PEF2602
Estruturas na Arquitetura II - Sistemas Reticulados

EP-USP

FAU-USP

Cabos

Exercícios de sala de aula

20/09/2021

Ruy Marcelo Pauletti, Leila Meneghetti Valverdes, Luís A. G. Bitencourt Jr.

Exercício 01

"Federal Reserve Bank"
Mineápolis - EUA

Informações do Edifício

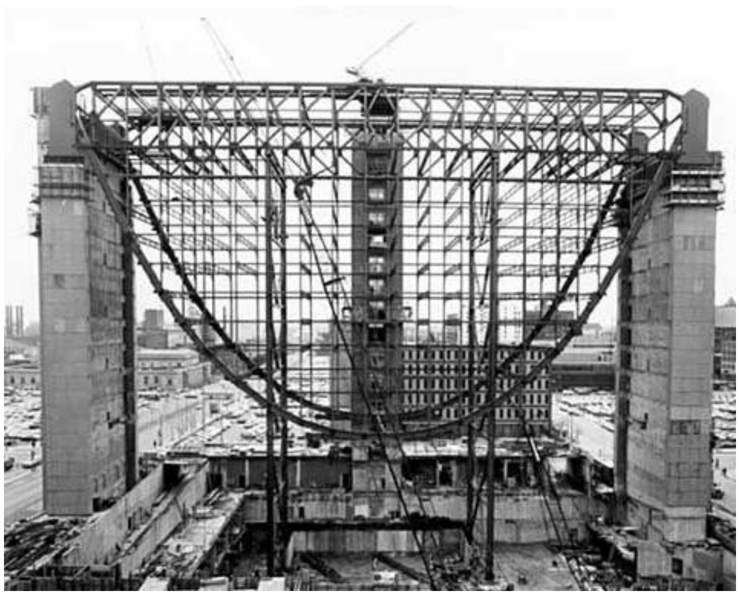
(alguns dados são hipotéticos para o desenvolvimento do exercício)

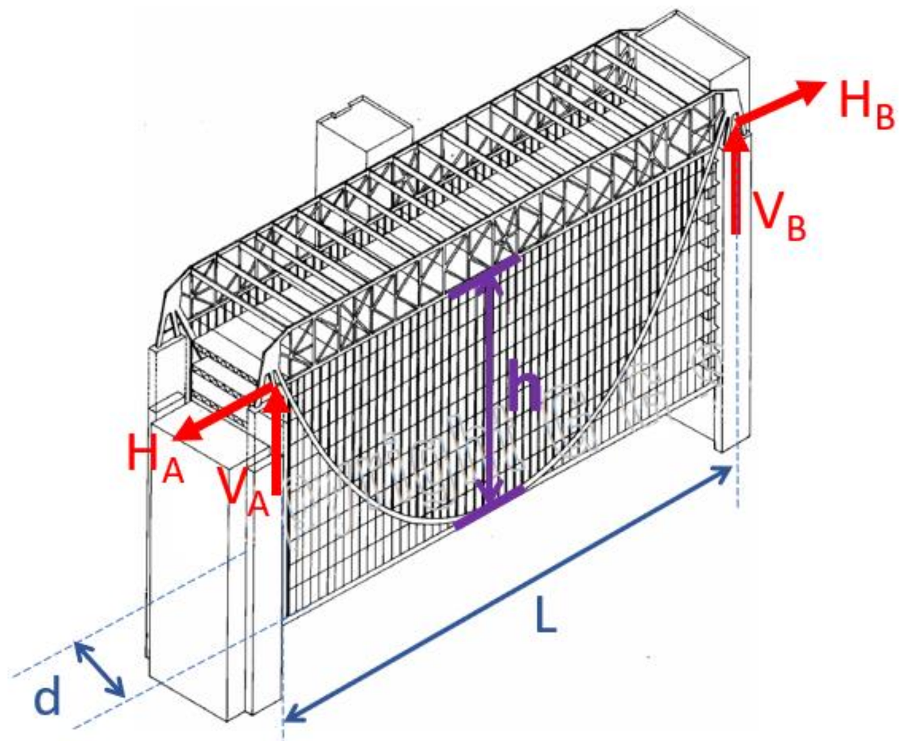
- vão transversal: d = 18m
- Vão longitudinal: L = 84m (distância entre os pontos de apoio dos cabos)
- Flecha dos cabos: h = 30m
- 11 pisos
- Carga total uniformemente distribuída sobre cada um dos pisos: $q=2{,}5\ kN/m^2$

<u>Exercício 01</u> (cont...)

"Federal Reserve Bank"
Mineápolis - EUA

- O edifício possui dois cabos ancorados ao topo de duas torres laterais. As reações verticais das ancoragens são transferidas às torres, enquanto o empuxo é equilibrado por duas estroncas treliçadas, localizadas no topo do prédio.



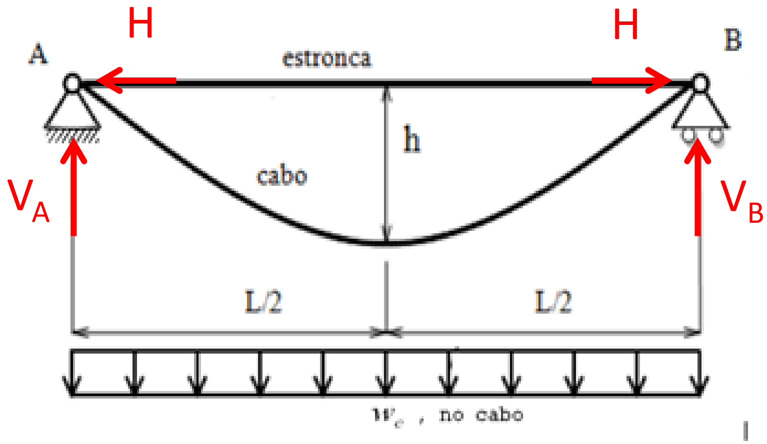


Exercício 01 (cont...)

