



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

LABORATÓRIO DE VIBRAÇÕES E CONTROLE - PME3403 ANÁLISE MODAL (mini-torre)

Prof. Roberto Spinola Barbosa

1. Introdução

A técnica da análise modal é utilizada para estudar o comportamento dinâmico de sistemas com vários graus de liberdade. O objetivo do experimento é modelar e aplicar a técnica para estudar o movimento vibratório de um sistema mecânico com mais de um grau de liberdade acoplado. Adicionalmente propõe-se avaliar técnica de atenuar comportamento vibracional.

2. Metodologia

As atividades realizadas serão divididas em três partes: modelagem/simulação, medidas experimentais/validação e projeto/avaliação de absorvedor dinâmico. O modelo matemático permite identificar e simular pela técnica de soma modal os movimentos de vibração do sistema, para condições iniciais não nulas. As medidas experimentais permitem validar o modelo elaborado. A avaliação do absorvedor dinâmico permite verificar sua eficácia.

3. Modelagem do Sistema

Considere o sistema composto por duas placas de massa m_1 e m_2 e quatro laminas de espessura $e = 0,32$ mm, formando uma torre com dois andares, que corresponde ao dispositivo utilizado no experimento, conforme ilustrado na Figura 1. Identifique os graus de liberdade do sistema e suas propriedades inerciais. Desenhe o diagrama de força sobre o corpo livre do sistema. Identifique o tipo de vínculo da lâmina com a placa. Calcule a rigidez equivalente das lâminas (ver *Timoshenko*). Aplicando os teoremas da mecânica, determine as equações diferenciais de movimento nas coordenadas físicas. Descreva o sistema na forma matricial (que é acoplado). Calcule as frequências naturais do sistema (ω_{n1} e ω_{n2}) e proporções dos modos de vibrar (auto valores e auto vetores). Note que o método de solução modal adotado pode ser estendido para um sistema de vários graus de liberdade (múltiplos corpos), sem perda de generalidade.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Para desacoplar as equações é necessário resolver o problema de autovalor/autovetor. Desta forma obtém-se um sistema transformado de equações independentes expresso em coordenadas modais. Determine a resposta temporal através do método de composição modal. Pede-se:

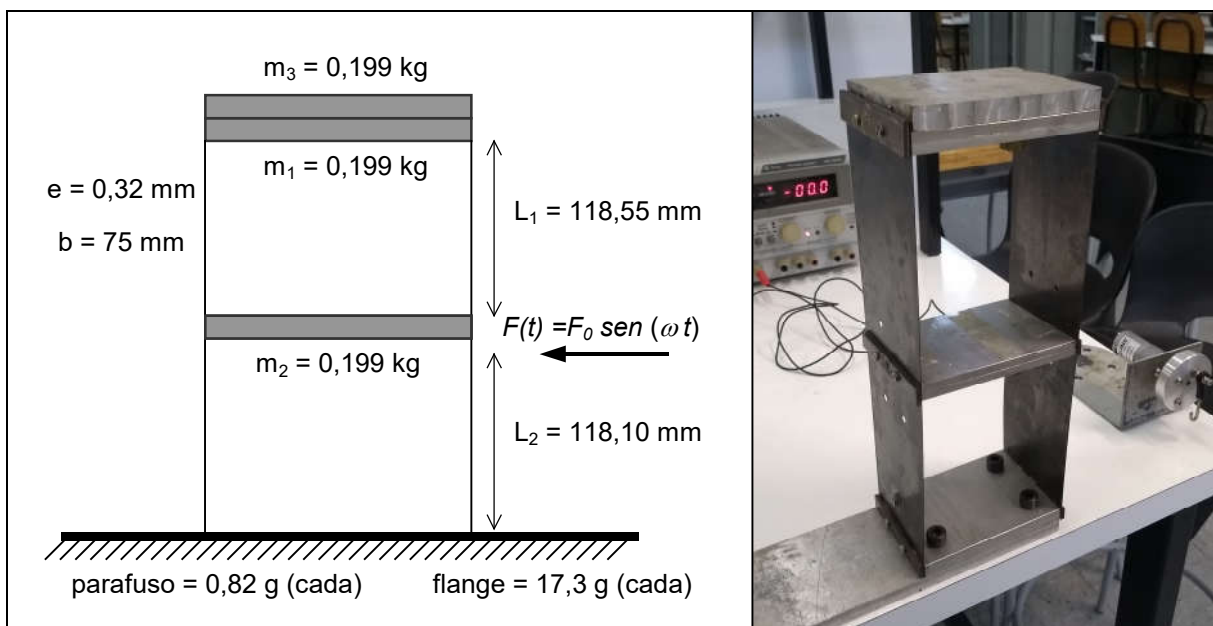


Figura 1 – Sistema Mecânico (mini-torre)

i) Determine a solução do problema de vibração livre, expresso em coordenadas modais e nas coordenadas físicas, utilizando o programa numérico (*Octave* ou *SciLab*). Calcule o movimento livre do sistema utilizando a solução modal (ver Capítulo 4.4 do livro "*Engineering Vibration*", *Inman*) para as seguintes condições iniciais de posição (deslocamento lateral x_i de cada corpo) e velocidade (V_i de cada corpo):

- primeira condição inicial: $x_1 = 1$ (corpo superior); $x_2 = 0$; $V_1 = 0$; $V_2 = 0$;
- segunda condição inicial: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $V_1 = 0$; $V_2 = 0$;
- terceira condição inicial (condição modal): utilize como condições iniciais os deslocamentos modais do segundo modo (movimento das massas em oposição de fase) e considere as velocidades iniciais nulas.

