A contribuição que *Na Vida Dez, Na Escola Zero* traz para a Psicologia e a Educação Matemática está na demonstração de três hipóteses centrais à compreensão do raciocínio e da aprendizagem.

A primeira delas refere-se à participação dos instrumentos culturais no raciocínio matemático. Verificou-se que os alunos que participaram desses estudos eram mais competentes no cálculo oral do que no cálculo escrito. A segunda hipótese remete à tensão entre diversidade cultural e universalidade da Matemática, demonstrando-se que os princípios lógicos utilizados na Matemática oral e na Matemática escrita são os mesmos. A terceira hipótese refere-se à origem do raciocínio matemático. Em todos os estudos, os participantes revelam claramente que seu raciocínio tem origem em suas atividades, as quais organizam o uso que fazem dos sistemas de numeração e da aritmética.

A nova edição de *Na Vida Dez, Na Escola Zero* inclui uma introdução inédita com reflexões feitas por Terezinha Nunes sobre a influência desses estudos em suas investigações posteriores.

ISBN 978-85-249-1801-8

9 788524 918018

CORTEZ EDITORA

NA VIDA DEZ, NA ESCOLA ZERO

Nunes • Carraher • Schliemann

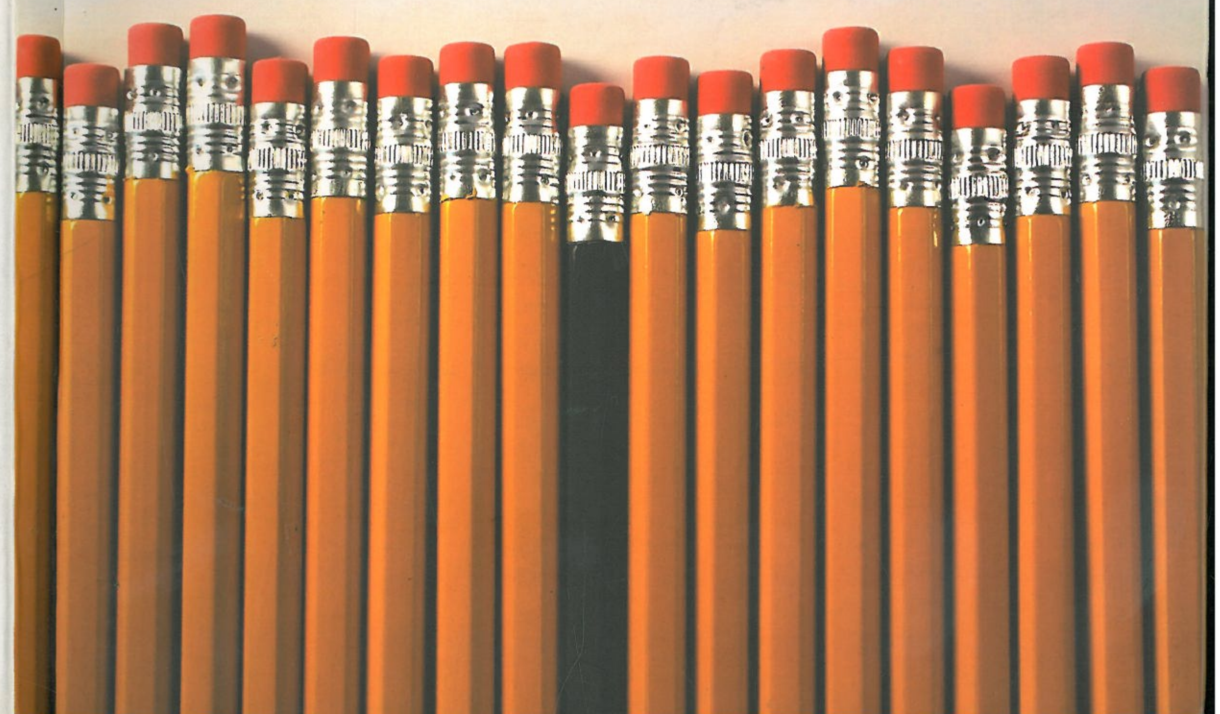
Terezinha Nunes

David Carraher Analúcia Schliemann

NA VIDA DEZ, NA ESCOLA ZERO

16ª EDIÇÃO

CORTEZ EDITORA



Os estudos descritos neste livro oferecem uma análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos dentro e fora da escola. Sua contribuição para a Psicologia e a Educação Matemática está na demonstração de três hipóteses centrais à compreensão do raciocínio e da aprendizagem.

A primeira hipótese refere-se à participação dos instrumentos culturais no raciocínio matemático. Os alunos que participaram desses estudos eram mais competentes no cálculo oral do que quando usavam lápis e papel. Muitos alunos tinham experiência na economia informal, na qual frequentemente o cálculo oral faz parte da comunicação entre vendedor e freguês. Quando o vendedor calcula o troco, ao mesmo tempo em que conta o dinheiro que dá ao freguês, usa o sistema de numeração oral. Quando faz a conta no papel, usa a notação escrita. O fato de os mesmos jovens que são competentes usando o cálculo oral terem dificuldade com o cálculo escrito demonstra que o raciocínio está intimamente ligado aos instrumentos culturais usados no processo de calcular. Essa demonstração inspirou vários outros estudos focalizando a importância de instrumentos culturais posteriores, inclusive estudos que analisaram como o uso de planilhas eletrônicas direciona o pensamento durante a resolução de problemas.

A segunda hipótese está relacionada à tensão entre diversidade cultural e universalidade da matemática. As análises qualitativas do raciocínio dos jovens e adultos enquanto resolviam problemas diversos demonstraram que, apesar das diferenças nos instrumentos culturais

Na vida dez, na escola zero

Obra em conformidade ao NOVO ACORDO da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Carraher, Terezinha Nunes
Na vida dez, na escola zero / Terezinha Nunes, David Carraher, Analucia Schleimann. – 16. ed. – São Paulo : Cortez, 2011.

Bibliografia.
ISBN 978-85-249-1801-8

1. Matemática – Aspectos psicológicos 2. Matemática – Estudo e ensino I. Carraher, David. II. Schliemann, Analucia. III. Título.

11-07282 CDD-370.156
-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Aprendizagem em matemática : Psicologia educacional 370.156
2. Matemática : Aspectos psicológicos : Educação 370.156
3. Matemática : Ensino 510.7

Terezinha Nunes
David Carraher • Analúcia Schliemann

Na vida dez, na escola zero

16ª edição
— 2011 —
3ª reimpressão

CORTEZ EDITORA

NA VIDA DEZ, NA ESCOLA ZERO
Terezinha Nunes • David Carraher • Analucia Schliemann

Capa: Cia. de Desenho
Preparação de originais: Solange Martins
Revisão: Maria de Lourdes de Almeida
Composição: Linea Editora Ltda.
Coordenação editorial: Danilo A. Q. Morales

Direitos para esta edição
CORTEZ EDITORA
Rua Monte Alegre, 1074 – Perdizes
05014-001 – São Paulo – SP
Tel.: (11) 3864-0111 Fax: (11) 3864-4290
e-mail: cortez@cortezeditora.com.br
www.cortezeditora.com.br

Impresso no Brasil — fevereiro de 2014

Sumário

Apresentação à 16ª edição

Nesta apresentação da nova edição de *Na vida dez, na escola zero*, considero o impacto desses estudos ao longo dos vinte e tantos anos desde sua primeira edição e levanto questões que ainda estão por estudar. Espero que essas questões sirvam de inspiração para pesquisadores jovens, interessados na Matemática da vida. A publicação original desta coletânea de estudos foi em português; posteriormente, o livro foi traduzido para o espanhol, e uma versão ampliada apareceu em 1993, em inglês, com o título *Street Mathematics, School Mathematics*. Embora seja possível usar dados quantitativos para avaliar o impacto desses estudos, como o número de citações de diversas das nossas publicações, principalmente das publicações em inglês, esses dados não contariam a história do impacto dos resultados relatados neste livro, nem o pensamento dos pesquisadores interessados na cognição e na educação matemática, entre os quais me incluo, nem o modo de pensar dos professores em relação a seus alunos.

Nossas inquietações iniciais estão bem descritas no livro.[1] Buscávamos, naquela época, uma forma de entender a diferença entre as

1. Nesta apresentação, uso o plural quando me refiro aos trabalhos descritos neste livro e o singular quando me refiro às minhas reflexões posteriores, que não são necessariamente compartilhadas por David e Analúcia. Eles não são, portanto, responsáveis pelo conteúdo dessa apresentação. Agradeço a ambos a contribuição enviada como descrição do impacto desses estudos sobre seus trabalhos atuais, que aparece na apresentação do tema da Matemática da vida à Álgebra.

Capítulo 2

Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática*

Terezinha Nunes
David W. Carraher
Analúcia D. Schliemann

A evasão e o fracasso escolar aparecem hoje entre os problemas de nosso sistema educacional que são estudados de forma relativamente intensa. A concepção de fracasso escolar aparece alternativamente como fracasso dos indivíduos (Poppovic, Esposito e Campos, 1975), fracasso de uma classe social (Lewis, 1967; Hoggart, 1957) ou fracasso de um sistema social, econômico e político (Freitag, 1979; Porto, 1981) que pratica

---

* Nossos agradecimentos a Elisabete Maranhão de Miranda e Maria Eneida do Rêgo Maciel pela ajuda imprescindível na coleta dos dados e a Shirley Brice-Heath que, em visita ao nosso programa, com financiamento do CNPq, abriu novas perspectivas de análise para o estudo do fracasso escolar.

Os dados analisados neste estudo fazem parte do artigo dos mesmos autores "Mathematics in the streets and in schools", *British Journal of Developmental Psychology*, n. 3, p. 21-29, 1985. A presente versão foi publicada por *Cadernos de Pesquisa*, n. 42, p. 79-86, 1982.

uma seletividade socioeconômica indevida. Neste capítulo, pretende-se explorar uma outra alternativa: o fracasso escolar é o *fracasso da escola*.

Os estudiosos da chamada "privação cultural" ou dos "indivíduos marginalizados" apontam a existência das mais variadas deficiências entre crianças de ambientes desfavorecidos, deficiências estas que são tanto de natureza cognitiva como de ordem afetiva e social. A criança-produto da privação cultural demonstra deficiências nas funções psiconeurológicas, bases para a leitura e matemática, conceitos básicos, operações cognitivas e linguagem (Poppovic, Esposito & Campos, 1975), um autoconceito pobre, sentimentos de culpa e vergonha, problemas familiares, desconhecimento de sua própria cultura (Brooks, 1966) etc. — para mencionar apenas algumas das deficiências encontradas. Essa posição resulta da convicção de que os processos psicológicos desenvolvem-se em função da experiência, de modo especial da experiência nos primeiros anos de vida (ver comentários em Cole, 1977), sendo que crianças de ambientes culturalmente deficitários careceriam dessas experiências cruciais. Paralelamente, muitos dos pesquisadores interessados nesta questão lembram ainda a importância de fatores de ordem biológica, como a nutrição (Patto, 1973) e saúde (Silva, 1979) nos primeiros anos de vida, cuja influência também levaria a resultados negativos no desenvolvimento dessas mesmas crianças, uma vez que a privação cultural e os problemas de alimentação e saúde tendem a ocorrer com maior gravidade e frequência na mesma faixa da população (Birch, 1967). Esta abordagem ao problema do fracasso escolar pela atribuição de deficiências aos indivíduos que fracassam não constitui sempre uma generalização grosseira relativa a todas as crianças de classe baixa. Recentemente, tem-se procurado salientar "a importância de uma análise do rendimento escolar em função das características individuais de famílias pertencentes à mesma classe social, sem se levar tanto em consideração os estereótipos criados pelo modelo que enfatiza as deficiências da classe social baixa, haja vista a existência de alunos que, não obstante pertencerem a essa classe, têm bom rendimento escolar" (Coimbra, 1981, p. 645). Nesta segunda versão, a abordagem das deficiências resultantes da privação cultural continua, pois, atribuindo importância decisiva a certas experiências particulares, porém

dissocia, até certo ponto, classe social de privação cultural, de tal modo que apenas aqueles indivíduos da classe baixa que sofressem de fato da "síndrome da privação cultural" estariam fadados ao fracasso escolar.

