Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo

CRITÉRIOS DE RUPTURA
PARTE 1

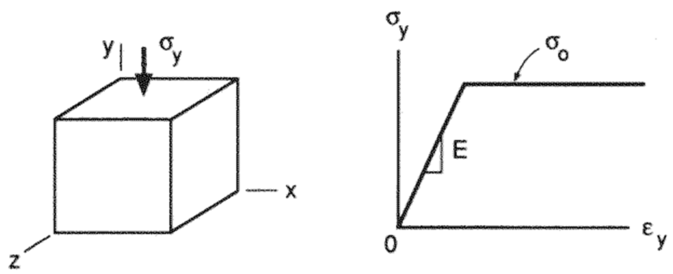
PMI 3309 - Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração II
Prof. Eduardo César Sansone

NECESSIDADE DE UM CRITÉRIO DE RUPTURA

As rochas podem estar submetidas a diferentes tipos de solicitações mecânicas: compressão, tração, cisalhamento, flexão etc., ou mesmo combinações destas.

Se suficientemente grandes, estas tensões, atuando em conjunto, podem levar à ruptura ou à plastificação da rocha.

Assim, para se caracterizar o estado de tensões em que ocorrerá a ruptura ou a plastificação são utilizados critérios baseados em diferentes mecanismos de ruptura e/ou plastificação, característicos de cada litologia.



Mudança de comportamento: elástico → plástico

A expressão básica de um critério de ruptura para um material isotrópico será dada por:

$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_0$ **(Critério de Ruptura)**

Considerando-se um ponto no interior do maciço rochoso onde os esforços atuantes resultem nos valores das tensões principais: σ_1, σ_2 e σ_3. Pode-se definir a seguinte tensão efetiva:

$\overline{\sigma} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ **(Tensão Efetiva)**

A ruptura ocorrerá quando:

$\overline{\sigma} \geq \sigma_0$

E não ocorrerá ruptura quando:

$\overline{\sigma} < \sigma_0$

CRITÉRIO DE RUPTURA DA MÁXIMA TENSÃO NORMAL (CRITÉRIO DE RANKINE)

O mais simples critério de ruptura é aquele no qual a ruptura é esperada quando a maior tensão normal atuante atingir um valor característico da resistência do material.

O critério é definido por:

$$\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) = \sigma_U$$

Onde σ_U corresponde tanto à <u>Resistência à Compressão</u> quanto à <u>Tração</u> do material.

Um conjunto particular de tensões atuantes pode ser caracterizado pela seguinte tensão efetiva:

$$\bar{\sigma}_N = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$$

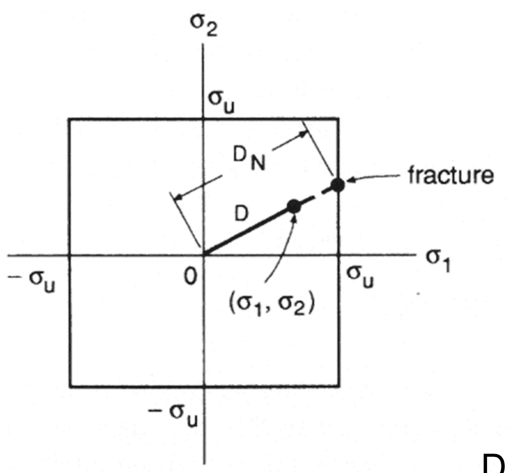
Assim, o fator de segurança contra a ruptura por tração ou por compressão será dado por:

$$FS = \frac{\sigma_U}{\bar{\sigma}_N}$$

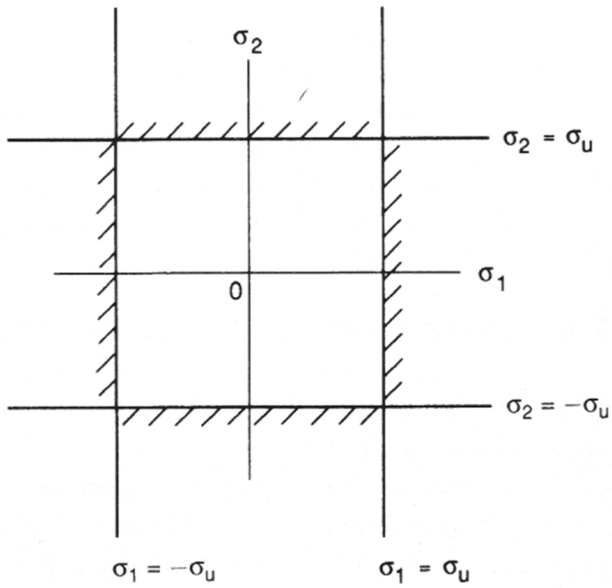
<u>ESTADO PLANO DE TENSÕES</u> (σ_3 = 0)

O critério fica: $\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|) = \sigma_U$

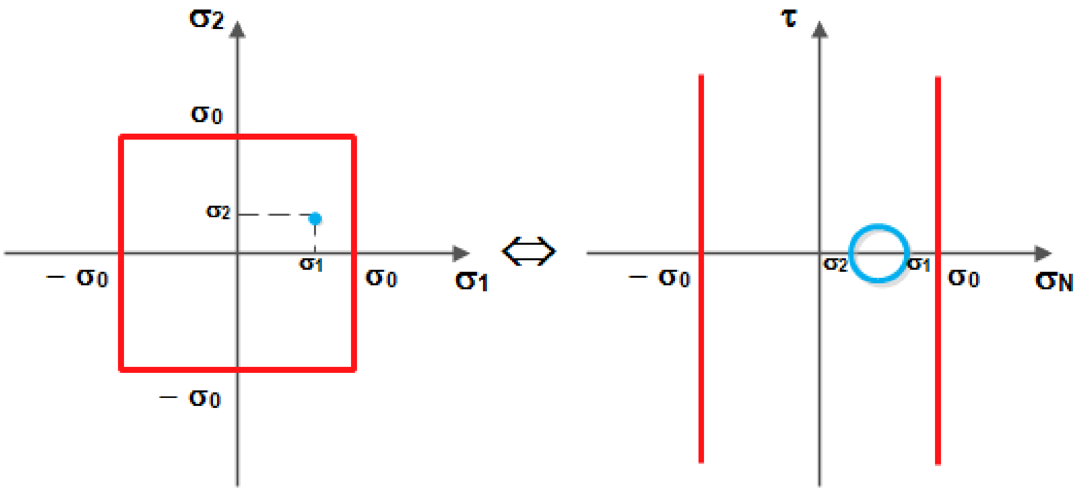
As fronteiras da região são delimitadas por: $\sigma_1 = \pm\sigma_U$ **e** $\sigma_2 = \pm\sigma_U$



$$FS = \frac{D_N}{D}$$



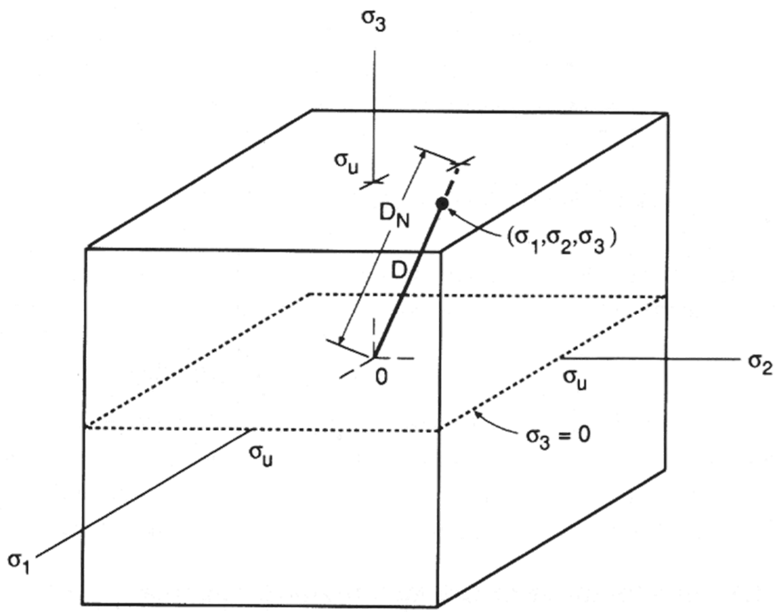
Representação bidimensional do critério



Representações para o critério

ESTADO TRIDIMENSIONAL DE TENSÕES

As fronteiras da região são delimitadas por: $\sigma_1 = \pm\sigma_U$, $\sigma_2 = \pm\sigma_U$ e $\sigma_3 = \pm\sigma_U$



