



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo**

## **COMPORTAMENTO DAS ESCAVAÇÕES SUBTERRÂNEAS**

**PMI 3309 - Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração II  
Prof. Eduardo César Sansone**

### **COMPORTAMENTO DAS ESCAVAÇÕES SUBTERRÂNEAS**



**A execução de uma escavação subterrânea provoca uma redistribuição no campo de tensões preexistente no maciço, as tensões naturais ou tensões "in situ".**

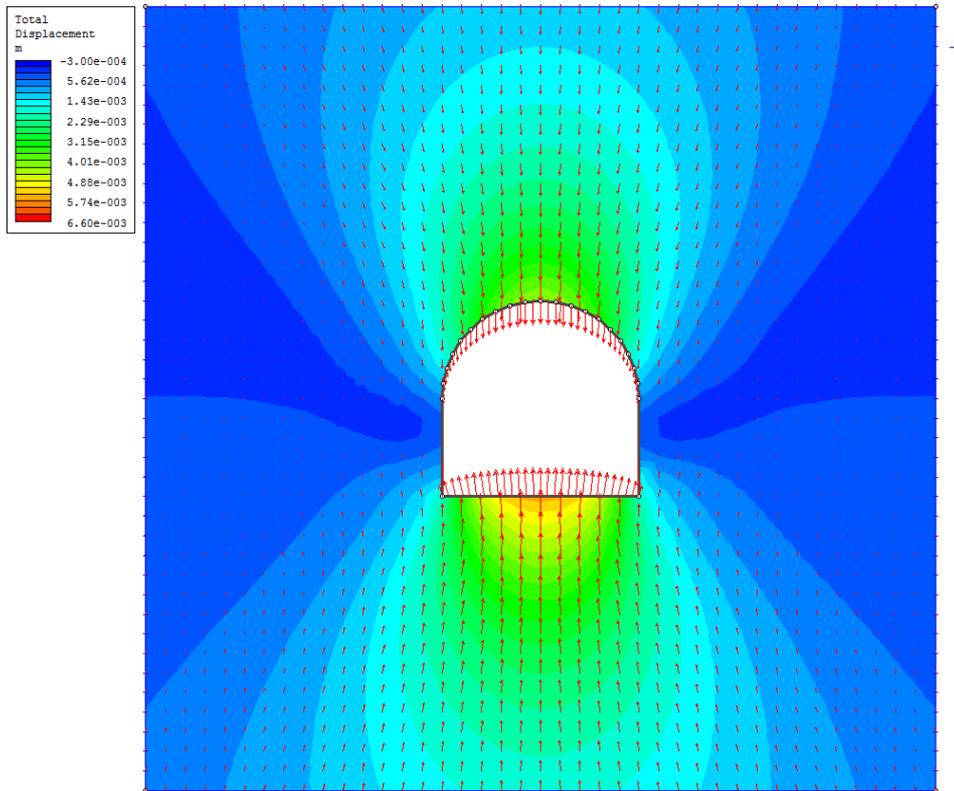
**Esta redistribuição se dá principalmente em função de duas variáveis:**

- Características mecânicas da rocha que constitui o maciço rochoso.**
- Formato da escavação.**

**O projeto de uma escavação subterrânea, ou de um conjunto de escavações, deve levar em consideração a forma como as tensões se distribuirão no entorno das escavações e as regiões de concentração destas tensões, que possam levar à sua ruptura, plastificação ou deslocamentos excessivos.**

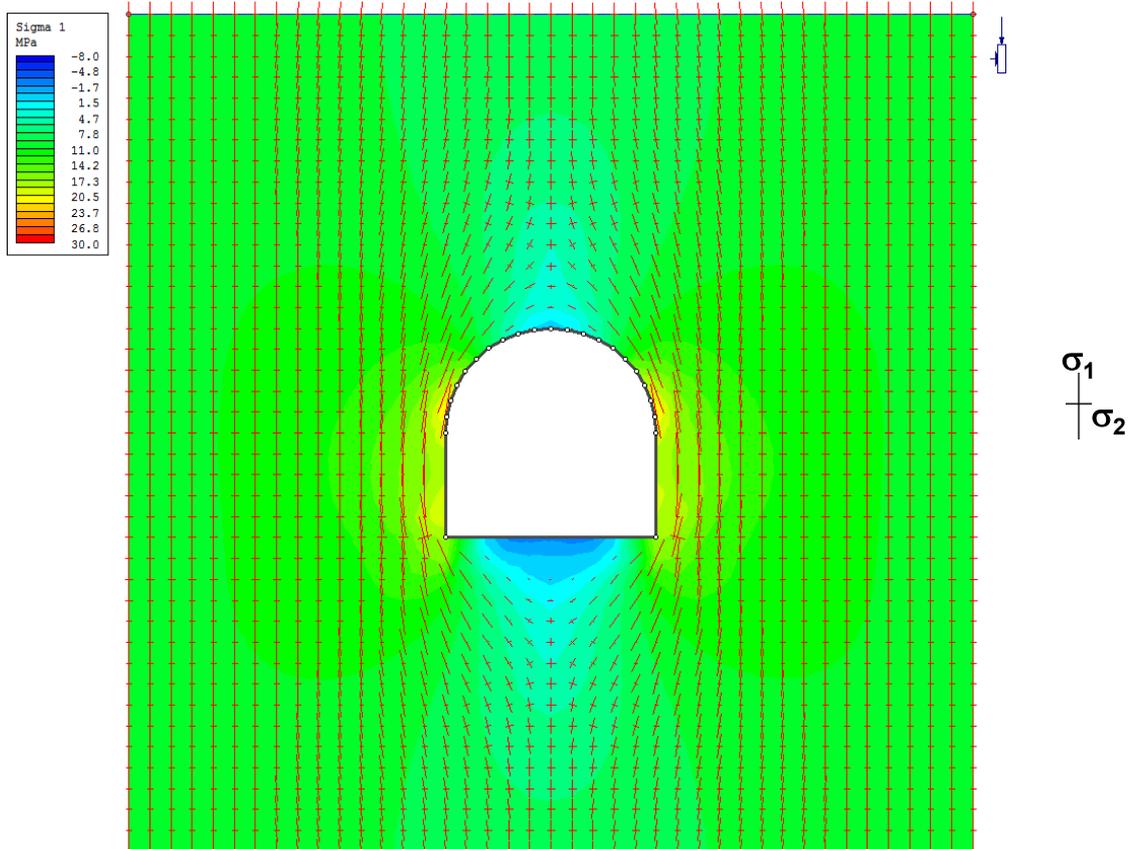


Comportamento de uma escavação horizontal em um maciço rochoso contínuo e elástico submetido a um estado de tensões gravitacional.



