PEF2602
Estruturas na Arquitetura II - Sistemas Reticulados

Resistência, Estabilidade, Segurança, Verificação, Dimensionamento

Professores
Ruy Marcelo O. Pauletti , Leila Meneghetti Valverdes, Luís A.G. Bitencourt Jr.

O Processo de Análise Estrutural

O estudo e o projeto dos Sistemas Estruturais envolve basicamente dois processos:

- **Usualmente, nos cursos de Engenharia Civil, dá-se ênfase à análise:**

- **Cursos de Arquitetura demandam a concepção dos sistemas, com ênfase em processos de síntese:**

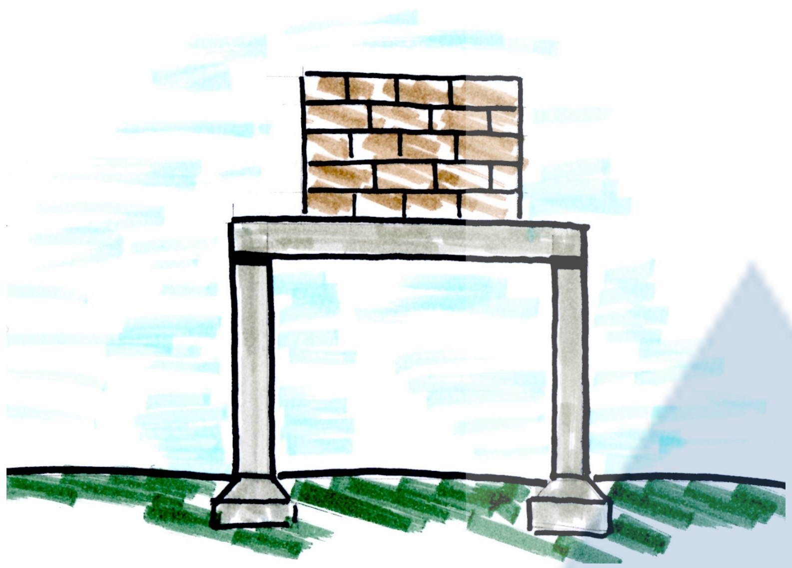
- **Em geral, é possivel analisar e estudar os componentes estruturais de um sistema arquitetônico, sem necessáriamente entender todos os elementos do sistema arquitetônico . Como consequência, em princípio, o analista de estruturas pode ser um especialista!**

- **Por outro lado, é impossível realizar um processo competente de síntese, quando não se conheçam os elementos. Como consequência, o arquitetos deve comprender os sistemas estruturais, entre outros elementos do sistema arquitetônico!**

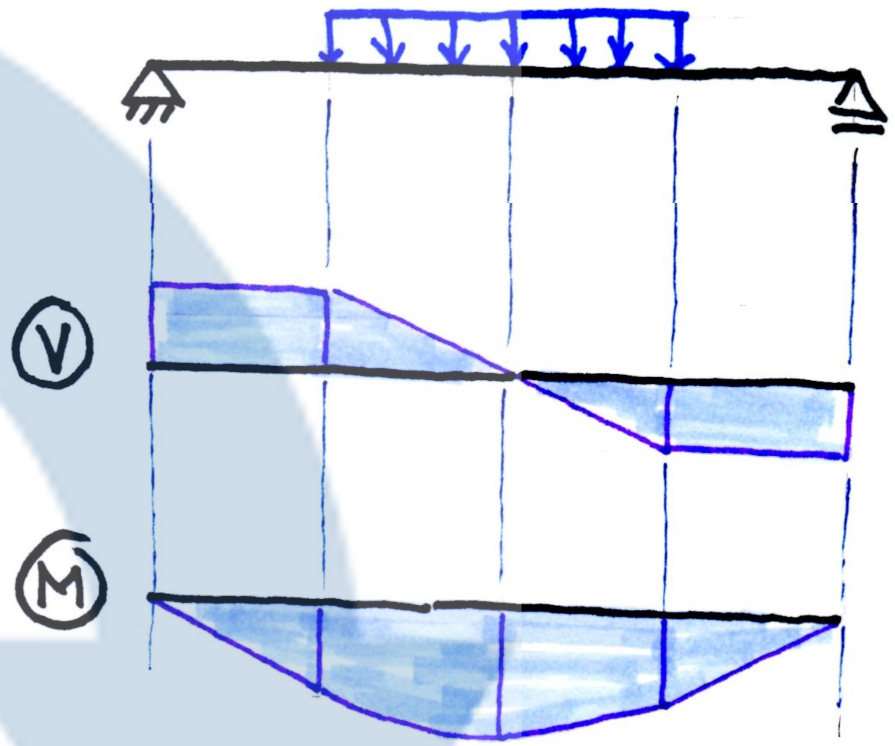
- **Na prática, ANÁLISE e SÍNTESE são processos complementares que se 'retroalimentam'!**