$$FS = \frac{D_N}{D}$$

Representação tridimensional do critério

CRITÉRIO DE RUPTURA DA MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO (CRITÉRIO DE TRESCA)

CRITÉRIO DE RUPTURA DA MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO (CRITÉRIO DE TRESCA)

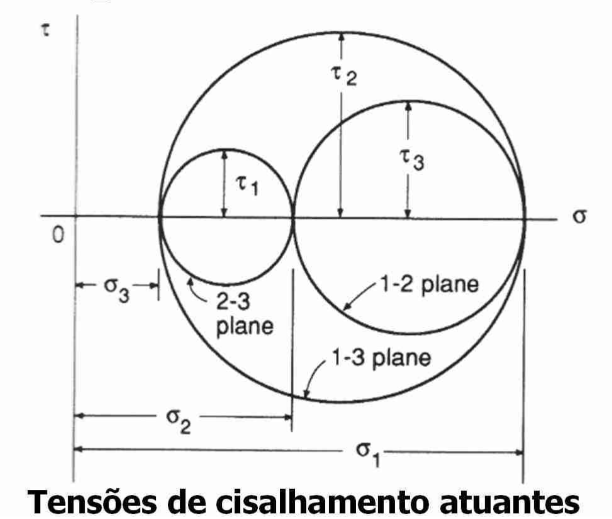
Neste critério a ruptura é esperada quando a maior tensão de cisalhamento atuante atingir o valor da Resistência ao Cisalhamento do material, τ_0.

As tensões máximas de cisalhamento são dadas por:

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \ \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \text{ e } \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

Assim o critério fica definido por:

$$\max\left(\frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}\right) = \tau_0$$



Tensões de cisalhamento atuantes

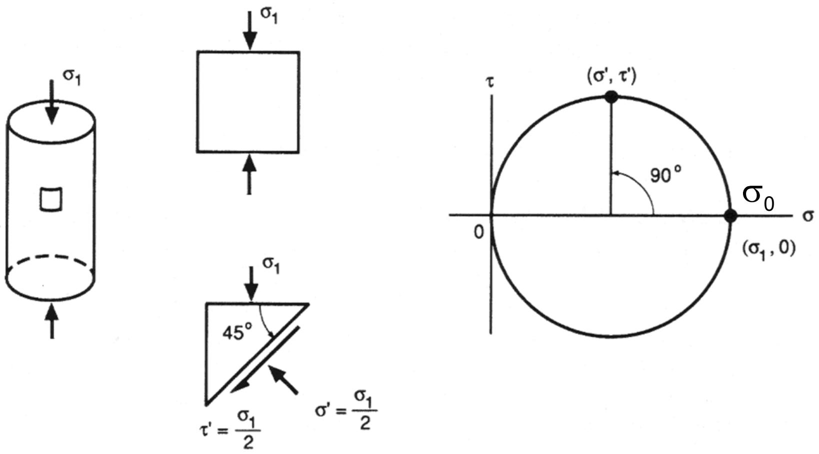
CRITÉRIO DE RUPTURA DA MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO (CRITÉRIO DE TRESCA)

A Resistência ao Cisalhamento da rocha, τ_0, pode ser obtida a partir de <u>Ensaios de Cisalhamento</u> ou a partir de <u>Ensaios de Compressão Uniaxial</u>, assim:

$$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{2}$$

Onde σ_0 é a <u>Resistência à Compressão Uniaxial</u> do material. Assim o critério fica:

$$\max\left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2}\right) = \frac{\sigma_0}{2} \quad \textbf{ou} \quad \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) = \sigma_0$$