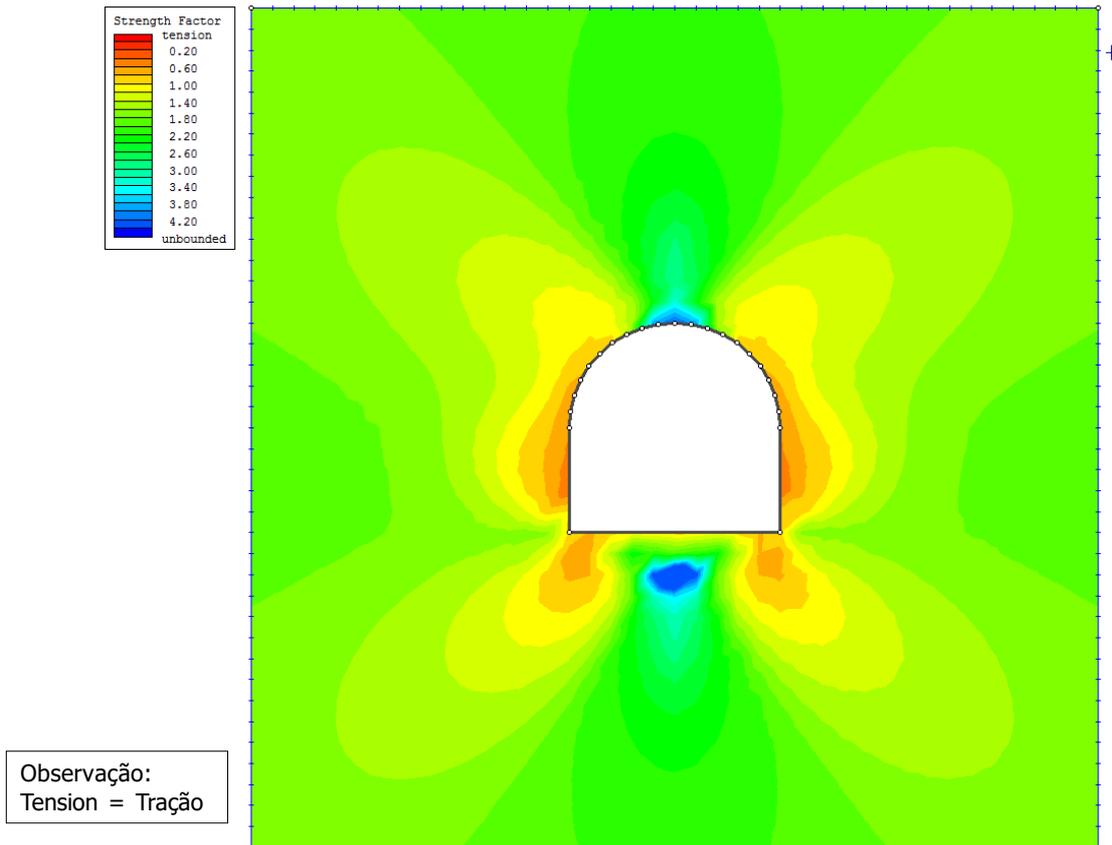
Deformações no entorno de uma escavação

3



Tensão principal maior ( $\sigma_1$ ) atuante no entorno da escavação

4

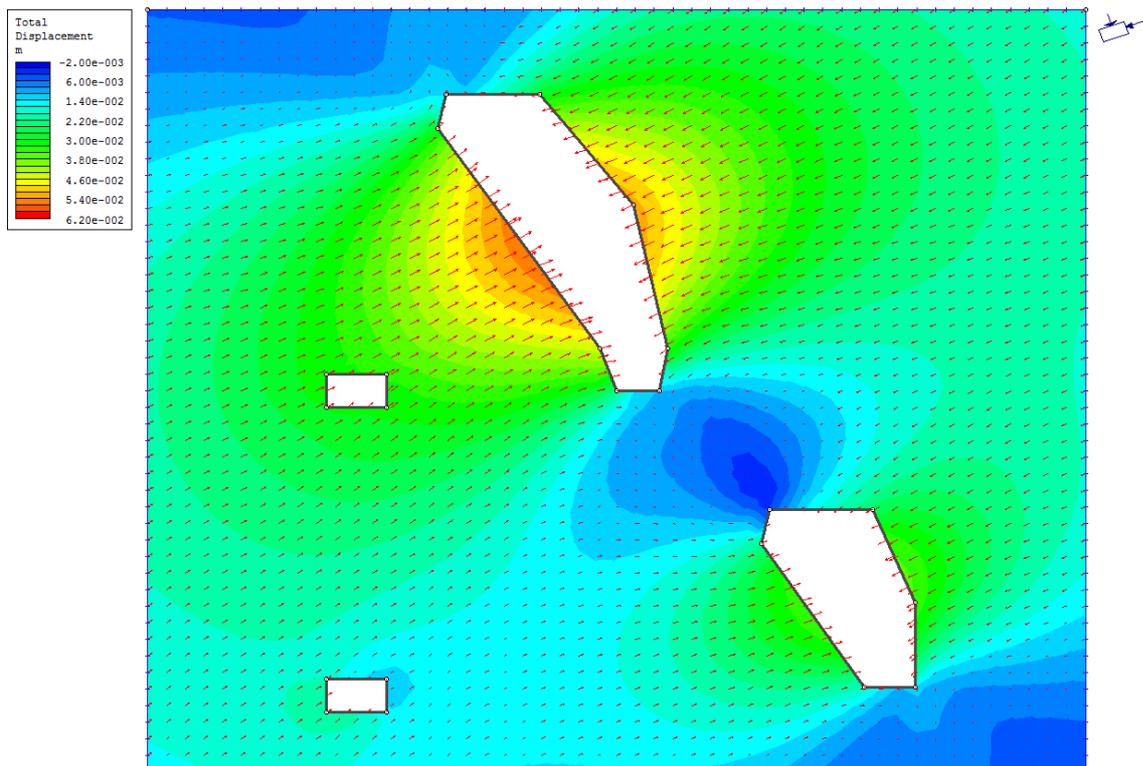