"Federal Reserve Bank"
Mineápolis - EUA

- A carga total dos pisos é transferida para dois "cabos parabólicos" (constituídos, na prática, por perfis metálicos), por meio de montantes (trabalhando à compressão, nos trechos acima dos cabos) e por tirantes (trabalhando à tração, nos trechos abaixo dos cabos).

a) Calcular a carga w (em kN/m), uniformemente distribuída, agindo em cada um dos cabos parabólicos.



Modelo Estrutural

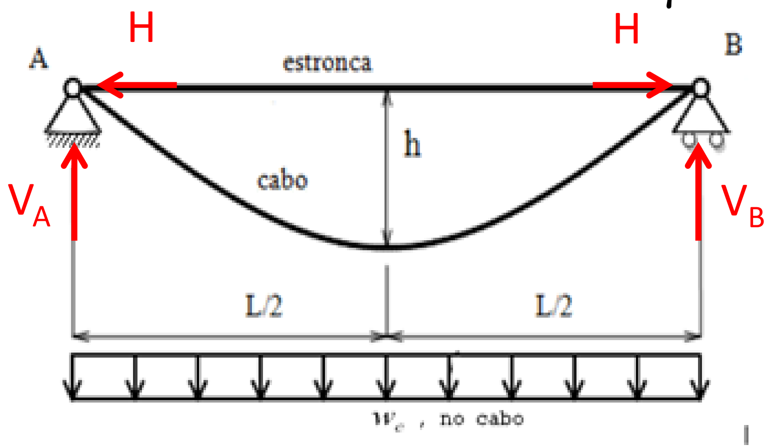
DADOS

- d = 18m (vão transversal)
- L = 84m (distância entre os pontos de apoio dos cabos)
- h = 30m (flecha dos cabos)
- n = 11 pavimentos
- q=2,5 kN/m² (Carga distribuída sobre cada um dos pisos)

$$w = n\frac{qd}{2} = 11\frac{2,5\times 18}{2} = 247,5\ \text{kN/m}$$

W (carga por unidade de comprimento) é distribuída entre os dois cabos.

b) Determine o empuxo horizontal H e as reações apoios A e B de cada cabo, indicados no modelo estrutural esquematizado abaixo:



Modelo Estrutural

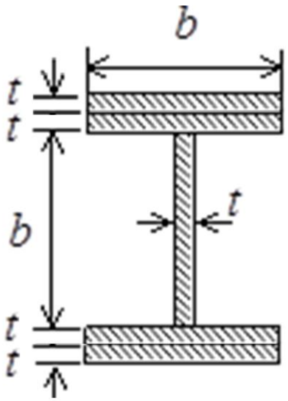
Reações de apoio

$$H_A = H_B = H \qquad V_A = V_B = V = \frac{wL}{2} = \frac{247,5 \times 84}{2} = 10.395 \text{ kN}$$

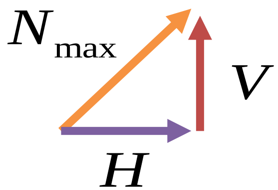
O empuxo do cabo é sustentado pela estronca, que trabalha comprimida, e vale

$$H = \frac{wL^2}{8h} = \frac{247,5 \times 84^2}{8 \times 30} = 7.276,5 \text{ kN}$$

c) Considere que a seção transversal dos cabos seja composta por cinco chapas de aço de espessura t=30mm e largura b. Admitindo um coeficiente de segurança s=2 e um aço com tensão de escoamento tração σ_e=450MPa, determine a largura de chapa necessária.



A máxima força normal ocorre nos apoios e vale:



$$N_{max} = \sqrt{V^2 + H^2} = \sqrt{10.395^2 + 7.276,5^2} = 12.688,7 \text{ kN}$$

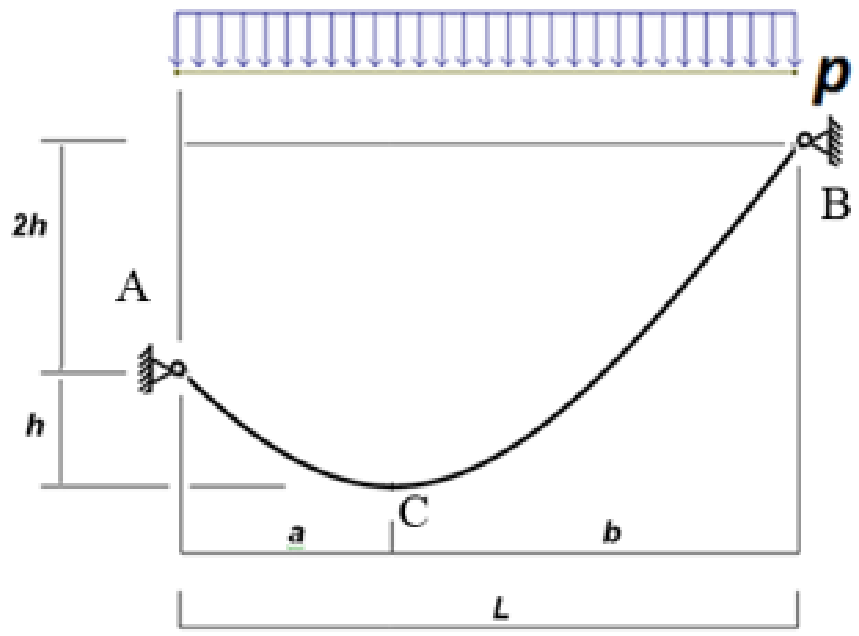
$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A_c} \leq \frac{\sigma_e}{s} \qquad A_c = 5bt \geq \frac{sN_{max}}{\sigma_e}$$

$$b \geq \frac{sN_{max}}{5t\sigma_e} = \frac{2 \times 12.688,7 \times 10^3}{5 \times 30 \times 10^{-3} \times 450 \times 10^6} = 0,376 \text{ m}$$

