corrente I . Determine a força de atração aproximada e indique as orientações relativas das correntes.
- 8.13** † Uma corrente de 6 A flui de $M(2, 0, 5)$ a $N(5, 0, 5)$ em um condutor retilíneo e sólido, situado no espaço livre. Um filamento infinito de corrente situa-se ao longo do eixo z e é percorrido por 50 A na direção \mathbf{a}_z . Calcule o vetor torque no segmento de fio usando a origem em: (a) $(0, 0, 5)$; (b) $(0, 0, 0)$; (c) $(3, 0, 0)$.
- 8.14** † Um solenoide, com 25 cm de comprimento e 3 cm de diâmetro, conduz 4 A de corrente contínua em sua bobina de 400 espiras. Seu eixo é perpendicular a um campo magnético uniforme de $0,8 \text{ Wb/m}^2$ no ar. Usando uma origem no centro do solenoide, calcule o torque que age sobre ele.
- 8.15** † Um filamento condutor sólido se estende de $x = -b$ até $x = b$ ao longo da linha $y = 2, z = 0$. Esse filamento é percorrido por uma corrente de 3 A na direção \mathbf{a}_x . Por um filamento infinito no eixo z circulam 5 A na direção \mathbf{a}_z . Obtenha uma expressão para o torque exercido no condutor finito em relação a uma origem posicionada em $(0, 2, 0)$.
- 8.16** † Suponha que um elétron esteja descrevendo uma órbita circular de raio a em volta de um núcleo carregado positivamente. (a) Selecionando uma corrente e uma área apropriadas, mostre que o momento de dipolo orbital equivalente é $ea^2\omega/2$, onde ω é a velocidade angular do elétron. (b) Mostre que o torque produzido por um campo magnético paralelo ao plano de órbita é $ea^2\omega B/2$. (c) Igualando as forças de Coulomb e centrífuga, mostre que ω é igual a $(4\pi\epsilon_0 m_e a^3 / e^2)^{-1/2}$, onde m_e é a massa do elétron. (d) Encontre valores para a velocidade angular, torque e momento magnético orbital para o átomo de hidrogênio, onde a é aproximadamente $6 \times 10^{-11} \text{ m}$. Considere $B = 0,5 \text{ T}$.
- 8.17** † O átomo de hidrogênio descrito no Problema 8.16 é agora submetido a um campo magnético cuja direção é a mesma do campo magnético de átomo. Mostre que as forças causadas por B resultam na diminuição da velocidade angular de $eB/(2m_e)$ e uma diminuição no momento orbital de $e^2 a^2 B / (4m_e)$. Quanto valem essas diminuições para o átomo de hidrogênio em partes por milhão para uma densidade de fluxo magnético externo de $0,5 \text{ T}$?
- 8.18** † Calcule o vetor torque na espira quadrada mostrada na Figura 8.15 em relação a uma origem em A no campo \mathbf{B} , dados: (a) $A(0, 0, 0)$ e $\mathbf{B} = 100\mathbf{a}_y \text{ mT}$; (b) $A(0, 0, 0)$ e $\mathbf{B} = 200\mathbf{a}_x + 100\mathbf{a}_y \text{ mT}$; (c) $A(1, 2, 3)$ e $\mathbf{B} = 200\mathbf{a}_x + 100\mathbf{a}_y - 300\mathbf{a}_z \text{ mT}$; (d) $A(1, 2, 3)$ e $\mathbf{B} = 200\mathbf{a}_x + 100\mathbf{a}_y - 300\mathbf{a}_z \text{ mT}$ para $x \geq 2$ e $\mathbf{B} = 0$ nos outros pontos.
- 8.19** † Dado um material para o qual $\chi_m = 3,1$ e dentro do qual $\mathbf{B} = 0,4y\mathbf{a}_z \text{ T}$, calcule: (a) \mathbf{H} ; (b) μ ; (c) μ_r ; (d) \mathbf{M} ; (e) \mathbf{J} ; (f) \mathbf{J}_B ; (g) \mathbf{J}_T .
- 8.20** † Calcule \mathbf{H} em um material onde (a) $\mu_r = 4,2$, no qual existem $2,7 \times 10^{29}$ átomos/ m^3 e cada átomo tem um momento de dipolo de $2,6 \times 10^{-30}\mathbf{a}_y \text{ A} \cdot \text{m}^2$; (b) $\mathbf{M} = 270\mathbf{a}_z \text{ A/m}$ e $\mu = 2 \mu\text{H/m}$; (c) $\chi_m = 0,7$ e $\mathbf{B} = 2\mathbf{a}_z \text{ T}$. (d) Calcule \mathbf{M} em um material onde existem densidades superficiais

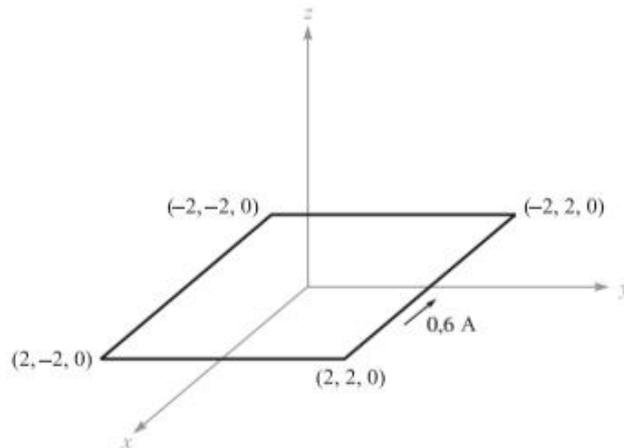


Figura 8.15 Ver Problema 8.18.

de corrente ligada de $12\mathbf{a}_z$ A/m e $-9\mathbf{a}_z$ A/m em $\rho = 0,3$ e $0,4$ m, respectivamente.