Fator de segurança no entorno da escavação

5

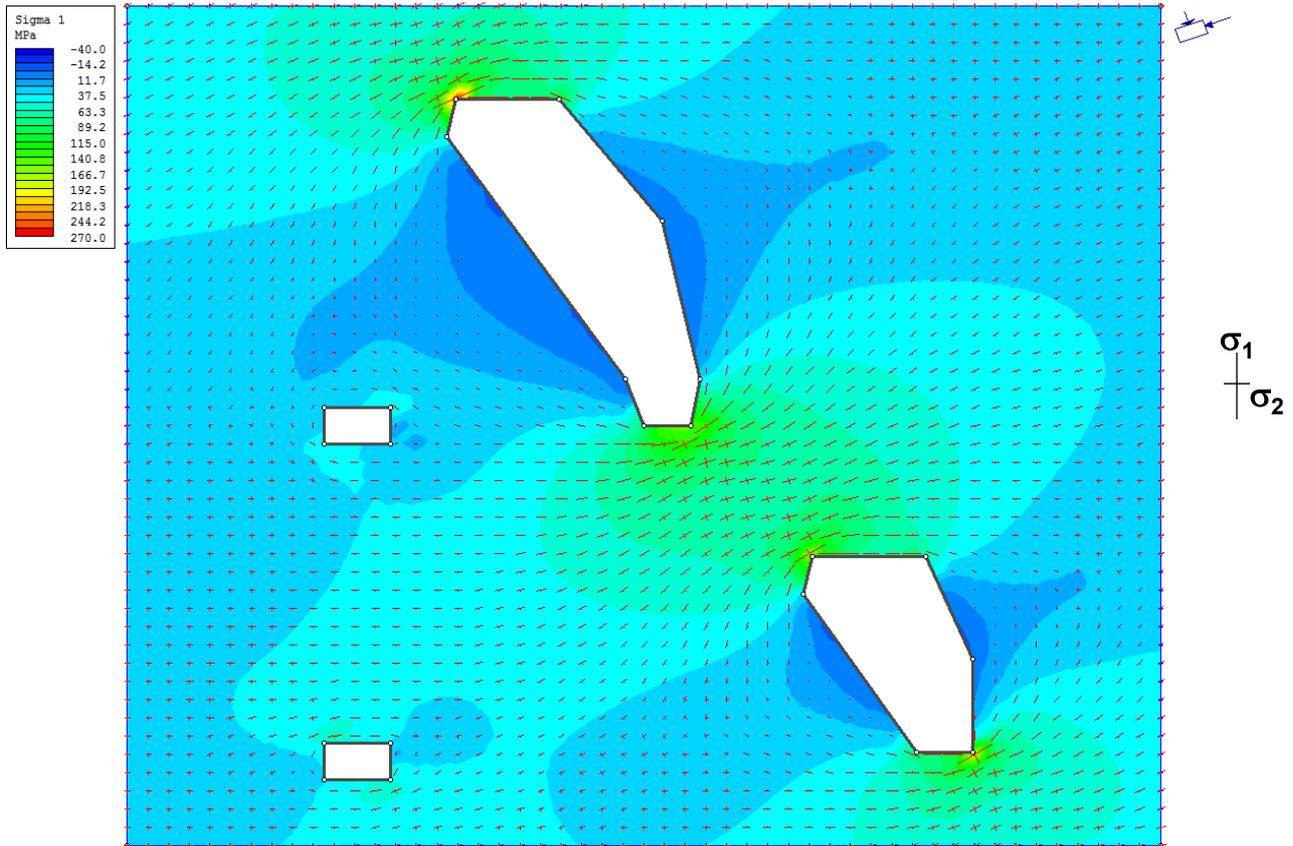


Comportamento de um conjunto de escavações em um maciço rochoso contínuo e elástico submetido a um estado de tensões anômalo.