O problema é colocado de forma um pouco diferente por aqueles que atribuem o fracasso escolar à classe social. A atribuição de deficiências das mais diversas naturezas aos membros da classe baixa não é uma questão de importância dentro deste ponto de vista. No entanto, os proponentes desta análise acreditam que a situação social e econômica das classes baixas é tal que os membros dessas classes não valorizam a educação, pois não lhe atribuem valor prático (Hoggart, 1957) e não podem permitir a seus filhos o "luxo" de uma educação prolongada diante de sua necessidade de empregá-los precocemente para contribuir para o sustento da casa. O fracasso escolar não seria, pois, um fracasso real, uma vez que só quem almeja determinado objetivo pode fracassar em alcançá-lo. A desvalorização da aprendizagem escolar ao lado da valorização do trabalho seria consistente com o desempenho efetivo dos membros da classe baixa, os quais são "vítimas" da evasão e do fracasso escolar apenas aos olhos dos *outros* (Hoggart, 1957).

Finalmente, o terceiro tipo de análise proposto para o fracasso escolar, a seletividade do próprio sistema, deve ser mencionado. De acordo com esta visão do fracasso escolar, as escolas constituem aparelhos ideológicos do Estado (Freitag, 1979), reproduzindo a estrutura de classes existente através da difusão da ideologia da classe dominante e da manutenção da classe baixa nos níveis educacionais inferiores. Assim, o próprio sistema educacional obstrui as vias de acesso da classe baixa à educação formal, eliminando a possibilidade de que seus membros possam resolver por si próprios os problemas sociais e econômicos que enfrentam em decorrência da hiperurbanização (Perlman, 1977). Dentro desta visão, Ivoneide Porto, por exemplo, aponta para a falta de integração social nas escolas do Recife como uma das formas de manutenção da estrutura social vigente. Os colégios particulares são um privilégio das classes dominantes, enquanto que os colégios da rede pública servem às classes dominadas; "[...] esta estruturação mediante 'privilégios específicos' e atividades delegadas tem lugar, certamente, a partir de cima, isto é, é determinada por aqueles que detêm o poder e, consequentemente, o domínio. É um processo que tem sua origem no topo e alcança a base da sociedade" (Porto, 1981, p. 101; grifos da autora).

A possibilidade de que o fracasso escolar não represente o fracasso do indivíduo, da classe ou do sistema social, econômico e político mas, sim, o fracasso da própria escola, já tem sido considerada por alguns, embora não possamos dizer que esta conclusão tenha sido claramente apresentada na forma em que a concebemos. Friedman (1967) considera que o entusiasmo pela noção de privação cultural nos meios educacionais resultou do fato de que tal conceituação do problema consistia numa explicação razoável para uma situação embaraçosa e, ao mesmo tempo, liberava os educadores da responsabilidade de estarem envolvidos com uma escola incapaz de produzir resultados. Poppovic apresentou recentemente uma análise bastante detalhada da questão do fracasso escolar. Referindo-se à explicação do fracasso escolar em termos de privação cultural, ela assinala: "Temos, então, para determinar o fracasso escolar, uma explicação de fundo social, muito mais ampla e verídica do que a das deficiências individuais. Porém, se bem examinada, essa teoria continua apontando para um só culpado: o aluno que vem de uma família pobre e, portanto, despreparado para os padrões exigidos pela escola; seria essa a razão do fracasso. A instituição escolar, seus valores, seus métodos, seus critérios, sua didática, sua organização continuam fora do debate" (Poppovic, 1981, p. 20).

Com relação à educação compensatória, Poppovic ressalta que esta sofre do grande defeito de apenas pretender mudar a criança, acrescentando que uma outra linha de pensamento se faz necessária, a de uma abordagem institucional, a qual deve discutir a própria escola: "Esta linha de pensamento coloca que o fracasso é o resultado de um inter-relacionamento malsucedido entre o aluno que provém de determinados meios sociais e a instituição escolar. É preciso que a escola entenda seu papel social e sua função numa sociedade de grupos muito diversificados" (Ibid., p. 20).

Apesar das semelhanças entre a análise proposta por Poppovic e aquela que pretendemos explorar, deve ser salientada uma diferença que não consideramos, de forma alguma, secundária. Poppovic, após a

análise acima mencionada, volta-se para a consideração de estudos da marginalização cultural e seus efeitos sobre a criança (Poppovic et al., 1975), que têm a finalidade de conhecer "as necessidades de crianças culturalmente marginalizadas" (Poppovic, 1981, p. 20) com o intuito de desenvolver um currículo que as atenda: "O caminho que escolhemos foi o do desenvolvimento de materiais curriculares para os anos iniciais do primeiro grau, destinado às crianças originárias das camadas de baixa renda e a seus professores" (Ibid., p. 20-21). Este caminho parece constituir a educação compensatória na escola, e não mais ao nível pré-escolar; constitui uma solução psicológica para um problema psicológico, social e cultural.

Contrastando com esse ponto de vista, mas também seguindo uma abordagem institucional, pode-se propor para a questão das diferenças interclasses uma abordagem semelhante àquela proposta por Gay e Cole (1967) e Cole (1977) para as diferenças transculturais. Embora certas crianças de algumas culturas — ou, neste caso, das camadas de baixa renda — possam não participar de experiências específicas encontradas rotineiramente pelas crianças de nossa classe média, elas não são crianças privadas de qualquer experiência. No contexto do estudo das dificuldades de aprendizagem da matemática, Gay e Cole partiram, então, do pressuposto de que era necessário conhecer melhor a matemática inerente às atividades da vida diária na cultura dessas crianças a fim de construir, a partir dessa matemática, pontes e ligaçás efetivas para a matemática mais abstrata que a escola pretende ensinar. Além disso, Cole (1977) sugere que o fato corriqueiro de que as pessoas desempenham com maior habilidade aquelas tarefas em que têm mais prática levou-o a pressupor também que os processos cognitivos podem ser de natureza situacional, o que implica ser possível encontrarmos sujeitos que demonstrem uma habilidade em certo contexto e não em outro(s). Os exames de habilidades de discriminação visual, por exemplo, realizados na entrada da escola para verificar a prontidão para a alfabetização, são realizados via de regra com figuras desenhadas, relativamente abstratas, figuras geométricas, letras e números. Se supuséssemos que tal material não é alvo de oportunidades para a prática da discriminação entre as crianças chamadas culturalmente desfavorecidas, veremos que delas se esperaria um desempenho mais baixo do que aquele que é exibido por crianças com prática nestas discriminações. Podemos daí: 1) concluir que as crianças produto da privação cultural têm deficiências em discriminação visual *ou*: 2) podemos partir para uma análise etnográfica e experimental das situações em que a discriminação visual de detalhes é praticada por estas crianças, caso tais situações existam, a fim de construirmos na escola ligações efetivas entre as habilidades de que essas crianças já dispõem e sua aplicação ao domínio particular que desejamos desenvolver. A segunda forma de lidar com o problema aproveita uma "lição central a ser derivada de anos de pesquisa sobre a generalização da aprendizagem (*learning sets*), isto é, que os animais (inclusive o homem) aprendem habilidades generalizadas de solução de problemas a partir de experiências repetidas com problemas diferentes do mesmo tipo" (Cole, 1977, p. 481).

Adotar o enfoque institucional não significa, portanto, negar a existência de diferenças interclasses ou mesmo rejeitar explicações de natureza social, econômica e política para o fracasso escolar. Porém, as diferenças interclasses não são concebidas simplesmente como carências, mas como *diferenças* de fato, e as explicações em termos do sistema socioeconômico-político são consideradas insuficientes, uma vez que mesmo uma mudança do sistema não poderia ter resultados efetivos sobre a educação pois os educadores não dispõem do necessário "saber fazer", como bem assinalou Poppovic (1981). Assim sendo, o enfoque institucional do fracasso escolar aproxima-se da análise de Foracchi (1974) e Campos (1975) da marginalidade, análise em que as características culturais são vistas como expressão simbólica do econômico e do político, constituindo, pois, parte essencial da explicação do fenômeno.

Observações as mais diversas têm apontado inconsistências entre o desempenho de sujeitos "culturalmente desfavorecidos" em situações formais e experimentais e o desempenho desses mesmos sujeitos em situações informais ou cotidianas. Labov (1969) registrou a existência de grandes diferenças no desempenho verbal de crianças pobres do Harlem em situações de teste e situações informais. Cole (1977) salientou a inconsistência entre resultados experimentais e a evidência antropológica relativa à habilidade dos adultos de certas culturas africanas de adotarem a perspectiva do ouvinte. Leacock (1972) apontou a incoerência entre conclusões experimentais relativas aos baixos níveis de abstração entre negros norte-americanos da classe operária e seu uso frequente de metáforas, amplamente reconhecidas como indicações de altos níveis de abstração. Ao mesmo tempo, Heath (1982a) demonstrou, nos Estados Unidos, uma correspondência extrema entre atividades de compreensão e interpretação de histórias praticadas em casa pelas mães norte-americanas de classe média e pelas professoras na escola, de tal forma que a escola norte-americana aproveita ao máximo as habilidades de interpretação já desenvolvidas nas crianças de classe média, criando situações escolares semelhantes às situações da vida dessas crianças. Por outro lado, as habilidades verbais desenvolvidas em outros "ambientes culturais" dentro do mesmo país ou não são aproveitadas pela escola, ou só vêm a ser incluídas entre os objetivos da escola em épocas posteriores (Heath, 1982b).

Demonstrações sistemáticas desta discrepância entre o desempenho de crianças de camadas de baixa renda em situações naturais e em situações do tipo escolar não foram ainda obtidas no Brasil. Entretanto, a análise acima sugere que elas provavelmente existem e devem ser cuidadosamente analisadas a fim de melhor compreendermos o fenômeno do fracasso escolar no Brasil. Assim sendo, neste estudo exploratório, observações etnográficas foram combinadas com uma análise experimental da questão descrevendo-se inicialmente um dos contextos culturais em que a solução de problemas de matemática ocorre naturalmente na classe pobre para, a seguir, estudar mais sistematicamente o desempenho em matemática de crianças pobres em situações naturais e em situações formais, do tipo escolar.

O contexto cultural: um dos usos da matemática

Não é incomum entre os membros da classe pobre que estes tenham um "negócio próprio". Quando o pai tem uma barraca na feira, por exemplo, alguns dos filhos podem acompanhar o pai, especialmente a partir de uma certa idade. Enquanto os menores parecem apenas "passar o tempo" desta forma, os maiores, a partir de aproximadamente dez anos, auxiliam nas transações, podendo mesmo assumir a responsabilidade pela venda de parte das frutas e verduras. Entre os pré-adolescentes e adolescentes, em geral a partir de 11-12 anos, a ocupação pode tornar-se independente, e estes passam a vender cocos, pipoca, milho verde, amendoim torrado, em pontos fixos ou como ambulantes.

Nestas situações, as crianças e adolescentes resolvem inúmeros problemas de matemática, via de regra sem utilizar papel e lápis. Os problemas envolvem multiplicação (1 coco custa x: 4 cocos custam 4x), soma (o preço de 4 cocos mais o preço de 12 limões) e subtração (Cr$ 500,00 menos y, para encontrar o troco). A divisão parece ocorrer menos frequentemente mas aparece em alguns contextos como o quilo de feijão verde custa x, meio quilo custa x/2 ou o quilo de cebola custa x, 200 g custam x/5. A divisão também aparece em situações mais complexas, como no cálculo do preço de um quilo e meio, onde normalmente soma-se o preço de meio quilo ao de um quilo ou no cálculo de um quilo e novecentos gramas onde se subtrai o valor de cem gramas do valor de dois quilos. É interessante notar o uso de valores onde a divisão não é exata e o preço varia de acordo com a quantidade comercializada: o preço de 3 abacates é 25 cruzeiros mas um abacate custa 10 cruzeiros.