- 8.21** Encontre a intensidade de magnetização em um material para o qual: (a) a densidade de fluxo magnético é $0,02$ Wb/m²; (b) a intensidade de campo magnético é 1.200 A/m e a permeabilidade relativa é $1,005$; (c) existem $7,2 \times 10^{28}$ átomos por metro cúbico, cada um possuindo um momento de dipolo de 4×10^{-30} A·m² na mesma direção, e a susceptibilidade magnética vale $0,003$.
- 8.22** Sob certas condições, é possível aproximar os efeitos de materiais ferromagnéticos assumindo linearidade na relação entre \mathbf{B} e \mathbf{H} . Seja $\mu_r = 1.000$ para certo material do qual um fio cilíndrico de raio 1 mm é feito. Se $I = 1$ A e a distribuição de corrente é uniforme, calcule (a) \mathbf{B} ; (b) \mathbf{H} , (c) \mathbf{M} , (d) \mathbf{J} e (e) \mathbf{J}_B dentro do fio.
- 8.23** Calcule valores para H_ϕ , B_ϕ e M_ϕ em $\rho = c$ para um cabo coaxial com $a = 2,5$ mm e $b = 6$ mm se pelo mesmo circula uma corrente $I = 12$ A no condutor central, e $\mu = 3$ μH/m para $2,5$ mm $< \rho < 3,5$ mm, $\mu = 5$ μH/m para $3,5$ mm $< \rho < 4,5$ mm, e $\mu = 10$ μH/m para $4,5$ mm $< \rho < 6$ mm. Use $c =$: (a) 3 mm; (b) 4 mm; (c) 5 mm.
- 8.24** Duas lâminas de corrente, $K_0\mathbf{a}_y$ A/m em $z = 0$ e $-K_0\mathbf{a}_y$ A/m em $z = d$, estão separadas por um material não homogêneo, para o qual $\mu_r = az + 1$, onde a é uma constante. (a) Determine expressões para \mathbf{H} e \mathbf{B} no material. (b) Encontre o fluxo total que atravessa uma área de 1 m² no plano yz .
- 8.25** Por um filamento condutor em $z = 0$ circula uma corrente de 12 A na direção \mathbf{a}_z . Seja $\mu_r = 1$ para $\rho < 1$ cm, $\mu_r = 6$ para $1 < \rho < 2$ cm e $\mu_r = 1$ para $\rho > 2$ cm. Calcule: (a) \mathbf{H} em todos os pontos; (b) \mathbf{B} em todos os pontos.
- 8.26** Um solenoide longo tem raio de 3 cm, 5.000 espiras/m e conduz uma corrente $I = 0,25$ A. A região $0 < \rho < a$ no interior do solenoide tem $\mu_r = 5$, enquanto $\mu_r = 1$ para $a < \rho < 3$ cm. Determine a de maneira que:

- (a) um fluxo total de $10 \mu\text{Wb}$ esteja presente; (b) o fluxo seja igualmente dividido entre as regiões $0 < \rho < a$ e $a < \rho < 3 \text{ cm}$.
- 8.27** † Seja $\mu_{r1} = 2$ na região 1, definida por $2x + 3y - 4z > 1$, enquanto $\mu_{r2} = 5$ na região 2, onde $2x + 3y - 4z < 1$. Na região 1, $\mathbf{H}_1 = 50\mathbf{a}_x - 30\mathbf{a}_y + 20\mathbf{a}_z \text{ A/m}$. Calcule: (a) \mathbf{H}_{N1} ; (b) \mathbf{H}_{t1} ; (c) \mathbf{H}_{t2} ; (d) \mathbf{H}_{N2} ; (e) θ_1 , o ângulo entre \mathbf{H}_1 e \mathbf{a}_{N21} ; (f) θ_2 , o ângulo entre \mathbf{H}_2 e \mathbf{a}_{N21} .
- 8.28** † Para valores de B abaixo do joelho da curva de magnetização para o aço-silício, aproxime a curva por uma linha reta com $\mu = 5 \text{ mH/m}$. O núcleo mostrado na Figura 8.16 possui áreas de $1,6 \text{ cm}^2$ e comprimentos de 10 cm em cada perna externa, e uma área de $2,5 \text{ cm}^2$ e comprimento de 3 cm na perna central. Uma bobina de 1.200 espiras, que conduz 12 mA , é enrolada na perna central. Calcule B na: (a) perna central; (b) perna central se um *gap* de ar de $0,3 \text{ mm}$ está presente nessa perna.
- 8.29** † No Problema 8.28, a aproximação linear sugerida no enunciado do problema leva a uma densidade de fluxo de $0,666 \text{ T}$ na perna central. Utilizando esse valor de B e a curva de magnetização para o aço-silício, qual corrente é necessária na bobina de 1.200 espiras?
- 8.30** † Um núcleo retangular tem permeabilidade $\mu_r \gg 1$, uma seção reta quadrada de dimensões $a \times a$ e possui dimensões equivalentes a b e d ao longo da linha central, ao redor de seu perímetro. Bobinas 1 e 2, com N_1 e N_2 espiras, estão enroladas no núcleo. Considere um plano selecionado que contém a seção reta do núcleo, que coincide com o plano xy , tal que a superfície seja definida por $0 < x < a$, $0 < y < a$. (a) Com uma corrente I_1 na bobina 1, use a lei circuital de Ampère para encontrar a densidade de fluxo magnético como uma função da posição sobre a seção reta do núcleo. (b) Integre o resultado da parte (a) para determinar o fluxo magnético total no interior do núcleo. (c) Determine a indutância própria da bobina 1. (d) Determine a indutância mútua entre as bobinas 1 e 2.
- 8.31** † Um toroide é construído de um material magnético e possui área da seção reta de $2,5 \text{ cm}^2$ e um comprimento efetivo de 8 cm . Existe também um pequeno *gap* de ar de $0,25 \text{ mm}$ de comprimento e uma área efetiva de $2,8 \text{ cm}^2$. Uma fmm de 200 Ae é aplicada ao circuito magnético. Calcule o

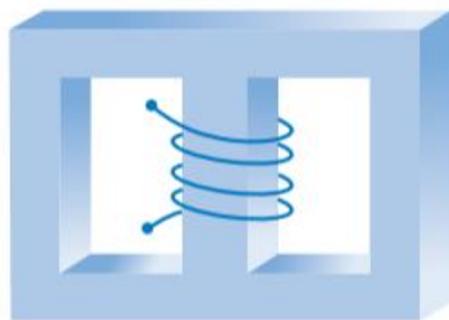


Figura 8.16 Ver Problema 8.28.

fluxo total no toroide se o material magnético: (a) tem uma permeabilidade infinita; (b) é considerada linear, com $\mu_r = 1.000$; (c) é de aço-silício.

