LISTA 9: TESTES DE HIPÓTESES PARA DUAS POPULAÇÕES - SME0320

Exercício 1. Sabe-se que o tempo necessário para percorrer uma determinada rota no final da tarde pode ser estudado por um modelo Normal. Foram instalados sensores para controlar o tempo de abertura dos semáforos presentes na rota e deseja-se verificar se o tempo gasto para completar o percurso diminuiu. Com os sensores desativados, 11 veículos de mesmo ano e marca denominados Grupo Controle, tiveram o tempo gasto no percurso anotado. Em seguida, os sensores foram ativados e outros 13 veículos (Grupo Teste) também de mesmo ano e marca percorreram a mesma rota. Os tempos observados, em minutos, foram:

Controle	38	26	20	70	16	26	38	32	45	49	32		
Teste	17	31	28	21	50	21	20	51	10	22	18	35	29

Verifique se o uso dos sensores contribui para a diminuição do tempo médio gasto na realização do percurso através de um teste de hipóteses.

Exercício 2. Num estudo comparativo do tempo médio de adaptação, uma amostra aleatória, de 50 homens e 50 mulheres de um grande complexo industrial, produziu os seguintes resultados:

Estatísticas	Homens	Mulheres
Médias	3,2 anos	3,7 anos
Desvios padrões	0,8 anos	0,9 anos

Que conclusões você poderia tirar para a população de homens e mulheres dessa indústria? (Indique as suposições feitas para resolver o problema).

Exercício 3. Diversos políticos em relação as filiais de uma rede de supermercados estão associados ao gasto médio dos clientes em cada compra. Deseja-se comparar esse parâmetro para duas novas filiais, por meio de duas amostras de 50 clientes cada. As médias obtidas foram de 62 e 71, respectivamente. Sabe-se que o desvio padrão, em ambos os casos, dever ser da ordem de 20 unidades. É possível afirmar que o gasto médio nas duas filiais seja o mesmo? Caso contrário, dê um intervalo de confiança para a diferença.

Exercício 4. A temperatura (°F) necessária para a desintegração de dois tipos de tubos de plástico está sendo investigada. Duas amostras aleatórias de 14 tubos de cada tipo foram selecionadas e as respectivas temperaturas de desintegração foram as seguintes:

Tipo 1	206	198	195	190	210	211	206	197	200	198	189	194	203	205
Tipo 2	198	194	193	190	185	188	200	189	199	197	183	180	192	189

Suponha que as temperaturas seguem uma distribuição Normal para cada tipo de tubo.

- **(a)** Teste a hipótese de que as temperaturas médias de desintegração dos dois tipos de tubo são equivalentes (utilize a Região Crítica para realizar o teste). Adote um nível de significância de 1%. Interprete os resultados.
- **(b)** Calcule o nível descritivo do teste. Interprete o resultado.
- **(c)** Para quais níveis de significância do teste, concluiríamos que as temperaturas médias de desintegração dos dois tipos de tubo são iguais?

Exercício 5. Uma grande indústria automobilística está decidindo se compra a marca A ou B de pneus para seus novos modelos. Para ajudá-lo a chegar a uma conclusão, um experimento é conduzido usando-se 12 pneus de cada marca. Os pneus são usados até o desgaste. Os resultados são: $\bar{x_1} = 37900$Km e $s_1 = 5100$Km, referentes a marca A, e $\bar{x_2} = 39800$Km e $s_2 = 5900$Km, referentes a marca B. Teste a hipótese de que não há diferença no desgaste médio de duas marcas. Assuma que as populações são aproximadamente normais com variâncias iguais e 5% como nível de significância.

Exercício 6. Em um estudo conduzido pelo Departamento de Nutrição Humana e Alimentos da Universidade de Virgínia, foram registradas os dados de comparação dos resíduos de ácidos sórbico, em partes por milhão, em presunto imediatamente depois de mergulhado em uma solução de sorbato e após 60 dias de armazenamento. Assumindo que as populações são normalmente distribuídas, há evidência suficiente, num nível de significância de $0,05$, para dizermos que o tempo de armazenamento influencia as concentrações residuais de ácidos sórbico?

Fatia	Antes do armazenamento	Depois do armazenamento
1	224	116
2	270	96
3	400	239
4	444	329
5	590	437
6	660	597
7	680	576

Exercício 7. As resistências de dois tipos de concreto, que segue o modelo normal, foram medidas, mostrando os resultados da tabela. Fixado um nível de significância de 10%, existem evidências de que o concreto do tipo X seja mais resistente do que o concreto do tipo Y?

Tipo X	54	55	58	50	61
Tipo Y	51	54	55	52	53

Exercício 8. Considere que, quando alguém é acusado de um crime, possa declarar-se culpado e ser sentenciado sem julgamento, ou possa declarar-se inocente, sendo então submetido a um julgamento. Levando em conta esse contexto, um fato interessante é observar o que ocorre logo após essa declaração do acusado. Considere uma amostra de acusados por furto, que foi estudada para avaliar se as punições dos acusados que optaram pelas formas diferentes de declaração são iguais ou não. Ao nível de significância de 1%, existe diferença no julgamento dos que se declaram culpados e dos que se declaram inocentes?

Autodeclaração	Culpado	Inocente
Julgado como culpado	189	71
Sentenciado a prisão	97	62

Exercício 9. As fábricas de software têm como principal diferencial competitivo o rigor dos seus processos de desenvolvimento. Uma empresa que desenvolve softwares precisa garantir a qualidade do seu processo de desenvolvimento e, para isso, está testando dois métodos de trabalho diferentes. A seguir, apresentam-se os valores encontrados para o número de erros produzidos por duas equipes independentes, uma seguindo o método 1, outra seguindo o método 2.