Embora ocasionalmente apareçam erros de cálculo, há grande predominância de acertos entre as crianças responsáveis por essas transações comerciais. Entre os modos utilizados na solução, nem as crianças observadas na feira nem seus pais utilizavam lápis e papel para os cálculos, embora nos mercados hortigranjeiros o cálculo escrito pareça ser utilizado com frequência. Ocasionalmente, notamos na feira a utilização de uma tabela onde constavam as multiplicações (1 ovo — 11 cruzeiros; 2 ovos — 22... etc.), porém esse procedimento não parece ser frequente e não surgiu no caso das crianças que foram observadas.

Metodologia

No presente estudo, foram respondidas 63 questões de matemática em um Teste informal e 99 em um Teste Formal por cinco crianças e adolescentes de 9 a 15 anos, cujo nível de escolaridade variava entre a 3ª e a 8ª séries. Devido à relação entre o Teste Informal e o Formal, o Teste Informal foi sempre realizado em primeiro lugar, sendo o Teste Formal realizado em outra data. Ambos os testes eram realizados pelo mesmo examinador para cada criança, embora diferentes examinadores tenham trabalhado com crianças diferentes. Em ambas as ocasiões, o examinador deveria procurar manter um bom *rapport* com o sujeito. No Teste Formal, o examinador introduzia lápis e papel e pedia-se ao sujeito que resolvesse as continhas no papel.

1. O Teste Informal

No Teste Informal, os participantes eram avaliados no contexto em que naturalmente resolvem problemas de matemática, ou seja, na feira, na barraca de cocos, junto ao carrinho de pipoca etc. O entrevistador propunha questões sucessivas sobre transações realizadas de fato ou a serem aparentemente realizadas, obtendo respostas verbais para os problemas. Algumas dessas entrevistas foram gravadas enquanto em outras um observador anotava os detalhes das transações. Além disso, algumas transações foram realizadas sem qualquer questionamento sobre o processo de obtenção dos resultados, enquanto em outras o examinador procurava obter respostas verbais descritivas do processo utilizado pelo sujeito, tendo como referência indicações metodológicas descritas em Carraher e Schliemann (1982). O método de estudo neste Teste Informal aproxima-se do método clínico-piagetiano, uma vez que o entrevistador interfere diretamente no desenrolar dos acontecimentos, propondo questões sucessivas a fim de esclarecer os processos pelos quais os sujeitos obtêm suas respostas. Por outro lado, o método aproxima-se também da observação participante, uma vez que as questões são colocadas no decorrer de uma interação vendedor-freguês, em que o freguês "tem o direito" de fazer certas perguntas como "quanto custam *n* cocos?", "quanto deu o total?", ou "quanto vai dar de troco?". Caracterizamos, pois, o procedimento usado no Teste Informal como uma inovação metodológica resultante da "*cross*-fertilização" entre o método piagetiano e a observação participante. O participante não desempenha simplesmente o papel de "freguês", que lhe caberia na observação participante, mas torna-se um freguês-examinador, que não apenas recebe o troco mas pergunta "quanto vou receber de troco?" e verifica o processo de obtenção do resultado.

2. O Teste Formal

A fim de preparar o Teste Formal, os problemas resolvidos pelos sujeitos durante o Teste Informal eram inicialmente representados matematicamente, utilizando-se, em algumas ocasiões, mais de uma representação para um único problema. Vejamos um exemplo. M., um vendedor de cocos de 12 anos, 3ª série, resolveu o seguinte problema no Teste Informal.

Freguês: Quanto é um coco?
M.: Trinta e cinco.

Freguês: Quero dez cocos. Quanto é dez cocos?
M.: (Pausa) Três são 105, com mais três é 210. (Pausa) Tá faltando quatro. É... (pausa) 315... parece que é 350.

O problema pode ser representado matematicamente de mais de uma forma. 35 × 10 constitui uma representação aceitável da *pergunta* proposta pelo freguês/examinador, enquanto 105 + 105 + 105 + 35 constitui provavelmente uma representação adequada da resposta sendo que 35 × 10 foi desmembrado pelo sujeito em (3 × 35) + (3 × 35) + (3 × 35) + 35. Entre os subproblemas resolvidos corretamente por M. na situação descrita acima temos pelo menos, os seguintes:

a) 35 × 10;
b) 35 × 3 (que pode ser conhecido de memória);
c) 105 + 105;
d) 210 + 105;
e) 315 + 35;
f) 3 + 3 + 4;
g) 3 + 3 + 3 + 1.

Ao representarmos matematicamente os problemas resolvidos pelo sujeito no Teste Informal estamos, de fato, buscando uma representação formal da competência do sujeito. M. mostrou-se, de fato, competente em encontrar o resultado da multiplicação 35 × 10, passando por outras vias que a tradicionalmente ensinada na escola de apenas "colocar um zero no final ao fazer uma multiplicação por dez". Ao resolver 35 × 10 de acordo com seu método, M. resolveu os vários subproblemas apresentados acima, de *a* até *g*.

Após representarmos matematicamente os problemas resolvidos pelos sujeitos no Teste Informal, uma amostra destes problemas era selecionada para inclusão no Teste Formal.

No Teste Formal, a amostra de problemas selecionada aparecia: a) sob a forma de operações aritméticas a serem resolvidas sem qualquer contexto e a partir de sua representação no papel, ou b) sob a forma de problemas do tipo escolar, como "Maria comprou... bananas, cada banana custava..., quanto dinheiro ela gastou?". Em ambos os casos, *utilizou-se para cada criança os mesmos números com os quais a criança havia operado na situação informal*, tendo pois os números utilizados diferido de uma criança para outra.

Duas variações foram introduzidas nas questões do teste formal, seguindo sugestões metodológicas de Reed e Lave (1979):

1) em alguns casos, pedia-se ao sujeito no teste formal que resolvesse o inverso da operação realizada no teste informal (500 – 385, por exemplo, podia aparecer como 385 + 115);

2) em certos problemas, a casa decimal podia variar do Teste Informal para o formal (40 cruzeiros podia aparecer como 40 centavos ou 35 podia passar para 3,500 no Teste Formal).

Resultados

A análise dos resultados do Teste Informal envolveu inicialmente uma decisão sobre a definição de "problema" nesta situação. Enquanto que, no Teste Formal, os problemas são definidos de antemão pelo examinador, no Teste Informal eles são gerados na situação, sendo a sua delimitação feita *a posteriori*. A fim de não aumentar indevidamente o número de "problemas" resolvidos no Teste Informal, os problemas foram delimitados com *base nas questões propostas* pelo freguês-examinador, embora o sujeito pudesse, ao buscar a solução, ter resolvido vários subproblemas intermediários (como no exemplo discutido na descrição da metodologia). Desta forma, a estimativa do número de problemas resolvidos na situação natural é conservadora e segue o mesmo critério utilizado no Teste Formal, em que os problemas são delimitados antecipadamente de acordo com as questões a serem propostas pelo examinador.

Os resultados indicaram uma decisiva influência do contexto, sobre a solução de problemas de matemática, como mostra a Tabela 1, que apresenta os dados referentes ao desempenho de cada criança em cada contexto.

Em termos globais, dos 63 problemas apresentados no Teste Informal, 98,2% foram resolvidos corretamente enquanto que, no Teste Formal, apenas 36,8% das operações e 73,7% dos problemas foram resolvidos corretamente. A frequência de respostas corretas para cada sujeito foi convertida em valores de 1 a 10. A análise de variância de Friedman sobre esses valores revelou uma diferença significativa entre

TABELA 1

Frequência de erros (E) e acertos (C) para cada criança em cada um dos testes

Criança	TESTE INFORMAL			TESTE FORMAL					
				a) Operações aritméticas			b) Problemas		
	C	E	Total	C	E	Total	C	E	Total
M	18	0	18	2	6	8	11	0	11
P	17	2	19	3	5	8	11	5	16
Pi	12	0	12	3	3	6	11	0	11
MD	7	0	7	1	9	10	4	8	12
S	7	0	7	5	1	6	8	3	11
Totais	61	2	63	14	24	38	45	16	61

os testes (Informal, Operações aritméticas e Problemas), obtendo-se $x^2_r = 6,4$ e $p = 0,039$.

Poder-se-ia supor que os erros no Teste Formal ocorreriam mais frequentemente naquelas situações em que os dados cortantes do problema resolvido informalmente foram modificados, seja por mudança da casa decimal, seja por inversão da operação utilizada. Entretanto, a análise dos acertos e erros nos problemas formais em que tais modificações foram introduzidas mostra que a proporção de acertos nos mesmos é maior em quatro crianças e menor em uma delas. Tais modificações não podem, portanto, explicar a discrepância de *performance* entre o Teste Formal e o Informal.

Observemos que a *performance* das crianças, além de ter sido nitidamente superior no Teste Informal, onde as operações estão inseridas em situações reais, foi também, no Teste Formal, melhor nos problemas com situações imaginárias (parte b) do que nas operações simples (parte a).

Esses dados parecem, pois, confrontar a noção implícita mas tacitamente aceita na escola de que, em primeiro lugar, devemos ensinar às crianças as operações aritméticas isoladas de qualquer contexto, para depois apresentar essas mesmas operações no contexto de problemas.

As habilidades requeridas para resolver problemas, segundo este modelo implícito, seriam sequenciais e independentes, envolvendo pelo menos os seguintes passos:

1) interpretação do problema;
2) determinação da operação a ser realizada;
3) efetuação da operação.

Segundo este modelo tradicional, efetuar a operação seria, portanto, mais simples do que resolver um problema com a mesma operação uma vez que a operação envolve apenas um dos passos necessários à solução do problema.

Podemos supor, à vista desses resultados, que a análise lógica implicada na solução de um problema facilita a realização da operação, por inseri-la num sistema de significados bem compreendidos, em vez de constituir uma habilidade isolada que é executada numa sequência de passos, os quais levariam à solução.

Estes resultados encontram paralelo nos experimentos de Wason e Shapiro (1971), Lunzer, Harrison e Davey (1972) e Johnson-Laird, Legrenzi e Sonino Legrenzi (1972). Tais estudos demonstram como a solução para um problema envolvendo o raciocínio lógico, o qual fora estudado por Wason (1968), tornava-se acessível para a maioria dos sujeitos testados quando os dados se referiam a um contexto real de tarefas de trabalho. Surpreendentemente, quando o problema era apresentado sob forma simbólica, sem ligações com atividades reais, a sujeitos com alto nível de inteligência (na maioria dos casos estudantes universitários ou profissionais de nível universitário), raramente ocorriam acertos na tarefa.

Visando esclarecer a discrepância entre o desempenho no Teste Formal e no Teste Informal, foi feita uma análise minuciosa dos processos de resolução que haviam sido explorados através do método clínico. Essa análise qualitativa dos resultados sugere que os algoritmos

ensinados na escola para a realização de operações aritméticas podem constituir um obstáculo para o raciocínio da criança, talvez por interferir com o significado dos próprios números com os quais a criança deve operar. Por ex., MD, uma menina de 9 anos, na 4ª série primária, mostrou a seguinte *performance* no Teste Informal:

Freguês: Quanto é dois cocos?
MD: Oitenta.
Freguês: Tome, uma nota de duzentos. Quanto vai ser meu troco?
MD: Cento e vinte.

No Teste Formal, MD mostrou o seguinte desempenho:

Examinador: Faça essa conta agora, 200 menos 80.
MD escreve:

$$\begin{array}{r} 200 \\ -\ 80 \\ \hline 800 \end{array}$$

E.: Como é que você fez?
MD: Abaixa o zero aqui e aqui (mostra os zeros do resultado). Aqui dá 8.

A regra de "abaixar zeros", própria da multiplicação, dificilmente pode ser inserida num sistema de operações significativas com números. Outro exemplo pode ser observado com M., 12 anos, 3ª série primária. No Teste Informal, M. não teve qualquer dificuldade em calcular o troco para 200 cruzeiros, sendo 35 o preço de um coco. No Teste Formal, realizou a operação 200 – 35, obtendo como resultado 90, e ofereceu a seguinte explicação:

M.: 5 para chegar em zero, nada, vai 1; 3 para chegar em 12 faltam 9.