- 8.32 **|** (a) Encontre uma expressão para a energia magnética armazenada, por unidade de comprimento, em uma linha de transmissão coaxial, que consiste em luvas condutoras de espessura desprezível, de raios a e b . Um meio de permeabilidade relativa μ_r preenche a região entre os condutores. Suponha que uma corrente I flua em ambos os condutores, na mesma direção e em sentidos opostos. (b) Obtenha a indutância, L , por unidade de comprimento da linha, igualando a energia magnética a $(1/2)LI^2$.
- 8.33 **|** Um núcleo toroidal tem uma seção reta quadrada, $2,5 \text{ cm} < \rho < 3,5 \text{ cm}$, $-0,5 \text{ cm} < z < 0,5 \text{ cm}$. A metade superior do toroide, $0 < z < 0,5 \text{ cm}$, é construída a partir de um material linear para o qual $\mu_r = 10$, enquanto a metade inferior, $-0,5 \text{ cm} < z < 0$, possui $\mu_r = 20$. Uma fmm de 150 Ae estabelece um fluxo na direção \mathbf{a}_ϕ . Para $z > 0$, calcule: (a) $H_\phi(\rho)$; (b) $B_\phi(\rho)$; (c) $\Phi_{>0}$. (d) Repita para $z < 0$. (e) Calcule Φ_{total} .
- 8.34 **|** Determine a energia armazenada por unidade de comprimento no campo magnético interno de um fio retilíneo infinitamente longo de raio a , pelo qual circula uma corrente I .
- 8.35 **|** Os cones $\theta = 21^\circ$ e $\theta = 159^\circ$ são superfícies condutoras e nelas circulam correntes totais de 40 A , conforme mostrado na Figura 8.17. As correntes retornam por uma superfície esférica condutora de raio $0,25 \text{ m}$. (a) Calcule \mathbf{H} na região $0 < r < 0,25$, $21^\circ < \theta < 159^\circ$, $0 < \phi < 2\pi$. (b) Quanta energia está armazenada nessa região?
- 8.36 **|** As dimensões do condutor externo de um cabo coaxial são b e c , onde $c > b$. Considerando $\mu = \mu_0$, calcule a energia magnética armazenada por unidade de comprimento na região $b < \rho < c$ para uma corrente total I , uniformemente distribuída, que circula em sentidos opostos nos condutores interno e externo.

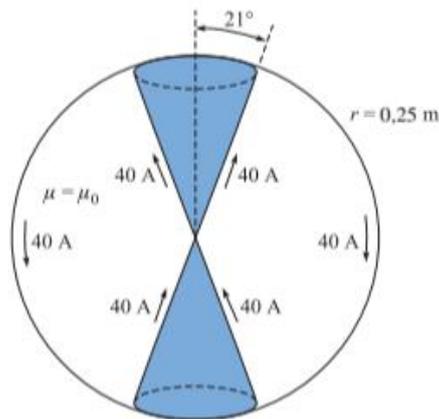


Figura 8.17 Ver Problema 8.35.

- 8.37** † Calcule a indutância da configuração cone-esfera descrita no Problema 8.35 e Figura 8.17. A indutância é aquela oferecida na origem entre os vértices do cone.
- 8.38** † Um núcleo toroidal tem uma seção reta retangular definida pelas superfícies $\rho = 2$ cm, $\rho = 3$ cm, $z = 4$ cm e $z = 4,5$ cm. O material do núcleo possui uma permeabilidade relativa de 80. Se o núcleo é enrolado por uma bobina que contém 8.000 espiras de fio, calcule a indutância.
- 8.39** † Por planos condutores no ar em $z = 0$ e $z = d$ circulam correntes superficiais de $\pm K_0 \mathbf{a}_x$ A/m. (a) Calcule a energia armazenada no campo magnético, por unidade de comprimento ($0 < x < 1$), em uma largura w ($0 < y < w$). (b) Calcule a indutância por unidade de comprimento dessa linha de transmissão por $W_H = \frac{1}{2} LI^2$, onde I é a corrente total em uma largura w em cada condutor. (c) Calcule o fluxo total que atravessa o retângulo $0 < x < 1$, $0 < z < d$, no plano $y = 0$, e deste resultado novamente encontre a indutância por unidade de comprimento.
- 8.40** † Um cabo coaxial possui raios a e b , onde $a < b$. Um material de permeabilidade $\mu_r \neq 1$ existe na região $a < \rho < c$, enquanto a região $c < \rho < b$ é preenchida com ar. Determine uma expressão para a indutância por unidade de comprimento.
- 8.41** † Uma bobina retangular é composta de 150 espiras de um condutor filamental. Calcule a indutância mútua no espaço livre entre essa bobina e um filamento retilíneo infinito no eixo z , se os quatro vértices da bobina estão posicionados em: (a) $(0, 1, 0)$, $(0, 3, 0)$, $(0, 3, 1)$ e $(0, 1, 1)$; (b) $(1, 1, 0)$, $(1, 3, 0)$, $(1, 3, 1)$ e $(1, 1, 1)$.
- 8.42** † Ache a indutância mútua entre dois filamentos que formam anéis circulares de raios a e Δa , onde $\Delta a \ll a$. O campo deve ser determinado por métodos aproximados. Os anéis são coplanares e concêntricos.
- 8.43** † (a) Use relações de energia para mostrar que a indutância interna de um fio cilíndrico não magnético, de raio a , em que flui uma corrente I uniformemente distribuída, é $\mu_0/(8\pi)$ H/m. (b) Calcule a indutância interna se a porção do condutor para o qual $\rho < c < a$ for removida.
- 8.44** † Mostre que a indutância externa por unidade de comprimento em uma linha de transmissão de dois fios, que conduzem correntes iguais e opostas, é aproximadamente igual a $(\mu/\pi)\ln(d/a)$ H/m, onde a é o raio de cada fio e d é o espaçamento entre os centros dos dois fios. Em que condição esta aproximação é válida?

