



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo**

**RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS: 08-1**

**PMI 3309 - Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração II  
Prof. Eduardo César Sansone**

**ATIVIDADE PARA ENTREGA: EXERCÍCIO 08-1**



Um túnel horizontal com raio igual a 5 m será escavado a 380 m de profundidade em um maciço rochoso submetido a um campo de tensões gravitacional. O peso específico da rocha é  $0,025 \text{ MN/m}^3$ , o coeficiente de Poisson é  $0,17$  e a tabela abaixo apresenta resultados de ensaios mecânicos realizados sobre amostras de rocha coletadas no local da escavação.

**Determine:**

- a) As tensões naturais atuantes na região do túnel.
- b) O critério de ruptura de Mohr-Coulomb nos formatos  $\sigma_1 \times \sigma_3$  e  $\sigma_N \times \tau$ . Verifique se ocorrerá ruptura da rocha nos seguintes pontos:
- c) Na lateral do túnel ( $\theta = 0$ ).
- d) No teto do túnel ( $\theta = 90^\circ$ ).
- e) A 5,5 m do centro do túnel na direção de sua lateral ( $\theta = 0$ ).

$\sigma_3$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)
-2	0
0	31
2	44
4	61
6	73
8	81



## ESTADO DE TENSÕES GRAVITACIONAL

$$\sigma_v = \gamma z \quad \text{e} \quad \sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_v$$

## CRITÉRIO DE MORH-COULOMB

$$\sigma_1 = A \sigma_3 + B \Rightarrow \tau = c + \sigma_N \tan \varphi$$

$$\varphi = \arcsen \frac{A-1}{A+1} \quad \text{e} \quad c = \frac{B}{2\sqrt{A}}$$

## REGRESSÃO LINEAR

$$y = Ax + B$$

$$A = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad \text{e} \quad B = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

## TENSÕES INDUZIDAS NO ENTORNO DE UMA ESCAVAÇÃO CIRCULAR DE RAIO "a" A UMA DISTÂNCIA "r" DE SEU CENTRO (COORDENADAS POLARES)

$$\sigma_r = \left( \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \right) \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left( \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \right) \left( 1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left( \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \right) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \left( \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \right) \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \left( \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \right) \left( 1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{e} \quad \sigma_\theta = \sigma_h + \sigma_v - 2(\sigma_h - \sigma_v) \cos 2\theta \quad (\text{para } r = a)$$

3

# RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS: 08-1



a) As tensões naturais atuantes na região do túnel.

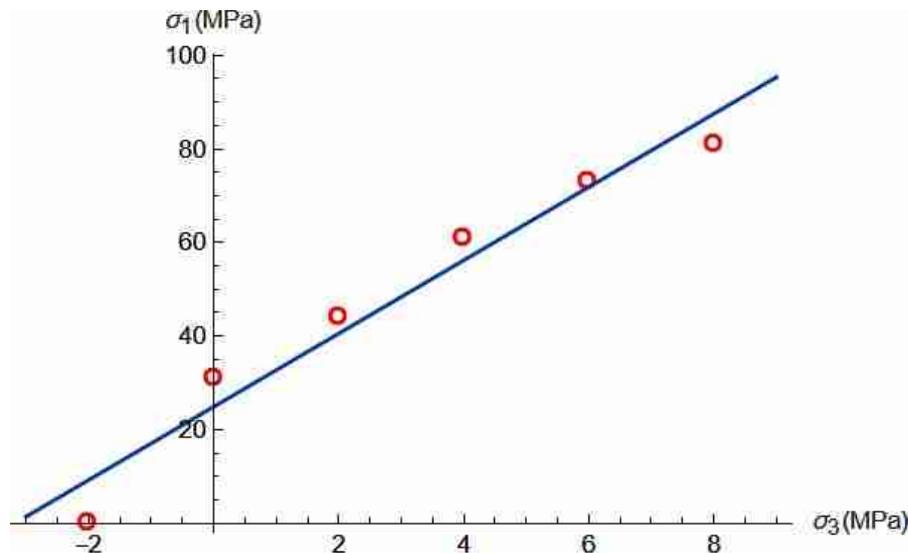
$$\sigma_v = \gamma z \quad \text{e} \quad \sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_v$$