Cisalhamento na compressão uniaxial

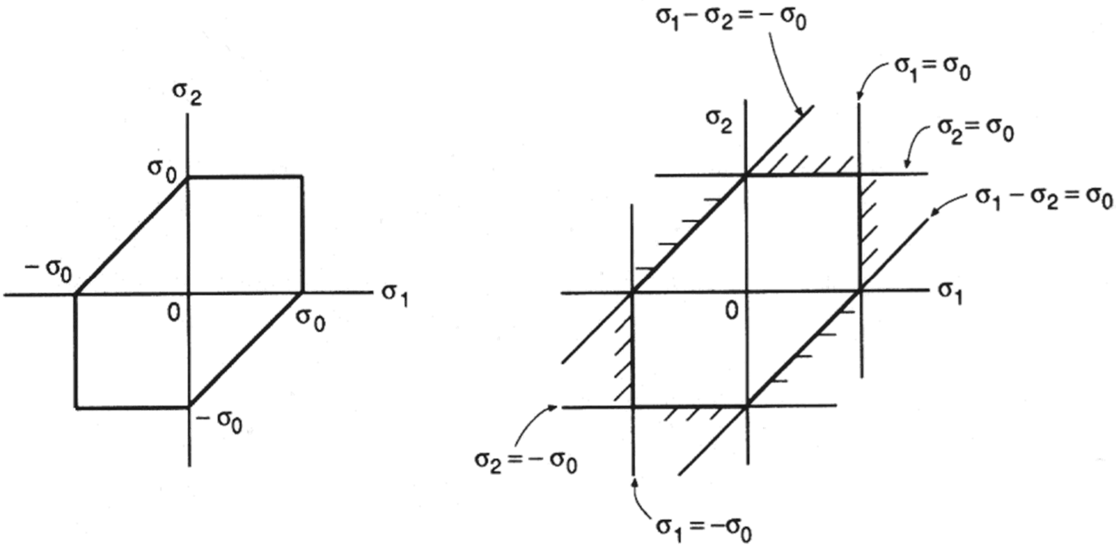
CRITÉRIO DE RUPTURA DA MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO (CRITÉRIO DE TRESCA)

Ruptura em amostra de argila a partir de esforços de cisalhamento

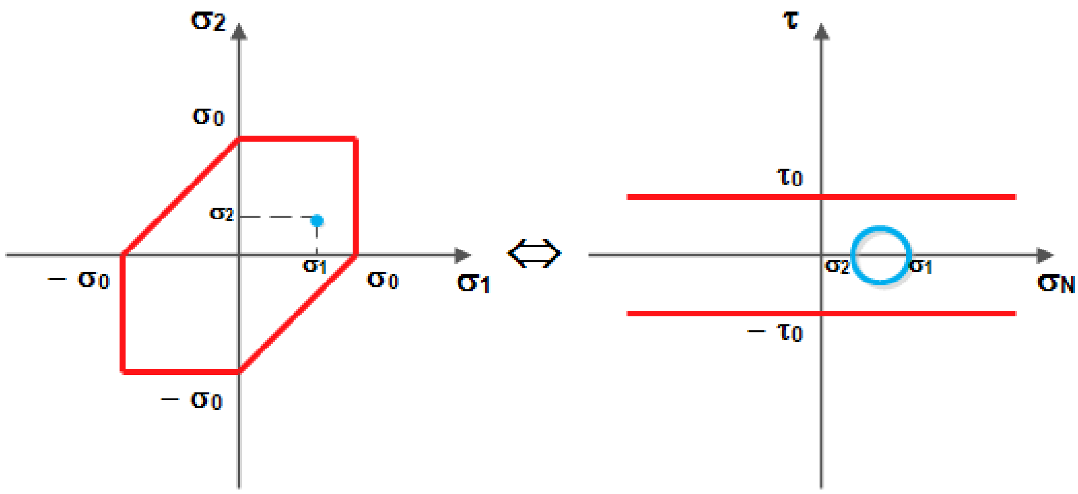
ESTADO PLANO DE TENSÕES **($\sigma_3 = 0$)**

O critério fica: $\max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2|, |\sigma_1|) = \sigma_0$