Método 1	2748	2700	2655	2822	2511	3149	3257	3213	3220	2753
Método 2	2727	3706	3709	3547	3275	2560	2589	2652		

- **(a)** Teste, ao nível de significância de 10%, se a variância do número de erros produzidos seguindo o método 2 é maior do que a variância de acordo com o método 1.
- **(b)** Com base no resultado do teste do item anterior, realize um outro teste, para verificar se, ao nível de significância de 5%, o método 2 é menos eficaz que o método 1.

GABARITO LISTA 9: TESTES DE HIPÓTESES PARA DUAS POPULAÇÕES - SME0320

Exercício 1. Temos que,

Teste de igualdade das variâncias:
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vs $H_1 : \sigma_1^1 \neq \sigma_2^2$.
Estatística do teste: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1,53$.
Região crítica: $R_c = \{F \leq 0,27$ ou $F \geq 3,37\}$.
Como $F \notin R_c$ não rejeitamos H_0.

Queremos testar: $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$
Estatística do teste: $T = 1,48$.
Região critica com $\alpha = 5\%$ da tabela da t com 22 graus de liberdade $R_c = \{T > 1,71\}$.
Como $T \notin R_C$ não rejeitamos H_0.
Conclusão: Concluímos com um nível de 5% de significância de acordo com os dados coletados a média de tempo da rota com os sensores ligados não diminuiu.

Exercício 2. Iremos supor que a variável "tempo de adaptação" tem distribuição Normal.

Teste de igualdade de variâncias:
$H_0 : \sigma_M^2 = \sigma_H^2$ vs $H_1 : \sigma_M^2 \neq \sigma_H^2$.
Estatistica do teste: $w_0 = \frac{s_M^2}{s_H^2} = 1,27$.
Para $\alpha = 0{,}05 \rightarrow RC = (0; 0,567) \cup (1,762; +\infty)$.
Como w_0 não pertence a RC, aceitamos a hipótese de igualdade de variâncias.
Teste de igualdade de médias:
$H_0 : \mu_H = \mu_M$ vs $H_1 : \mu_H \neq \mu_M$.
Para $\alpha = 0,05$, tem-se: $RC = (-\infty; -1,984) \cup (1,984; +\infty)$, $t_{obs} = -2,936$.
Conclusão: Como t_{obs} pertence a RC, conclui-se que o tempo médio de adaptação das mulheres é diferente dos homens.

Exercício 3. Temos que,

Teste de igualdade de médias:
$H_0 : \mu_A = \mu_B$ vs $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$.
Estatística de teste: $z_{obs} = -2,25$.
Para $\alpha = 0,05$, tem-se RC $= (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$.
Conclusão: Como t_{obs} pertence a RC, rejeitamos H_0 a um nível de significância de 5%, ou seja, o gasto das duas filiais não é igual.

Exercício 4.

(a) Temos que,

Teste de igualdade de variâncias:
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vs $H_1 : \sigma_1^1 \neq \sigma_2^2$.
Estatística do teste: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1,297$.
Região crítica: $R_c = \{F \leq 0,218$ ou $F \geq 4,57\}$.
Como $F \notin R_c$ não rejeitamos H_0.
Queremos testar $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$.
Estatística do teste: $T = 3,618$.
Região critica com $\alpha = 1\%$ da tabela da t com 26 graus de liberdade $R_c = \{|T| > 2,78\}$.
Como $T \in R_C$ rejeitamos H_0.
Conclusão: Podemos concluir a um nível de 1% e de acordo com os dados coletados que há diferença entre as temperaturas necessárias para a desintegração de dois tipos de tubos de plástico.

(b) $P(T_{26} > 3,618) = 0.00064$
Como o teste é bilateral p-valor $= 2 \cdot 0.00064 = 0.00128\%$.

(c) Para níveis de significância menores que 0.12%.

Exercício 5. Temos que,

Teste de igualdade de médias:
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.
Estatística de teste: $t_{obs} = -0,84$.
Região crítica: $RC = \{t \epsilon R; t < -2,074 \vee t > 2,074\}$, para $\alpha = 0,05$ e 22g.l.
Conclusão: Como t_{obs} não pertence a RC, não rejeitamos H_0, e portanto o desgaste do pneu A pode ser considerado igual ao do pneu B.

Exercício 6. Temos que,

Teste de igualdade de médias (amostras pareadas):
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
Estatística de teste: $t_{obs} = 8,49$.
Região crítica: $RC = \{t \epsilon RC; t < -2,45 \vee t > 2,45\}$, para $\alpha = 0,05$ e g.l. $= 6$.
Conclusão: Como t_{obs} pertence a RC, rejeita-se H_0 a um nível de significância de 5%.

Exercício 7. Temos que,

Estatística de teste: $t = 1,31$; $t_{tab} = 1,397$.
Não rejeitamos H_0.
Conclusão: Com estas amostras, ao nível de significância de 10%, não é possível afirmar que o concreto do tipo X seja mais resistente do que o concreto do tipo Y.

Exercício 8. Temos que,

Estatística de teste: $Z = -6,704$; $Z_{tab} = -2,58$.
Rejeitamos H_0.
Conclusão: com uma confiança de 99%, concluímos que há diferença no julgamento entre quem se declara inocente e quem se declara culpado.

Exercício 9.

(a) Temos que,

Estatística do teste: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 3,458$; $F_{tab} = 2,51$.
Rejeitamos H_0.
Conclusão: ao nível de significância de 10%, concluímos que a variância do número de erros pelo método 2 é maior do que pelo método 1.

(b) Temos que,

Estatística do teste: $t = -0,953$; $t_{tab} = 1,746$.
Não rejeitamos H_0.
Conclusão: ao nível de significância de 5%, concluímos que não há evidências de que o método 2 seja menos eficaz que o método 1.