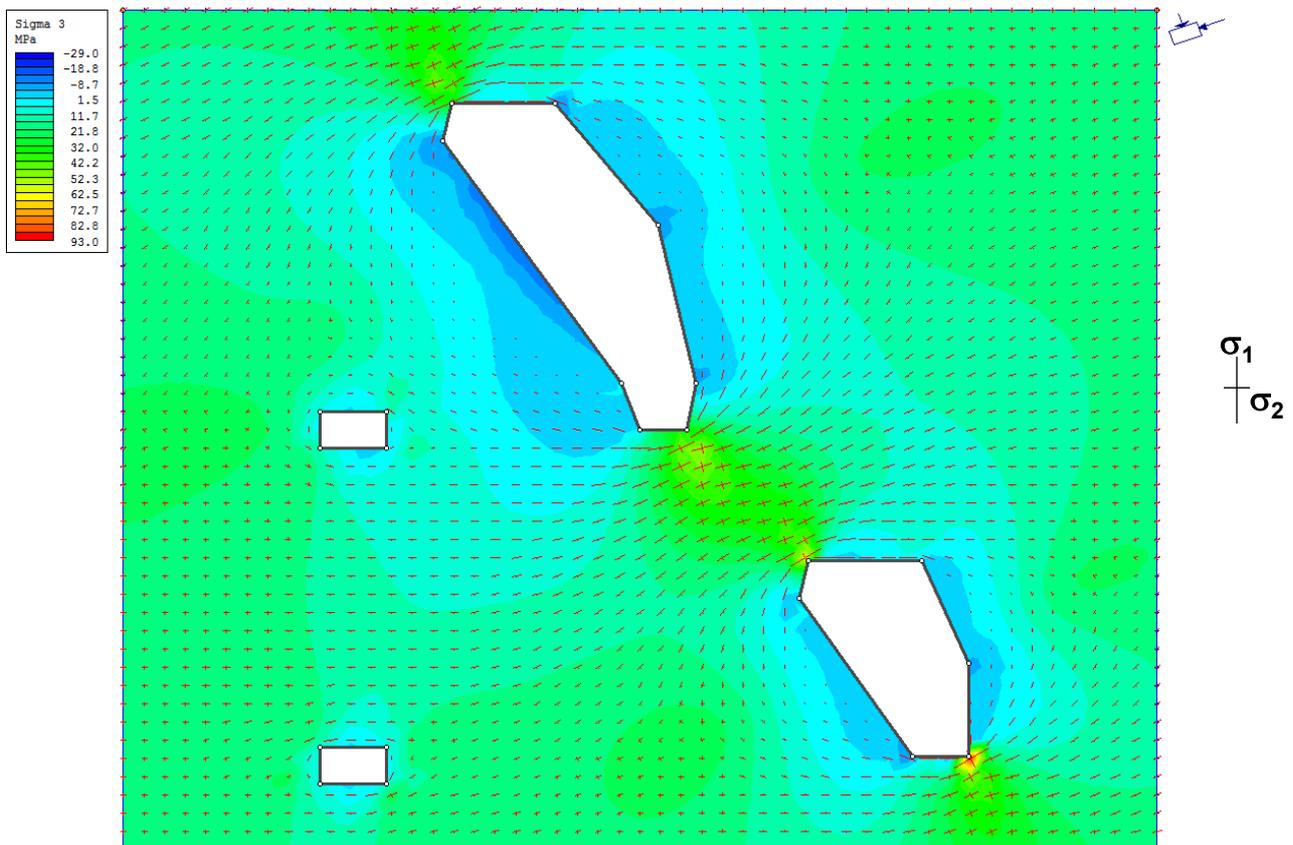
Deformações no entorno de escavações de mineração

6



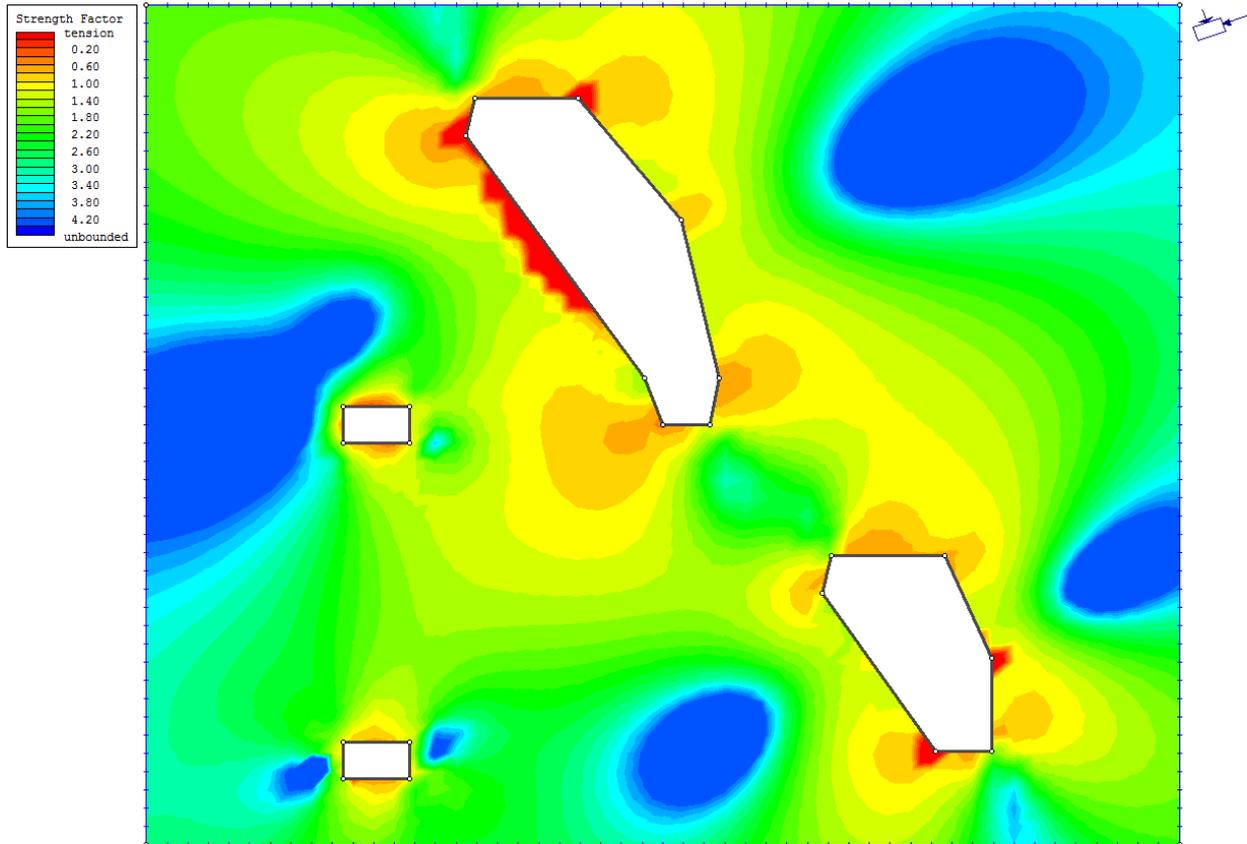
Tensão principal maior ( $\sigma_1$ ) atuante no entorno das escavações