O Processo de Análise Estrutural

Estrutura
("Real" / "Concreto")



Modelo Estrutural:



Geometria +
Carregamentos +
Vínculos
+
Equações de Equilíbrio
+
Equações de
Compatibilidade

Esforços Solicitantes

Tensões / Deformações

Segurança / Desempenho

∴

Economia; Durabilidade; Funcionalidade

Problemas Básicos
do Projeto e da Análise das Estruturas

1) DIMENSIONAMENTO (<u>Problema Direto</u>):
Determinar os materiais, as dimensões e outros parâmetros, para atender a critérios de projeto;

2) VERIFICAÇÃO (<u>Problema Inverso</u>):
Verificar se uma dada estrutura, de parâmetros já definidos, atende aos critérios de projeto.

Métodos de Cálculo

Conforme a Natureza dos Modelos e Métodos

Determinísticos:
valores fixos para carregamentos e propriedades dos materiais

Probabilísticos:
valores estatísticos para carregamentos e propriedades dos materiais

Conforme os

Critérios de Projeto e Verificação

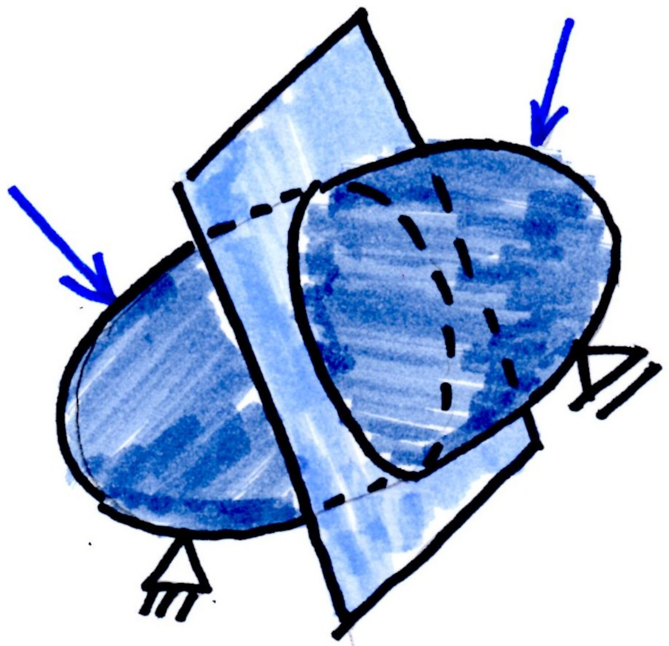
Tensões Limites (Método Clássico)

Estados Limites (Método Moderno)

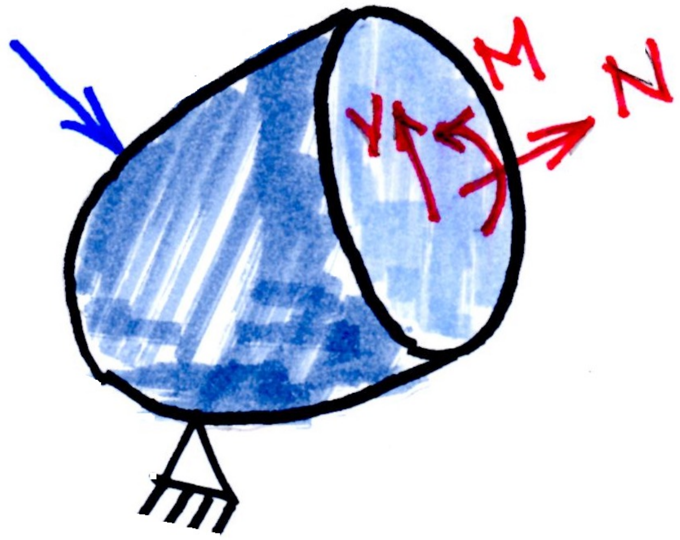
- Atualmente, as normas foverecem a combinação de critérios baseados em estados limites e métodos probabilísticos;
- Para uma primeira exposição simplificada do assunto, em PEF2602 adotamos critérios clássicos e métodos determinísticos;
- PEF2604 aprofunda o assunto!

