Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo

EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

PMI 3309 - Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração II
Prof. Eduardo César Sansone

APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

Um túnel de seção circular com 5 m de raio será escavado a 1600 m de profundidade em um maciço rochoso submetido a um campo de tensões gravitacional.

Sabe-se que o peso específico da rocha é 0,027 MN/m^3 e que o coeficiente de Poisson é 0,2.

Calcular os seguintes itens:

a) Determine as tensões vertical e horizontal naturais do maciço atuantes na região do túnel.

$$\sigma_v = \gamma . z$$

$$\sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_v$$

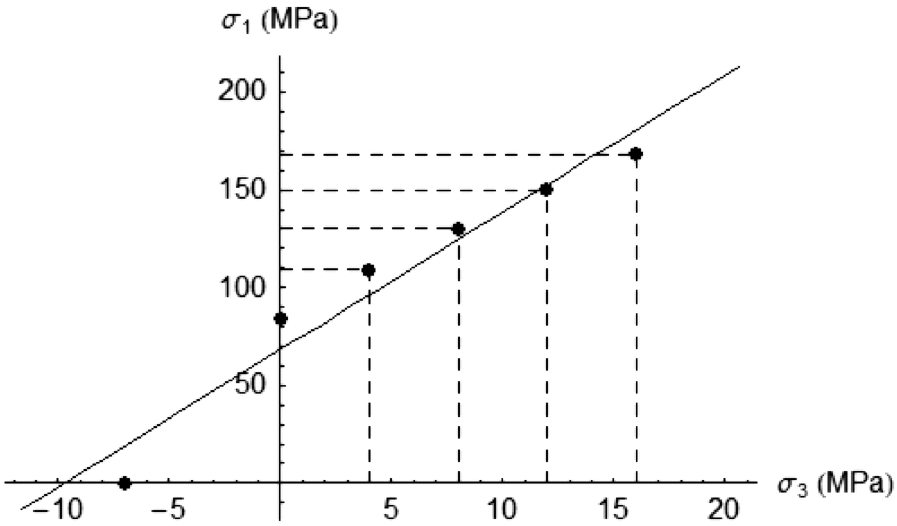
$\sigma_v = 0{,}027 \cdot 1600 = 43{,}2$ mPa

$\sigma_H = \frac{0{,}2}{1-0{,}2} \cdot 43{,}2 = 10{,}8$ mPa

APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

b) Determine o critério de ruptura de Mohr-Coulomb para a rocha, em termos de σ_3 x σ_1 e σ_N x τ, a partir dos seguintes resultados de ensaios realizados:

σ_3 (MPa)	σ_1 (MPa)
-7	0
0	84
4	109
8	130
12	150
16	168



σ_3 (MPa)	σ_1 (MPa)
-7	0
0	84
4	109
8	130
12	150
16	168

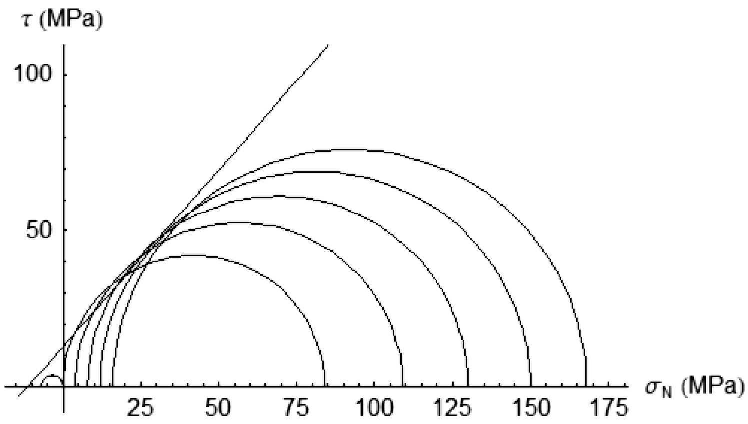
Gráfico σ_3 x σ_1

$$\mathbf{y = A\,x + B}$$

$$\mathbf{A = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{B = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}}$$

$\sigma_1 = 7{,}02\ \sigma_3 + 68{,}24$

APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB



σ_3 (MPa)	σ_1 (MPa)
-7	0
0	84
4	109
8	130
12	150
16	168

Gráfico σ_N x τ

$$\sigma_1 = \mathbf{A}\,\sigma_3 + \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \tau = \mathbf{c} + \sigma_N\,\mathbf{tg}\varphi$$

$$\varphi = \mathbf{arcsen}\frac{\mathbf{A - 1}}{\mathbf{A + 1}} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{c} = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{2\sqrt{A}}}$$

$\varphi = 48{,}64°$

$c = 12{,}88$

$\Rightarrow \tau = 12{,}88 + tg\,48{,}64\ \sigma_N$

APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

c) Faça estimativas para as resistências a compressão uniaxial (σ_C) e a tração (σ_T) da rocha.

$\sigma_1 = 7{,}02\,\sigma_3 + 68{,}24$

RCU : $\sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = 68{,}24$ MPa (84 MPa)

RT : $\sigma_1 = 0 \Rightarrow \sigma_3 = -9{,}72$ MPa (−7 MPa)

APLICAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

d) Determine σ_r e σ_θ atuantes na borda do túnel em sua lateral ($\theta = 0$) e identifique se ocorrerá ruptura.