7



Tensão principal menor ( $\sigma_3$ ) atuante no entorno das escavações

8



Fator de segurança no entorno das escavações

9



## TENSÕES NO ENTORNO DE UMA ESCAVAÇÃO CIRCULAR



Distribuição de tensões no entorno de uma escavação circular em coordenadas polares, segundo a solução de Kirsch (1898) baseada na teoria da elasticidade para um meio contínuo, homogêneo e isotrópico:

$$\sigma_r = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left( 1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left( 1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

Onde:

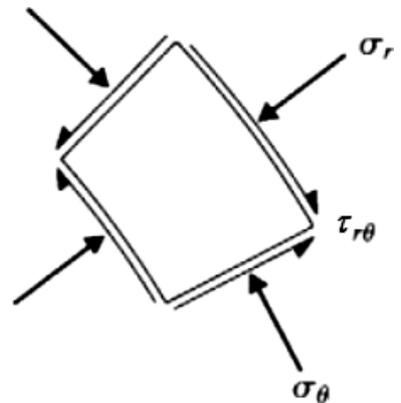
$\sigma_x$  = tensão natural do maciço na direção X

$\sigma_y$  = tensão natural do maciço na direção Y

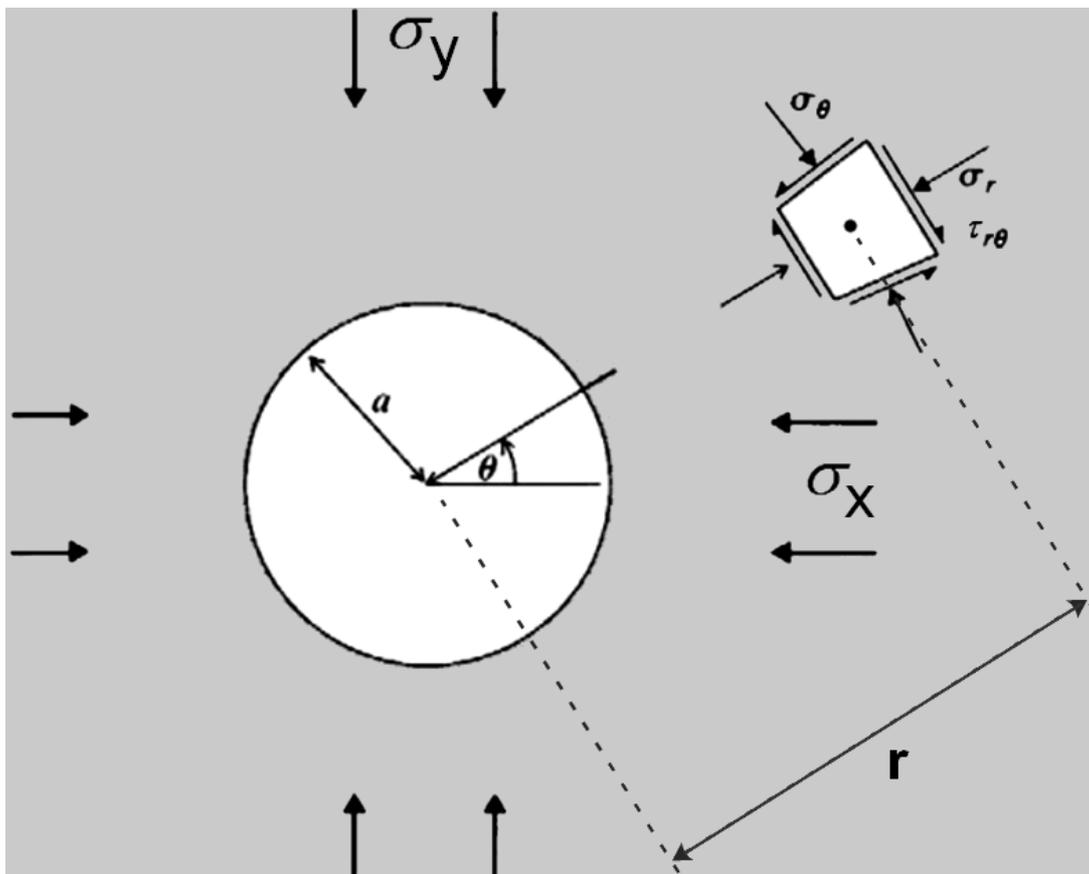
$a$  = raio da escavação

$r$  = distância do ponto ao centro da escavação

$\theta$  = ângulo com a horizontal



11



12



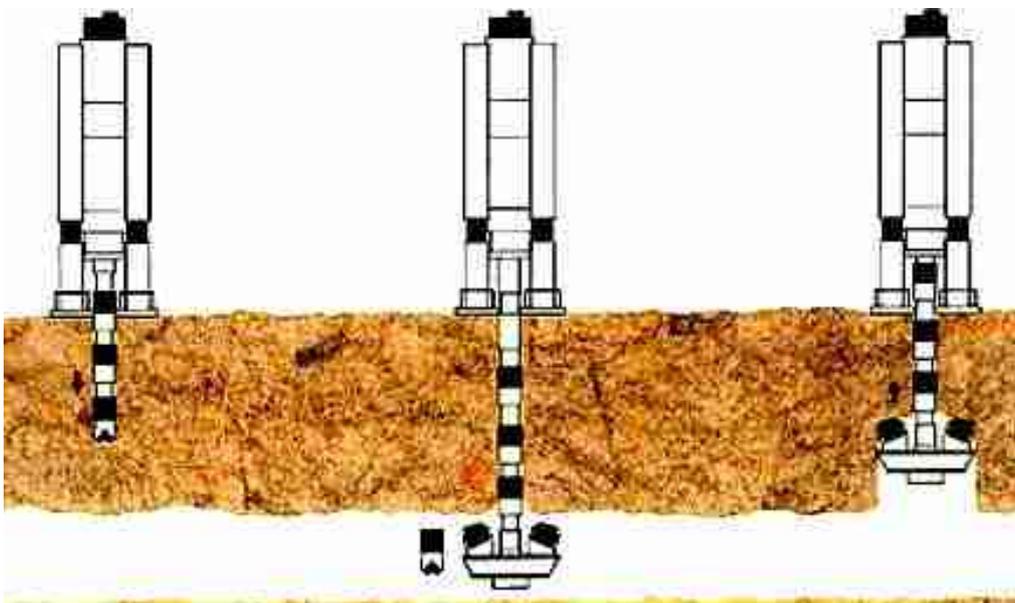
## POÇO VERTICAL

13

## POÇO VERTICAL



**A técnica moderna de escavação de poços (neste caso, mas propriamente denominados de "Chaminés") envolve a utilização de um equipamento denominado "Raise Boring Machine", o qual promove o alargamento de um furo piloto, previamente perfurado, com o auxílio de uma "Cabeça Escarificadora".**



**Raise Boring Machine**

14