$$\sigma_v = \gamma \cdot z = 0,025 \cdot 380 = 9,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu} \cdot \sigma_v = \frac{0,17}{1-0,17} \cdot 9,5 = 1,95 \text{ MPa}$$



b) O critério de ruptura de Mohr-Coulomb nos formatos  $\sigma_1 \times \sigma_3$  e  $\sigma_N \times \tau$ .  
Verifique se ocorrerá ruptura da rocha nos seguintes pontos:

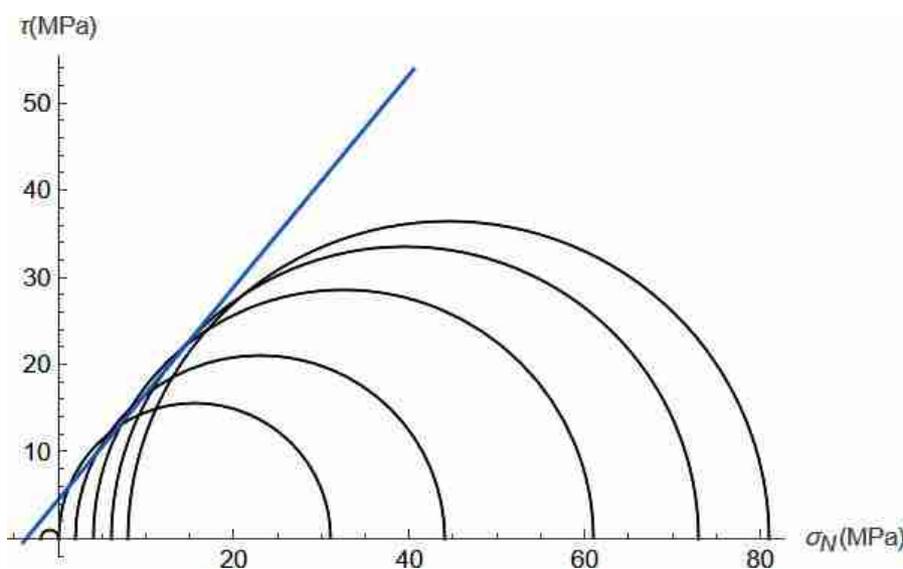


$\sigma_3$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)
-2	0
0	31
2	44
4	61
6	73
8	81

$$y = Ax + B$$

$$A = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad \text{e} \quad B = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad \rightarrow \quad \sigma_1 = 7,83 \sigma_3 + 24,85$$

5



$\sigma_3$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)
-2	0
0	31
2	44
4	61
6	73
8	81

$$\sigma_1 = A \sigma_3 + B \quad \Rightarrow \quad \tau = c + \sigma_N \operatorname{tg} \varphi$$

$$\varphi = \arcsen \frac{A-1}{A+1} \quad \text{e} \quad c = \frac{B}{2\sqrt{A}} \quad \rightarrow \quad \tau = 4,44 + \operatorname{tg} 50,66 \sigma_N$$

6



Verifique se ocorrerá ruptura da rocha nos seguintes pontos:

c) Na lateral do túnel ( $\theta = 0$ ).

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{e} \quad \sigma_\theta = \sigma_h + \sigma_v - 2(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta$$