Faça gráfico temporal dos resultados da movimentação da torre. Analise os resultados.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

- ii) Utilizando a técnica de integração numérica, aplique no corpo intermediário uma força harmônica externa $F = F_0 * \text{sen}(\omega_e t)$ de magnitude F_0 (10 N) com frequência de excitação ω_e variada (de 0 até $2 \omega_{n2}$, em 20 intervalos). Determine a amplitude máxima do movimento (x_{max}) para cada frequência. Inspeção a relação x_{max}/F_0 em função de ω_e (desenhe esta função). Interprete o resultado obtido.
- iii) Finalmente projete um absorvedor dinâmico com a massa fornecida (46 g) para cada modo de vibrar (ver Capítulo 7.13 do livro “*Vibration Analysis*”, *Vierck*), conforme ilustrado na Figura 4. Modele o absorvedor identificando o tipo de vínculo utilizado e a rigidez da lâmina de plástico (0.6×9.3 mm) considerando os efeitos elástico e gravitacional.

4. Exercício Experimental

Para realizar o experimento pede-se:

- iv) Medir a rigidez da lâmina utilizando os dispositivos sugeridos na Figura 3b.
- v) Instale o excitador mecânico (ou eletro-magnético) na placa superior/inferior utilizando o elástico, conforme ilustrado na Figura 2b.
- vi) Instale os acelerômetros em cada placa (7g cada). Conecte os acelerômetros à fonte e ao osciloscópio.

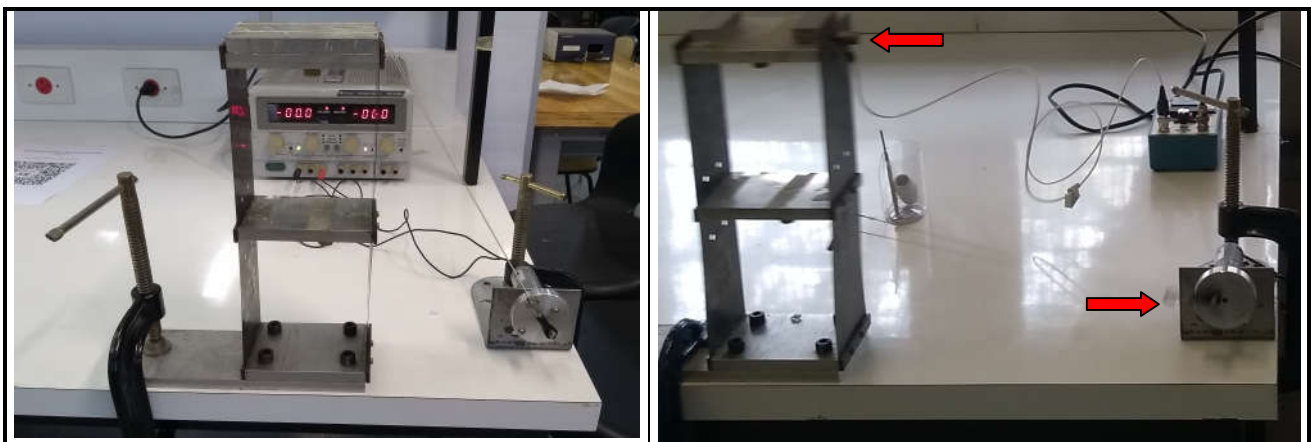


Figura 2 – Montagem do Excitador e Acelerômetros



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

- vii) Faça uma varredura de frequência de excitação, alterando a tensão de alimentação do excitador, ilustrado na Figura 3a, identificando as ressonâncias.
- viii) Identifique as proporções dos modos de vibrar através da leitura dos acelerômetros no osciloscópio, conforme ilustrado na Figura 5.



Figura 3 – Montagem da Fonte do Excitador (conectar os fios e regular a tensão)

Determine experimentalmente as frequências naturais e proporções dos modos de vibrar da torre e compare com os valores analíticos obtidos. Anote os valores para descrever o experimento no relatório. O experimento fornecerá subsídios para a validação do modelo matemático. Calcule as diferenças e analise as causas.