Para um poço de seção circular, com eixo paralelo à direção vertical, podemos considerar o caso de tensões naturais atuantes no maciço rochoso no plano de sua seção, iguais à tensão horizontal:

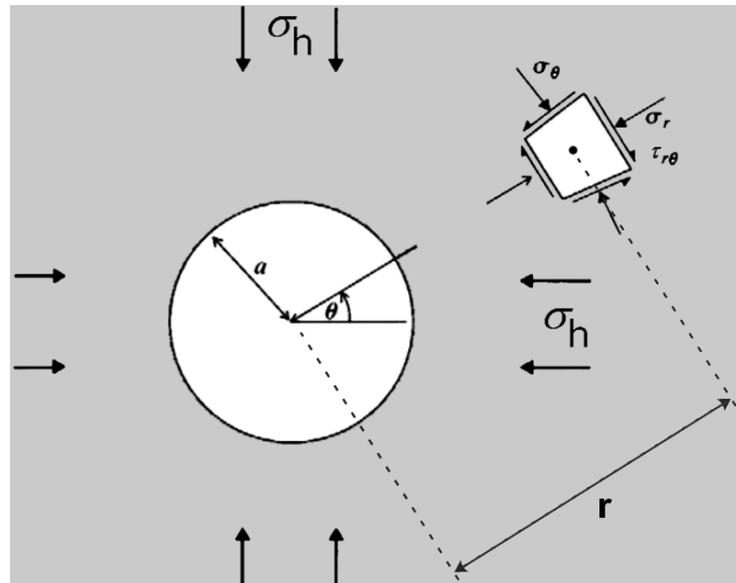
$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_h$$

Assim as equações ficam:

$$\sigma_r = \sigma_h \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_h \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$



Obs.: As equações acima serão também válidas para o caso de um túnel horizontal em um maciço rochoso onde atue um estado litostático de tensões ( $\sigma_v = \sigma_h$ ).



Na borda do poço teremos:

$$r = a$$

$$\sigma_r = \sigma_h \left( 1 - \frac{r^2}{r^2} \right) = 0$$

$$\sigma_\theta = \sigma_h \left( 1 + \frac{r^2}{r^2} \right) = 2\sigma_h$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

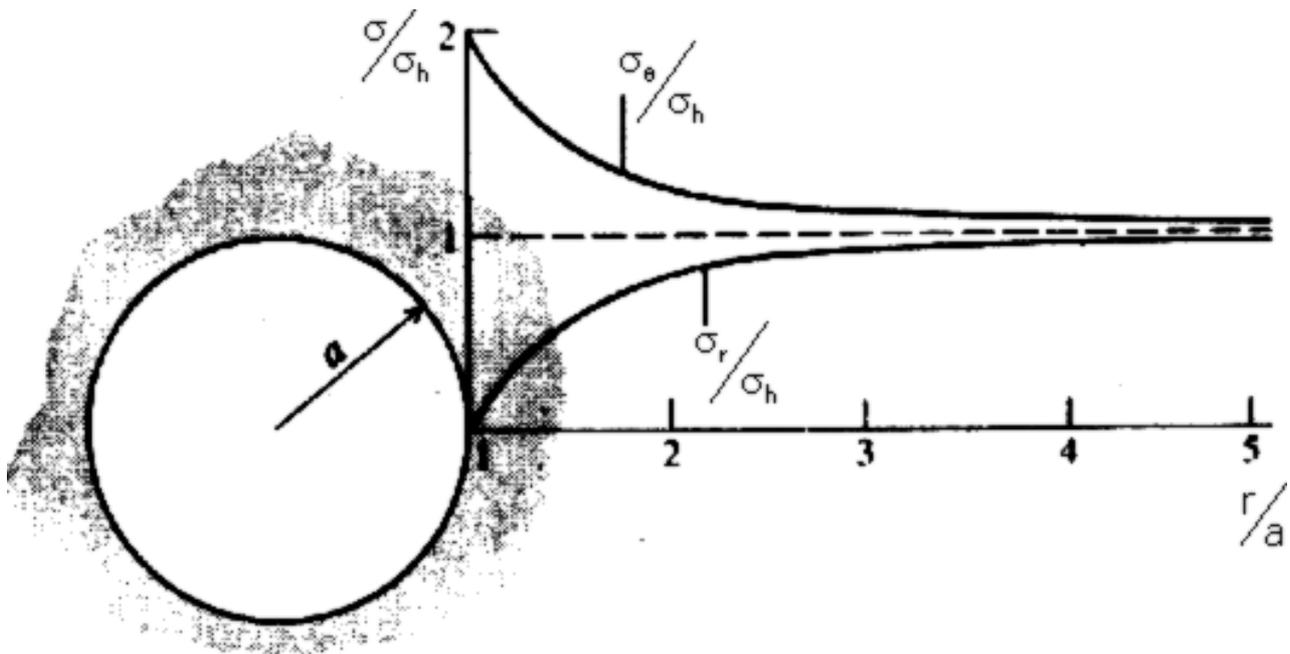
E a uma distância muito grande do centro do poço:

$$r \rightarrow \infty$$

$$\sigma_r = \lim_{r \rightarrow \infty} \sigma_h \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) = \sigma_h$$

$$\sigma_\theta = \lim_{r \rightarrow \infty} \sigma_h \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) = \sigma_h$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$



