Disciplina: Métodos Numéricos Aplicados a Engenharia Civil (2023)
Professor: Fernando
Horário: Terças-feiras das 15h00 às 16h40 e sextas-feiras das 13h10 às 14h50
Data: 22/08/2023
Assunto: **Lista de Exercícios**

Exercício 1: Resolver o sistema linear abaixo pelo método da Eliminação de Gauss:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 12 \end{cases}$$

Exercício 2: Verifique, usando o método de Eliminação de Gauss, que o sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

não tem solução.

Exercício 3: Usando o método de Eliminação de Gauss, verificar que o sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + \alpha x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ \alpha x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

a) possui uma única solução quando $\alpha = 0$;
b) infinitas soluções quando $\alpha = 1$ e
c) não tem solução quando $\alpha = -1$.

Exercício 4: Dado o sistema linear do tipo $Ax = b$ em que

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix};\ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix};\ b = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 13 \end{bmatrix}.$$

Aplicando o processo de eliminação de Gauss, qual é quadrado do termo a_{23} da matriz triangularizada?

a) 3/4
b) 0
c) 16/4
d) 1
e) 16/9

Exercício 5: Considere o sistema linear do tipo $Ax = b$ de modo que

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix};\ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 13 \end{bmatrix}.$$

Aplicando o processo de eliminação de Gauss, a matriz A e o vetor independente b se tornam respectivamente:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 0 & 10/3 & 4/3 \\ 0 & 0 & 81/10 \end{bmatrix}; b = \begin{Bmatrix} 7 \\ 14/3 \\ 81/10 \end{Bmatrix}$$

Nesse processo, qual é a **soma** dos termos do vetor solução?

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 1$
b) $x_1 + x_2 + x_3 = 2$
c) $x_1 + x_2 + x_3 = 3$
d) $x_1 + x_2 + x_3 = -2$
e) $x_1 + x_2 + x_3 = -1$

Exercício 6: Aplicando-se o método da decomposição LU à matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & 3 & \cdots \\ 4 & -1 & 10 & 8 \\ \cdots & -3 & 12 & 11 \\ 0 & -2 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Obteve-se as seguintes matrizes:

$$\mathrm{L} = \begin{pmatrix} \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ 2 & \cdots & \cdots & \cdots \\ 3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 1 & \cdots \end{pmatrix},\ \mathrm{U} = \begin{pmatrix} \cdots & -1 & \cdots & 5 \\ \cdots & 1 & \cdots & -2 \\ \cdots & 0 & 3 & -4 \\ 0 & \cdots & 0 & 10 \end{pmatrix},$$

Preencher os espaços pontilhados com valores adequados.

Exercício 7: Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 5x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & -12 \\ -x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & = & 20 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 10x_3 & = & 3 \end{cases}$$

a) Resolva-o usando Eliminação de Gauss;
b) Resolva-o usando a decomposição LU e compare com a).