Na borda da escavação:

r = a $\Rightarrow \sigma_r = 0,\ \tau_{r\theta} = 0$ **e** ★

$$\sigma_\theta = \sigma_h + \sigma_v - 2(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta$$

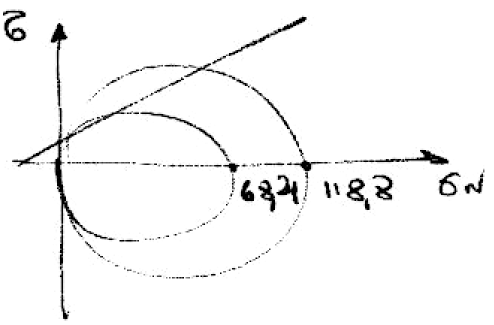
$\boxed{\sigma_1 = 7{,}02\,\sigma_3 + 68{,}24}$

$n = 5$
$\theta = 0$
$\sigma_v = 43{,}2$ MPa
$\sigma_H = 10{,}8$ MPa

$\Rightarrow$

$\sigma_\theta = 118{,}8$ (σ_1)
$\sigma_r = 0$ (σ_3) $\Rightarrow \sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = 68{,}24 < 118{,}8$
$\tau_{r\theta} = 0$

ROMPE
COMPRESSÃO



e) Determine σ_r e σ_θ atuantes na borda do túnel em seu teto (θ = 90º) e identifique se ocorrerá ruptura.

Na borda da escavação:

r = a $\Rightarrow \sigma_r = 0$, $\tau_{r\theta} = 0$ e

$$\sigma_\theta = \sigma_h + \sigma_v - 2(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta$$

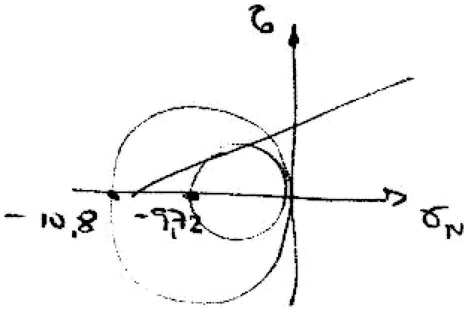
$\boxed{\sigma_1 = 7{,}02\,\sigma_3 + 68{,}24}$

$r = 5$
$\theta = 90°$
$\sigma_v = 43{,}2$ mPa
$\sigma_H = 10{,}8$ mPa

$\rightarrow$

$\sigma_\theta = -10{,}8$ (σ_3)
$\sigma_r = 0$ (σ_1) $\rightarrow \sigma_1 = 0 \rightarrow \sigma_3 = |-9{,}72| < |-10{,}8|$
$\tau_{r\theta} = 0$

ROMPE TRAÇÃO



f) Determine σ_r e σ_θ atuantes a 6 m do centro do túnel na direção de sua lateral (θ = 0) e identifique se ocorrerá ruptura.

$$\sigma_r = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}\right)\left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right)\text{sen}2\theta$$

$r = 6$
$\theta = 0$
$\sigma_v = 43{,}2$ mPa
$\sigma_H = 10{,}8$ mPa

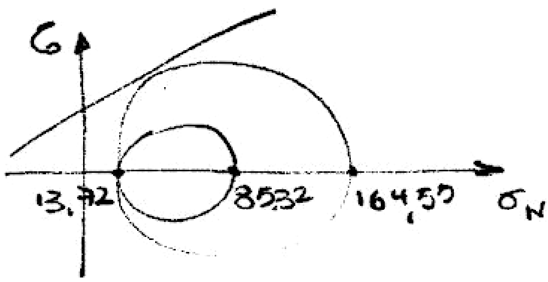
$\rightarrow$

$\sigma_r = 27 \cdot 0{,}31 + 16{,}2 \cdot 0{,}33 \cdot 1 = 13{,}72$ (σ_3)
$\sigma_\theta = 27 \cdot 1{,}69 + 16{,}2 \cdot 2{,}45 \cdot 1 = 85{,}32$ (σ_1)
$\tau_{r\theta} = 0$

$\boxed{\sigma_1 = 7{,}02\,\sigma_3 + 68{,}24}$

$\sigma_3 = 13{,}72 \rightarrow \sigma_1 = 164{,}55 > 85{,}32$

NÃO ROMPE



g) Determine σ_r e σ_θ atuantes a 6 m do centro do túnel na direção de seu teto (θ = 90º) e identifique se ocorrerá ruptura.

$$\sigma_r = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}\right)\left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right)\text{sen}2\theta$$

