

PSI-3432: Processamento de Áudio e Imagem

1ª Prova

28 de setembro de 2017

Nome:

Nº USP:

Duração da prova: 100 minutos
Tipo de prova: com consulta a formulário próprio (1 folha)
Justifique todas as respostas!

Notas:

1ª Q:

2ª Q:

3ª Q:

4ª Q:

Total:

1ª Q (3,5) Considere o sinal

$$x(t) = (e^{-2t} - e^{-4}) [H(t) - H(t - 2)],$$

em que $H(t)$ é o degrau unitário.

- a) (0,5) Calcule a transformada de Fourier $X(j\Omega)$ de $x(t)$.
- b) (0,5) Suponha que $y(t)$ seja um sinal periódico com período $T = 2$, tal que $y(t) = x(t)$ para $0 \leq t \leq 2$. Calcule a série de Fourier y_k de $y(t)$.
- c) (1,0) Mostre como y_k pode ser obtida a partir de $X(j\Omega)$.
- d) (0,5) Considere que o sinal $x(t)$ foi amostrado com $T_a = 0,5$. Calcule a transformada de Fourier de tempo discreto $X(e^{j\omega})$ do sinal $x[n]$ correspondente.
- e) (1,0) Escreva uma expressão (uma somatória) relacionando $X(e^{j\pi/2})$ com $X(j\Omega_k)$, para valores adequados de Ω_k . Não é necessário expandir a somatória, basta escrever a expressão.

2ª Q (3,0) A série de Fourier de $x(t)$ tem coeficientes

$$x_0 = 1, \quad x_1 = x_{-1}^* = 0,7e^{j\pi/6}, \quad x_3 = x_{-3}^* = 0,3e^{-j\pi/9},$$

e todos os outros coeficientes são nulos.

- a) (1,0) Supondo que o sinal tenha período $T = 2\text{s}$, escreva a expressão de $x(t)$.
- b) (1,0) Você usa uma taxa de amostragem $f_a = 9 \text{ Hz}$, e realiza a TDF de $x[n] = x(nT_a)$, para $0 \leq n \leq 17$. Determine os coeficientes $X[k]$ a partir dos x_i do enunciado.
- c) (1,0) Repita o item anterior considerando $0 \leq n \leq 35$.

3^a Q (2,5) Você precisa calcular a convolução linear $z[n] = x[n] * y[n]$ entre os sinais $x[n]$ e $y[n]$, ambos com $L = 1024$ pontos.

- a) (0,5) Usando a TDF para calcular a convolução, qual é o número mínimo de pontos necessário para que o resultado usando a TDF seja igual a $z[n]$?
- b) (0,5) Haveria vantagem em usar a TDF se fossem usados $N = 2053$ pontos para calcular a TDF? (2053 é um número primo).
- c) (0,5) Mostre a sequência de operações necessária para obter $z[n]$ usando a TDF.
- d) (1,0) Quantas multiplicações são necessárias para calcular todos os pontos não-nulos de $z[n]$ diretamente pela definição, isto é, usando a expressão

$$z[n] = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} x[\ell]y[n - \ell]?$$

Note que usando a expressão acima diretamente, para $z[0]$ é necessária uma multiplicação, para $z[1]$ são necessárias duas multiplicações, e assim por diante. Compare com o número de multiplicações necessário para calcular a mesma convolução usando a FFT com $N = 2^M$ (igual a $N \log_2 M = NM$ na versão mais rápida da FFT). Qual é o menor valor de M necessário?

4^a Q (1,0)

- a)** (0,5) Calcule a convolução linear das sequências $x[n] = \delta[n] + 0,3\delta[n - 1] + 0,2\delta[n - 2]$ e $y[n] = -0,2\delta[n] + 0,5\delta[n - 1]$.
- b)** (0,5) Calcule a convolução circular (considerando período de três pontos) de $x[n]$ e $y[n]$.