Respostas dos Problemas Ímpares

Capítulo 1

- 1.1** (a) $0,92\mathbf{a}_x + 0,36\mathbf{a}_y + 0,4\mathbf{a}_z$
(b) 48,6 (c) $-580,5\mathbf{a}_x + 3,193\mathbf{a}_y - 2,902\mathbf{a}_z$
- 1.3** (7,8, -7,8, 3,9)
- 1.5** (a) $48\mathbf{a}_x + 36\mathbf{a}_y + 18\mathbf{a}_z$
(b) $-0,26\mathbf{a}_x + 0,39\mathbf{a}_y + 0,88\mathbf{a}_z$
(c) $0,59\mathbf{a}_x + 0,20\mathbf{a}_y - 0,78\mathbf{a}_z$
(d) $100 = 16x^2y^2 + 4x^4 + 16x^2 + 16 + 9z^4$
- 1.7** (a) (1) O plano $z = 0$, com $|x| < 2$, $|y| < 2$;
(2) o plano $y = 0$ com $|x| < 2$, $|z| < 2$; (3) o plano $x = 0$ com $|y| < 2$, $|z| < 2$; (4) o plano $x = \pi/2$ com $|y| < 2$, $|z| < 2$
(b) O plano $2z = y$ com $|x| < 2$, $|y| < 2$, $|z| < 1$
(c) O plano $y = 0$ com $|x| < 2$, $|z| < 2$
- 1.9** (a) $0,6\mathbf{a}_x + 0,8\mathbf{a}_y$ (b) 53° (c) 26
- 1.11** (a) (-0,3, 0,3, 0,4) (b) 0,05 (c) 0,12 (d) 78°
- 1.13** (a) (0,93, 1,86, 2,79) (b) (9,07, -7,86, 2,21)
(c) (0,02, 0,25, 0,26)
- 1.15** (a) (0,08, 0,41, 0,91) (b) (0,29, 0,78, 0,56)
(c) 30,3 (d) 33,3
- 1.17** (a) (0,664, -0,379, 0,645)
(b) (-0,550, 0,832, 0,077)
(c) (0,168, 0,915, 0,367)
- 1.19** (a) $(1/\rho)\mathbf{a}_\rho$ (b) $0,5\mathbf{a}_\rho$, ou $0,41\mathbf{a}_x + 0,29\mathbf{a}_y$
- 1.21** (a) $-6,66\mathbf{a}_\rho - 2,77\mathbf{a}_\phi + 9\mathbf{a}_z$
(b) $-0,59\mathbf{a}_\rho + 0,21\mathbf{a}_\phi - 0,78\mathbf{a}_z$
(c) $-0,90\mathbf{a}_\rho - 0,44\mathbf{a}_z$
- 1.23** (a) 6,28 (b) 20,7 (c) 22,4 (d) 3,21
- 1.25** (a) $1,10\mathbf{a}_r + 2,21\mathbf{a}_\phi$
(b) 2,47 (c) $0,45\mathbf{a}_r + 0,89\mathbf{a}_\phi$

1.27 (a) 2,91 (b) 12,61 (c) 17,49 (d) 2,53

- 1.29** (a) $0,59\mathbf{a}_r + 0,38\mathbf{a}_\theta - 0,72\mathbf{a}_\phi$
(b) $0,80\mathbf{a}_r - 0,22\mathbf{a}_\theta - 0,55\mathbf{a}_\phi$
(c) $0,66\mathbf{a}_r + 0,39\mathbf{a}_\theta - 0,64\mathbf{a}_\phi$

Capítulo 2

- 2.1** $(10/\sqrt{6}, -10/\sqrt{6})$
- 2.3** $21,5\mathbf{a}_x \mu\text{N}$
- 2.5** (a) $4,58\mathbf{a}_x - 0,15\mathbf{a}_y + 5,51\mathbf{a}_z$
(b) -6,89 ou -22,11
- 2.7** $159,7\mathbf{a}_\rho + 27,4\mathbf{a}_\phi - 49,4\mathbf{a}_z$
- 2.9** (a) $(x + 1) = 0,56[(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2]^{1,5}$
(b) 1,69 ou 0,31
- 2.11** (a) $-1,63 \mu\text{C}$
(b) $-30,11\mathbf{a}_x - 180,63\mathbf{a}_y - 150,53\mathbf{a}_z$
(c) $-183,12\mathbf{a}_\rho - 150,53\mathbf{a}_z$ (d) -237,1
- 2.13** (a) 82,1 pC (b) 4,24 cm
- 2.15** (a) 3,35 pC (b) $124 \mu\text{C}/\text{m}^3$
- 2.17** (a) $57,5\mathbf{a}_y - 28,8\mathbf{a}_z \text{ V/m}$ (b) $23\mathbf{a}_y - 46\mathbf{a}_z$
- 2.19** (a) $7,2\mathbf{a}_x + 14,4\mathbf{a}_y \text{ kV/m}$
(b) $4,9\mathbf{a}_x + 9,8\mathbf{a}_y + 4,9\mathbf{a}_z \text{ kV/m}$
- 2.21** $126\mathbf{a}_y \mu\text{N/m}$
- 2.23** (a) 8,1 kV/m (b) -8,1 kV/m
- 2.25** $-3,9\mathbf{a}_x - 12,4\mathbf{a}_y - 2,5\mathbf{a}_z \text{ V/m}$
- 2.27** (a) $y^2 - x^2 = 4xy - 19$ (b) $0,99\mathbf{a}_x + 0,12\mathbf{a}_y$
- 2.29** (a) 12,2 (b) $-0,87\mathbf{a}_x - 0,50\mathbf{a}_y$
(c) $y = (1/5) \ln \cos 5x + 0,13$