$r = 6$
$\theta = 90°$
$\sigma_v = 43{,}2$ mPa
$\sigma_H = 10{,}8$ mPa

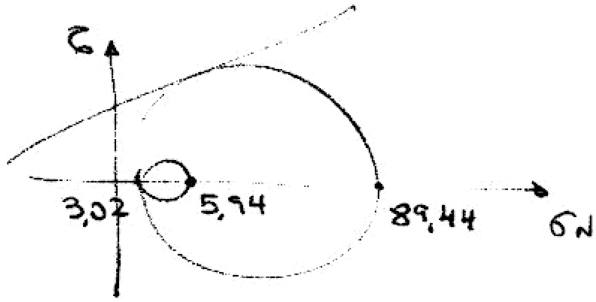
$\Rightarrow$

$\sigma_r = 27 \cdot 0{,}31 + 16{,}2 \cdot 0{,}33(-1) = 3{,}02 \quad (\sigma_3)$
$\sigma_\theta = 27 \cdot 1{,}69 + 16{,}2 \cdot 2{,}45(-1) = 5{,}94 \quad (\sigma_1)$
$\tau_{r\theta} = 0$

$\boxed{\sigma_1 = 7{,}02\,\sigma_3 + 68{,}24}$

$\sigma_3 = 3{,}02 \rightarrow \sigma_1 = 89{,}44 > 5{,}94$

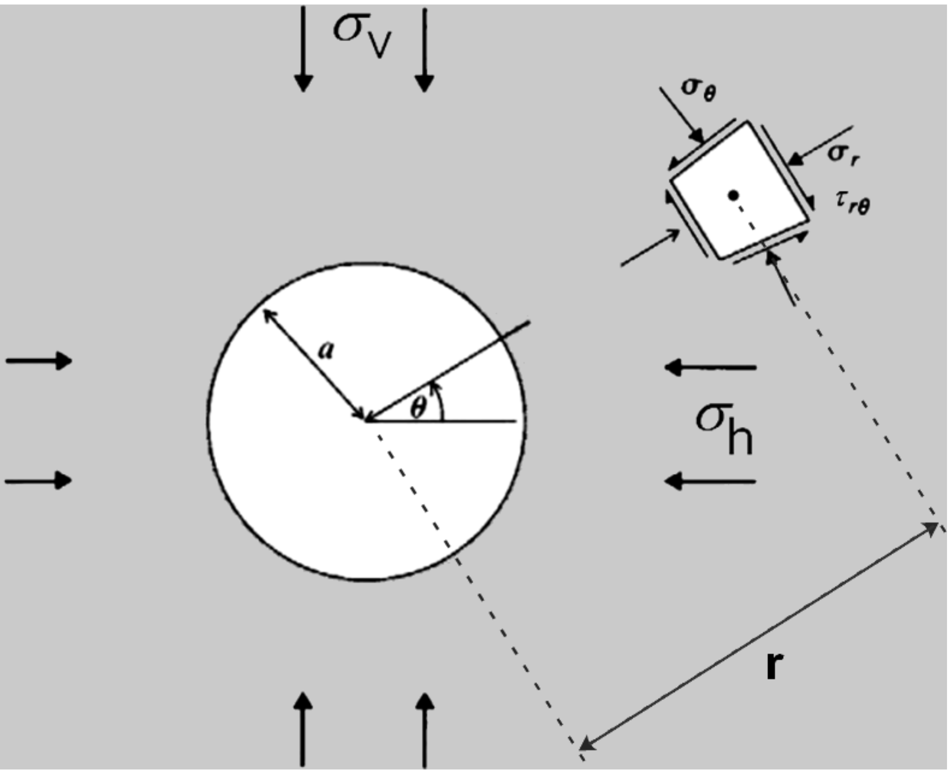
NÃO ROMPE



OBRIGADO!

Contato:
Prof. Eduardo César Sansone
esansone@usp.br

As tensões resultantes da redistribuição das tensões naturais σ_v e σ_h no entorno de uma escavação circular podem ser determinadas resolvendo as equações da Teoria da Elasticidade expressas em coordenadas polares.

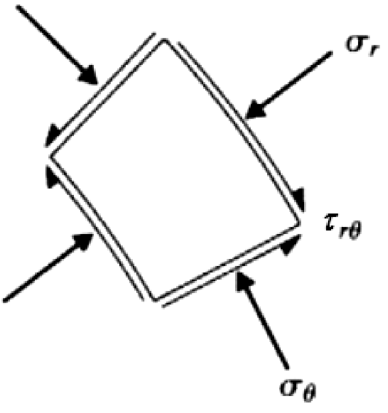


Tensão radial (σ_r), tensão tangencial (σ_θ) e tensão de cisalhamento ($\tau_{r\theta}$) atuantes em um ponto no entorno de uma escavação circular, segundo a Teoria da Elasticidade:

$$\sigma_r = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}\right)\left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right)\operatorname{sen} 2\theta$$



Na borda da escavação (r = a) tem-se:

$$\sigma_r = 0 \quad \text{e} \quad \tau_{r\theta} = 0$$

A tensão tangencial atuante na borda da escavação (r = a) será dada por:

$$\sigma_\theta = \left(\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \cancelto{1}{\frac{a^2}{r^2}}\right) - \left(\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2}\right)\left(1 + \cancelto{3}{\frac{3a^4}{r^4}}\right)\cos 2\theta$$

Assim:

$$\sigma_\theta = \sigma_h + \sigma_v - 2(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta$$