Exercício 02

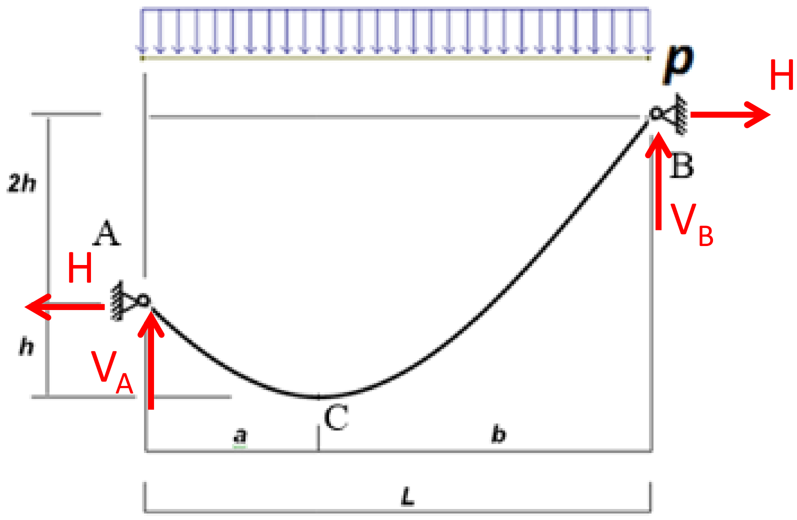
- Determinar a máxima tração no cabo da figura abaixo, sujeito a carregamento vertical uniformemente distribuído p = 30 kN/m.

- Dados: L = 30m e h = 2m.



Exercício 02 (cont...)

Resolução



Equilíbrio de momentos do trecho AC em torno de A:

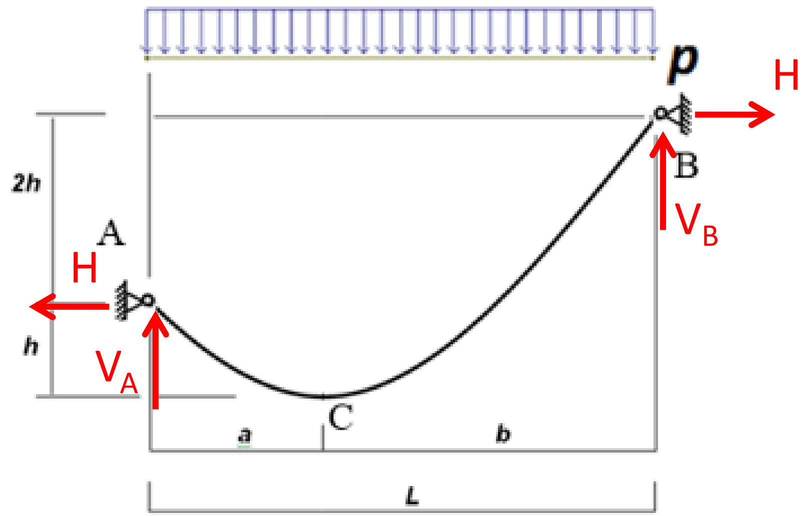
$$Hh = \frac{pa^2}{2} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{pa^2}{2h} \qquad \text{(I)}$$

Equilíbrio de momentos do trecho CB em torno de B:

$$3Hh = \frac{p(L-a)^2}{2} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{p(L-a)^2}{6h} \qquad \text{(II)}$$

Exercício 02 (cont...)

Resolução



De (I) e (II):

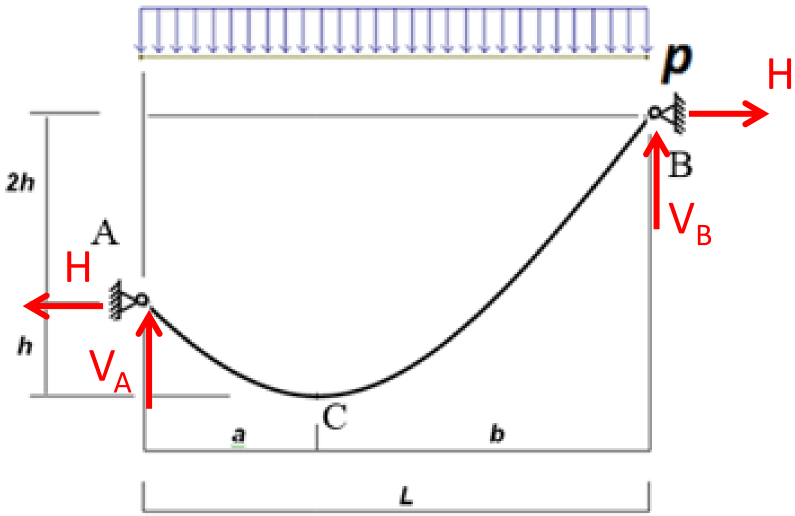
$$\frac{pa^2}{2h} = \frac{p(L-a)^2}{6h} \quad \Rightarrow \quad 3a^2 = (L-a)^2 \quad \Rightarrow \quad 2a^2 + 2La - L^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = (-1 \pm \sqrt{3})\frac{L}{2}$$

Toma-se a raiz positiva: $a = (-1 \pm \sqrt{3})\dfrac{L}{2} = 0,36603L$

Para L = 30m: $a = 10,981\ \text{m}$ Logo: $H = \dfrac{pa^2}{2h} = 904,5\ \text{kN}$

Exercício 02 (cont...)

Resolução



Equilíbrio vertical:

$$\sum \mathrm{F_v} = V_A + V_B - pL = 0$$

Equilíbrio de momentos em relação ao apoio A:

$$\sum M_{(A)} = LV_B - \frac{pL^2}{2} - 2Hh = 0$$

$$\underbrace{V_B = \frac{pL}{2} + \frac{2h}{L}H \quad \Rightarrow \quad V_A = \frac{pL}{2} - \frac{2h}{L}H}$$

A máxima tração ocorre no apoio B!

