



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**Departamento de Engenharia Mecânica**

---

## **LABORATÓRIO DE VIBRAÇÕES E CONTROLE - PME3403 ANÁLISE MODAL (mini-torre)**

**Prof. Roberto Spinola Barbosa**

### **1. Introdução**

A técnica da análise modal é utilizada para estudar o comportamento dinâmico de sistemas com vários graus de liberdade. O objetivo do experimento é modelar e aplicar a técnica para estudar o movimento vibratório de um sistema mecânico com mais de um grau de liberdade acoplado. Adicionalmente propõe-se avaliar técnica de atenuar comportamento vibracional.

### **2. Metodologia**

As atividades realizadas serão divididas em três partes: modelagem/simulação, medidas experimentais/validação e projeto/avaliação de absorvedor dinâmico. O modelo matemático permite identificar e simular pela técnica de soma modal os movimentos de vibração do sistema, para condições iniciais não nulas. As medidas experimentais permitem validar o modelo elaborado. A avaliação do absorvedor dinâmico permite verificar sua eficácia.

### **3. Modelagem do Sistema**

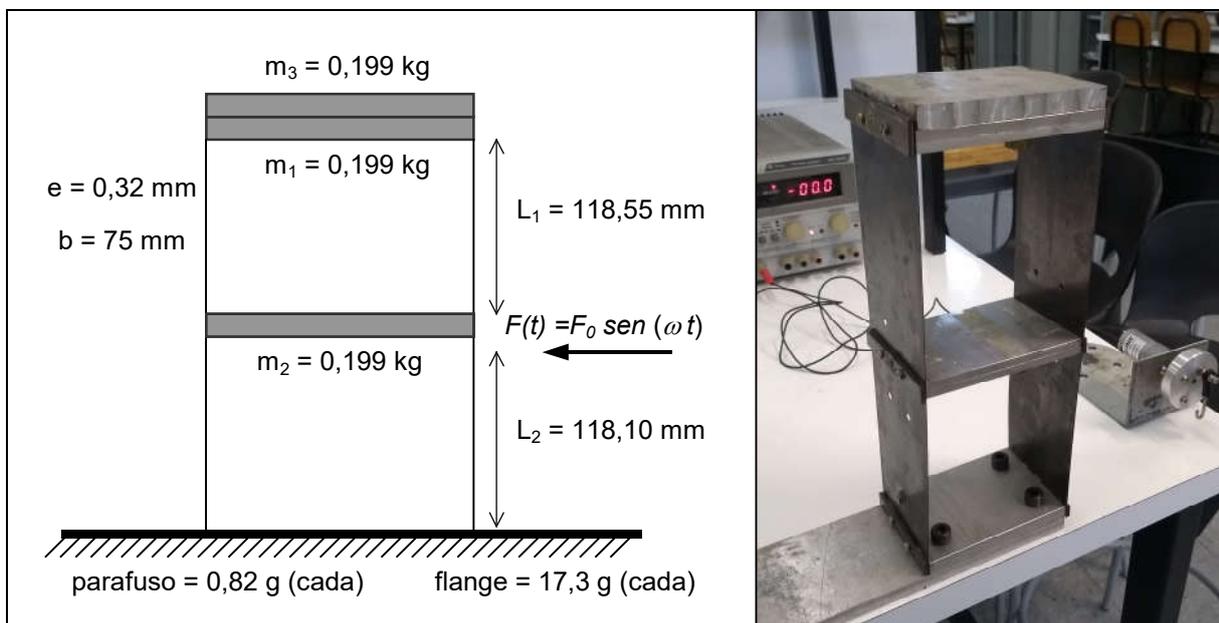
Considere o sistema composto por duas placas de massa  $m_1$  e  $m_2$  e quatro laminas de espessura  $e = 0,32$  mm, formando uma torre com dois andares, que corresponde ao dispositivo utilizado no experimento, conforme ilustrado na Figura 1. Identifique os graus de liberdade do sistema e suas propriedades inerciais. Desenhe o diagrama de força sobre o corpo livre do sistema. Identifique o tipo de vínculo da lâmina com a placa. Calcule a rigidez equivalente das lâminas (ver *Timoshenko*). Aplicando os teoremas da mecânica, determine as equações diferenciais de movimento nas coordenadas físicas. Descreva o sistema na forma matricial (que é acoplado). Calcule as frequências naturais do sistema ( $\omega_{n1}$  e  $\omega_{n2}$ ) e proporções dos modos de vibrar (auto valores e auto vetores). Note que o método de solução modal adotado pode ser estendido para um sistema de vários graus de liberdade (múltiplos corpos), sem perda de generalidade.



## ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

### Departamento de Engenharia Mecânica

Para desacoplar as equações é necessário resolver o problema de autovalor/autovetor. Desta forma obtém-se um sistema transformado de equações independentes expresso em coordenadas modais. Determine a resposta temporal através do método de composição modal. Pede-se:



**Figura 1 – Sistema Mecânico (mini-torre)**

i) Determine a solução do problema de vibração livre, expresso em coordenadas modais e nas coordenadas físicas, utilizando o programa numérico (*Octave* ou *SciLab*). Calcule o movimento livre do sistema utilizando a solução modal (ver Capítulo 4.4 do livro "*Engineering Vibration*", *Inman*) para as seguintes condições iniciais de posição (deslocamento lateral  $x_i$  de cada corpo) e velocidade ( $V_i$  de cada corpo):

- primeira condição inicial:  $x_1 = 1$  (corpo superior);  $x_2 = 0$ ;  $V_1 = 0$ ;  $V_2 = 0$ ;
- segunda condição inicial:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 1$ ;  $V_1 = 0$ ;  $V_2 = 0$ ;
- terceira condição inicial (condição modal): utilize como condições iniciais os deslocamentos modais do segundo modo (movimento das massas em oposição de fase) e considere as velocidades iniciais nulas.

Faça gráfico temporal dos resultados da movimentação da torre. Analise os resultados.



## ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

### Departamento de Engenharia Mecânica

- ii) Utilizando a técnica de integração numérica, aplique no corpo intermediário uma força harmônica externa  $F = F_0 * \text{sen}(\omega_e t)$  de magnitude  $F_0$  (10 N) com frequência de excitação  $\omega_e$  variada (de 0 até  $2 \omega_{n2}$ , em 20 intervalos). Determine a amplitude máxima do movimento ( $x_{\text{max}}$ ) para cada frequência. Inspeção a relação  $x_{\text{max}}/F_0$  em função de  $\omega_e$  (desenhe esta função). Interprete o resultado obtido.
- iii) Finalmente projete um absorvedor dinâmico com a massa fornecida (46 g) para cada modo de vibrar (ver Capítulo 7.13 do livro “*Vibration Analysis*”, *Vierck*), conforme ilustrado na Figura 4. Modele o absorvedor identificando o tipo de vínculo utilizado e a rigidez da lâmina de plástico ( $0.6 \times 9.3$  mm) considerando os efeitos elástico e gravitacional.

#### 4. Exercício Experimental

Para realizar o experimento pede-se:

- iv) Medir a rigidez da lâmina utilizando os dispositivos sugeridos na Figura 3b.
- v) Instale o excitador mecânico (ou eletro-magnético) na placa superior/inferior utilizando o elástico, conforme ilustrado na Figura 2b.
- vi) Instale os acelerômetros em cada placa (7g cada). Conecte os acelerômetros à fonte e ao osciloscópio.