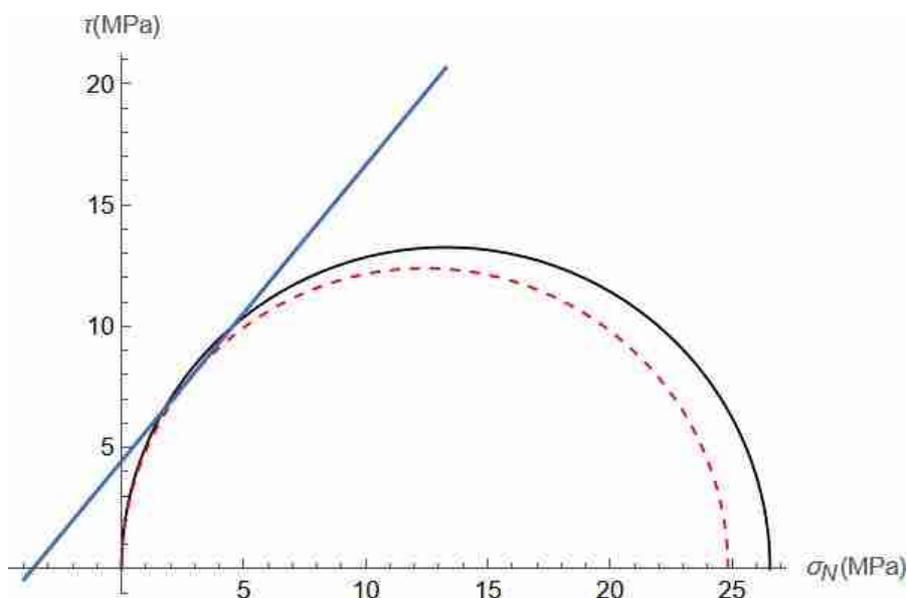
$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= 1,95 + 9,5 - 2(1,95 - 9,5) \cos 0^\circ = 26,55 \text{ MPa } (\sigma_1) \\ \sigma_{\pi} &= 0 \quad (\sigma_3) \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_1 = 7,83 \sigma_3 + 24,85$$

$$\text{m.c. : } \sigma_3 = 0 \rightarrow \sigma_1 = 7,83 \cdot 0 + 24,85 = 24,85 < 26,55$$

Rompe

7



Estado de Tensões:

$$\sigma_3 = 0, \quad \sigma_1 = 26,55 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad \sigma_{MC} = 24,85 \text{ MPa}$$

8



d) No teto do túnel ( $\theta = 90^\circ$ ).

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{e} \quad \sigma_\theta = \sigma_h + \sigma_v - 2(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta$$

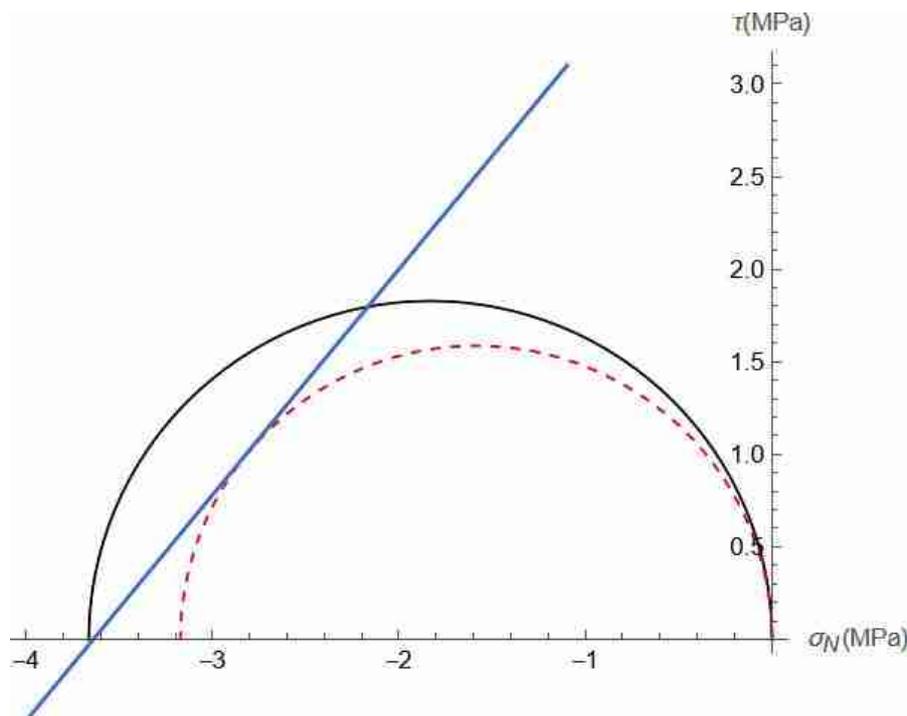
$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= 1,95 + 9,5 - 2(1,95 - 9,5) \cos^{180^\circ} = -3,66 \text{ MPa } (\sigma_3) \\ \sigma_n &= 0 \quad (\sigma_1) \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_1 = 7,83 \sigma_3 + 24,85$$

$$\text{m.c.: } \sigma_1 = 0 \rightarrow 0 = 7,83 \cdot \sigma_3 + 24,85 \rightarrow \sigma_3 = |-3,17| < |-3,66|$$