Esforços Solicitantes (vistos em PEF2601):

Um sólido em equilibrio:



Esforços Solicitantes:



Problema:

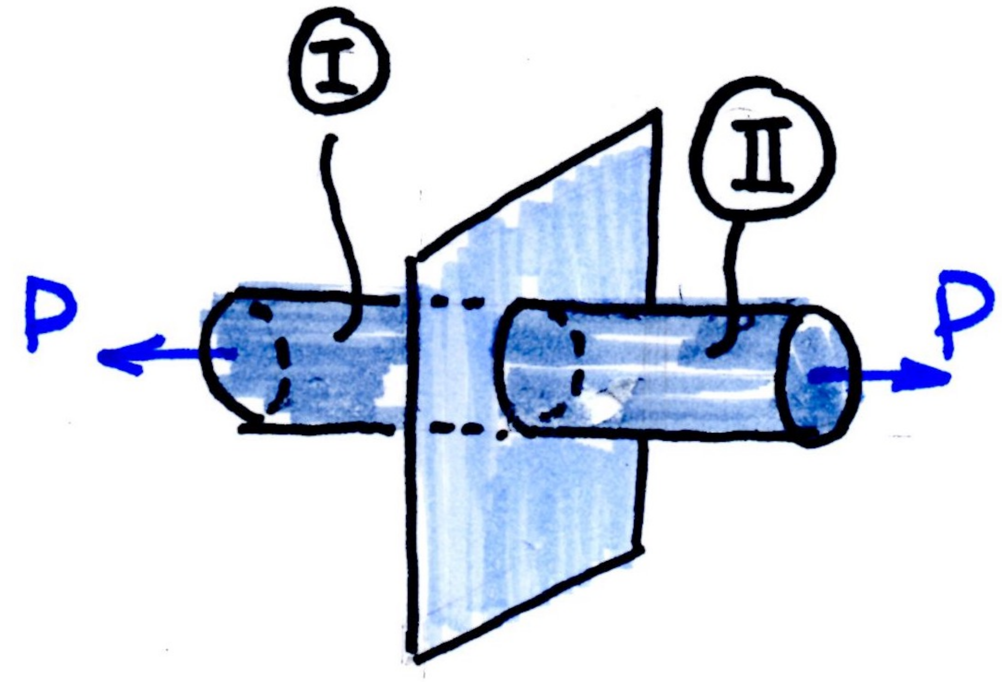
Conhecidos os Esforços Solicitantes {N, V, M} , ao longo da estrutura, como determinar sua segurança?

Caso mais simples:

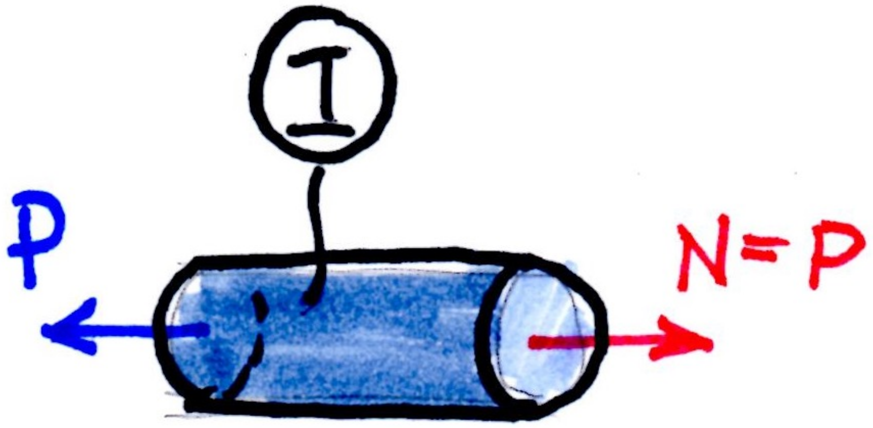
Tração / Compressão Uniformes

$$\left\{ N \neq 0 \quad ; \quad V = 0 \quad ; \quad M = 0 \right\}$$

Conside-se uma barra retilínea solicitada axialmente:



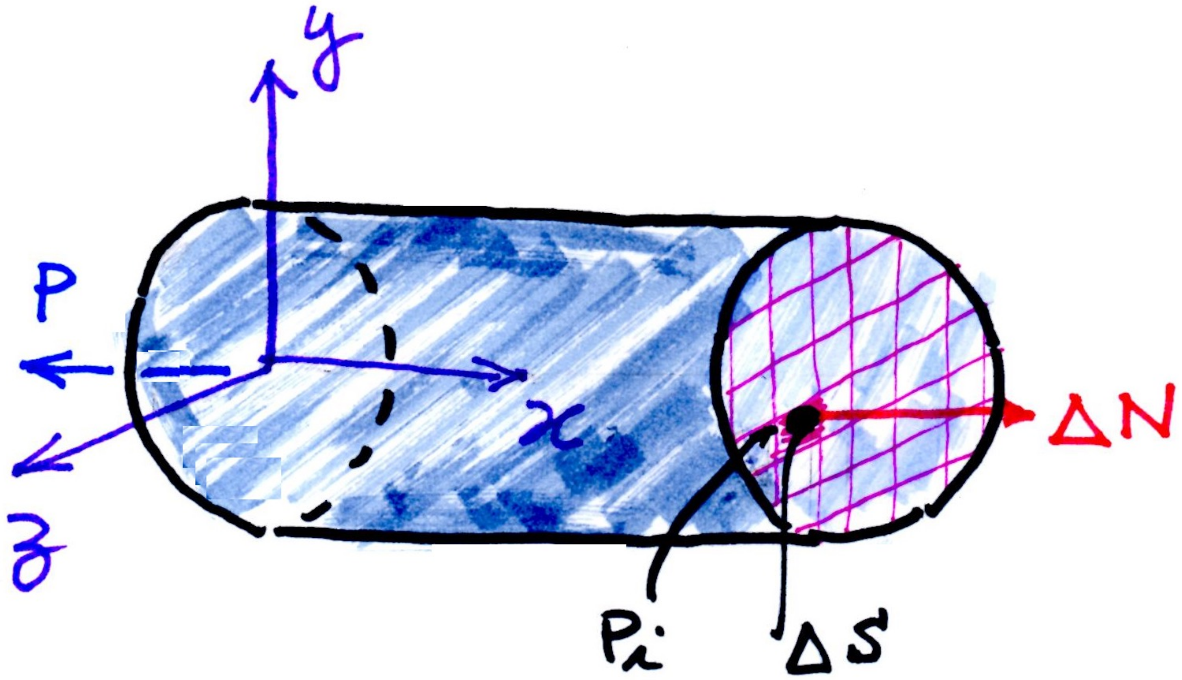
O equilíbrio da parte I da barra fornece:



$$\boxed{N = P}$$

$$\begin{cases} N > 0 \quad \therefore \quad \text{Tração} \\ N < 0 \quad \therefore \quad \text{Compressão} \end{cases}$$

Tensão Normal



Área da Seção Transversal:

$$A = \int_S ds = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Delta S_i$$

Força Normal:

$$N = \int_S dN = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Delta N_i$$

Define-se a <u>Tensão Normal</u> no ponto P_i: $\sigma_x = \lim_{\Delta S_i \to 0} \dfrac{\Delta N_i}{\Delta S_i} = \dfrac{dN}{dS}$

$$\therefore \quad dN = \sigma_x dS \quad \therefore \quad N = \int_S \sigma_x dS$$