M., aparentemente, ao fazer vai-um, transforma o 2 do 200 em 12.

Ainda um terceiro exemplo, para ilustrar a confusão com o "vai-um" em outra situação. Ao resolver 35 × 3, que M. parecia saber de memória ao vender cocos, ele obteve 125 e ofereceu a seguinte explicação: 3 vezes 5, 15; vai 1. 3 mais 1, 4; 3 vezes 4, 12."

Outro aspecto a salientar nos resultados, que provavelmente tem, como o aspecto discutido acima, uma certa participação na inconsistência no desempenho das crianças nas três condições, foi a discrepância entre a *performance* oral e escrita. Esta discrepância foi observada em todos os sujeitos, sendo porém mais acentuada em dois deles. Por exemplo, S., um menino de 11 anos, na 4ª série, resolveu corretamente 5 das 6 operações aritméticas de seu Teste Formal, se considerarmos apenas sua *performance* oral (como o fizemos na Tabela 1). Porém, embora tenha dado respostas verbais corretas para as operações 200 – 80 e 40 × 3, seu desempenho escrito não poderia ser considerado correto nesses casos. Este está reproduzido na Figura 1.

FIGURA 1

Respostas orais e escritas apresentadas por S. a duas das operações aritméticas do Teste Formal

Operação: 200 – 80 Oral: 120 Escrito: 200 -800 200	Operação: 40 × 3 Oral: 120 Escrito: 40 x 3 12.00

Ressalta-se também, no exemplo de S., o modo de resolver os problemas formais. Em todos os problemas, ele olhava para cima ou para um lado e, após algum tempo, apresentava a resposta. Quando indagado sobre o modo de resolução utilizado, ele respondia que fazia "na cabeça". Apenas para reconstituir o problema S. usava lápis e papel, embora não os utilizasse para facilitar a resolução (por exemplo, para reduzir a carga na memória de processamento). Tentativas por parte do entrevistador de encorajar o uso de lápis no decorrer do problema não tiveram êxito, com uma exceção: quando S. demonstrou como a professora fazia os problemas. Mas o menino deixou claro que seu modo "natural" de fazer contas é "na cabeça".

O exemplo extremo de dificuldade no uso do lápis e papel é o de P., um menino de 13 anos que abandonara a escola aos 11 anos, trabalhando agora na venda de verduras e frutas como empregado do dono de uma barraca. P. recusou-se a usar lápis e papel no Tesce Formal, embora reconhecesse os dígitos e, ao tentar, após muita insistência, escrever alguns números, o fez de forma extremamente vagarosa e imperfeita, declarando que esquecera o que fazia antes na escola. É interessante notar que o dono da barraca para quem P. trabalhava declarava com orgulho não saber ler nem escrever e ser capaz de administrar o negócio de 10 barracas espalhadas pela feira.

Discussão e conclusões

Os resultados desse estudo exploratório são deveras surpreendentes. Não era de se esperar uma discrepância tão grande entre a *performance* em contexto informal e em contexto "escolar". O que podemos concluir desta enorme discrepância?

A primeira constatação é que existem múltiplas lógicas corretas na resolução de cálculos. A escola nos ensina como deveríamos multiplicar, subtrair, somar e dividir; esses procedimentos formais, quando seguidos corretamente, funcionam. Entretanto, as crianças e adolescentes no presente estudo demonstraram utilizar métodos de resolução de problemas que, embora totalmente corretos, não são aproveitados pela escola. Entre estes procedimentos "naturais" ou "inventados", para usar a terminologia de Resnick (1980), destaca-se o uso do que pode ser chamado de composição do problema: o indivíduo determina a resposta de um subproblema simples e vai juntando componentes simples até compor a resposta do problema global. Examinemos, por exemplo, a resposta abaixo de S.:

E.: Numa escola tem 12 salas de aula. Em cada sala tem 50 alunos. Quantos alunos tem na escola toda?

S.: 600 (sua explicação...) 12 classes; 2 juntas, 2 são 100 (alunos...) 4 são 200; 6 são 300; 8 são 400; 10 são 500; 12 são 600.

Note-se que o problema maior não é decomposto; o sujeito compõe a solução em vez de decompor o problema.

Outro exemplo está na explicação dada por P.:

E.: (1 abacate é Cr$ 5) Quanto são 9?

P.: 45.

E.: Por quê?

P.: 7 são 35, com mais 1, 40; com mais 1, 45. (P. já havia determinado que 7 custam Cr$ 35 em um problema anterior).

Nessa composição, o sujeito trabalha por *chunking* ou pelo agrupamento de porções da resposta até obter o total. O mesmo caso de S., acima, exemplifica o uso dessas unidades de análise com que a criança se sente à vontade. Estas unidades podem ser pares ou assumir valores referentes ao agrupamento usado habitualmente no comércio (4 limões a 10 cruzeiros, por exemplo). Assim, a criança compõe o problema global, usando agrupamentos "naturais".

É possível que uma criança adquira fluência nos métodos informais de composições ou uso de unidades naturais, sem dominar os métodos escolares (regras de vai-um; multiplicação feita por escrito, começando-se com a casa de unidades; colocação convencional de números no papel etc.). Aliás, esta foi a situação geralmente verificada em nossos sujeitos. No seu trabalho no comércio, as crianças resolviam bem os problemas através de técnicas que não são aproveitadas pela escola, embora funcionem bem e levem ao resultado certo.

Seria ingênuo defender a ideia de que o sistema de cálculo em uso nas escolas é inerentemente superior ao sistema utilizado por nossos

sujeitos. Já indagamos informalmente de diversas pessoas da classe média, no Brasil — educadores, psicólogos, alunos de pós-graduação, professores — sobre suas maneiras de resolver problemas simples de cálculo. A grande maioria das pessoas abordadas não faz os cálculos de acordo com os procedimentos aprendidos na escola. Consideremos, por exemplo, o problema *verbal* 45 mais 35. Algumas pessoas ao resolvê-lo somam 40 com 30 e depois adicionam 10 (5 + 5). Outras somam 5 a 45, obtendo 50 e depois somam 30. Raras vezes um indivíduo soma 5 + 5, faz o "vai-um", soma o 1 com o 4 e depois acrescenta o 3.

Outra interpretação que poderia surgir para os resultados deste estudo é a de que nossos sujeitos são mais concretos, resolvendo os problemas concretos (situação natural) e problemas verbais escolares, com mais facilidade que os problemas "abstratos" (contas consistindo exclusivamente de números e operações, sem contexto específico). Porém, esta conclusão não recebe apoio nos dados. Primeiro, não há nada na natureza de um coco que facilite a computação de que 3 cocos de Cr$ 35 cada custarão Cr$ 105. Dizer que o problema envolve cocos ou limões ou pipocas não simplifica a aritmética do problema.

Segundo, lembramos que os cálculos "naturais" são feitos mentalmente, sem o auxílio de lápis e papel para anotar os subtotais e cálculos intermediários. Assim, ao resolver problemas pelos procedimentos "naturais", certas facilidades existentes nos problemas escolares não são utilizadas.

O argumento de que as crianças simplesmente decoraram as respostas corretas também não encontra apoio nas observações. Havia, certamente, instâncias isoladas em que a criança respondia rapidamente dando a impressão de haver memorizado a resposta. Entretanto, na grande maioria dos casos, a criança precisava parar, refletir e calcular mentalmente antes de responder. E as justificativas demonstram claramente a derivação da resposta por procedimentos naturais como no seguinte exemplo:

E.: Quanto é 6 limões?

P.: (Pausa).

Dono da barraca: (Não sabe quanto é? Oxente!)

(Admirado por que a criança não responde de imediato.)

P.: 15 (cruzeiros).

E.: Como você sabe?

P.: Eu aprendi.

E.: Como você fez?

P.: 4 (limões) é 10 (cruzeiros) e 2 (limões) é 5 (cruzeiros). Então são 15 cruzeiros.

Poder-se-ia argumentar que a dificuldade sistemática em resolver os problemas nas situações formais estaria nas diferenças linguísticas existentes entre a versão formal e a versão informal. No caso de problemas envolvendo subtração, por exemplo, na versão natural, retira-se uma quantidade de outra enquanto que, na versão escolar, a operação é indicada pela palavra "menos". Entretanto, parece-nos difícil acreditar que a *performance* nos problemas escolares possa ser melhorada como resultado apenas de um treino no significado das palavras usadas. A distinção entre as situações naturais e as situações escolares parece constituir o fenômeno mais fundamental e mais importante.

Em síntese, neste estudo a combinação do método etnográfico com o método clínico piagetiano mostrou-se especialmente adequada na descoberta da competência numérica de crianças que, em contextos mais próximos do escolar, apresentam rendimento insatisfatório. Com base nesta proposta metodológica, acreditamos que duas grandes linhas de pesquisa possam ser desenvolvidas. A primeira consistirá em ampliar o estudo ora realizado explorando mais amplamente as habilidades demonstradas pela criança no contexto da escola e em contextos mais naturais como o local de trabalho, a área de brincadeiras e a própria casa. A segunda terá como objetivo esclarecer os processos através dos quais a criança adquire a compreensão do sistema numérico tornando-se capaz de operar eficazmente em contextos naturais.

Dentro desse contexto, o fracasso escolar aparece como um fracasso da escola, fracasso este localizado: a) na incapacidade de aferir a real

capacidade da criança; b) no desconhecimento dos processos naturais que levam a criança a adquirir o conhecimento; c) na incapacidade de estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que deseja transmitir e o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, já dispõe.

Bibliografia

BIRCH, H. G. *Health and education of socially disadvantaged children.* Washington, D. C., U. S. Department of Health: Education and Welfare, 1967.

BROOKS, C. K. Some approaches to teaching English as a second language. In: WEBSTER, S. W. (Org.). *The disadvantaged learner.* San Francisco: Chandler Publishing Co., 1966. p. 516-17.

CAMPOS, M. M. M. Participantes ou marginais: estilos de socialização em famílias de São Paulo e Brasília. *Cadernos de Pesquisa*, n. 14, p. 75-86, 1975.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W. Do Piagetian stages describe the reasoning of unschooled adults? *The Quartely Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition*, 1981, n. 3, p. 61-68.

______; SCHLIEMANN, A. D. A adição e a subtração na escola primária: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 64, n. 148, p. 232-42.

COIMBRA, I. D. Reprovação escolar na primeira série do primeiro grau: um estudo comparativo de grupos de alunos pertencentes a uma população economicamente desfavorecida. In: GOLDBERG, M. A. et al. *Seletividade socioeconômica no ensino de 1º grau.* Rio de Janeiro: Achiamé/ANPEd, 1981. p. 63-80.

COLE, M. An ethnographic psychology of cognition. In: JOHNSON-LAIRD, P. N.; WASON, P. O. (Orgs.). *Thinking. Readings in cognitive science.* Londres: Cambridge University Press, 1977. p. 468-82.

______; GAY, J.; GLICK, J.; SHARP, R. *The cultural context of learning and thinking.* Nova York: Basic Books, 1971.

FORACCHI, M. M. A noção de participação-exclusão no estudo das populações marginais. *Debate e Cultura*, n. 2, p. 161-8, 1974.

FREITAG, B. *Escola, Estado e sociedade*. 3. ed. rev. São Paulo: Cortez e Moraes, 1979.

FRIEDMAN, N. L. Cultural deprivation: a commentary on the sociology of knowledge. *Journal of Educational Thought*, v. 1, n. 2, p. 88-99, 1967.

GAY, J.; COLE, M. *The new mathematics and an old culture*. Nova York: Holt, Rinehart & Winston, 1967.

HEATH, S. B. What no bedtime story means: narrative skills at home and school. *Language in Society*, v. 11, 1982a.

______. *Ways with words*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

HOGGART, R. *The uses of literacy*. Londres: Penguin, 1977 [primeira publicação em 1957].

JOHNSON-LAIRD, P. N.; LEGRENZI, P.; SONINO-LEGRENZI, M. Reasoning and a sense of reality. *British Journal of Psychology*, n. 63, p. 395-400, 1972.