Capítulo 3

- 3.1 (a) $\vec{F} = [Q_1 Q_2 / 4\pi\epsilon_0 R^2]$ ao longo de \mathbf{a}_r
(b) Mesma da parte (a)
(c) 0
(d) A força irá se tornar atrativa.
- 3.3 (a) 0,25 nC (b) 9,45 pC
- 3.5 360 nC
- 3.7 (a) $4,0 \times 10^{-9}$ nC (b) $3,2 \times 10^{-4}$ nC/m²
- 3.9 (a) 164 pC (b) 130 nC/m² (c) 32,5 nC/m²
- 3.11 $\mathbf{D} = 0$ ($\rho < 1$ mm);
 $D_\rho = \frac{10^{-15}}{2\pi^2 \rho} [\text{sen}(2.000\pi\rho) + 2\pi[1 - 10^3 \rho \cos(2.000\pi\rho)]]$ C/m² (1 mm $< \rho < 1,5$ mm); $D_\rho = \frac{2,5 \times 10^{-15}}{\pi\rho}$ C/m² ($\rho > 1,5$ mm)
- 3.13 (a) $D_r(r < 2) = 0$; $D_r(r = 3) = 8,9 \times 10^{-9}$ C/m²; $D_r(r = 5) = 6,4 \times 10^{-10}$ C/m²
(b) $\rho_{s0} = -(4/9) \times 10^{-9}$ C/m²
- 3.15 (a) $[(8\pi L)/3][\rho_1^3 - 10^{-9}] \mu\text{C}$ onde ρ_1 está em metros (b) $4(\rho_1^3 - 10^{-9})/(3\rho_1) \mu\text{C}/\text{m}^2$ onde ρ_1 está em metros (c) $D_\rho(0,8 \text{ mm}) = 0$; $D_\rho(1,6 \text{ mm}) = 3,6 \times 10^{-6} \mu\text{C}/\text{m}^2$; $D_\rho(2,4 \text{ mm}) = 3,9 \times 10^{-6} \mu\text{C}/\text{m}^2$
- 3.17 (a) 0,1028 C (b) 12,83 (c) 0,1026 C
- 3.19 113 nC
- 3.21 (a) 8,96 (b) 71,67 (c) -2
- 3.23 (b) $\rho_{s0} = 3Q/(4\pi a^3)$ ($0 < r < a$);
 $D_r = Qr/(4\pi a^3)$ e $\nabla \cdot \mathbf{D} = 3Q/(4\pi a^3)$ ($0 < r < a$); $D_r = Q/(4\pi r^2)$ e $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ ($r > a$)
- 3.25 (a) 17,50 C/m³ (b) $5\mathbf{a}_r$ C/m² (c) 320π C (d) 320π C
- 3.27 (a) 1,20 mC/m³ (b) 0 (c) $-32 \mu\text{C}/\text{m}^2$
- 3.29 (a) 3,47 C (b) 3,47 C
- 3.31 -3,91 C

Capítulo 4

- 4.1 (a) -12 nJ (b) 24 nJ (c) -36 nJ (d) -44,9 nJ (e) -41,8 nJ
- 4.3 (a) 3,1 μJ (b) 3,1 μJ
- 4.5 (a) 2 (b) -2
- 4.7 (a) 90 (b) 82
- 4.9 (a) 8,14 V (b) 1,36 V
- 4.11 1,98 kV
- 4.13 576 pJ
- 4.15 -68,4 V
- 4.17 (a) -3,026 V (b) -9,678 V

- 4.19 0,081 V
- 4.21 (a) -15,0 V (b) 15,0 V
(c) $7,1\mathbf{a}_x + 22,8\mathbf{a}_y - 71,1\mathbf{a}_z$ V/m (d) 75,0 V/m (e) $-0,095\mathbf{a}_x - 0,304\mathbf{a}_y + 0,948\mathbf{a}_z$
(f) $62,8\mathbf{a}_x + 202\mathbf{a}_y - 629\mathbf{a}_z$ pC/m²
- 4.23 (a) $-48\rho^{-4}$ V/m (b) -673 pC/m³
(c) -1,96 nC
- 4.25 (a) $V_p = 279,9$ V, $\mathbf{E}_p = -179,9\mathbf{a}_\rho - 75,0\mathbf{a}_\phi$ V/m, $\mathbf{D}_p = -1,59\mathbf{a}_\rho - 0,664\mathbf{a}_\phi$ nC/m²,
 $\rho_{vp} = -443$ pC/m³ (b) -5,56 nC
- 4.27 (a) 5,78 V (b) 25,2 V/m (c) 5,76 V
- 4.29 1,31 V
- 4.31 (a) 387 pJ (b) 207 pJ
- 4.33 (a) $(5 \times 10^{-6})/(4\pi r^2)\mathbf{a}_r$ C/m²
(b) 2,81 J (c) 4,45 pF
- 4.35 (a) 0,779 μJ (b) 1,59 μJ