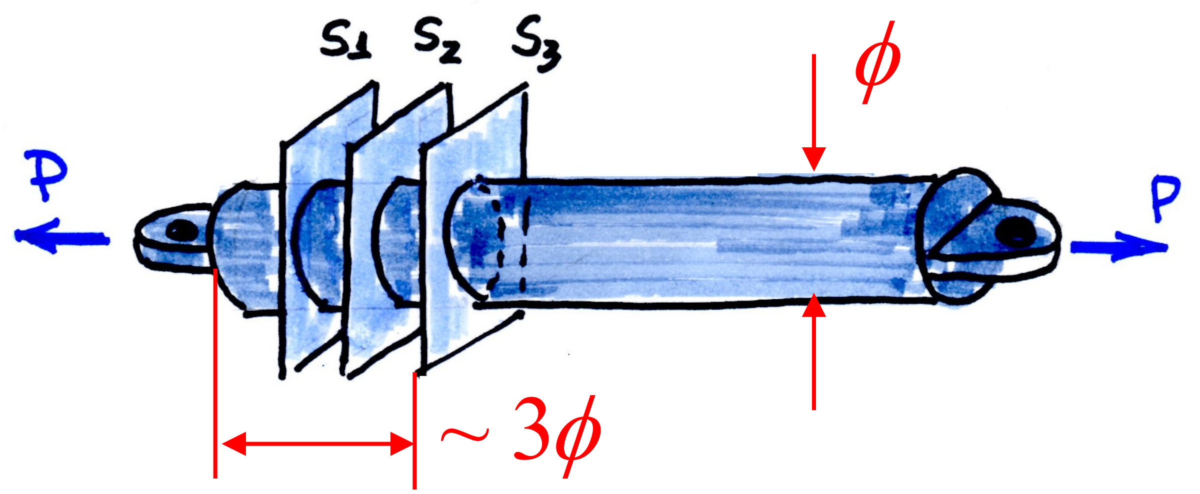
Tensão Normal

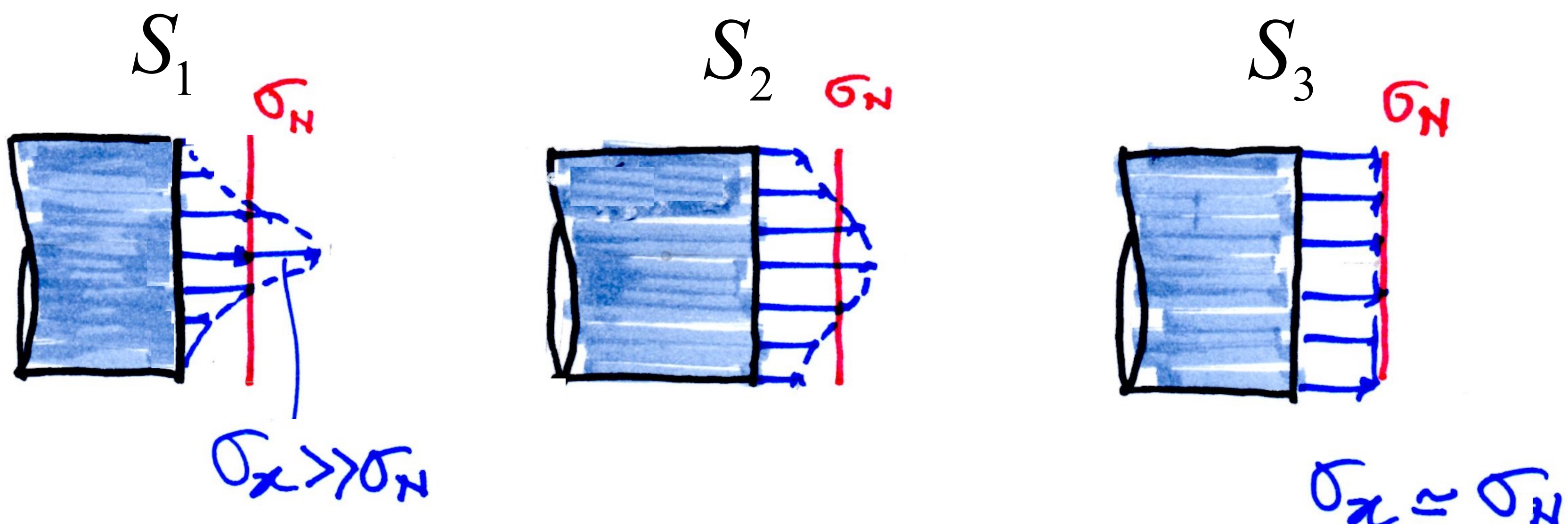
Admitindo uma distribuição uniforme de tensões: $\sigma_x = \sigma_N$

$$N = \int_S \sigma_x dS = \int_S \sigma_N dS = \sigma_N \int_S dS = \sigma_N A$$

Onde se define a tensão normal média $$\boxed{\sigma_N = \frac{N}{A}}$$

A tensão normal média aproxima bem as tensões normais, exceto nas extremidades da barra:

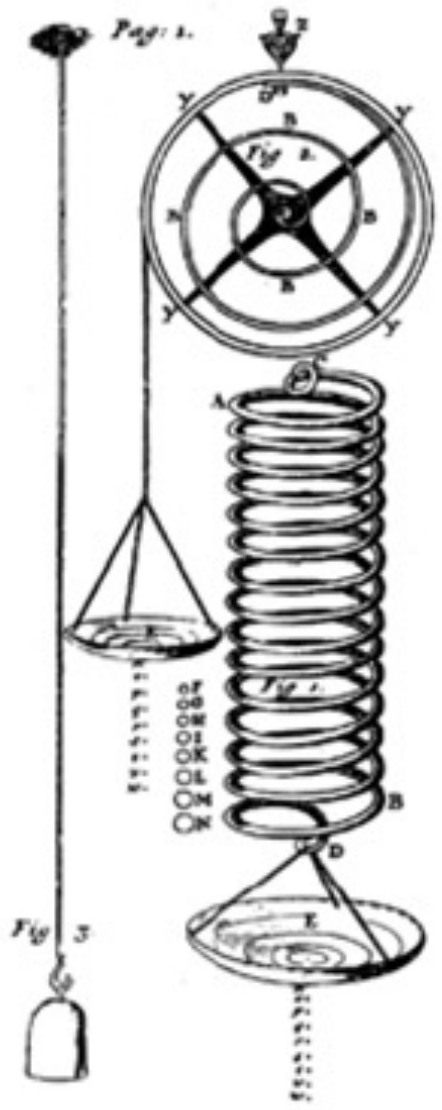


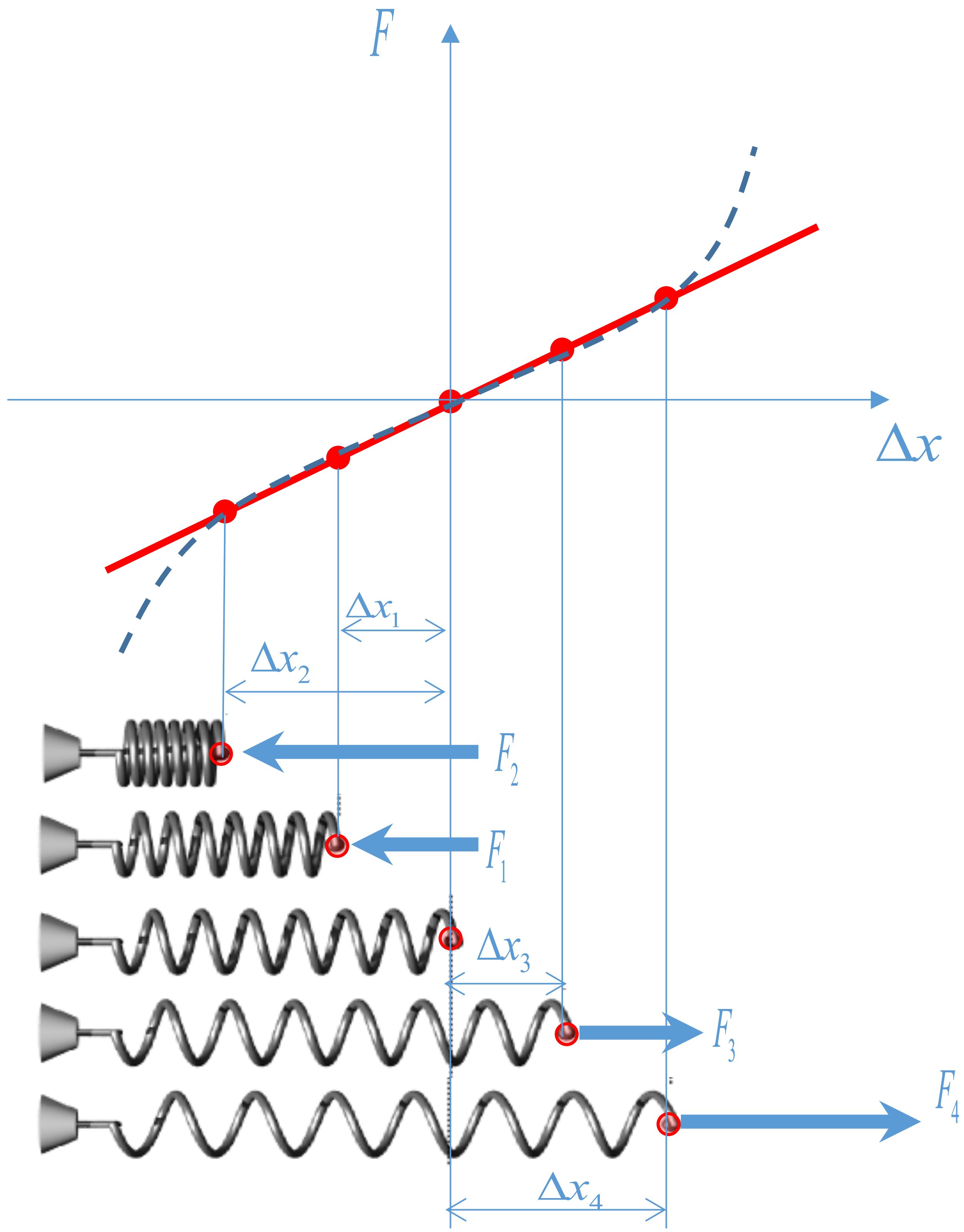


Lei de Hooke

'Ut tensio, sic vis'

('como a deformação, assim a força')