LABOV, W. The logic of nonstandard English. In: WILLIAMS, R. (Org.). *Language and poverty*. Chicago: Markham, 1969. p. 444-472.

LEACOCK, S. Abstract *versus* concrete speech: a false dichotomy. In: CAZDEN, C. et al. (Orgs.). *Functions of language in the classroom*. Nova York: Teachers College Press, 1972. p. 121-34.

LEWIS, O. The children of Sanchez, Pedro Martinez and la vida. *Current Anthropology*, v. 8, n. 5, p. 430-99, 1967.

LUNZER, E. A.; HARRISON, C.; DAVEY, M. The four-card problem and the development of formal reasoning. *Quarterly lournal of Experimental Psychology*, n. 24, p. 326-39, 1972.

PATTO, M. H. S. *Privação cultural e educação pré-primária*. Rio de Janeiro: José Olympio, 1973.

PERLMAN, J. E. O *mito da marginalidade*. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1977.

POPPOVIC, A. M. Enfrentando o fracasso escolar. *Ande*, revista da Associação Nacional de Educação, v. 1, n. 2, p. 17-21, 1981.

______; ESPOSITO, Y. L.; CAMPOS, M. M. M. Marginalização cultural: subsídios para um currículo pré-escolar. *Cadernos de Pesquisa*, n. 14, p. 7-73, 1975.

PORTO, I. A. Estudo sobre a integração social em um complexo escolar em Recife no período de 1972-73. In: GOLDBERG, M. A. et al. (Orgs.). *Seletividade socioeconômica no ensino de 1º grau*. Rio de Janeiro: Achiamé/ANPEd, 1981.

REED, H. J.; LAVE, J. Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition. *American Ethnologist*, n. 6, p. 568-82, 1979.

RESNICK, L. The role of invention in the development of mathematical competence. In: KLUWE, R. H.; SPADA, H. *Developmental models of thinking*. Nova York: Academic Press, 1980. p. 213-44.

SILVA, A. C. da. Pobreza, desenvolvimento mental e desempenho escolar. *Cadernos de Pesquisa*, n. 29, p. 7-9, 1979.

WASON, P. C. Reasoning about a rule. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, n. 20, p. 273-81, 1968.

______; SHAPIRO, D. Natural and contrived experience in a reasoning problem. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, n. 23, p. 63-71, 1971.

Capítulo 3

Matemática escrita *versus* matemática oral*

Terezinha Nunes
David W. Carraher
Analúcia D. Schliemann

A matemática é hoje tanto uma *ciência* como uma *habilidade necessária à sobrevivência* numa sociedade complexa e industrializada. Para ganhar a vida, as crianças das camadas mais pobres da população devem, desde bem cedo, engajar-se nas atividades do setor informal da economia. Esta participação das crianças ocorre de diversas formas — vendendo doces, pirulitos, picolés etc. na rua; carregando compras nas feiras e nos mercados públicos; lavando e vigiando carros em estacionamentos; trabalhando em jardins ou, na pior das hipóteses, pedindo esmolas. Com 10-11 anos, as crianças já podem ter seu próprio "negócio" ou ajudar seus pais, substituindo-os em suas ausências eventuais na barraca na feira, por exemplo. Esta atividade econômica faz com que a matemática elementar seja uma habilidade necessária à sobrevivência

* Os dados deste estudo foram apresentados no trabalho "Written and oral mathematics", publicados pelo *Journal for Research in Mathematics Education*, n. 18, p. 83-97. Este capítulo é uma versão adaptada e atualizada da anterior.

entre as crianças das classes populares nas cidades grandes. Em suas atividades, as crianças resolvem inúmeros problemas de aritmética e certamente aprendem muito nessas situações. No entanto, fracassam na escola, mesmo na aritmética. Carraher e Schliemann (1982) realizaram um estudo sobre o sucesso em matemática entre crianças de diferentes classes sociais em seu primeiro ano de aprendizagem formal de matemática na escola. Para as crianças de classe média, esse primeiro ano é constituído pela primeira série nas escolas particulares em Recife e, para as crianças de classes populares, pela segunda série nas escolas públicas. Os resultados mostraram que 98% das crianças das escolas particulares foram aprovadas ao final do ano, contra apenas 68% das crianças das escolas públicas. No entanto, os dados sobre suas habilidades cognitivas em geral e matemáticas em particular não mostraram diferenças significativas entre esses dois grupos.

Qualquer observador mais atento das atividades das crianças na rua pode constatar o seu sucesso ao lidar com problemas aritméticos no desempenho de funções ligadas ao setor informal da economia. Carraher, Carraher e Schliemann (1982; 1985, *vide* cap. 2), preocupados com o problema do fracasso escolar dessas crianças que demonstram um conhecimento matemático na rua, resolveram investigar, em um estudo controlado, as diferenças entre o desempenho em problemas aritméticos no trabalho e o desempenho em problemas semelhantes aos que ocorrem no trabalho mas que são apresentados de forma semelhante à utilizada na escola. Carraher, Carraher e Schliemann (1982, 1985) puderam assim constatar que, embora os problemas aritméticos em seu estudo envolvessem os mesmos números e as mesmas operações, o índice de sucesso das crianças na rua, ao resolverem problemas enquanto trabalhavam, era igual a 98%, enquanto que, nos exercícios de computação do tipo escolar, este índice caía para 37%.

Por que essa diferença entre a matemática como habilidade de sobrevivência e a matemática da escola? As diferenças entre uma situação de venda em uma feira e uma situação escolar são tantas que é difícil saber o que leva as crianças a se saírem muito bem nos problemas na vida e a demonstrarem tantas dificuldades ao resolverem problemas na escola. Por exemplo, a relação entre o examinador e a criança nas duas situações é diferente. No estudo de Carraher, Carraher e Schliemann (1982, 1985), o examinador desempenhava o papel de um freguês que fazia compras na feira, não havendo, por isso, qualquer razão para que o sujeito se sentisse ansioso ou inibido durante o "teste", como poderia acontecer na situação de tipo escolar. Além disso, é possível que a motivação não seja a mesma na situação de venda na rua e na escola. Na venda, um erro a favor do freguês implica perda de dinheiro e um erro contra pode resultar na perda do freguês. Na escola, as consequências do erro certamente não são as mesmas, o que torna difícil avaliar se o tipo e o nível de motivação nas duas situações podem ser comparados. No entanto, é possível que a explicação para essa grande diferença entre a eficiência das crianças na escola e na venda não resulte de diferenças nem na motivação nem no relacionamento com o examinador, mas de diferenças nas estratégias cognitivas escolhidas para a resolução dos problemas.

Vários autores já analisaram os procedimentos informais utilizados na resolução de problemas de aritmética. Reed e Lave (1981) propuseram uma distinção entre duas abordagens distintas na solução de problemas de aritmética: uma delas é denominada "manipulação de quantidades" e a outra, "manipulação de símbolos". Scribner (1984) sugeriu uma distinção entre a "leitura literal" do problema e sua "interpretação de modo flexível". Outros (Plunkett, 1979; Crockcroft, 1985) trataram os procedimentos informais como idiossincráticos, afastando a possibilidade de que eles possam refletir a compreensão básica de alguns aspectos do número e das operações por parte do sujeito. Entretanto, descrições mais detalhadas sobre os procedimentos formais e informais de resolução de problemas aritméticos são necessárias para que as implicações destas descobertas para o ensino de matemática tornem-se mais claras.

O presente estudo teve como objetivos: a) investigar mais sistematicamente o efeito da situação sobre a escolha de procedimentos e sobre a eficiência na resolução de problemas aritméticos; b) obter uma descrição mais detalhada dos procedimentos informais, contrastando-os com os procedimentos formais. As mesmas situações do estudo apresentado no capítulo anterior (Carraher, Carraher e Schliemann, 1982, 1985) foram utilizadas neste estudo. Entretanto, a situação real de venda foi substituída neste estudo por uma situação de venda simulada. As crianças foram testadas sob diferentes condições pelo mesmo examinador em apenas um contexto, o contexto de um teste do tipo escolar. Assim, não havia diferença substancial na relação entre o examinador e o sujeito por meio das situações. No entanto, as situações criadas para a apresentação dos problemas eram diferentes.

Método

Sujeitos

Participaram desta investigação 16 alunos da terceira série de duas escolas públicas da cidade do Recife, aleatoriamente escolhidos, na faixa etária de 8 a 13 anos e tendo, em média, 11,5 anos de idade. Todos eles haviam recebido instrução sobre os algoritmos escolares para resolver adições, subtrações, multiplicações e divisões, tendo o ensino da divisão ocorrido dois meses antes do início deste estudo. Os alunos que participaram do estudo não foram localizados em atividades de venda na rua, como os que participaram da investigação anterior, mas na escola. Desta forma, os resultados têm maior poder de generalização, uma vez que a amostra não tinha condições especiais de prática da matemática na vida diária.

Procedimento

A situação de teste foi experimentalmente manipulada dentro de um mesmo contexto. A professora apresentava o pesquisador às crianças como um professor interessado em saber como elas resolviam problemas de matemática. A perspectiva da criança era, provavelmente, a de estar sendo entrevistada por uma professora de fora. Dentro desse contexto geral, os problemas aritméticos eram apresentados em três situações: a) uma situação simulada de venda, na qual a criança desempenhava o papel de dona de uma loja e o examinador era o freguês; b) sob a forma de problemas verbais, como pequenas histórias; ou c) como exercícios de computação, isto é, como continhas a serem resolvidas. Na situação simulada de venda, eram colocados sobre a mesa os objetos a serem vendidos simuladamente, como carrinhos, bonecas, bolas de gude etc. Os problemas verbais eram do tipo mais simples dentre os descritos por Vergnaud (1982), para as estruturas aditivas, e por Brown e Burton (1978), para a multiplicação, de forma a minimizar a dificuldade do problema, uma vez que o objetivo do estudo era analisar os procedimentos de computação. Os exercícios de computação envolviam números sem qualquer referência a objetos do mundo real ou a acontecimentos, constituindo, portanto, exercícios de "puro cálculo".

Os números envolvidos nos cálculos foram distribuídos através das situações de forma a que as diferenças entre elas não pudessem ser atribuídas a diferenças nos valores a serem computados. A ordem de apresentação das situações obedeceu a um plano em quadrado latino para cada grupo de três crianças; dessa forma, nem a prática, nem o cansaço, ou qualquer outro fator de ordem poderia explicar as possíveis diferenças entre as situações. Foram planejadas cinco replicações por célula, mas uma criança a mais foi, por engano, incluída em uma das células e seus dados foram incluídos na análise. Papel e lápis foram colocados em frente à criança durante toda a entrevista, mas ela era avisada de que podia usar qualquer procedimento que quisesse para encontrar a resposta para cada um dos problemas, não sendo necessário fazer as contas no papel. Cada criança resolveu 10 problemas em cada uma das três situações, distribuídas em uma ou duas seções. A Tabela 1 mostra os três conjuntos de combinações de números utilizados nas situações-problema. A Tabela 2 mostra os enunciados dos problemas de venda e dos problemas verbais juntamente com dois dos conjuntos de combinações apresentados na Tabela 1.