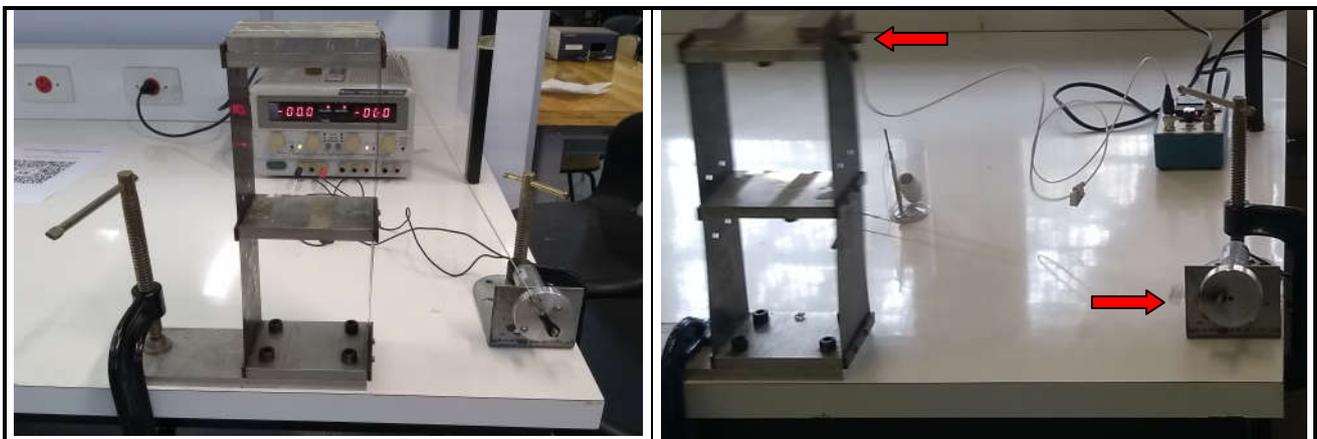


Figura 2 – Montagem do Excitador e Acelerômetros



## ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

### Departamento de Engenharia Mecânica

- vii) Faça uma varredura de frequência de excitação, alterando a tensão de alimentação do excitador, ilustrado na Figura 3a, identificando as ressonâncias.
- viii) Identifique as proporções dos modos de vibrar através da leitura dos acelerômetros no osciloscópio, conforme ilustrado na Figura 5.



Figura 3 – Montagem da Fonte do Excitador (conectar os fios e regular a tensão)

Determine experimentalmente as frequências naturais e proporções dos modos de vibrar da torre e compare com os valores analíticos obtidos. Anote os valores para descrever o experimento no relatório. O experimento fornecerá subsídios para a validação do modelo matemático. Calcule as diferenças e analise as causas.

- ix) Instale a massa absorvedora na posição ideal, conforme ilustrado na Figura 4 e ajuste seus parâmetros conforme projetado. Descreva o comportamento do sistema excitado em cada frequência natural, quando o absorvedor de vibração ajustado foi instalado adequadamente. Avalie a eficácia do absorvedor dinâmico em cada modo.



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**Departamento de Engenharia Mecânica**