As fronteiras da região são delimitadas por: $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm\sigma_0$ **,** $\sigma_2 = \pm\sigma_0$ **e** $\sigma_1 = \pm\sigma_0$



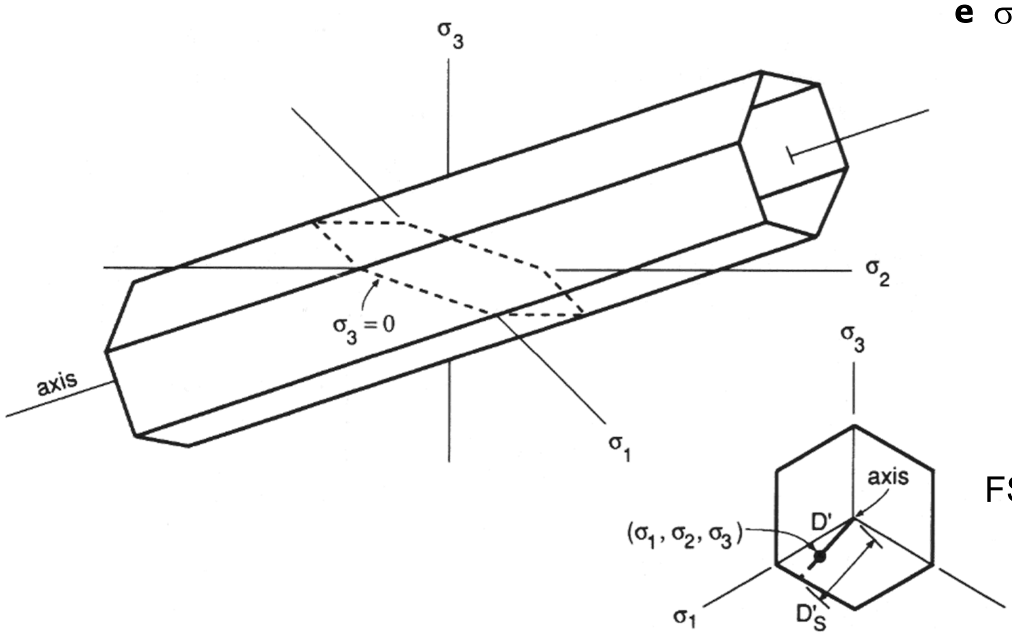
Representação bidimensional do critério



Representações para o critério

ESTADO TRIDIMENSIONAL DE TENSÕES

As fronteiras da região são delimitadas por: $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm\sigma_0$ **,** $\sigma_2 - \sigma_3 = \pm\sigma_0$ **e** $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\sigma_0$



$$FS = \frac{D'_S}{D'}$$

Representação tridimensional do critério

COMPARAÇÃO: CRITÉRIO DE RANKINE x CRITÉRIO DE TRESCA

Características

- Os 2 critérios são mais adequados para prever a ocorrência de plastificação em materiais dúcteis, ex.: metais.

- Os 2 critérios são de fácil implementação em metodologias de projeto.

- Os 2 critérios são adequados somente quando a resistência à compressão e à tração do material possuírem a mesma magnitude (caso dos metais).

- O critério da máxima tensão de cisalhamento independe do nível de tensões isostáticas (representado pelo eixo do prisma de base hexagonal), depende somente das tensões desviadoras.

$$[\sigma] = [\sigma_{oct}] + [s]$$

$$[s] = [\sigma] - [\sigma_{oct}]$$

$$[s] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_{oct} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{oct} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{oct} \end{bmatrix}$$

Exercício:

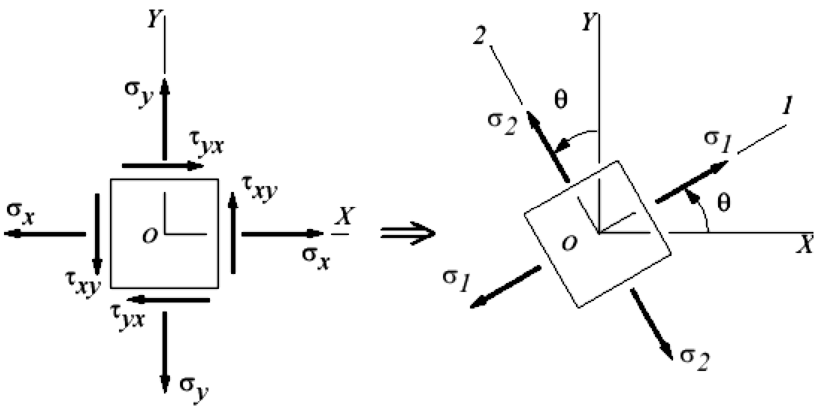
Um ponto no interior de um maciço rochoso está submetido a um estado plano de tensões com os seguintes valores: σ_{xx} = -99 MPa, σ_{yy} = 49 MPa e τ_{xy} = 88 MPa. Sabendo-se que σ_0 = 180 MPa, diga se ocorrerá ruptura e em caso negativo determine o fator de segurança, FS.

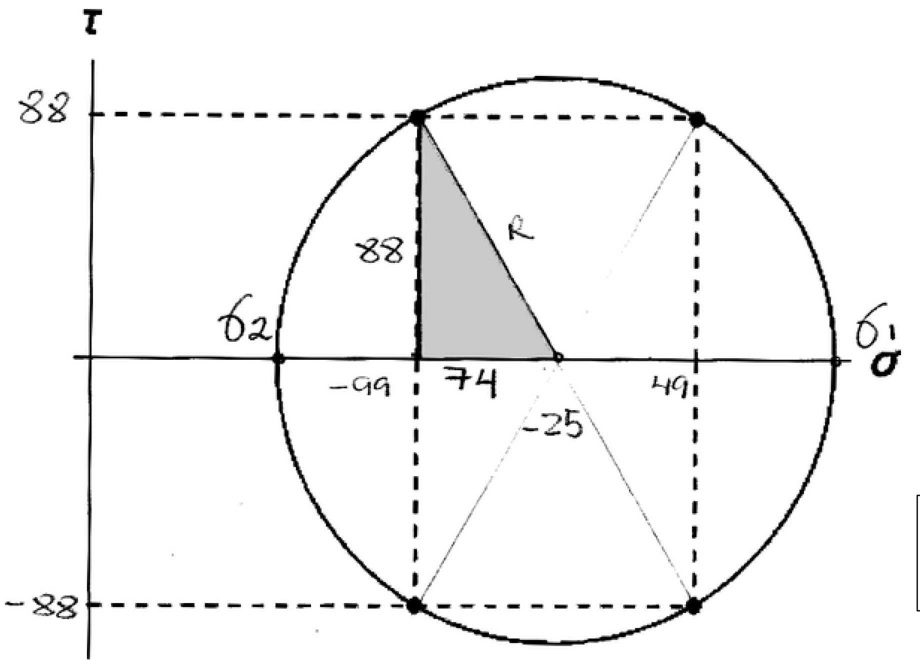
a) Para o critério da máxima tensão normal:

$$\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|) = \sigma_0$$

b) Para o critério da máxima tensão de cisalhamento:

$$\max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1|, |\sigma_2|) = \sigma_0$$





σ_x = -99 MPa
σ_y = 49 MPa
τ_{xy} = 88 MPa

$$R^2 = 74^2 + 88^2$$
$$R = 115$$

$$\sigma_1 = -25 + 115 = 90 \text{ mPa}$$
$$\sigma_2 = -25 - 115 = -140 \text{ mPa}$$