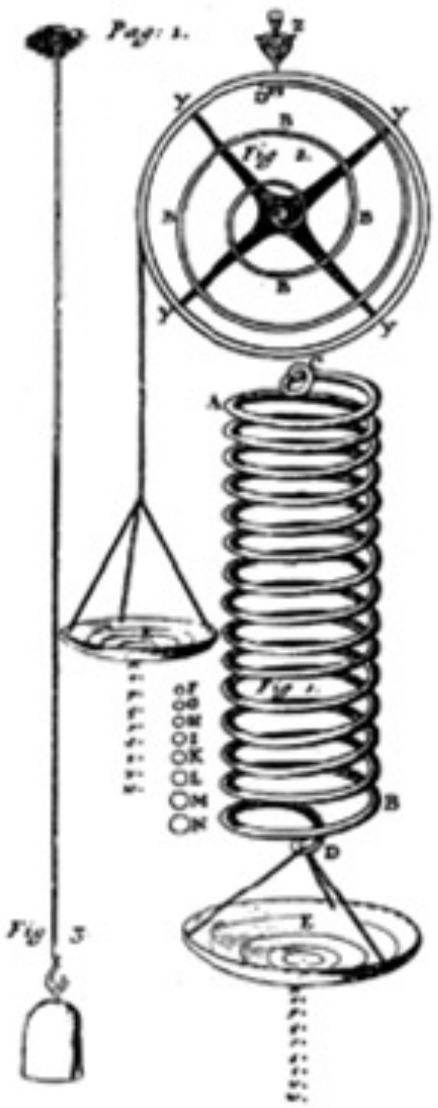


Lei de Hooke

'Ut tensio, sic vis'

('como a deformação, assim a força')

Robert Hooke (1635-1703), *Lectiones Cutlerianæ, or A collection of lectures: physical, mechanical, geographical, & astronomical.* London: Printed for John Martyn, 1679.



ceiiinosssttuv
ut tensio sic vis

To fill the vacancy of the enſuing page, I have here added a *decimate* of the *centeſme* of the Inventions I intend to publiſh, though poſſibly not in the ſame order, but as I can get opportunity and leaſure; moſt of which, I hope, will be as uſeful to Mankind, as they are yet unknown and new.

1. *A way of Regulating all ſorts of* Watches *or* Time-keepers, *ſo as to make any way to equalize, if not exceed the* Pendulum-Clocks *now uſed.*

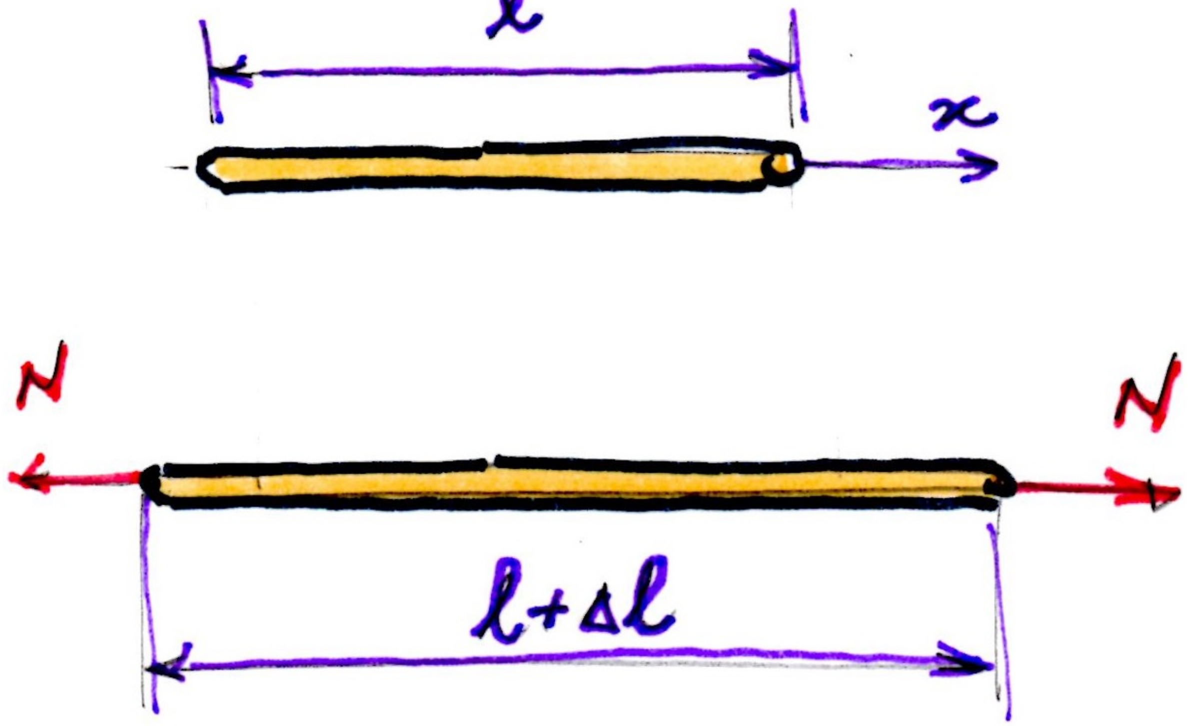
2. ***The true Mathematical and Mechanichal form of all manner of*** **Arches** ***for Building, with the true butment neceſſary to each of them.*** A Problem which no *Architectonick* Writer hath ever yet attempted, much leſs performed. abcccddeeeeefggiiiiiiiillmmmmnnnnnooprrsssttttttuuuuuuuux.