TABELA 1

Combinações de números utilizados para os problemas das três situações

	Combinações														
A.	60	+	240	115	+	15	195	+	57	40	×	3	12	×	50
	200	–	35	210	–	105	143	–	68	100	÷	4	75	÷	5
B.	115	+	15	420	+	80	210	–	105	15	×	50	4	×	25
	500	–	70	195	+	57	252	–	57	120	÷	3	100	÷	4
C.	200	–	35	210	–	105	80	+	420	3	×	40	50	×	12
	106	+	106	185	+	68	243	–	75	75	÷	5	100	÷	4

TABELA 2

Enunciados dos problemas

Problemas verbais:

1. Marcos foi ao cinema. Ele gastou 60 cruzeiros com o ônibus e 240 com a entrada do cinema. Quanto ele gastou ao todo?
2. Eu comprei uma manga por 35 cruzeiros. Paguei com uma nota de 200 cruzeiros. Qual é o meu troco?
3. Em uma escola tem 12 salas de aula. Em cada sala tem 50 crianças. Quantas crianças existem nesta escola?
4. Dona Maria deu 100 cruzeiros para 4 meninos que lavaram seu carro. Eles dividiram o dinheiro igualmente entre eles. Quanto dinheiro recebeu cada menino?
5. João tinha 197 bolas de gude. Ele jogou com Paulo e ganhou 57 bolas. Quantas bolas ele tem agora?
6. Eu tinha 210 figurinhas na minha coleção. Perdi 105. Quantas eu tenho agora?
7. Roberto tinha 143 bolas de gude. Ele jogou com um amigo e perdeu 68 bolas. Quantas ele tem agora?
8. Pedro comprou 40 ovos. Cada ovo custa 3 cruzeiros. Quanto dinheiro ele gastou?
9. "Seu" Manoel deu 75 bolas de gude para 5 meninos, para dividir entre eles. Cada menino devia ficar com a mesma quantidade de bolas. Com quantas bolas ficou cada menino?
10. José comprou uma bola por 115 cruzeiros e um carrinho por 15 cruzeiros. Quanto dinheiro ele gastou?

*Problemas de venda simulada**

1. Um anel custa 115 cruzeiros. Um bombom custa 15. Eu quero um de cada. Quanto tenho que lhe pagar?

* Nesta situação o examinador sempre se referia a objetos que estavam em frente à criança.

2. A caneta custa 70 cruzeiros. Eu vou pagar com uma nota de 500 cruzeiros. Qual é o meu troco?
3. Cada lápis custa 25 cruzeiros. Eu quero 4 lápis. Quanto tenho que pagar?
4. O preço de 4 carrinhos é 100 cruzeiros. Eu quero comprar somente um carrinho. Qual é o preço de um carrinho?
5. Eu quero comprar essa caneta que custa 195 cruzeiros e essa bola que custa 57. Quanto vou ter que pagar?
6. Essa boneca custa 420 cruzeiros e esse lápis custa 80. Eu vou comprar os dois. Quanto eu vou ter que pagar?
7. Você tinha 252 lápis. Você vendeu 57. Quantos lápis você ainda tem na sua loja?
8. Eu tenho 210 cruzeiros no meu bolso. Eu quero comprar esse saco de bolinhas de gude. Você está vendendo o saco por 105. Com quanto dinheiro eu vou ficar?
9. Três dessas espingardinhas custam 120 cruzeiros. Quanto custa cada uma?
10. Você vende cada um desses lápis com borracha por 50 cruzeiros. Eu quero 15 deles. Quanto vou ter que pagar?

Cada criança foi entrevistada individualmente segundo os princípios do método clínico piagetiano. Todos os problemas foram apresentados oralmente. Quando a criança falava baixinho durante a resolução de um problema, pedia-se à criança que falasse alto. Se o procedimento de resolução não estivesse claro para o examinador, pedia-se à criança que justificasse sua resposta. Nos casos em que o procedimento escolhido inicialmente consistia no uso de lápis e papel, sem que uma resposta correta fosse encontrada, encorajava-se a criança a tentar uma solução resolvendo o problema "de cabeça". Da mesma forma, se houvesse fracasso ao tentar resolver um problema oralmente, sugeria-se à criança que ela tentasse resolvê-lo por escrito. No entanto, na análise quantitativa apresentada a seguir, apenas as primeiras tentativas de resolução foram incluídas.

Uma descrição do comportamento de cada criança ao tentar resolver cada problema, em cada uma das três situações, foi obtida por meio da transcrição das gravações de todas as entrevistas, juntamente com as notas detalhadas de um observador e o material escrito produzido pela criança. Para pada problema, o procedimento utilizado pela criança foi classificado como oral ou escrito e como certo ou errado.

Resultados e discussão

Respostas corretas

A situação teve um efeito significativo sobre o número de acertos (ver Tabela 3). A diferença no desempenho entre as situações foi avaliada através de uma análise de variância com um único fator e medidas repetidas onde o tipo de situação foi tratado como efeito principal, sendo a variável dependente o número de respostas corretas (ver Tabela 4). O efeito significativo ($F = 12,78$, $p < 0,01$) observado através dessa análise deveu-se à diferença entre os exercícios de computação (continhas), de um lado, e os problemas verbais e de venda simulada, de outro, uma vez que praticamente não houve diferença entre o desempenho das crianças na vendinha simulada e nos problemas verbais.

TABELA 3

Número médio de respostas corretas em função do tipo de situação

Estatística	Situação*		
	Venda simulada	Problema verbal	Computação
M	5,7	5,6	3,8
DP	2,4	3,1	2,5

Nota: Número máximo de respostas corretas: 10

TABELA 4

Sumário da Análise de Variância com Situação como efeito principal e número de respostas corretas como variável denendente

Fonte	gl	Quadrado médio	F (2, 30)
Situação	2	18,405	12,78*
Sujeitos	15	18,854	
Interação	30	1,440	

2. n = 16 para cada situação.

3. p < 0,01.

Por que os exercícios de computação foram significativamente mais difíceis de resolver que os outros tipos de problema? O fato de as crianças terem tido diante de si objetos concretos não pode explicar o melhor desempenho na situação de venda simulada. A presença de objetos com vários preços não simplifica a aritmética nesses casos, pois as contas referiam-se aos preços e não aos objetos. Os preços não estavam escritos nos objetos. Além disso, nenhuma criança manipulou os objetos ao resolver problemas de adição, subtração ou divisão. Apenas em cinco dos problemas de multiplicação resolvidos na situação de venda simulada (15,6%), quatro dos quais foram corretamente resolvidos, as crianças usaram os objetos para representar o número de vezes que tinham adicionado o preço correspondente a cada objeto. Observe-se ainda que, nos problemas verbais, os objetos não estavam presentes e, ainda assim, o desempenho das crianças nos problemas verbais foi equivalente ao desempenho na situação de venda.

A Tabela 5 mostra a distribuição de respostas corretas segundo a idade dos sujeitos. Devido ao pequeno número de sujeitos em cada célula, nenhuma análise estatística foi realizada sobre esses dados. No entanto, parece existir uma tendência a um melhor desempenho após a idade de 11 anos, tendência esta que é interessante pelo fato de serem os sujeitos mais velhos aqueles que entraram na escola mais tarde ou que repetiram alguma série, ou seja, aqueles chamados "fora de faixa" no Brasil, para os quais as predições de sucesso na escola são bastante desfavoráveis.

TABELA 5

Número médio de respostas corretas por grupo de idade

Idade	n	M
≤ 10	4	11,0
11	4	9,5
12	3	10,3
13	5	21,0

Escolha do procedimento

O efeito da situação sobre a escolha do procedimento foi analisado atribuindo-se, para cada criança, um escore de 1 a 3 que avaliava a preferência relativa em cada situação pelo procedimento oral. A análise de variância de Friedman com relação a esses dados revelou um efeito significativo da situação sobre o tipo de procedimento escolhido: X^2_r (2, N = 16) = 16,9, p < 0,001. A Tabela 6 apresenta o percentual de problemas resolvidos segundo cada procedimento nas três situações. Observa-se claramente que o procedimento oral era o preferido nas situações de venda e de problemas verbais e o procedimento escrito era o mais frequente nos exercícios de computação.

TABELA 6

Percentagem de procedimentos orais e escritos por situação

Procedimento	Situação		
	Venda simulada	Problema verbal	Computação
Adição			
Oral	82	50	10
Escrito	18	50	90
Subtração			
Oral	80	63	10
Escrito	20	37	90
Multiplicação			
Oral	88	69	12
Escrito	12	31	88
Divisão			
Oral	89	71	29
Escrito	11	29	71

O percentual de respostas corretas para cada tipo de procedimento — oral *versus* escrito — foi calculado separadamente para cada tipo de operação aritmética. A Tabela 7 mostra esses resultados. Em todos os casos, a computação oral está associada com uma probabilidade de sucesso mais elevada, embora essa associação seja menos marcante no caso da adição.

TABELA 7

Percentagem de respostas corretas por procedimento e operação*

Operação	Procedimento	
	Oral	Escrito
Adição	75 (65)	68 (75)
Subtração	62 (71)	17 (70)
Multiplicação	80 (54)	43 (42)
Divisão	50 (52)	4 (27)

A maior facilidade do procedimento oral em comparação com o escrito era evidente especialmente quando as crianças não conseguiam resolver algum problema através do procedimento escrito ensinado pela escola, mas imediatamente encontravam a solução quando o examinador sugeria-lhes que usassem o procedimento oral.

Diante da grande diferença entre os dois tipos de procedimento, uma nova análise foi realizada para testar a significância da diferença no número de respostas corretas, em função do tipo de procedimento escolhido — oral ou escrito. O procedimento foi tratado como a variável independente e o percentual de respostas corretas em cada procedimento como a variável dependente. O teste dos sinais revelou que o procedimento oral produzia um número significativamente superior de respostas corretas (p < 0,002).

* Os números entre parênteses indicam o número total de respostas em cada célula.

Situação *versus* Procedimento

Para analisar a independência do efeito da situação com relação ao procedimento, calculou-se o percentual de respostas corretas de todas as crianças considerando-se a situação (venda simulada, problema verbal e exercício de computação) e o procedimento (oral e escrito) como variáveis independentes. A Tabela 8 mostra estes percentuais e o número de respostas em que aqueles se basearam. Como o número de respostas observadas em duas das células era demasiadamente pequeno, não foi realizada qualquer análise estatística neste caso. Entretanto, a distribuição dos percentuais parece indicar que o efeito da situação sobre o número de respostas corretas desaparece ao se manter constante o tipo de procedimento selecionado pela criança.

TABELA 8

Percentagem de respostas corretas por Situação e Procedimento nas quatro operações

Procedimento	Situação		
	Venda simulada	Problemas verbais	Computação
Oral	66	67	75
	(125)	(97)	(20)
Escrito	42	39	37
	(24)	(61)	(214)

Nota: Os números entre parênteses representam o número total de respostas em cada célula. Nas edições anteriores, apareceram apenas os dados para a operação de adição.

Diferenças na preferência por um tipo de procedimento

O número de problemas resolvidos por meio do procedimento escrito variou entre 6 e 28, em um total de 30 problemas apresentados a cada criança. O número médio de problemas resolvidos pelo procedimento oral para todas as situações foi de 13,6 por criança. Com base no percentual de problemas resolvidos pelo procedimento escrito, foi possível ordenar as crianças segundo sua preferência por este procedimento. Ao realizar essa análise, foram utilizadas as percentagens de resolução por escrito e não o número de problemas resolvidos desta forma, uma vez que algumas crianças recusaram-se a resolver alguns dos itens com divisão. Correlacionando-se esta medida de preferência pelos procedimentos escritos com o percentual de respostas corretas por criança, através do coeficiente de correlação de Pearson, encontrou-se uma correlação quase nula ($r = 0{,}06$). Tal resultado demonstra que as crianças que exibem melhor desempenho na resolução de operações aritméticas não têm uma preferência definida seja pelo procedimento oral seja pelo escrito, o mesmo sendo verdadeiro sobre as crianças com maior dificuldade. Apesar do procedimento oral ter-se mostrado um caminho mais eficiente para a execução das operações aritméticas quando usado por este grupo de crianças, nem as mais hábeis nem as menos hábeis procuraram restringir-se à utilização desse tipo de resolução.

Procedimentos de cálculo oral

A última análise realizada nesta investigação foi qualitativa, concentrando-se na busca de generalizações sobre os procedimentos de cálculo oral, os quais vinham sendo até agora tratados como idiossincráticos (Cockcroft, 1986; Hunter, 1977; Plunkett, 1977). Nesta análise, foi dada ênfase à comparação entre os procedimentos escritos aprendidos na escola e os procedimentos orais "espontâneos" utilizados pelas crianças para resolver os problemas. Os procedimentos escolares para a resolução dos exercícios de computação faziam uso de dois tipos de recursos: a memorização dos resultados de adições, subtrações e multiplicações e os algoritmos que utilizam a representação numérica escrita. Estes procedimentos têm sido chamados de *manipulação simbólica,* em contraste com a *manipulação de quantidades* (Reed e Lave, 1981). A manipulação de símbolos é divorciada da realidade, não havendo diferenças entre a operação com unidades, dezenas ou centenas.