Capítulo 5

- 5.1 (a) -1,23 MA (b) 0 (c) 0, conforme esperado
- 5.3 (a) 77,4 A (b) $53,0\mathbf{a}_r$ A/m²
- 5.5 (a) -178,0A (b) 0 (c) 0
- 5.7 (a) Densidade de fluxo de massa em (kg/m² - s) e densidade de massa em (kg/m³)
(b) -550 g/m³ - s
- 5.9 (a) 0,28 mm (b) $6,0 \times 10^7$ A/m²
- 5.11 (a) $\mathbf{E} = [(9,55)/\rho l]\mathbf{a}_\rho$ V/m, $V = (4,88)/l$ V e $R = (1,63)/l \Omega$, onde l é o comprimento do cilindro (não dado) (b) 14,64/l W
- 5.13 (a) 0,147 V (b) 0,144 V
- 5.15 (a) $(\rho + 1)z^2 \cos \phi = 2$
(b) $\rho = 0,10$, $\mathbf{E}(0,10, 0,2\pi, 1,5) = -18,2\mathbf{a}_\rho + 145\mathbf{a}_\phi - 26,7\mathbf{a}_z$ V/m (c) 1,32 nC/m²
- 5.17 (a) $\mathbf{D}(z = 0) = -(100\epsilon_0 x)/(x^2 + 4)\mathbf{a}_z$ C/m²
(c) -0,92 nC
- 5.19 (a) Em 0 V: $2x^2y - z = 0$. Em 60 V:
 $2x^2y - z = 6/z$ (b) 1,04 nC/m²
(c) $-[0,60\mathbf{a}_x + 0,68\mathbf{a}_y + 0,43\mathbf{a}_z]$
- 5.21 (a) 1,20 kV (b) $\mathbf{E}_p = 723\mathbf{a}_x - 18,9\mathbf{a}_y$ V/m
- 5.23 (a) 289,5 V (b) $z/[(x - 1)^2 + y^2 + z^2]^{1,5} - z/[(x + 1)^2 + y^2 + z^2]^{1,5} = 0,222$
- 5.25 (a) $4,7 \times 10^{-5}$ S/m (b) $1,1 \times 10^{-3}$ S/m
(c) $1,2 \times 10^{-2}$ S/m
- 5.27 (a) 6,26 pC/m² (b) 1,000176

- 5.29 (a) $\mathbf{E} = [(144,9)/\rho]\mathbf{a}_\rho$ V/m, $\mathbf{D} = (3,28\mathbf{a}_\rho)/\rho$ nC/m² (b) $V_{ab} = 192$ V, $\chi_e = 1,56$
 (c) $[(5,0 \times 10^{-29})/\rho]\mathbf{a}_\rho$ C · m
- 5.31 (a) 80 V/m (b) $-60\mathbf{a}_y - 30\mathbf{a}_z$ V/m (c) 67,1 V/m (d) 104,4 V/m (e) 40,0° (f) 2,12 nC/m² (g) 2,97 nC/m² (h) $2,12\mathbf{a}_x - 2,66\mathbf{a}_y - 1,33\mathbf{a}_z$ nC/m² (i) $1,70\mathbf{a}_x - 2,13\mathbf{a}_y - 1,06\mathbf{a}_z$ nC/m² (j) 54,5°
- 5.33 $125\mathbf{a}_x + 175\mathbf{a}_y$ V/m
- 5.35 (a) $\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1$
 (b) $W_{E1} = 45,1 \mu\text{J}$, $W_{E2} = 338 \mu\text{J}$

Capítulo 6

- 6.1 $bla = \exp(2\pi d/W)$
- 6.3 Titanato de bário
- 6.5 451 pF
- 6.7 (a) 3,05 nF (b) 5,21 nF (c) 6,32 nF (d) 9,83 nF
- 6.9 (a) 143 pF (b) 101 pF
- 6.11 (a) 53,3 pF (b) 41,7 pF
- 6.13 $K_1 = 23,0$, $\rho_L = 8,87$ nC/m, $a = 13,8$ m, $C = 35,5$ pF
- 6.15 (a) 47,3 nC/m² (b) $-15,8$ nC/m² (c) 24,3 pF/m
- 6.17 Valor exato: 57 pF/m
- 6.19 Valor exato: $11\epsilon_0$ F/m
- 6.21 (b) $C \approx 110$ pF/m (c) O resultado não mudaria
- 6.23 (a) 3,64 nC/m (b) 206 mA
- 6.25 (a) -8 V (b) $8\mathbf{a}_x - 8\mathbf{a}_y - 24\mathbf{a}_z$ V/m (c) $-4xz(z^2 + 3y^2)$ C/m³ (d) $xyz^3 = -4$ (e) $y^2 - 2x^2 = 2$ e $3x^2 - z^2 = 2$ (f) Não
- 6.27 $f(x, y) = -4e^{2x} + 3x^2$, $V(x, y) = 3(x^2 - y^2)$
- 6.29 (b) $A = 112,5$, $B = -12,5$ ou $A = -12,5$, $B = 112,5$
- 6.31 (a) -106 pC/m³ (b) $\pm 0,399$ pC/m² (dependendo de qual lado da superfície é considerado).
- 6.33 (a) Sim, sim, sim, não (b) Na superfície de 100 V, não para todas. Nas superfícies de 0 V, sim, exceto para $V_1 + 3$. (c) Somente $V_2 \epsilon$
- 6.35 (a) 33,33 V (b) $[(100)/3]\mathbf{a}_z + 50\mathbf{a}_y$ V/m
- 6.37 (a) 1,01 cm (b) 22,8 kV/m (c) 3,15
- 6.39 (a) $(-2,00 \times 10^4)\phi + 3,78 \times 10^3$ V (b) $[(2,00 \times 10^4)/\rho]\mathbf{a}_\phi$ V/m

- (c) $(2,00 \times 10^4\epsilon_0/\rho)\mathbf{a}_\phi$ C/m²
 (d) $[(2,00 \times 10^4)/\rho]$ C/m²
 (e) 84,7 nC
 (f) $V(\phi) = 28,7\phi + 194,9$ V, $\mathbf{E} = -(28,7)/\rho\mathbf{a}_\phi$ V/m, $\mathbf{D} = -(28,7\epsilon_0)/\rho\mathbf{a}_\phi$ C/m², $\rho_s = (28,7\epsilon_0)/\rho$ C/m², $Q_b = 122$ pC (g) 471 pF
- 6.41 (a) 12,5 mm (b) 26,7 kV/m (c) 4,23 (com $\rho_s = 1,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ dado)
- 6.43 (a) $\alpha_A = 26,57^\circ$, $\alpha_B = 56,31^\circ$ (b) 23,3 V
- 6.45 (a) $833,3r^{-0,4}$ V (b) $833,3r^{-0,4}$ V