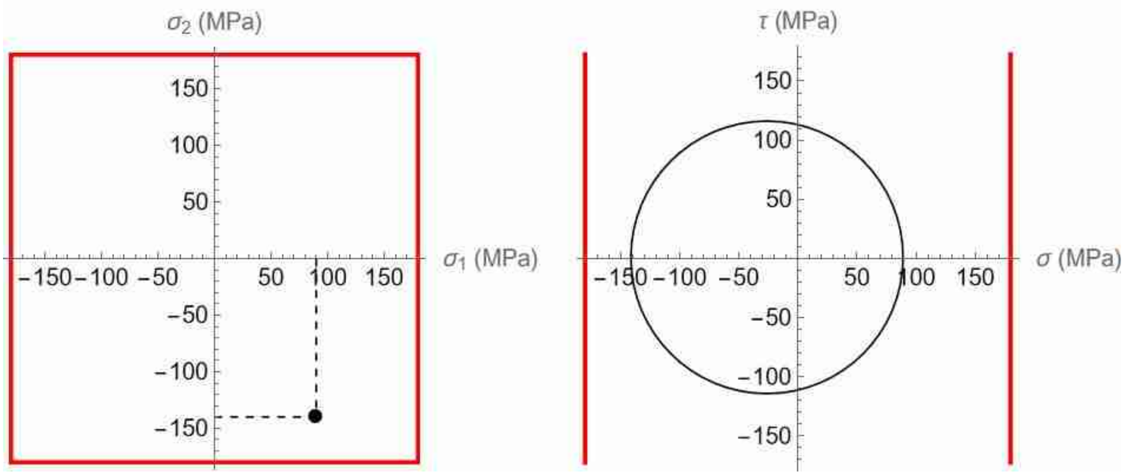
CRITÉRIOS DE RUPTURA DA MÁXIMA TENSÃO NORMAL
E MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO

A) $\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|)$

$\max(|90|, |-140|) = 140 < 180$ → NÃO OCORRE RUPTURA

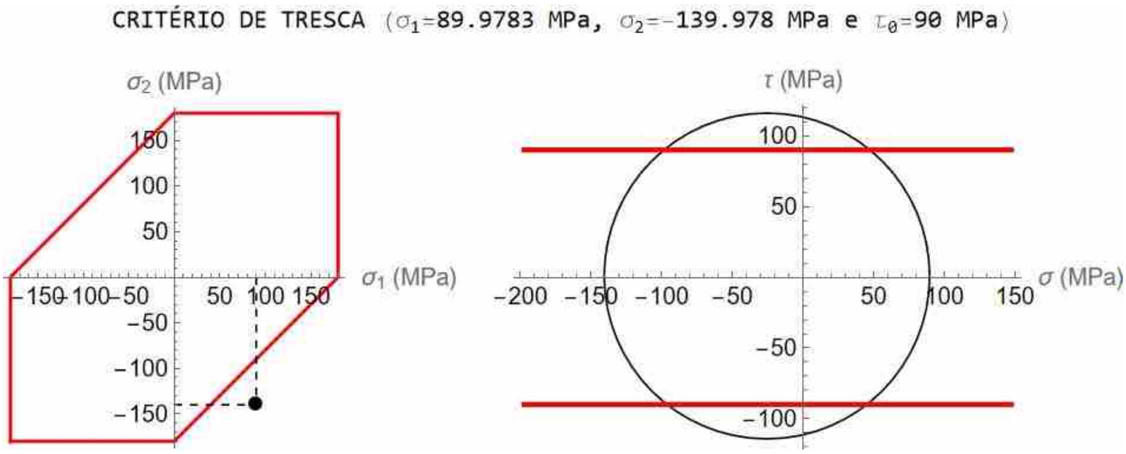
$$FS = \frac{180}{140} = 1{,}29$$

CRITÉRIO DE RANKINE (σ_1=89.9783 MPa, σ_2=-139.978 MPa e σ_0=180 MPa)



B) $\max(|\sigma_1-\sigma_2|, |\sigma_2|, |\sigma_1|)$

$\max(|90+140|, |90|, |-140|) = 230 > 180 \rightarrow$ OCORRE RUPTURA



REFERÊNCIAS

BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. Rock mechanics for underground mining. London, Chapman & Hall, 1994.

HOEK, E. Rock engineering - the application of modern techniques to underground design. São Paulo, CBMR, 1998.

GOODMAN, R. E. Introduction to rock mechanics. New York, Wiley, 1980.

PARRY, R. H. G. Mohr circles, stress paths and geotechnics. London, FN Spon, 1995.

OBRIGADO!

Contato:

Prof. Eduardo César Sansone
esansone@usp.br