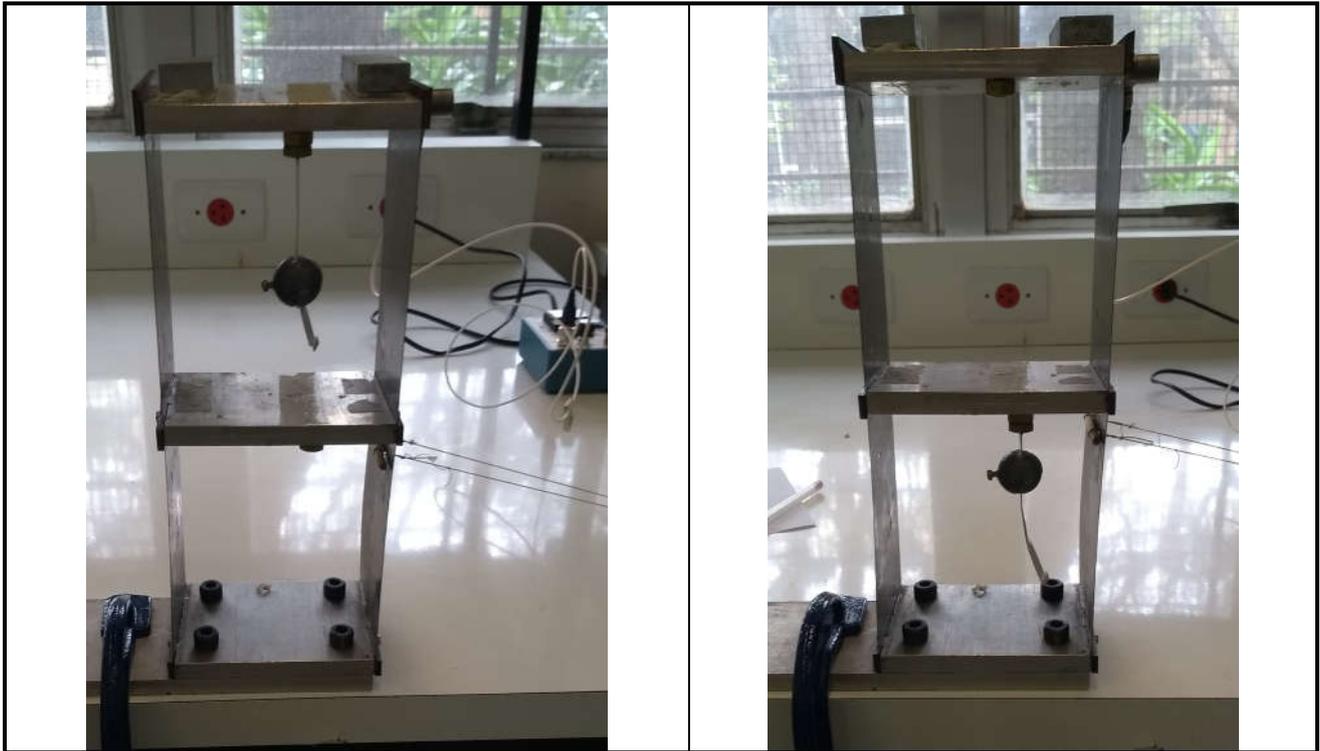


Figura 4 – Sistemas de atenuação de vibrações (absorvedor dinâmico)



Figura 5 – Alimentação do Acelerômetro e Osciloscópio para Medição



## **ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

### **Departamento de Engenharia Mecânica**

---

#### **5. Relatório**

Faça o relatório descritivo com o modelo elaborado para a torre e para o absorvedor, métodos utilizados, equações obtidas, resultados numéricos e gráficos. Descreva o experimento de identificação modal e relate os valores encontrados. Incluir figura da tela do osciloscópio e fotos dos dispositivos e demais informações necessárias para a completa descrição do experimento.

Compare o resultado obtido numericamente com os valores obtidos da rigidez da lâmina. Compare os resultados obtidos de frequências e amplitude dos modos identificados na medida experimental. Avalie as eventuais diferenças observadas com as hipóteses simplificadoras adotadas no modelo de representação do sistema real. Justifique as diferenças encontradas. Avalie a eficácia do absorvedor dinâmico para cada modo de vibrar. Finalmente apresente conclusões e comentários.

Inclua ainda em anexo as referências bibliográficas utilizadas e a listagem dos códigos de programa elaborados. O relatório deverá ser assinado por todos os membros da equipe (incluir nº USP) e enviado para o sistema *Moodle* em duas semanas após a prática.

#### **6. Textos para leitura:**

Capítulo 4.4 do livro sob título: "*ENGINEERING VIBRATION*" do autor: *Daniel J. Inman*, 2ª edição, correspondente a sistemas de mais de dois graus de liberdade e método de soma modal. Livro disponível na Biblioteca da Eng. Mecânica, localização: 534.01 In6e2.

Capítulo 7.13 do livro sob título: "*VIBRATION ANALYSIS*", Autor: *Robert K. Vierck*, segunda edição, que versa sobre absorvedores dinâmicos. Livro disponível na Biblioteca da Eng. Mecânica, localização: 534.01 V676v

Capítulo 6 do livro sob título: "*MECÂNICA DOS SÓLIDOS*", Autores: *Timoshenko e Gere*, que versa sobre elasticidade de elementos estruturais. Livro disponível na Biblioteca da Eng. Mecânica, localização: 620.17 T487mP v.2