Disciplina: Métodos Numéricos Aplicados a Engenharia Civil (2023)
Professor: Fernando
Horário: Terças-feiras das 15h00 às 16h40 e sextas-feiras das 11h10 às 12h50

Entrega: **01/09/2023 às 23h59 via e-disciplinas**

Assunto: **Problemas Aplicados - Trabalho 1**

<u>Problema 1:</u> A equação de Kepler, usada para determinar órbitas de satélites é dada por:

$$M = x - E\, sen\, x\,.$$

Dado que $E = 0.2$ e $M = 0.5$, determine a raiz da equação de Kepler.

<u>Problema 2:</u> Um amplificador eletrônico com acoplamento R - C com três estágios em cascata tem uma resposta a um degrau unitário de tensão dada pela expressão

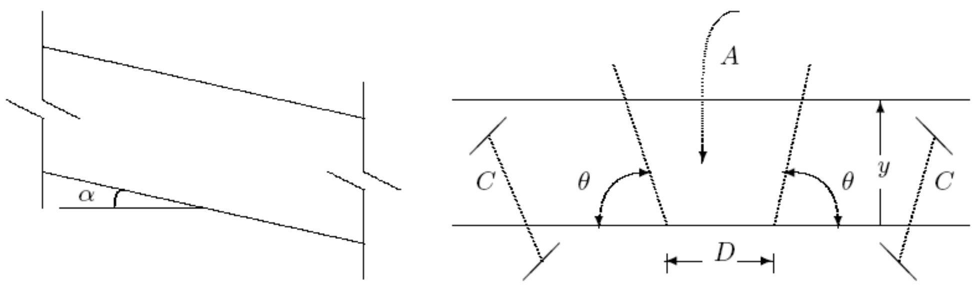
$$g(T) = 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)e^{-T}$$

onde $T = \frac{t}{RC}$ é uma unidade de tempo normalizada. O tempo de subida de um amplificador é definido como o tempo necessário para sua resposta ir de 10% a 90% de seu valor final. No caso, como $g(\infty) = 1$ é necessário calcular os valores de T para os quais $g = 0.1$ e $g = 0.9$, ou seja, resolver as seguintes equações:

$$0.1 = 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)e^{-T}$$
$$0.9 = 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)e^{-T}$$

Chamando de $T_{0.1}$ o valor de T na 1ª equação e $T_{0.9}$ o valor de T na 2ª equação, calcular o tempo de subida.

<u>Problema 3:</u> A figura abaixo representa o fluxo de água em um canal aberto.



Uma relação empírica para o fluxo é a equação de Chez-Manning:

$$Q = \frac{1.49}{E} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}},$$

Na qual:

- Q é o fluxo em m^3/seg,
- E é o coeficiente de atrito determinado experimentalmente, valendo entre 0.025 e 0.035 para a maioria dos canais e rios,
- A é a área da secção transversal do canal,
- R é o raio hidráulico que é definido como a razão entre área A e o perímetro $2C + D$,
- α é a inclinação do canal ($S = sen\alpha$).

a) Para um canal retangular ($\theta = 90°$), sendo conhecidos Q, E, S, D, verificar que y é a solução da equação:

$$\left[\left(\frac{1.49}{E}\right)^3 D^5 S^{\frac{3}{2}}\right] y^5 - 4Q^3y^2 - 4Q^3Dy - Q^3D^2 = 0,$$

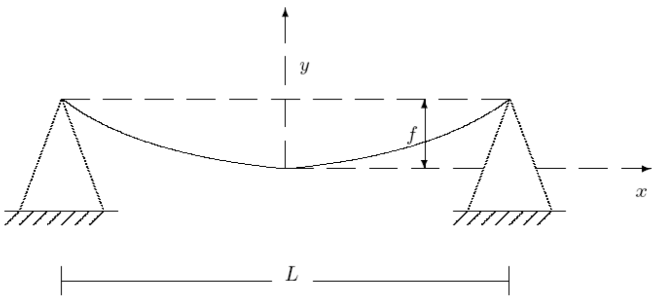
A qual tem apenas uma raiz positiva.

b) Encontre as profundidades y do canal correspondente a duas estações A e B, cujos dados estão tabelados a seguir:

Estação	D	S	E	Q
A	20.0	0.0001	0.030	133.0
B	21.5	0.0001	0.030	122.3

Em cada caso, determinar inicialmente o intervalo contendo a raiz.

<u>Problema 4:</u> A Figura 3.18 corresponde a um cabo uniforme, como por exemplo uma linha de transmissão suspensa em dois apoios e sob a ação de seu próprio peso.



A curva correspondente é uma catenária, cuja equação é dada por:

$$y = \frac{T_0}{\mu}\left(\cosh\frac{\mu x}{T_0} - 1\right),$$

Em que:

- T_0 é a tração no cabo em $x = 0$,
- μ é o peso por unidade de comprimento do cabo.

Em $x = \frac{L}{2}$ e $y = f$:

$$f = \frac{T_0}{\mu}\left(\cosh\frac{\mu L}{2T_0} - 1\right),$$

O comprimento Sdo cabo é dado por:

$$f = \frac{2T_0}{\mu}\left(\operatorname{senh}\frac{\mu L}{2T_0}\right),$$

Resolva então o seguinte problema: Um cabo de telefone pesando 1.5 Kgf/m está simplesmente apoiado em dois pontos cuja distância é de 30 metros. Para um comprimento de cabo de 33 metros qual é o valor da flecha f?

<u>**Problema Desafio (Raíz Complexa):**</u> Em problemas de fluxo em tubulações, é frequente precisar resolver a equação:

$$c_5 D^5 + c_1 D + c_0 = 0.$$

Se $c_5 = 1000, c_1 = -3$ e $c_0 = 9.04$, determine uma primeira raiz usando o método de Newton e então aplique o método de Newton-Bairstow para determinar as demais raízes. **Observação: as raízes são complexas. Pesquise o método de Newton-Bairstow para aplicar ao problema.**

Formulação:

A) Método da bissecção: Se $f(a) \times f(b) < 0$ então:
Para $k = 0,1,2, \ldots$ faça:

$$x_k = \frac{a+b}{2}$$

$$Se\ f(a) \times f(x_k) < 0 \begin{cases} < 0, & então\ b = x_k \\ > 0, & então\ a = x_k \end{cases}$$

B) Método de Newton:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, k = 0,1,2 \ldots$$

C) Método Iterativo Linear:

$$x_{k+1} = \varphi(x_k), k = 0,1,2 \ldots$$

D) Erro relativo: $\left|\frac{x_{k+1} - x_k}{x_k}\right| < \epsilon$