

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

ZEB0562

CÁLCULO NUMÉRICO



PROF. DR. JOSÉ A. RABI
DEPTO. ENGENHARIA DE BIOSISTEMAS

AJUSTE DE CURVAS: LINEAR - SEM INCERTEZAS



- MÍNIMOS QUADRADOS: FUNÇÃO LINEAR
↓
DADOS EXPERIMENTAIS SEM INCERTEZAS
- IMPLEMENTAÇÃO VIA PLANILHAS MS EXCEL
- CURVA AJUSTADA vs. LINHA DE TENDÊNCIA

Mínimos quadrados → função linear

- Ajustar função linear $f(x) = a_0 + a_1 x$ contra (x_i, y_i)

– Obter a_0, a_1 minimizando: $q = \sum_{i=1}^n [r_i]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i)]^2$

$$\frac{\partial q}{\partial a_0} = 0$$

$$\frac{\partial q}{\partial a_1} = 0$$

$$a_0 \sum_{i=1}^n 1 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} S_1 & S_x \\ S_x & S_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_y \\ S_{yx} \end{bmatrix}$$

$$S_1 = \sum 1, \quad S_x = \sum x_i, \quad S_{xx} = \sum x_i^2$$

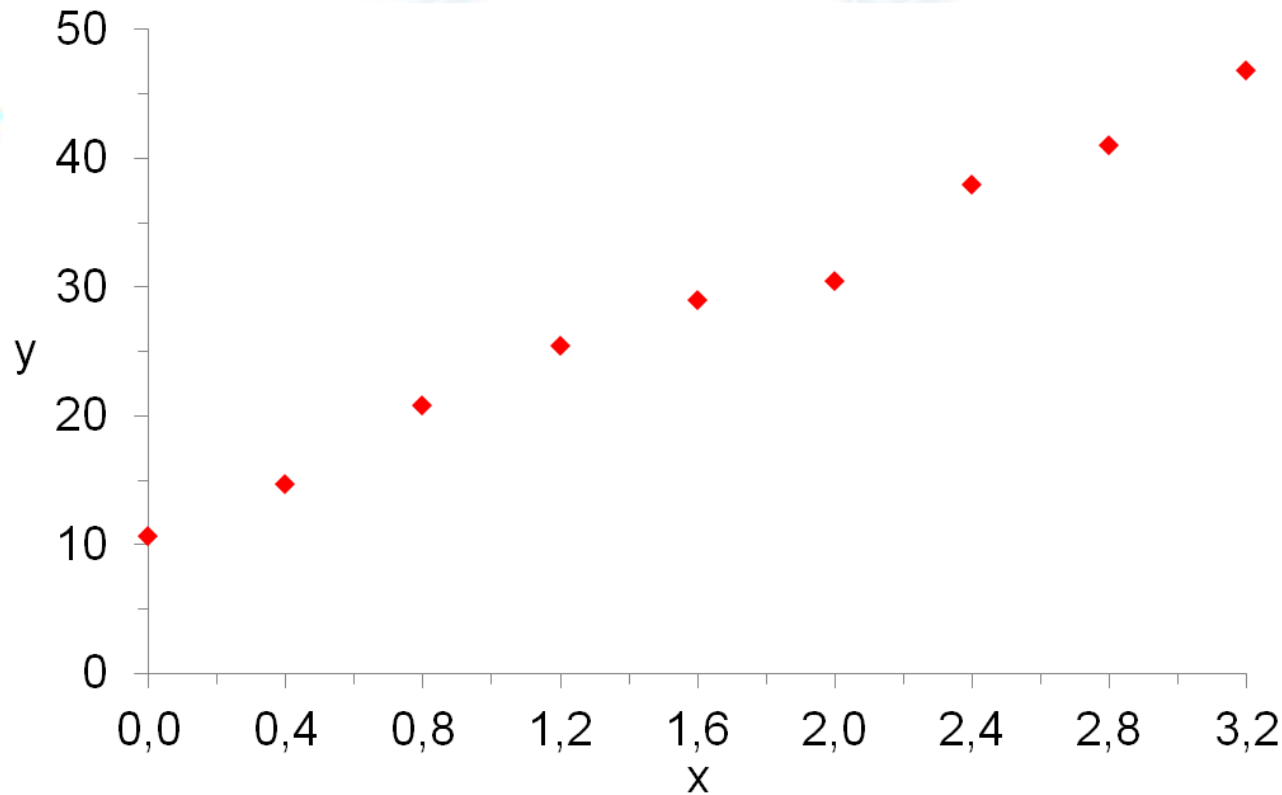
$$S_y = \sum y_i, \quad S_{yx} = \sum y_i x_i$$

