

**LISTA 4: DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS - SME0320**

**Exercício 1.** Suponha que  $X$  tenha distribuição  $N(2; 0, 16)$ . Empregando a tabela da distribuição normal, calcule as seguintes probabilidades.

- (a)  $P(X < 1, 8)$ .
- (b)  $P(1, 8 \leq X \leq 2, 1)$ .
- (c)  $P(X \geq 2, 3)$ .

**Exercício 2.** Se  $X \sim \text{Uniforme}(a, b)$ , determine:  $E(X)$ ,  $\text{Var}(X)$  e a função de distribuição acumulada de  $X$ .

**Exercício 3.** Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição exponencial de média 8. Calcule as seguintes probabilidades:

- (a)  $P(X > 10)$ .
- (b)  $P(X \leq E[X])$ .
- (c)  $P(5 \leq X \leq 11)$ .

**Exercício 4.** Se  $X$  tem distribuição  $\text{Gama}(3, 2)$ , determine:

- (a)  $P(X \leq 2)$ .
- (b)  $E(X)$ .
- (c)  $\text{Var}(X)$ .

**Exercício 5.** Uma distribuição uniforme no intervalo  $[a, b]$  tem média 7,5 e variância 6,75. Determine os valores de  $a$  e  $b$ , sabendo que  $b > a > 0$ .

**Exercício 6.** Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias, tais que  $Y = 2X + 5$  e  $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$ . Obtenha:

- (a) A função densidade de probabilidade de  $Y$ .
- (b)  $E(Y)$ .
- (c)  $\text{Var}(Y)$ .

**Exercício 7.** Você chega a um ponto de ônibus às 10 horas. Suponha que o ônibus chega no ponto em algum momento uniformemente distribuído entre 10 : 00 e 10 : 30.

- (a) Qual a probabilidade de você ter que esperar mais de 10 minutos pelo ônibus?
- (b) Se às 10 : 15 o ônibus ainda não chegou, qual a probabilidade de você ainda ter que esperar pelo menos 10 minutos?

**Exercício 8.** O tempo (em horas) necessário para o reparo de uma máquina tem distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda = 0.5$ .

- (a) Qual a probabilidade do tempo de reparo ser maior do que 2 horas?
- (b) Qual é a probabilidade do reparo durar mais de 10 horas dado que a sua duração excedeu 9 horas?

**Exercício 9.** Se uma amostra com 36 observações é tomada de uma população, qual deve ser o tamanho de uma outra amostra para que seu erro padrão seja  $2/3$  do erro padrão da média da primeira amostra?

**Exercício 10.** Sabe-se que a precipitação anual de chuva, em certa localidade, é uma variável aleatória normalmente distribuída, com média igual a 29,5cm e desvio-padrão 2,5cm. Em 95% do tempo a chuva fica acima de qual valor?

**Exercício 11.** Seja  $X \sim \text{Uniforme}(-\alpha, \alpha)$ , determine o valor do parâmetro  $\alpha$  de modo que:

- (a)  $P(-1 < X < 2) = 3/4$ .
- (b)  $P(|X| < 1) = P(|X| > 2)$ .

**Exercício 12.** Supondo que a expectativa de vida, em anos, siga o modelo  $\text{Exponencial}(1/60)$ :

- (a) Determine, para um indivíduo escolhido ao acaso, a probabilidade de viver pelo menos até os 70 anos.
- (b) Idem para morrer antes dos 70, sabendo que o indivíduo acabou de completar 50 anos.
- (c) Calcule o valor de  $m$  tal que  $P(X > m) = 1/2$ .

**Exercício 13.** O diâmetro de certo tipo de anel industrial é uma variável aleatória com distribuição Normal de média 0,10cm e desvio padrão 0,02cm. Se o diâmetro do anel diferir da média em mais de 0,03cm, ele é vendido por R\$5,00. Caso contrário, é vendido por R\$10,00. Qual o preço médio de venda de cada anel?

**Exercício 14.** O rótulo de uma lata de coca-cola indica que o conteúdo é de 350ml. Suponha que a linha de produção encha as latas de forma que o conteúdo seja uniformemente distribuído no intervalo  $[345, 355]$ .

- (a) Qual é a probabilidade de que uma lata tenha conteúdo superior a 353ml?
- (b) Qual é a probabilidade de que uma lata tenha conteúdo inferior a 346ml?
- (c) O controle de qualidade aceita uma lata com conteúdo dentro de 4ml do conteúdo exibido na lata. Qual é a proporção de latas rejeitadas nessa linha de produção?

**Exercício 15.** O tempo entre chegadas de automóveis num lava-jato é distribuído exponencialmente, com uma média de 12 minutos.

- (a) Qual é a probabilidade de que o tempo entre chegadas de veículos neste lava-jato seja maior que 10 minutos?
- (b) Qual é a probabilidade de que o tempo entre chegadas de veículos neste lava-jato seja menor que 8 minutos?

**Exercício 16.** Suponha que o tempo necessário para atendimento de clientes em uma central de atendimento telefônico siga uma distribuição normal de média de 8 minutos e desvio padrão de 2 minutos.