Capítulo 7

- 7.1 (a) $-294\mathbf{a}_x + 196\mathbf{a}_y$ $\mu\text{A}/\text{m}$
 (b) $-127\mathbf{a}_x + 382\mathbf{a}_y$ $\mu\text{A}/\text{m}$
 (c) $-421\mathbf{a}_x + 578\mathbf{a}_y$ $\mu\text{A}/\text{m}$
- 7.3 (a)

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi\rho} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{\rho^2 + a^2}} \right] \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$$
 (b) $1/\sqrt{3}$
- 7.5

$$|\mathbf{H}| = \frac{I}{2\pi} \left[\left(\frac{2}{y^2 + 2y + 5} - \frac{2}{y^2 - 2y + 5} \right)^2 + \left(\frac{y-1}{y^2 - 2y + 5} - \frac{y+1}{y^2 + 2y + 5} \right)^2 \right]^{1/2}$$
- 7.7 (a) $\mathbf{H} = I/(2\pi^2z)(\mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y)$ A/m (b) 0
- 7.9 $-1,50\mathbf{a}_y$ A/m
- 7.11 2,0 A/m, 933 mA/m, 360 mA/m, 0
- 7.13 (e) $H_z(a < \rho < b) = kb$; $H_z(\rho > b) = 0$
- 7.15 (a) $45e^{-150\rho}\mathbf{a}_z$ kA/m²
 (b) $12,6[1 - (1 + 150\rho_0)e^{-150\rho_0}]$ A (c) $\frac{2,00}{\rho}[1 - (1 + 150\rho)e^{-150\rho}]$ A/m
- 7.17 (a) $2,2 \times 10^{-1}\mathbf{a}_\phi$ A/m (justamente no interior), $2,3 \times 10^{-2}\mathbf{a}_\phi$ A/m (justamente no exterior)
 (b) $3,4 \times 10^{-1}\mathbf{a}_\phi$ A/m
 (c) $1,3 \times 10^{-1}\mathbf{a}_\phi$ A/m (d) $-1,3 \times 10^{-1}\mathbf{a}_z$ A/m
- 7.19 (a) $\mathbf{K} = -I\mathbf{a}_\phi/2\pi r$ A/m ($\theta = \pi/2$)
 (b) $\mathbf{J} = I\mathbf{a}_\phi/[2\pi r^2(1 - 1/\sqrt{2})]$ A/m² ($\theta < \pi/4$)
 (c) $\mathbf{H} = I\mathbf{a}_\phi/[2\pi r \sin \theta]$ A/m ($\pi/4 < \theta < \pi/2$)
 (d) $\mathbf{H} = I(1 - \cos \theta)\mathbf{a}_\phi/[2\pi r \sin \theta(1 - 1/\sqrt{2})]$ A/m ($\theta < \pi/4$)

- 7.21 (a) $\mathbf{I} = 2\pi b a^3 / 3 \text{ A}$ (b) $\mathbf{H}_{\text{entrada}} = b \rho^2 / 3 \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$ (c) $\mathbf{H}_{\text{saida}} = b a^3 / 3 \rho \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$
- 7.23 (a) $60 \rho \mathbf{a}_z \text{ A/m}^2$ (b) $40 \pi \text{ A}$ (c) $40 \pi \text{ A}$
- 7.25 (a) -259 A (b) -259 A
- 7.27 (a) $2(x + 2y)z^3 \mathbf{a}_x + 1/z^2 \mathbf{a}_z \text{ A/m}$
(b) O mesmo da parte (a) (c) $1/8 \text{ A}$
- 7.29 (a) $1,59 \times 10^7 \mathbf{a}_z \text{ A/m}^2$ (b) $7,96 \times 10^6 \rho \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$, $10 \rho \mathbf{a}_\phi \text{ Wb/m}^2$ (c) como esperado
(d) $1/(\pi \rho) \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$, $\mu_0 / (\pi \rho) \mathbf{a}_\phi \text{ Wb/m}^2$
(e) Como esperado
- 7.31 (a) $0,392 \mu \text{ Wb}$ (b) $1,49 \mu \text{ Wb}$ (c) $27 \mu \text{ Wb}$
- 7.35 (a) $-40 \phi \text{ A}$ ($2 < \rho < 4$), 0 ($\rho > 4$)
(b) $40 \mu_0 \ln(3/\rho) \mathbf{a}_z \text{ Wb/m}$
- 7.37 $[120 - (400/\pi)\phi] \text{ A}$ ($0 < \phi < 2\pi$)
- 7.39 (a) $-30 \mathbf{a}_y \text{ A/m}$ (b) $30y - 6 \text{ A}$
(c) $-30 \mu_0 \mathbf{a}_y \text{ Wb/m}^2$ (d) $\mu_0(30x - 3) \mathbf{a}_z \text{ Wb/m}$
- 7.41 (a) $-100 \rho / \mu_0 \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$, $-100 \rho \mathbf{a}_\phi \text{ Wb/m}^2$
(b) $-\frac{200}{\mu_0} \mathbf{a}_z \text{ A/m}^2$ (c) -500 MA
(d) -500 MA

7.43

$$A_z = \frac{\mu_0 I}{96\pi} \left[\left(\frac{\rho^2}{a^2} - 25 \right) + 98 \ln \left(\frac{5a}{\rho} \right) \right] \text{ Wb/m}$$