O procedimento envolve o cálculo da direita para a esquerda (exceto para a divisão) segundo um conjunto de regras, como o reagrupamento e o "empréstimo" entre colunas, as quais são aplicadas da mesma forma para as unidades, as dezenas ou as centenas, sem consideração do valor relativo dos símbolos. As regras são aplicadas sequencial e hierarquicamente. O conhecimento do grupo de regras para a multiplicação, por exemplo, é suficiente para realizar qualquer multiplicação, sem ser necessário adaptar o procedimento para novos números. O procedimento é geral e preestabelecido. Esta forma de proceder adequa-se à definição de algoritmo apresentada por Knuth (1977), para quem algoritmo é um conjunto de regras para obtenção de um determinado resultado a partir de dados específicos e através de passos descritos com tal precisão que poderiam ser executados por máquinas. E neste sentido que Lave (1984) considera os algoritmos como instrumentos que podem ser retirados de uma caixa e aplicados sem modificação a várias situações. Mesmo quando são obtidas respostas erradas através dos cálculos escritos, os erros podem ser vistos como o resultado da aplicação de algum algoritmo incorreto (ver Brown e Burton, 1978 e Resnick, 1982, para uma discussão detalhada sobre algoritmos incorretos).

Os procedimentos orais observados neste estudo não parecem enquadrar-se nesta noção de algoritmo nem na de manipulação de símbolos, uma vez que eles não se restringem a regras simples, fixas e uniformemente seguidas desde o início até o fim. Embora seja possível conceber-se algoritmos que levam em consideração os números com os quais se está trabalhando, os procedimentos orais aqui estudados serão denominados *heurísticas,* para enfatizarmos a flexibilidade das soluções, uma característica clara dos protocolos transcritos.

As heurísticas identificadas neste estudo eram de dois tipos: a) *decomposição,* em que as quantidades envolvidas no problema são decompostas em quantidades menores; b) *agrupamento repetido,* em que a solução é obtida através de passos, trabalhando-se com quantidades iguais ou maiores que aquelas mencionadas no problema. Ambas as heurísticas operam sobre as quantidades originais para produzir subtotais convenientes, os quais são, em seguida, utilizados para computação até que uma solução final seja obtida. Para garantir que os subtotais sejam de fácil manipulação, o sujeito deve sempre considerar as quantidades envolvidas. Alguns exemplos de decomposição são apresentados a seguir.

Nos protocolos transcritos abaixo, aparecem tanto comentários espontâneos das crianças como outros que surgiam em resposta a perguntas feitas pelo examinador. As descrições incluem o primeiro nome da criança, a situação na qual a operação era proposta e a operação. As respostas orais das crianças estão entre aspas e em itálico. Os comentários do examinador e as anotações do observador aparecem entre parênteses e os comentários sobre as heurísticas aparecem entre colchetes.

A heurística de decomposição

Lúcia. Situação: problema verbal. Operação: 200 – 35:

"Se fosse trinta, o resultado era setenta. Mas é trinta e cinco. Então é sessenta e cinco; cento e sessenta e cinco". [O 35 foi decomposto em 30 e 5, um procedimento que permite à criança trabalhar apenas com centenas e dezenas; as unidades foram consideradas posteriormente. Da mesma forma, o 200 foi decomposto em 100 e 100; uma das centenas foi reservada enquanto a outra foi utilizada no procedimento de computação].

Eduardo. Situação: venda. Operação: 243 – 75:

"Você me dá só os duzentos. Eu lhe dou vinte e cinco de volta. Mais os quarenta e três que você tem, os cento e quarenta e três faz cento e sessenta e oito". [Em lugar de operar sobre 243, a criança opera sobre 100, subtrai daí 75 e adiciona o resultado aos 143 cruzeiros que haviam sido deixados de lado. Observe-se que, inicialmente, a criança tentou operar sobre 200 mas depois decompôs 200 em 100 e 100, operando sobre um deles e deixando o outro de lado, para reintegrá-lo mais tarde. Esse

processo de "deixar de lado" uma parte da quantia mencionada no problema, trabalhando com quantias menores, é o que caracteriza a decomposição].

Eva. Situação: exercício de computação. Operação: 252 – 57:

"Menos cinquenta e dois, dá duzentos, e menos cinco, dá cento e noventa e cinco". [A criança decompôs 252 em 200 e 52; 57 foi decomposto em 52 e 5. Eliminando ambos os 52, restou 5 para retirar de 200].

A heurística de decomposição mostra o conhecimento que a criança tem sobre o sistema de numeração decimal. Lúcia decompôs 35 em 30 e 5; é mais fácil operar com 100 menos 30 do que operar com 100 menos 35. Ao decompor 35 em 30 e 5, ela lidou inicialmente com centenas e dezenas, deixando as unidades para uma etapa posterior do processo de computação. Eduardo decompôs 243 em 100 e 143, subtraindo 75 de 100 e, em seguida, adicionando o resto à parte que havia sido deixada de lado na decomposição. Eva decompôs 252 em 200 e 52, subtraindo 52 de ambos os termos da operação, minuendo e subtraendo, e ficando assim com um problema bem mais simples de resolver: 200 – 5.

A decomposição, em geral, reduz os números de tal forma que o problema passa a ter zeros em uma ou mais das casas do sistema de numeração. Pode-se obter esse resultado pela decomposição direta do número em dois componentes, um dos quais é um número redondo (por exemplo, 252 transforma-se em 200 e 52). A decomposição é um processo de resolução de problemas em que as crianças parecem buscar formas de arredondar os números porque os números redondos não apenas são relacionados ao conhecimento memorizado com maior facilidade (provavelmente o resultado de 100 – 75 é conhecido), mas também porque eles ajudam a evitar a sobrecarga que ocorreria no processamento mental dos dados se a criança tivesse que operar simultaneamente sobre centenas, dezenas e unidades. Ao decompor um número, a criança pode operar com as diferentes casas decimais sucessivamente. A busca de números redondos na decomposição é particularmente evidente em operações envolvendo números sem quaisquer zeros, como no caso de 243 – 75 e 252 – 57.

Outro aspecto interessante da decomposição é que os erros resultantes dessa estratégia de solução de operações aritméticas tendem a ser menores do que aqueles observados quando o procedimento escrito é utilizado. De fato, quando a criança calcula, por exemplo, uma subtração por escrito, pode-se observar casos em que ela obtém um resto maior do que o minuendo, um tipo de erro jamais observado quando a criança usa a heurística de decomposição.

A heurística de decomposição foi utilizada pelo menos uma vez por todas as crianças observadas nesta investigação, tanto na adição como na subtração. Do total de 141 adições e subtrações resolvidas oralmente pelas crianças, nas três situações tomadas em conjunto, foi possível identificar 53 exemplos de decomposição (aproximadamente um terço). Dentre esses, 85% das respostas obtidas eram corretas. Em apenas cinco respostas foram identificadas estratégias diferentes da decomposição. Quanto às 88 respostas restantes, não foi possível identificar a estratégia utilizada uma vez que as crianças não falaram alto durante a resolução dos problemas nem apresentaram uma explicação de sua maneira de calcular que permitisse a identificação do processo de resolução.

A heurística de agrupamento repetido

A seguir, serão apresentados alguns exemplos da *heurística de agrupamento repetido*, os quais permitirão explorar suas características bem como ilustrar sua flexibilidade.

José Geraldo. Situação: venda. Computação: 15 × 50.

Cinquenta, cem, cento e cinquenta, duzentos, duzentos e cinquenta. (Enquanto dizia esses números, a criança marcava nos dedos de uma mão quantos cinquentas já haviam sido somados. Ao completar essa mão, ela continuou). *Duzentos e cinquenta. Quinhentos. Quinhentos e cinquenta, seiscentos, seiscentos e cinquenta, setecentos, setecentas e cinquenta.* [A criança começou adicionando 50 cinco vezes até obter 250. Em seguida ela duplicou este resultado obtendo dez 50s e depois continuou adicionando os 50s um a um].

Francisco. Situação: problema verbal. Computação: 75 ÷ 5.

"Se você der dez bolas para cada (criança), dá 50. Tem mais vinte e cinco. Para dar para cinco meninos, esse tá difícil" (Examinador: Esse é difícil.) *"Mais cinco pra cada um. Quinze pra cada".* [O problema foi resolvido subtraindo-se sucessivamente os agrupamentos mais convenientes, os quais eram distribuidos enquanto se levava em consideração o aumento na quantidade atribuída a cada menino: 10 bolas de gude foram dadas a cada um dos 5 meninos, o que dá um total de 50 bolas; as 25 restantes foram, em seguida, distribuídas entre os 5 meninos, ficando cada um com mais 5 bolas, o que perfaz um total de 15 bolas para cada].

Eva. Situação: exercício de computação. Computação: 100 ÷ 4.

[Após tentar, sem sucesso, resolver o problema no papel, afirma que é impossível. Ela tentara primeiramente dividir 1 por 4, o que não era possível, depois 0 por 4 e finalmente desistiu. O examinador pediu então uma justificativa.] *"Na minha cabeça eu posso fazer. Cem dividido por quatro é vinte e cinco. Cem dividido por dois é cinquenta. Depois divide por dois de novo, dá vinte e cinco."* [Foi realizada uma fatoração: duas divisões sucessivas por 2 foram utilizadas em lugar de uma divisão por 4].

O agrupamento repetido é adequado para a multiplicação e a divisão. Desta forma, a multiplicação é resolvida por adições sucessivas e a divisão, por subtrações sucessivas. Quando a criança multiplica, os valores adicionados sucessivamente referem-se a quantidades de mais fácil operação do que os multiplicandos contidos no enunciado do problema; por exemplo, adicionar de 100 em 100 é mais fácil do que de 50 em 50, o que resultou, frequentemente, numa transformação do multiplicador 50 em 100 para a realização de adições repetidas. A criança, constantemente, leva em consideração os subtotais em seu progresso na direção da solução; vimos como José Geraldo, ao obter o valor para cinco 50s, dobra esse valor obtendo dez 50s e depois volta a

adicionar os 50s de um em um. O objetivo é alcançado quando a quantidade correspondente ao multiplicador foi adicionada um número adequado de vezes ou, no caso da divisão, quando a quantidade original foi totalmente distribuída. Objetos concretos ou os dedos podem ser utilizados neste processo de adições ou subtrações sucessivas. No entanto, essa utilização não torna a computação mais concreta, pois cada dedo corresponde a um valor — 50, por exemplo — diferente de um.

A quantidade escolhida para se operar na heurística de agrupamentos repetidos parece depender tanto dos números envolvidos como do conhecimento que a criança tem da tabuada. O agrupamento de 50s em 100s representa uma vantagem óbvia para o processo de computação; mesmo para uma criança que não tem um bom domínio do sistema numérico, é bastante fácil contar de 100 em 100. Mas a heurística é mais rica: a criança pode escolher atalhos como calcular o subtotal correspondente à adição sucessiva de uma quantidade 6 vezes e depois dobrar esse resultado para obter o resultado da multiplicação por 12; ou adicionar o resultado da adição sucessiva de uma quantidade 5 vezes, ao resultado da adição dessa quantidade por 10 para obter o resultado relativo a 15 vezes; ou trabalhar com dobros sucessivos como 1, 2, 4, 8, 16, subtraindo em seguida, a quantidade a ser multiplicada para obter o resultado da multiplicação por 15. Na divisão, a heurística envolve subtrações sucessivas, como no exemplo de Francisco ao resolver 75 : 5. Divisões sucessivas, como no exemplo de Eva, foram classificadas como agrupamento repetido, apesar de o processo de fatoração do divisor ser mais complexo: ele envolve a coordenação de divisões sucessivas em lugar de subtrações sucessivas. Entretanto, investigações mais detalhadas sobre esse tipo de estratégia são necessárias para esclarecer melhor sua natureza.