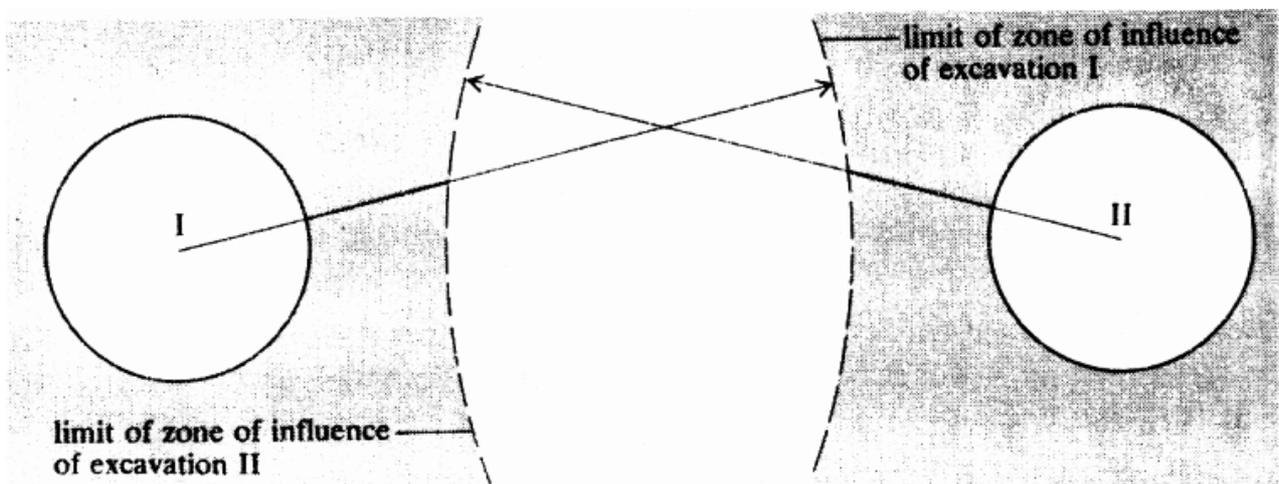
Tensões no entorno de um poço de seção circular

17



Para  $r = 5a$  teremos:  $\sigma_r = 0,96 \sigma_h$  e  $\sigma_\theta = 1,04 \sigma_h$   
 e  
 Para  $r = 6a$  teremos:  $\sigma_r = 0,97 \sigma_h$  e  $\sigma_\theta = 1,03 \sigma_h$

Assim podemos definir a Zona de Influência de uma escavação, como a região onde as tensões naturais do maciço rochoso sofrem alteração até um nível x% em razão da redistribuição imposta pela escavação.



Zonas de influência de escavações

18



## CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

19

## CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES



Concentração de tensões é um parâmetro que quantifica as tensões que são induzidas pela escavação em cada ponto de sua periferia.

Trata-se de um **número relativo**, caracterizando a **redistribuição das tensões em cada ponto**, em relação ao estado de tensões original do maciço rochoso.

A **tensão vertical permanece praticamente constante** ao longo da seção das escavações, assim a concentração de tensão corresponderá à **relação entre o valor da tensão tangencial, radial ou de cisalhamento, em cada ponto, e o valor do módulo da tensão vertical** na profundidade estudada.

Assim:

$$C = \frac{\sigma}{\sigma_v}$$

Onde:

$C$  = concentração de tensões

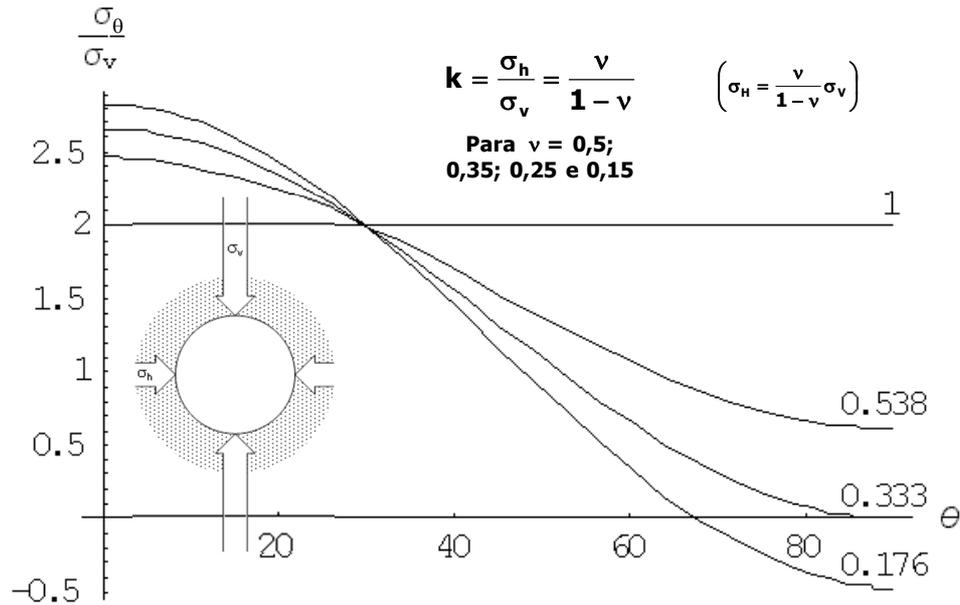
$\sigma$  = tensão tangencial, radial ou de cisalhamento

$\sigma_v$  = tensão vertical

20



**Concentração da tensão tangencial ao longo da borda do túnel horizontal para estado gravitacional (diferentes valores de k). Observa-se aumento da tensão nas laterais e diminuição no teto e piso.**



**$\sigma_\theta$  no entorno do túnel horizontal para estado gravitacional**



## OUTROS FORMATOS DE ESCAVAÇÕES



Na prática são as seções retangulares ou as com configuração próxima da retangular, as que mais se empregam na construção de túneis.