- Substituindo os valores: L = 30m; h = 2m e a=10,981m

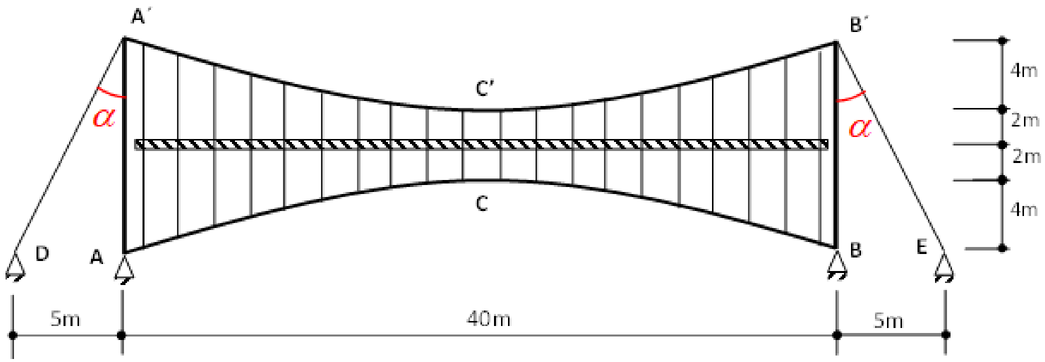
$$\left.\begin{aligned} H &= 30{,}15\,p = 904{,}5\ \text{kN} \\ V_A &= 10{,}98\,p = 329{,}4\ \text{kN} \\ V_B &= 19{,}02\,p = 570{,}6\ \text{kN} \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad N_{\max} = \sqrt{H^2 + V_B^{\,2}} = 35{,}64\,p = 1.069{,}2\ \text{kN}$$

Exercício 03

Descrição do problema:

- Trata-se do projeto de um 'deck' suportado ao longo dos lados maiores por dois 'cabos-treliça' (em inglês 'cable-truss'), cada um deles composto por um cabo inferior ACB e um cabo superior A'C'B', ligados por tirantes verticais.

"deck" horizontal



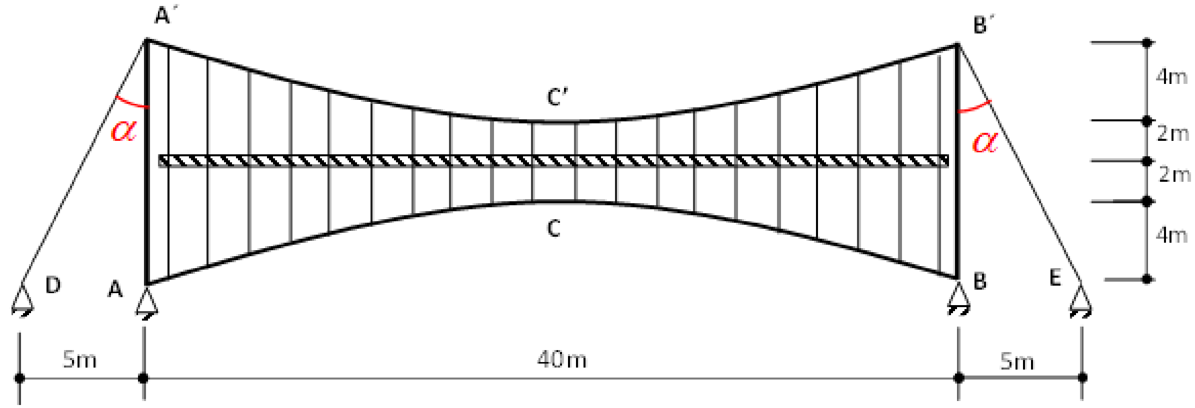
Dados:

- Peso específico do 'deck': γ = 1,0 kN/m²
- Flecha dos cabos: h = 4m
- Espaçamento entre os tirantes: d = 2m
- Largura do deck: b = 8m
  (normal ao plano da figura)

- Antes da instalação do deck, impõem-se a todos os tirantes uma carga de protensão uniforme, T_O = 8 kN, de sorte que ambos os cabos que compõe cada cabo-treliça, assim como os estais DA' e EB', restam tracionados, enquanto que as colunas AA' e BB' restam comprimidas.

- Em seguida, instala-se o deck, sendo o seu peso repartido igualmente entre os cabos superiores e inferiores, ou seja, ocorre um acréscimo de caga transferida pelos tirantes para o cabo superior, de igual valor ao decréscimo de carga transferida pelos tirantes para o cabo inferior de cada cabo-treliça.

Exercício 03 (cont...)



Determinar:

a) O empuxo horizontal H_o e a tração máxima $N^o{}_{max}$ em ambos os cabos, quando se aplica a carga de protensão T_o aos tirantes, sem a presença do deck.

b) A tração $N^o{}_{est}$ nos estais, a compressão $N^o{}_{col}$ nas colunas e as reações de apoio A, nesta mesma situação.

c) Os empuxos horizontais $H^1{}_{sup}$ e $H^1{}_{inf}$, e as trações máximas $N^{1,max}{}_{sup}$ e $H^{1,max}{}_{inf}$, respectivamente no cabo superior e no cabo inferior, após a instalação do deck.