$$a_0 = \frac{S_y S_{xx} - S_{yx} S_x}{S_1 S_{xx} - S_x S_x}$$

$$a_1 = \frac{S_1 S_{yx} - S_y S_x}{S_1 S_{xx} - S_x S_x}$$



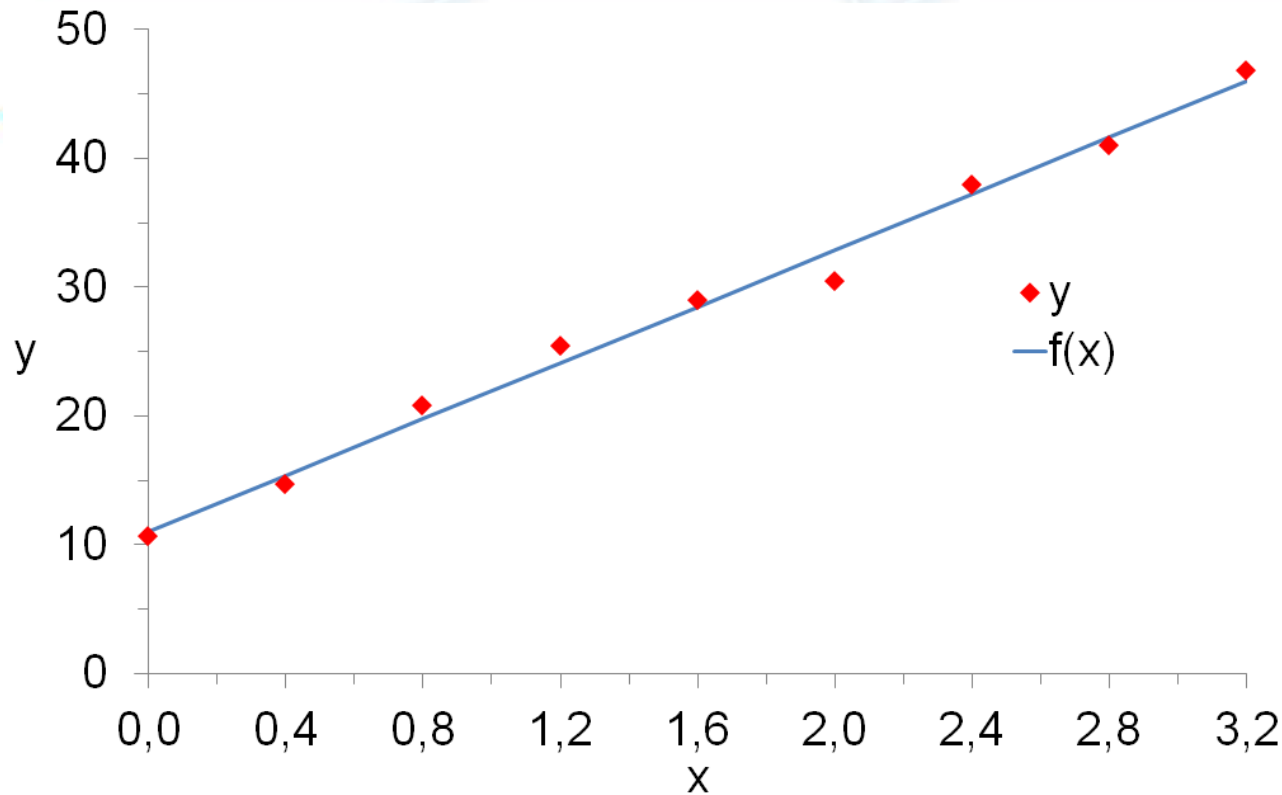
Ajuste de pontos sem incertezas



x	y
0,0	10,6
0,4	14,7
0,8	20,8
1,2	25,4
1,6	28,9
2,0	30,4
2,4	37,9
2,8	41,0
3,2	46,8

$$y = a_0 + a_1 x \quad \begin{cases} a_0 ? \\ a_1 ? \end{cases}$$

Ajuste de pontos sem incertezas



x	y	f(x)
0,0	10,6	11,0
0,4	14,7	15,4
0,8	20,8	19,7
1,2	25,4	24,1
1,6	28,9	28,5
2,0	30,4	32,9
2,4	37,9	37,3
2,8	41,0	41,6
3,2	46,8	46,0

$$y = a_0 + a_1 x \quad \begin{cases} a_0 = 10,9733 \\ a_1 = 10,9542 \end{cases}$$