ROMPE

9



**Estado de Tensões:**

$$\sigma_3 = -3,66 \text{ MPa}, \quad \sigma_1 = 0 \quad \text{e} \quad \sigma_{MC} = -3,17 \text{ MPa}$$



e) A 5,5 m do centro do túnel na direção de sua lateral ( $\theta = 0$ ).

$$\sigma_r = \left( \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \right) \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left( \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \right) \left( 1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left( \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \right) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \left( \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \right) \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \left( \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \right) \left( 1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

$$\alpha = 5 \text{ m}$$

$$r = 5,5 \text{ m}$$

$$\theta = 0$$

$$\sigma_v = 9,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_h = 1,95 \text{ MPa}$$

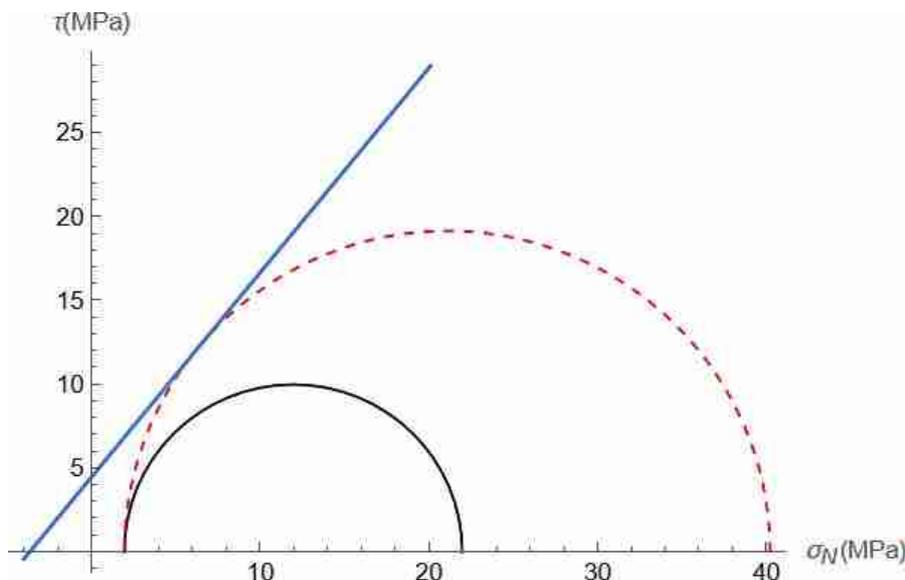
$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_r = 5,73 \cdot 0,17 + 3,78 \cdot 0,26 \cdot 1 = 1,96 \text{ MPa} \\ \sigma_\theta = 5,73 \cdot 1,83 + 3,78 \cdot 3,05 \cdot 1 = 22,01 \text{ MPa} \\ \tau_{r\theta} = 0 \end{cases}$$

$$\sigma_1 = 7,83 \sigma_3 + 24,85$$

$$\text{m.c. : } \sigma_1 = 1,96 \rightarrow \sigma_1 = 7,83 \cdot 1,96 + 24,85 = 40,20 > 22,01$$

NÃO ROMPE

11



Estado de Tensões:

$$\sigma_3 = 1,96 \text{ MPa}, \sigma_1 = 22,01 \text{ MPa} \text{ e } \sigma_{MC} = 40,20 \text{ MPa}$$

12



**OBRIGADO!**

**Contato:**  
**Prof. Eduardo César Sansone**  
**[esansone@usp.br](mailto:esansone@usp.br)**

---