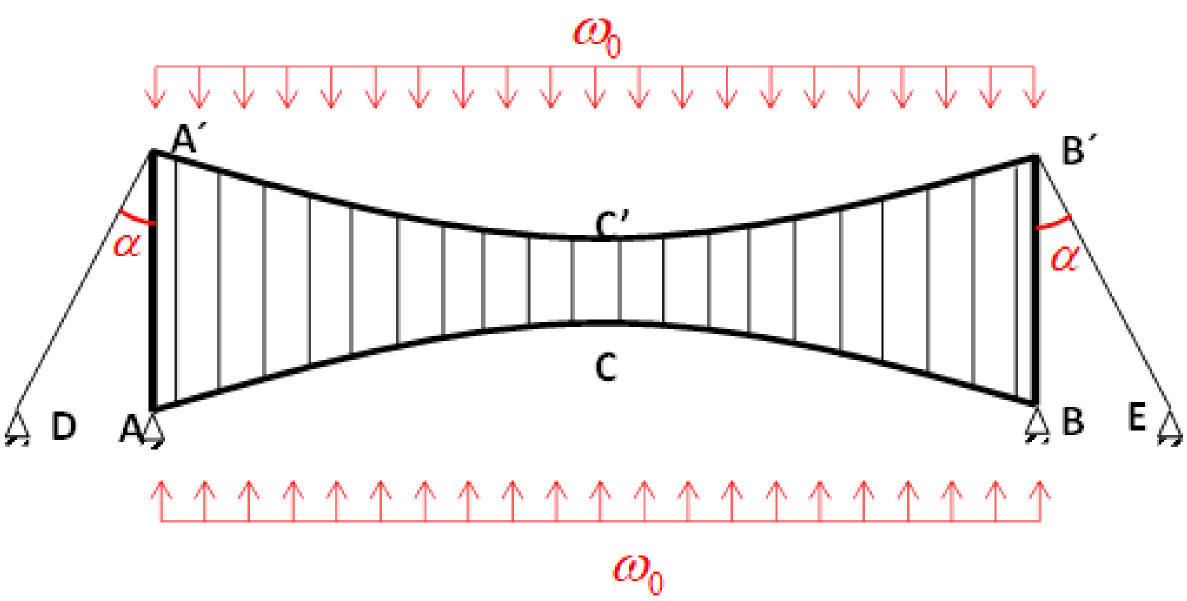
d) A tração $N^1{}_{estai}$, a compressão e $N^1{}_{col}$ nas colunas e as reações de apoio A, nesta segunda situação.

Resolução

a) e b) Sem o deck – ambos os cabos ficam igualmente solicitados:

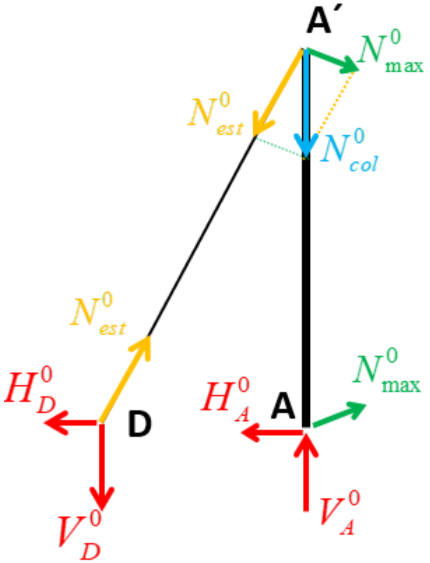
- Admitindo um número muito grande de tirantes com espaçamento d, o problema pode ser aproximado por um cabo parabólico sujeito a uma carga uniformemente distribuída:

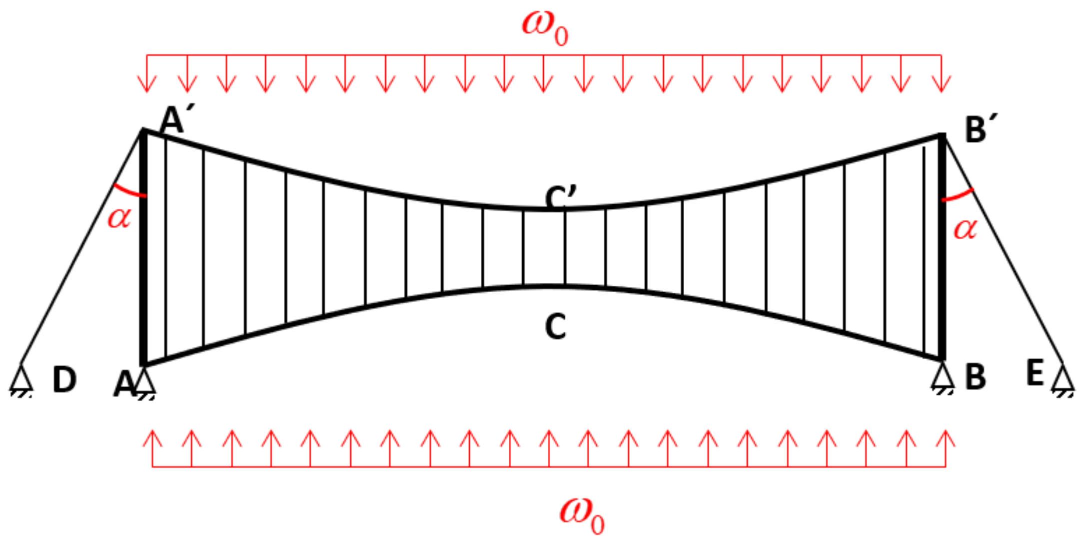
$$\omega_0 = \frac{T_0}{d} = \frac{8}{2} = 4kN/m$$



Resolução

a) e b) Sem o deck – ambos os cabos ficam igualmente solicitados:





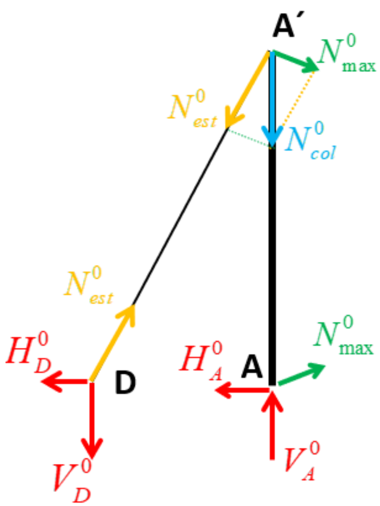
- Empuxo aplicado pelos cabos A'C'B' (superior) e ABC (inferior): $H_0 = \dfrac{\omega_0 L^2}{8h} = \dfrac{4 \times 40^2}{8 \times 4} = 200kN$