Capítulo 8

- 8.1 (a) $(0,90, 0, -0,135)$ (b) $3 \times 10^5 \mathbf{a}_x - 9 \times 10^4 \mathbf{a}_z \text{ m/s}$ (c) $1,5 \times 10^{-5} \text{ J}$
- 8.3 (a) $0,70 \mathbf{a}_x + 0,70 \mathbf{a}_y - 0,12 \mathbf{a}_z$ (b) $7,25 \text{ fJ}$
- 8.5 (a) $-18 \mathbf{a}_x \text{ nN}$ (b) $19,8 \mathbf{a}_z \text{ nN}$ (c) $36 \mathbf{a}_x \text{ nN}$
- 8.7 (a) $-35,2 \mathbf{a}_y \text{ nN/m}$ (b) 0 (c) 0
- 8.9 $4\pi \times 10^{-5} \text{ N/m}$
- 8.13 (a) $-1,8 \times 10^{-4} \mathbf{a}_y \text{ N} \cdot \text{m}$
(b) $-1,8 \times 10^{-4} \mathbf{a}_y \text{ N} \cdot \text{m}$
(c) $-1,5 \times 10^{-5} \mathbf{a}_y \text{ N} \cdot \text{m}$
- 8.15 $(6 \times 10^{-6})[b - 2 \text{tg}^{-1}(b/2)] \mathbf{a}_y \text{ N} \cdot \text{m}$
- 8.17 $\Delta w/w = \Delta m/m = 1,3 \times 10^{-6}$
- 8.19 (a) $77,6 \mathbf{y} \mathbf{a}_z \text{ kA/m}^2$ (b) $5,15 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
(c) $4,1$ (d) $241 \mathbf{y} \mathbf{a}_z \text{ kA/m}$ (e) $77,6 \mathbf{a}_x \text{ kA/m}^2$
(f) $241 \mathbf{a}_x \text{ kA/m}^2$ (g) $318 \mathbf{a}_x \text{ kA/m}^2$
- 8.21 (Use $\chi_m = 0,003$) (a) $47,7 \text{ A/m}$ (b) $6,0 \text{ A/m}$
(c) $0,288 \text{ A/m}$
- 8.23 (a) 637 A/m , $1,91 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$, 884 A/m
(b) 478 A/m , $2,39 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$, $1,42 \times 10^3 \text{ A/m}$

(c) 382 A/m , $3,82 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$, $2,66 \times 10^3 \text{ A/m}$

- 8.25 (a) $1,91/\rho \text{ A/m}$ ($0 < \rho < \infty$)
(b) $(2,4 \times 10^{-6}/\rho) \mathbf{a}_\phi \text{ T}$ ($\rho < 0,01$), $(1,4 \times 10^{-5}/\rho) \mathbf{a}_\phi \text{ T}$ ($0,01 < \rho < 0,02$), $(2,4 \times 10^{-6}/\rho) \mathbf{a}_\phi \text{ T}$ ($\rho > 0,02$) (ρ em metros)
- 8.27 (a) $-4,83 \mathbf{a}_x - 7,24 \mathbf{a}_y + 9,66 \mathbf{a}_z \text{ A/m}$
(b) $54,83 \mathbf{a}_x - 22,76 \mathbf{a}_y + 10,34 \mathbf{a}_z \text{ A/m}$
(c) $54,83 \mathbf{a}_x - 22,76 \mathbf{a}_y + 10,34 \mathbf{a}_z \text{ A/m}$
(d) $-1,93 \mathbf{a}_x - 2,90 \mathbf{a}_y + 3,86 \mathbf{a}_z \text{ A/m}$
(e) 102° (f) 95°
- 8.29 $10,5 \text{ mA}$
- 8.31 (a) $2,8 \times 10^{-4} \text{ Wb}$ (b) $2,1 \times 10^{-4} \text{ Wb}$
(c) $\approx 2,5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$
- 8.33 (a) $23,9/\rho \text{ A/m}$ (b) $3,0 \times 10^{-4}/\rho \text{ Wb/m}^2$
(c) $5,0 \times 10^{-7} \text{ Wb}$ (d) $23,9/\rho \text{ A/m}$, $6,0 \times 10^{-4}/\rho \text{ Wb/m}^2$, $1,0 \times 10^{-6} \text{ Wb}$ (e) $1,5 \times 10^{-6} \text{ Wb}$
- 8.35 (a) $20/(\pi r \text{ sen } \theta) \mathbf{a}_\phi \text{ A/m}$ (b) $1,35 \times 10^{-4} \text{ J}$
- 8.37 $0,17 \mu \text{ H}$
- 8.39 (a) $(1/2) w d \mu_0 K_0^2 \text{ J/m}$ (b) $\mu_0 d l w \text{ H/m}$
(c) $\Phi = \mu_0 d K_0 \text{ Wb}$
- 8.41 (a) $33 \mu \text{ H}$ (b) $24 \mu \text{ H}$
- 8.43 (b)

$$L_{\text{interno}} = \frac{2W_H}{I^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{8\pi} \left[\frac{d^4 - 4a^2 c^2 + 3c^4 + 4c^4 \ln(a/c)}{(a^2 - c^2)^2} \right] \text{ H/m}$$

Capítulo 9

- 9.1 (a) $-5,33 \text{ sen } 120\pi t \text{ V}$ (b) $21,3 \text{ sen } (120\pi t) \text{ mA}$
- 9.3 (a) $-1,13 \times 10^5 [\cos(3 \times 10^8 t - 1) - \cos(3 \times 10^8 t)] \text{ V}$ (b) 0
- 9.5 (a) $-4,32 \text{ V}$ (b) $-0,293 \text{ V}$
- 9.7 (a) $(-1,44)/(9,1 + 39,6t) \text{ A}$
(b) $-1,44 \left[\frac{1}{61,9 - 39,6t} + \frac{1}{9,1 + 39,6t} \right] \text{ A}$
- 9.9 $\mathbf{P} = 2,9 \times 10^3 [\cos(1,5 \times 10^8 t - 0,13) - \cos(1,5 \times 10^8 t)]^2$
- 9.11 (a) $\left(\frac{10}{\rho} \right) \cos(10^5 t) \mathbf{a}_\rho \text{ A/m}$ (b) $8\pi \cos(10^5 t) \text{ A}$ (c) $-0,8\pi \text{ sen}(10^5 t) \text{ A}$ (d) $0,1$
- 9.13 (a) $\mathbf{D} = 1,33 \times 10^{-13} \text{ sen}(1,5 \times 10^8 t - bx) \mathbf{a}_y \text{ C/m}^2$, $\mathbf{E} = 3,0 \times 10^{-3} \text{ sen}(1,5 \times 10^8 t - bx) \mathbf{a}_y \text{ V/m}$