- (a) Qual é a probabilidade de que um atendimento dure menos de 5 minutos?
- (b) E entre 7 e 10 minutos?
- (c) Qual o tempo para que 75% das chamadas telefônicas sejam atendidas?

**Exercício 17.** Suponha que  $X$  seja uma variável aleatória para a qual  $E(X) = \mu$  e  $\text{Var}(X) = \sigma^2$ . Suponha que  $Y$  seja uniformemente distribuída sobre o intervalo  $(a, b)$ . Determine  $a$  e  $b$  de modo que  $E(X) = E(Y)$  e  $\text{Var}(X) = \text{Var}(Y)$ .

**Exercício 18.** Um produto alimentício é ensacado automaticamente, sendo o peso médio de 50kg por saco, com desvio padrão de 1,6kg. Os clientes exigem que, para cada saco fornecido com menos de 48kg, o fornecedor pague uma indenização de R\$5.

- (a) Para 200 sacos fornecidos, qual o custo médio com indenização?
- (b) Para que o custo calculado no item anterior caia para R\$50, qual deveria ser a nova regulamentação média da máquina?
- (c) Como o fornecedor acha que, no custo global, é desvantajoso aumentar a regulamentação da máquina, ele quer comprar uma nova máquina. Qual deveria ser o desvio padrão dessa máquina para que, trabalhando com peso médio de 50kg, em apenas 3% dos sacos se pague indenização?

**Exercício 19.** Um teste de aptidão para o exercício de uma certa profissão exige uma sequência de operações a serem executadas rapidamente uma após a outra. Para passar no teste, o candidato deve completá-lo em, no máximo, 80 minutos. Admita que o tempo, em minutos, para completar a prova seja uma variável aleatória normal com média 90 minutos e desvio padrão 20 minutos.

- (a) Que porcentagem dos candidatos tem chance de ser aprovada?
- (b) Os 5% melhores receberão um certificado especial. Qual o tempo máximo para fazer jus a tal certificado?

**Exercício 20.** Uma enchedora automática enche garrafas de acordo com uma distribuição normal de média 1000ml. Deseja-se que no máximo 1 garrafa em 100 saia com menos de 990ml. Qual deve ser o maior desvio padrão tolerável?

**Exercício 21.** Uma máquina de refrigerante está regulada de modo a despejar uma média de 200 mililitros de refrigerante por copo. Se a quantidade da bebida é normalmente distribuída com desvio padrão de 15 mililitros.

- (a) Qual a probabilidade de copos com mais de 224 mililitros?
- (b) Qual é a probabilidade de que um copo contenha entre 191 e 209 mililitros?
- (c) Abaixo de qual valor temos os 25% menores volumes da bebida?

**GABARITO LISTA 4: DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS - SME0320**

**Exercício 1.**

- (a) 0,3085.
- (b) 0,2902.
- (c) 0,2266.

**Exercício 2.**

$$E(X) = \frac{b+a}{2}; \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12};$$
$$F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}, \text{ para } x \geq a.$$

**Exercício 3.**

- (a) 0,2865.
- (b) 0,6321.
- (c) 0,2824

**Exercício 4.**

- (a) 0,7619.
- (b) 1,5.
- (c) 0,75.

**Exercício 5.**  $a = 3$  e  $b = 12$ .

**Exercício 6.**

- (a)  $f_Y(y) = 0,5$  para  $y \in [5; 7]$ .
- (b) 6.
- (c) 0,3333.

**Exercício 7.**

- (a) 0,6667.
- (b) 0,3333.

**Exercício 8.**

- (a) 0,3679.
- (b) 0,6065.

**Exercício 9.** 81 observações.

**Exercício 10.** Aproximadamente, 25,3875cm.

**Exercício 11.**

- (a)  $\alpha = 2$ .
- (b)  $\alpha = 3$ .

**Exercício 12.**

- (a) 0,3114.
- (b) 0,2835.
- (c)  $m = 41,5888$  ( $\approx 41$  anos e 7 meses).

**Exercício 13.** Preço médio: R\$9,33.

**Exercício 14.**

- (a) 0,2.
- (b) 0,1.
- (c) 20%.

**Exercício 15.**

- (a) 0,4346.
- (b) 0,4866.

**Exercício 16.**

- (a) 0,0668.
- (b) 0,5328.
- (c)  $\approx 9,35$  minutos.

**Exercício 17.**  $a = \mu - \sigma\sqrt{3}$  e  $b = \mu + \sigma\sqrt{3}$ .

**Exercício 18.** Considerando uma distribuição Normal:

- (a) Aproximadamente, R\$394,4.
- (b) Otimização da máquina.
- (c) Aproximadamente, 1,0638kg.

**Exercício 19.**

- (a) 30,85%.
- (b)  $\approx 47,10$  minutos.

**Exercício 20.** Desvio padrão aproximado de: 4,30.

**Exercício 21.**

- (a) 0,0548.
- (b) 0,4516.
- (c)  $\approx 189,875$  mL.