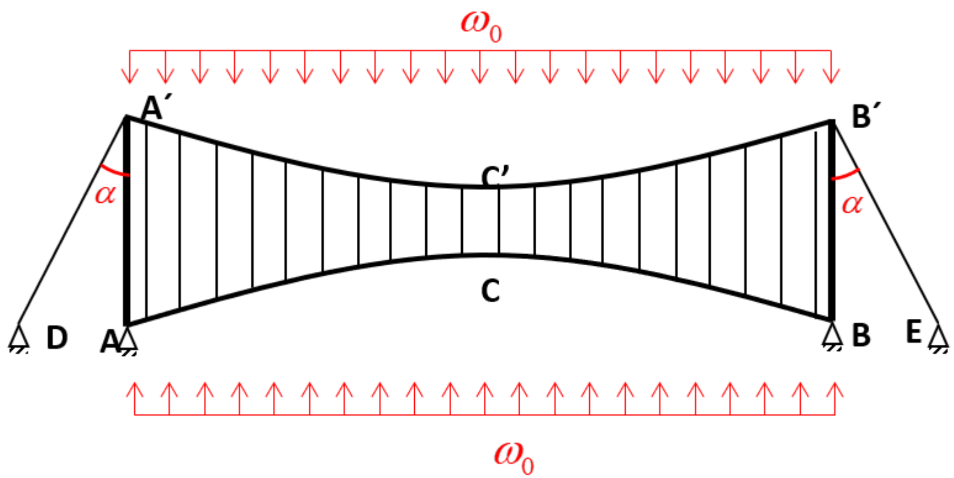
- Carga vertical aplicada pelos cabos: $V_0 = \dfrac{\omega_0 L}{2} = \dfrac{4 \times 40}{2} = 80kN$

- Tração máxima em ambos os cabos: $N^0_{\max} = \sqrt{H_0^2 + V_0^2} = \sqrt{200^2 + 80^2} = 215,41kN$

Resolução

a) e b) Sem o deck – ambos os cabos ficam igualmente solicitados:





- Indicando o ângulo que o estai DA' faz com a vertical AA' por α:

$$\sin\alpha = DA/DA' = 5/\sqrt{5^2+12^2} = 5/13 \qquad \cos\alpha = AA'/DA' = 12/13$$

- O equilíbrio de momentos da coluna AA' em torno do ponto A fornece <u>a tração no estai DA'</u>:

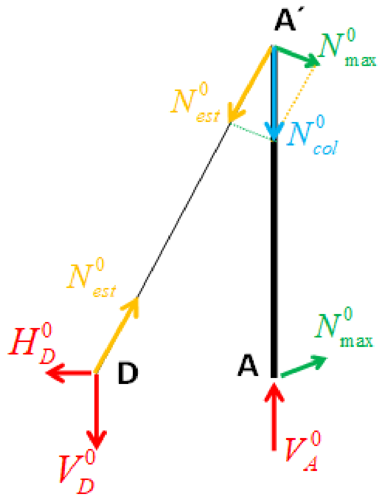
$$N^0_{est}\sin\alpha \times AA' - H_0 \times AA' = 0 \qquad N^0_{est} = \frac{H_0}{\sin\alpha} = \frac{13}{5}200 = 520kN$$

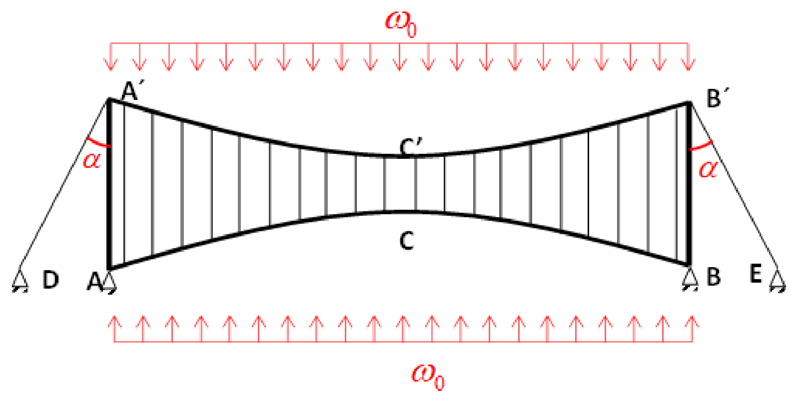
- As reações nas ancoragens dos estais são:

$$H^0_D = -N^0_{est}\sin\alpha = -H_0 = -200kN \quad \text{(para esquerda)}$$

$$V^0_D = -N^0_{est}\cos\alpha = -520\frac{12}{13} = -480kN \quad \text{(para baixo)}$$

a) e b) Sem o deck – ambos os cabos ficam igualmente solicitados:





- A compressão na coluna AA' equilibra as componentes verticais das trações no estai e no cabo superior:

$$N^0_{col} = -\left(N^0_{est}\cos\alpha + V_0\right) = -\left(520\times\frac{12}{13}+80\right) = -560kN$$

- A reação vertical no apoio A é para cima e vale: $V^0_A = -N^0_{col} - V_0 = 480kN$

(ou seja, igual à componente vertical da tração no estai!). Como desprezamos o peso próprio da estrutura, e a protensão é um carregamento autoequlibrado, a soma das reações de equilíbrio deve ser nula!