- ix) Instale a massa absorvedora na posição ideal, conforme ilustrado na Figura 4 e ajuste seus parâmetros conforme projetado. Descreva o comportamento do sistema excitado em cada frequência natural, quando o absorvedor de vibração ajustado foi instalado adequadamente. Avalie a eficácia do absorvedor dinâmico em cada modo.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

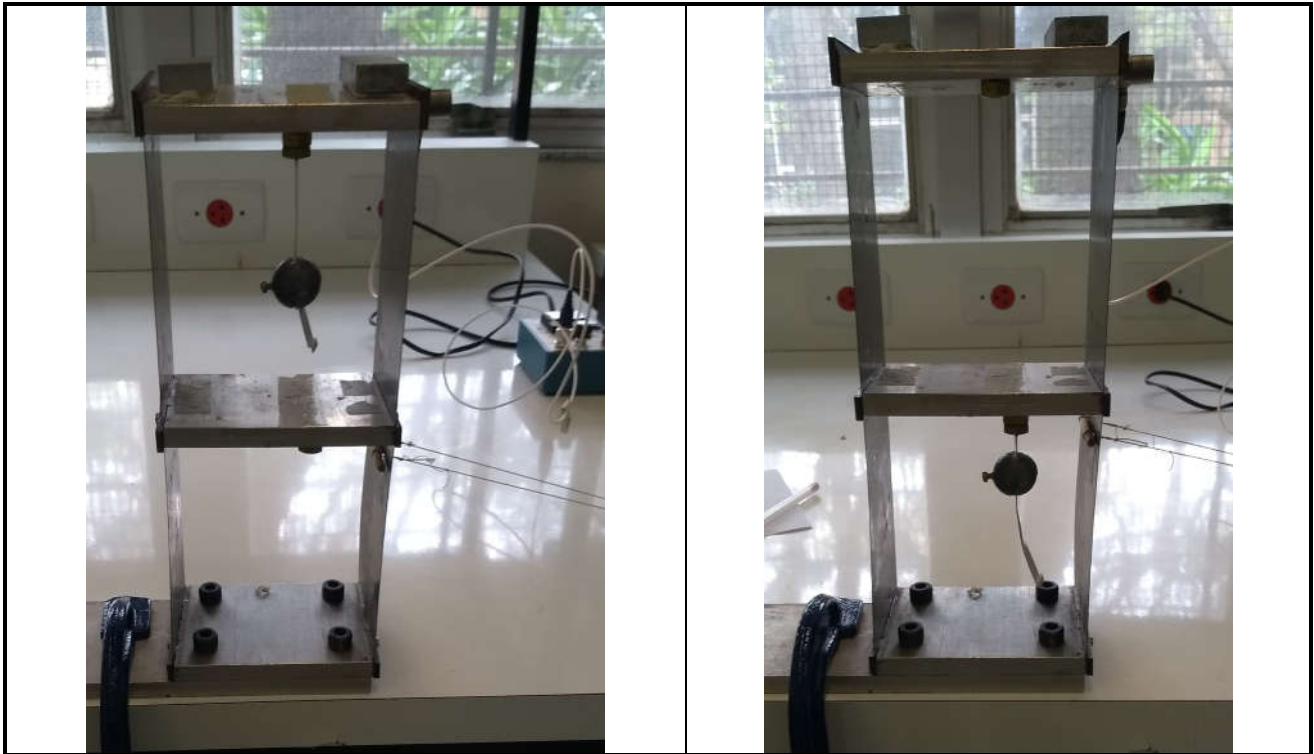


Figura 4 – Sistemas de atenuação de vibrações (absorvedor dinâmico)



Figura 5 – Alimentação do Acelerômetro e Osciloscópio para Medição



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

5. Relatório

Faça o relatório descritivo com o modelo elaborado para a torre e para o absorvedor, métodos utilizados, equações obtidas, resultados numéricos e gráficos. Descreva o experimento de identificação modal e relate os valores encontrados. Incluir figura da tela do osciloscópio e fotos dos dispositivos e demais informações necessárias para a completa descrição do experimento.

Compare o resultado obtido numericamente com os valores obtidos da rigidez da lâmina. Compare os resultados obtidos de frequências e amplitude dos modos identificados na medida experimental. Avalie as eventuais diferenças observadas com as hipóteses simplificadoras adotadas no modelo de representação do sistema real. Justifique as diferenças encontradas. Avalie a eficácia do absorvedor dinâmico para cada modo de vibrar. Finalmente apresente conclusões e comentários.

Inclua ainda em anexo as referências bibliográficas utilizadas e a listagem dos códigos de programa elaborados. O relatório deverá ser assinado por todos os membros da equipe (incluir nº USP) e enviado para o sistema *Moodle* em duas semanas após a prática.

6. Textos para leitura:

Capítulo 4.4 do livro sob título: "*ENGINEERING VIBRATION*" do autor: *Daniel J. Inman*, 2ª edição, correspondente a sistemas de mais de dois graus de liberdade e método de soma modal. Livro disponível na Biblioteca da Eng. Mecânica, localização: 534.01 In6e2.

Capítulo 7.13 do livro sob título: "*VIBRATION ANALYSIS*", Autor: *Robert K. Vierck*, segunda edição, que versa sobre absorvedores dinâmicos. Livro disponível na Biblioteca da Eng. Mecânica, localização: 534.01 V676v

Capítulo 6 do livro sob título: "*MECÂNICA DOS SÓLIDOS*", Autores: *Timoshenko e Gere*, que versa sobre elasticidade de elementos estruturais. Livro disponível na Biblioteca da Eng. Mecânica, localização: 620.17 T487mP v.2