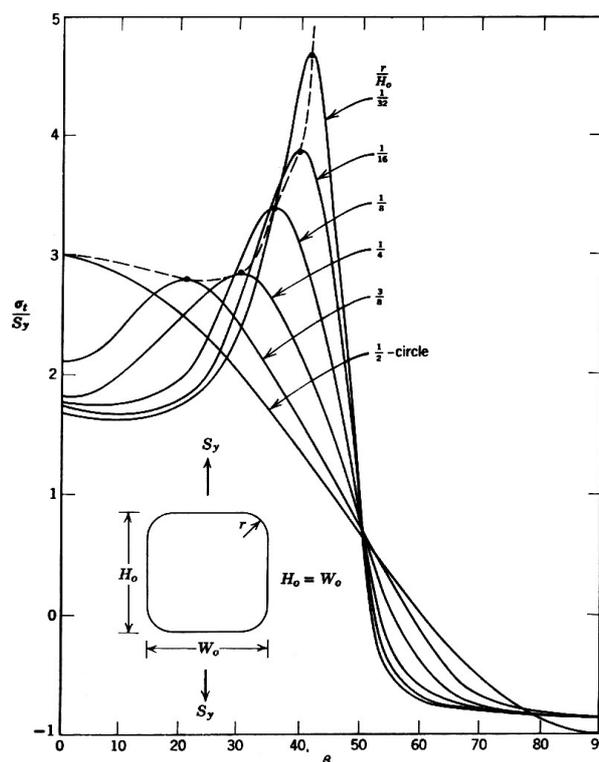
Teoricamente, em um túnel com cantos retos, as tensões tangenciais à borda da escavação nestes pontos, são infinitas.

Na prática, contudo, seções retangulares apresentam sempre os cantos mais ou menos arredondados, uma vez que a rocha, devido ao valor elevado daquelas tensões, fratura sempre na vizinhança de tais locais.

## ESCAVAÇÃO HORIZONTAL DE SEÇÃO RETANGULAR



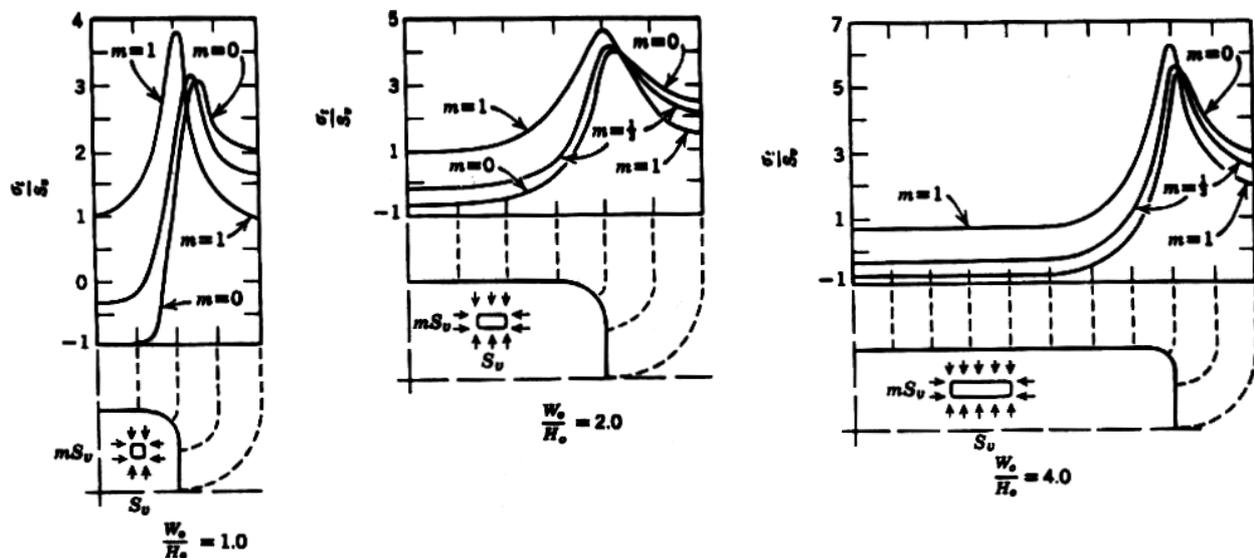
Concentração da tensão tangencial ao longo da periferia de uma escavação quadrada com cantos arredondados. Observa-se que com a diminuição do raio de curvatura a tensão tangencial no canto da escavação tende ao infinito.



Variação de  $\sigma_t$  ( $\sigma_\theta$ ) para vários raios de curvatura do canto da escavação



Desta forma, a análise matemática da distribuição de tensões no entorno de escavações de seção retangular é difícil, já que fica dependente do raio de curvatura dos cantos, valor que nem sempre é possível de se conhecer com precisão antes da realização da escavação.



Concentração de tensões no entorno de escavações de seção retangular

25

## REFERÊNCIAS



BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. Rock mechanics for underground mining. London, Chapman & Hall, 1994.

GOODMAN, R. E. Introduction to rock mechanics. New York, Wiley, 1980.

JAEGER J. C.; COOK, N. G. W. Fundamentals of rock mechanics. Chapman and Hall, 3 ed, London 1976.

OBERT, L.; DUVALL, W. I. Rock mechanics and the design of structures in rock. New York, Wiley, 1967.

26



**OBRIGADO!**

**Contato:**  
**Prof. Eduardo César Sansone**  
**[esansone@usp.br](mailto:esansone@usp.br)**

---