- A reação horizontal no apoio A deve equilibrar o empuxo no cabo inferior, ou seja,

$$H^0_A = -200kN \quad \text{(para esquerda)}$$

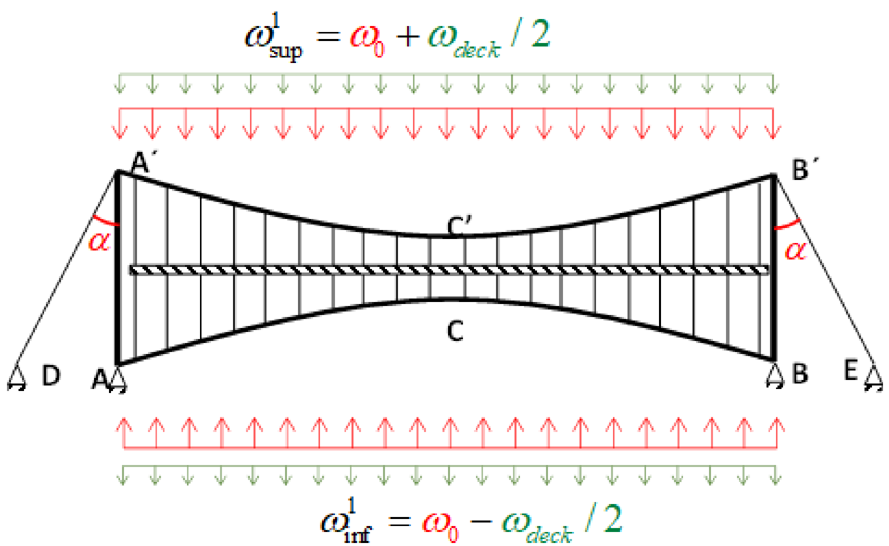
c) e d) Com o deck:

- Admitindo que ambos os cabos tenham a mesma rigidez, a carga distribuída no cabo superior cresce, e a carga no cabo inferior decresce do mesmo valor. Como o deck se apoia em dois cabos-treliças, dispostas ao longo dos lados maiores,

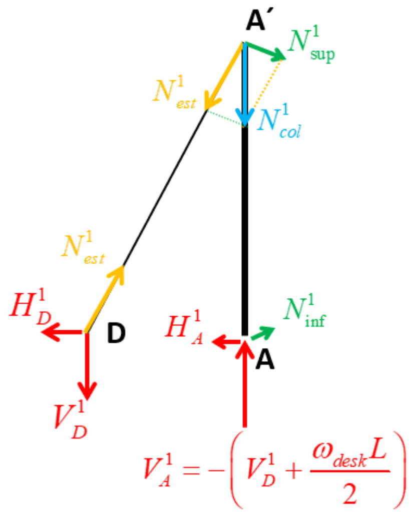
$$\omega_{deck} = \frac{\gamma b}{2} = \frac{1,0 \times 8}{2} = 4,0 kN/m$$

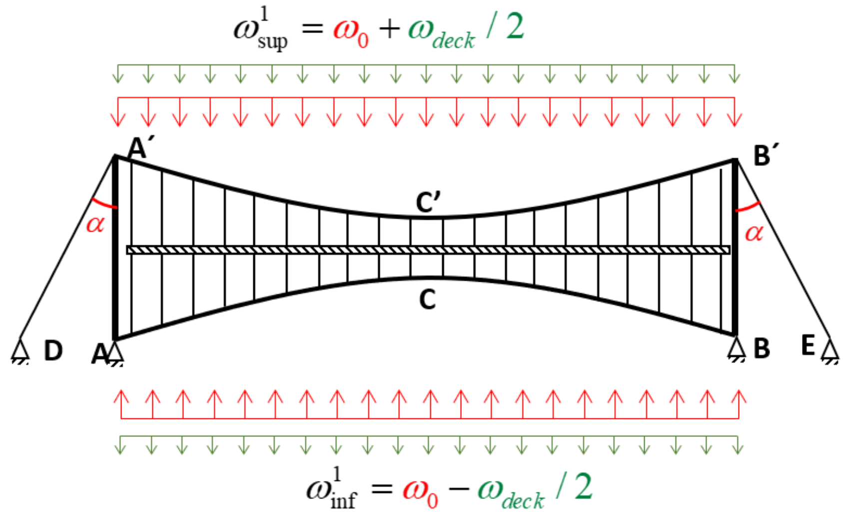
- A carga distribuída aplicada ao cabo superior cresce: $\omega_{\sup}^{1} = \omega_0 + \frac{\omega_{deck}}{2} = 4 + \frac{4}{2} = 6kN/m$

- E a carga distribuída aplicada ao cabo inferior decresce: $\omega_{\inf}^{1} = \omega_0 - \frac{\omega_{deck}}{2} = 4 - \frac{4}{2} = 2kN/m$



c) e d) Com o deck:





- As cargas aplicadas pelo cabo superior ao topo das colunas são:

$$H^1_{sup} = \frac{\omega^1_{sup} L^2}{8h} = \frac{6 \times 40^2}{8 \times 4} = 300kN \qquad V^1_{sup} = \frac{\omega^1_{sup} L}{2} = \frac{6 \times 40}{2} = 120kN$$

- A máxima tração no cabo superior é dada por: $N^1_{sup} = \sqrt{\left(H^1_{sup}\right)^2 + \left(V^1_{sup}\right)^2} = \sqrt{300^2 + 120^2} = 323{,}11kN$

- A tração no estai é: $N^1_{est} = \dfrac{H^1_{sup}}{\sin\alpha} = \dfrac{13}{5} 300 = 780kN$

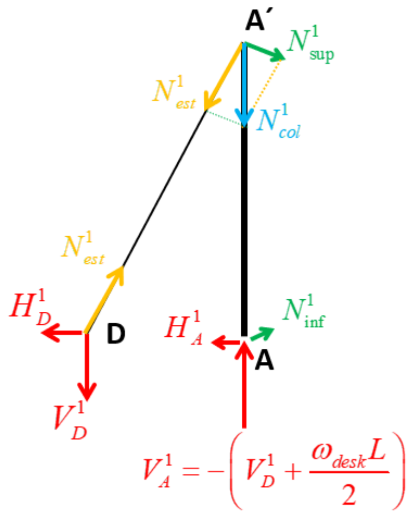
- As reações de ancoragem dos estais são:

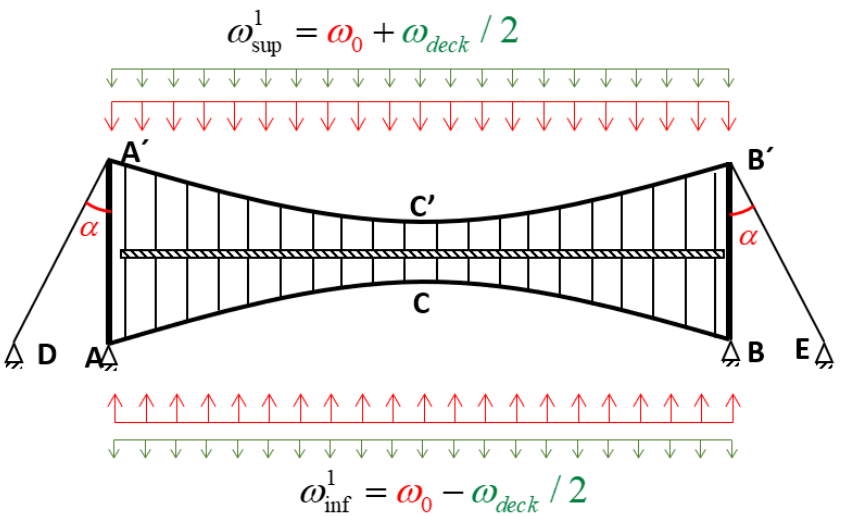
$$H^1_D = -N^1_{est} \sin\alpha = -H_{sup} = -300kN \quad \text{(para a esquerda)}$$

$$V^1_D = -N^1_{est} \cos\alpha = -780\frac{12}{13} = -720kN \quad \text{(para baixo)}$$

Resolução

c) e d) Com o deck:





- A compressão na coluna AA' equilibra as componentes verticais das trações no estai e no cabo superior:

$$N^1_{col} = -\left(N^1_{est}\cos\alpha + V^1_{sup}\right) = -\left(780\times\frac{12}{13}+120\right) = -840kN$$

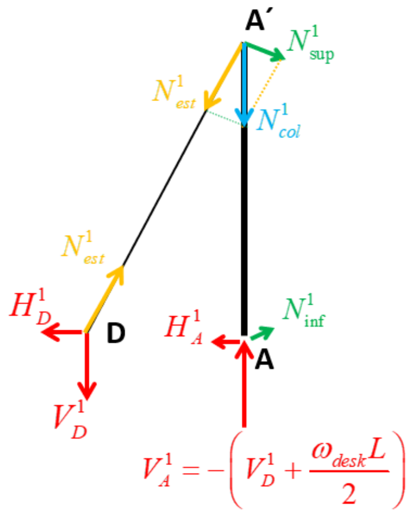
- Carga aplicada ao cabo inferior decresce para: $\omega^1_{inf} = \omega_0 - \frac{\omega_{deck}}{2} = 4 - \frac{4}{2} = 2kN/m$

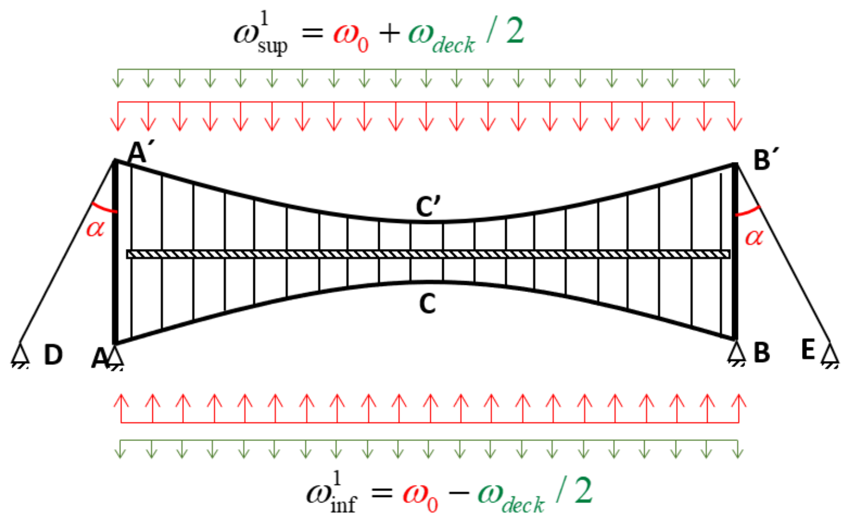
- As cargas aplicadas pelo cabo inferior no ponto a são: $H^1_{inf} = \frac{\omega^1_{inf} L^2}{8h} = \frac{2\times 40^2}{8\times 4} = 100kN$ (puxando para dentro)

$$V^1_{inf} = \frac{\omega^1_{inf} L}{2} = \frac{2\times 40}{2} = 40kN$$ (puxando para cima)

- A máxima tração no cabo inferior cai para: $N^1_{inf} = \sqrt{\left(H^1_{inf}\right)^2 + \left(V^1_{inf}\right)^2} = \sqrt{100^2+40^2} = 107,70kN$

c) e d) Com o deck:





- As reação de apoio no ponto A: $V^1_A = -\left(N^1_{col} - V^1_{inf}\right) = 840 - 40 = 800kN$ (para cima)

$$H^1_A = -H^1_{inf} = -100kN \text{ (para a esquerda)}$$

- A soma das reações de apoio na horizontal devem se anular:

$$\sum_X = H_D + H_A + H_B + H_E = 0 \qquad \text{(Ok, por simetria)}$$

- A soma das reações de apoio na direção vertical devem equilibrar o peso do deck:

$$\sum_Y = \underset{-780}{\underset{\Downarrow}{V_D}} + \underset{+800}{\underset{\Downarrow}{V_A}} + \underset{+800}{\underset{\Downarrow}{V_B}} + \underset{-720}{\underset{\Downarrow}{V_E}} - \underset{-(4\times 40)}{\underset{\Downarrow}{\omega_{deck} \times L}} = 0 \quad = 0 \quad OK!$$