A heurística de agrupamento repetido foi utilizada pelo menos uma vez por 15 das 16 crianças ao resolverem multiplicações e por 14 delas no caso da divisão. Das 113 multiplicações e divisões resolvidas oralmente nas três situações, tomadas em conjunto, foi possível identificar 61 exemplos claros de agrupamento repetido (aproximadamente metade) e 12 tentativas de decomposição, uma delas em conjunto com a heurística de agrupamento repetido. Não foi possível classificar

40 respostas. Dentre os problemas onde a estratégia utilizada foi o agrupamento repetido, 59% foram resolvidos corretamente.

Algumas generalizações

Em primeiro lugar, os procedimentos orais parecem fazer parte de uma abordagem do tipo manipulação de quantidades. Ao resolver os problemas "de cabeça", *a criança faz modificações nos valores apresentados e trabalha com quantidades que podem ser mais facilmente manipuladas.* Em segundo lugar, diferentemente do que é observado na manipulação de símbolos, *não há uma estratégia uniforme para resolver os problemas.* As heurísticas de decomposição ou de agrupamentos repetidos levavam em consideração as quantidades específicas a serem trabalhadas e exigiam decisões quanto à maneira de proceder. Em terceiro lugar, as crianças, em geral, *preferiam lidar com as centenas, dezenas e, por último, as unidades, trabalhando, portanto, na direção oposta à utilizada para os algoritmos escritos,* com exceção da divisão. Em quarto lugar, os *resultados obtidos pelas crianças, mesmo quando errados, faziam sentido* pelo fato de existir um acompanhamento contínuo das quantidades durante o processo de cálculo: no procedimento oral, a criança parece "saber onde está" em cada momento. Finalmente, em quinto lugar, *as crianças tendem a trabalhar frequentemente, no cálculo oral, com quantidades que, se escritas, terminariam em um ou mais zeros.* Tais números diminuem a quantidade de elementos a serem processados em cada momento e permitem à criança aproveitar-se de seu conhecimento da tabuada.

A presença de zeros facilita a resolução oral dos problemas, ao contrário do que acontece com o cálculo escrito. Na matemática oral, a inexistência de, por exemplo, dezenas, não requer a representação ou a operação sobre zeros. Na aritmética escrita, os zeros precisam ser explicitamente representados e levados em consideração de forma determinada. Ao subtrair 5 de 0, na forma escrita, as crianças, em geral, ficam em dúvida quanto ao resultado vacilando entre 5 e 0. Nestas circunstâncias, elas frequentemente deixam de usar o procedimento de tomar

emprestado e deixam de computar o resultado com relação a 10. Durante este estudo, muitas vezes, ao utilizar procedimentos escritos, as crianças perguntavam "Esse zero é um número?" ou "Isso é um zero ou um dez?". Este tipo de pergunta jamais aparecia quando o procedimento utilizado era o oral. Tal contraste fica melhor ilustrado com o exemplo seguinte.

Ronaldo. Situação: venda simulada. Computação: 200 – 35.

[A criança escreveu 200 – 35 utilizando o arranjo vertical prescrito pela escola. Em seguida, escreveu o resultado, começando pelas unidades e falando alto, obtendo como resultado 200, da seguinte forma:] *"Cinco para zero, nada. Três para zero, nada. Dois menos nada, dois".* (Examinador: Está certo?) *"Não. Então você compra uma coisa e ela custa trinta e cinco, você paga com uma nota de duzentos e eu lhe devolvo os duzentos?"* (E.: Então faça de novo.) [Ronaldo escreve 200 – 35 da mesma forma, escreve o resultado a partir das unidades e obtém como resultado 235, falando alto:] *"Cinco menos nada, cinco. Três, tira zero, três. Dois, tira zero, dois. Errado de novo".* (E.: Por que está errado de novo?) *"Agora, você compra uma coisa e ela custa 35. Você me dá duzentos e eu lhe dou os duzentos de volta e mais trinta e cinco?"* (E.: Você sabe qual é o resultado?) *"Se fosse a trinta, então eu lhe dava cento e setenta."* (E.: Mas é trinta e cinco. Você tá me dando um desconto?) *"Cento e sessenta e cinco".* [O acompanhamento do significado do problema pela criança, após a obtenção de um resultado sem sentido pelo procedimento escrito, ilustra bem a distinção entre o trabalho com quantidades e o trabalho com símbolos escritos.]

Conclusões

O impacto sobre a criança das diferentes situações nas quais a resolução de problemas ocorre ficou claramente demonstrado. Este impacto não é produzido por alguma peculiaridade da situação de teste, como a ansiedade, mas parece ser o resultado do significado que o problema tem para a criança no momento em que ela se engaja na sua solução. Situações que apresentam as quantidades dentro de uma interação significativa, tal como calcular o valor do troco em uma compra ou o número de crianças em uma escola, parecem levar a criança a adotar um procedimento de resolução de problema do tipo manipulação de quantidades. A preservação do significado do problema dentro desta abordagem inclui dois aspectos da significação; a) as quantidades físicas que estão sendo quantificadas (carros, dinheiro etc.); b) a significação do próprio quantificador dentro do sistema numérico (centenas, dezenas, unidades). Embora os passos para a resolução dos problemas por meio dessas heurísticas de decomposição e agrupamento repetido pudessem ser escritos, a forma escolhida foi, quase sempre, a oral. Em contraste, as computações do tipo exercícios de cálculo, comumente encontrados na sala de aula, em que apenas números são apresentados, parecem elicitar soluções através do uso de algoritmos escritos. Este tipo de procedimento leva a criança a focalizar sua atenção nos símbolos escritos, perdendo, assim, tanto o significado das transações que estão sendo quantificadas, como o significado dos algarismos dentro do sistema de quantificação. Esta perda de significado parece explicar a facilidade com que a criança aceita resultados absurdos, como o resto de uma subtração maior que o minuendo, resposta que é prontamente rejeitada quando a criança considera o significado implícito na computação.

Embora não se pretenda sugerir a substituição da matemática escrita pela matemática oral dentro da escola, uma vez que a matemática escrita apresenta inúmeras vantagens do ponto de vista do desenvolvimento do aluno a longo prazo, é importante que os professores reconheçam, entendam e valorizem a matemática oral, especialmente aqueles que lidam com alunos que têm oportunidade de trabalhar no setor informal da economia. Esta atividade matemática tem sólidas bases na compreensão do número e do sistema decimal, habilidades que devem ser utilizadas, e não desprezadas, pela escola.

Finalmente, um aspecto desses resultados que merece ser salientado refere-se à questão: por que as crianças recorrem ao cálculo escrito, mesmo quando parecem compreender que trabalham de modo mais

eficiente com o cálculo oral? A resposta a esta questão pode ser apenas especulativa. Ainda assim, é importante procurar considerá-la. Aparentemente, aprendemos na escola não somente a resolver operações aritméticas mas também atitudes e valores relativos ao que é apropriado em matemática. A matemática, aprendemos implicitamente, é uma atividade que se pratica por escrito, é algo para aqueles que vão à escola. E esta é a forma apropriada de resolver problemas. *Esta ideologia não apenas inibe o cálculo oral, mas também desvaloriza este tipo de saber popular, que não tem lugar na escola nem pode ser reconhecido num sistema de promoção em que todas as avaliações são feitas por escrito.* Quando constatamos que a escola rejeita esse saber popular da criança, manifesto na matemática oral, precisamos perguntar-nos: a quem interessa esta rejeição? Ao aluno? Ao professor? À sociedade?

Bibliografia

BROWN, J. S.; BURTON, R. R. Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, n. 2, p. 155-92, 1978.

CARRAHER, D. W.; CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A. D. Having a feel for calculations. In: DAMEROW, P.; DUNKLEY, M. F.; NEBRES, B. F.; WERRY, B. (Orgs.). *Mathematics for all.* Paris: Unesco, 1986. p. 87-9.

______. Na vida, dez; na escola, zero. Os contextos culturais da aprendizagem da matemática. *Cadernos de Pesquisa*, n. 42, p. 79-86, 1982.

______. Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, n. 3, p. 21-9, 1985.

CARRAHER, T. N. The decimal system: understanding and notation. In: STREEFLAND, L. (Org.). *Proceedings of lhe Ninth International Conference for the Psychology of Mathematical Education.* Utrecht, Holanda, University of Utrecht. Research Group on Mathematics Education and Educational Computer Center, v. 1, p. 288-303, 1985.

______; SCHLIEMANN, A. D. Fracasso escolar, uma questão social. *Cadernos de Pesquisa*, n. 45, p. 3-19, 1983a.

CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A. D. A adição e a subtração na escola primária: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 64, n. 148, p. 232-42, 1983b.

______. Computation routines prescribed by schools: Help or hindrance. *Journal for Research in Mathematics Education*, n. 16, p. 37-44, 1985.

COCKROFT, W. H. Inquiry into school teaching of Mathematics in England and Wales. In: CARSS, M. (Org.). *Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education*. Boston: Birkhauser, 1986. p. 328-29.

GINSBURG, H. P. The development of addition in contexts of culture, social class, and race. In: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. (Orgs.). *Addition and subtraction*: a cognitive perspective. Hillsdale (NJ): Erlbaum,1982. p. 99-118.

HUNTER, I. M. L. Mental calculation: Two additional comments. In: JOHNSON-LAIRD, P. N.; WASON, P. C. (Orgs.). *Thinking*: readings in cognitive science. Cambridge (UK): Cambridge University Press, 1977. p. 35-42.

KNUTH, D. E. Algorithms. *Scientific American*, n. 148, p. 63-80, abr. 1977.

LAVE, J. *Tailored learning*: education and cognitive skills among craftsmen in West Africa, 1984. (Inédito.)

PLUNKETT, S. Decomposition and all that rot. *Mathematics in Schools*, v. 8, n. 3, p. 2-7, 1978.

REED, H. J.; LAVE, J. Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition. In: CASEN, R. W. (Org.). *Language, culture and cognition*: anthropological perspectives. Nova York: Macmillan, 1981. p. 437-55.

RESNICK, L. B. Syntax and semantics in learning to subtract. In: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. (Orgs.). *Addition and subtraction*: a cognitive perspective. Hillsdale (NJ): Erlbaum, 1982. p. 36-155.

SCRIBNER, S. Studying working intelligence. In: ROGOFF, B.; LAVE, J. (Orgs.). *Everyday cognition*: its development in social context. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1984. p. 9-40.

VERGNAUD, G. The development of addition and subtraction problem-solving skills. In: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. (Orgs.). *Addition and subtraction*: a cognitive perspective. Hillsdale (NJ): Erlbaum, 1982. p. 39-59.

Capítulo 4

Escolarização formal *versus* experiência prática na resolução de problemas*

Analúcia D. Schliemann

Vimos nos capítulos anteriores como, trabalhando como vendedores, as crianças desenvolvem estratégias próprias para resolver problemas de aritmética envolvendo as quatro operações. Vimos também que, em contraste com os procedimentos escolares, estas estratégias são altamente eficientes porque lidam com os números conservando em todos os momentos o seu significado. Neste capítulo apresentamos um estudo que analisa como estas mesmas operações aritméticas são utilizadas para resolver problemas típicos de uma outra situação de trabalho, a da

* Este estudo foi financiado pelo CNPq e pelo INEP. Colaboraram na coleta e análise dos dados Ana Karina Lira, Clara Santos, Robério Melo e Solange Canuto. Agradeço a David e Terezinha Nunes e a Geoffrey Saxe pelos comentários sobre versões prévias deste artigo.

Uma primeira versão deste trabalho foi apresentada no V International Congress on Mathematical Education, Adelaide, Austrália (1984) e publicada em DAMEROW, P.; DUNCKLEY, M.; NEBRES B.; WERRY, B. (Orgs.). *Mathematics for all*. Unesco, 1984. A presente versão foi publicada por *Psicologia, Teoria e Pesquisa*, v. 2, n. 3, p. 233-44, 1986.