3. *The true Theory of* Elaſticity *or* Springineſs, *and a particular Explication thereof in ſeveral Subjects in which it is to be found: And the way of computing the velocity of Bodies moved by them.* ceiiinosssttuu. ut vis, sic tensio

4. *A very plain and practical way of counterpoiſing Liquors, of great uſe in* Hydraulicks. Diſcovered.

5. *A new ſort of Object-Glaſſes for* Teleſcopes *and* Microſcopes, *much outdoing any yet uſed.* Diſcovered.

Deformação:



Deformação Longitudinal $$\varepsilon_x = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$ **(adimensional!)**

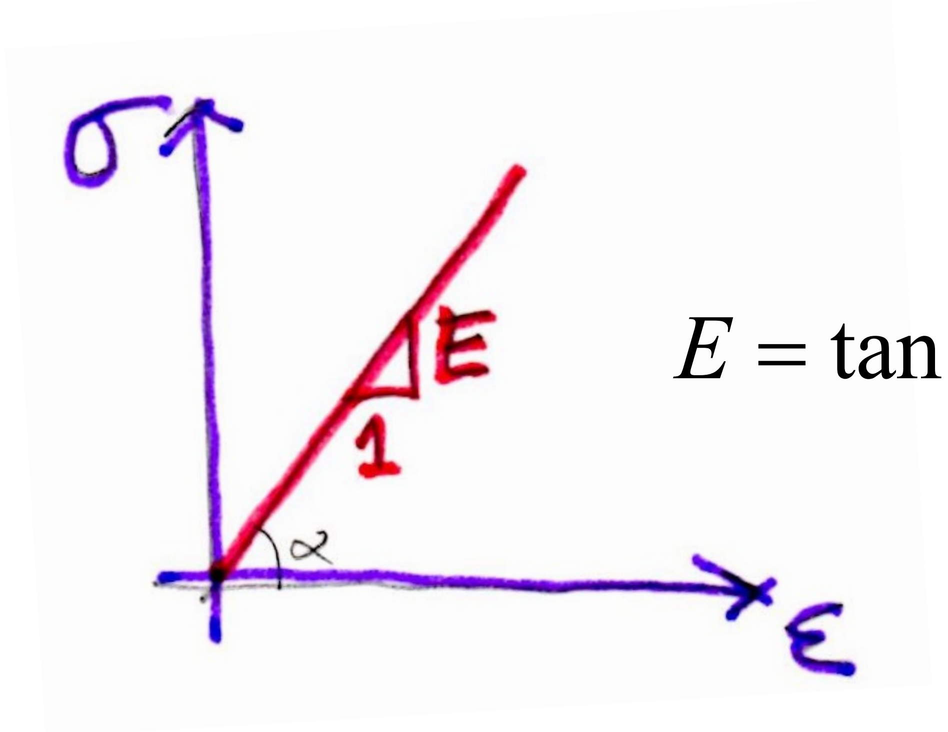
Lei de Hooke

Para cada material, existe uma proporcionalidade entre a deformação longitudinal ε_x e a tensão normal σ_x :

$$\boxed{\sigma_x = E\varepsilon_x}$$

E : Módulo de Elasticidade do Material

(Dimensão: N/m^2)



$$E = \tan\alpha$$

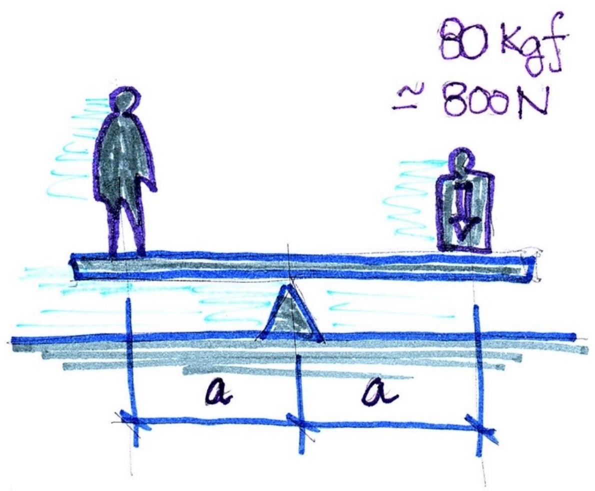
Módulo de Elasticidade (E)

Material	E (GPa)
Aço	210
Alumínio	70
Concreto	25
Madeira	10
Nylon	~2

$1\ GPa = 10^9\ N/m^2$

$1\ N = 1{,}0\ kg{\cdot}m/s^2 = 0{,}102\ kgf$

$1 kgf = 9{,}8 N$ (ao nível do mar!)



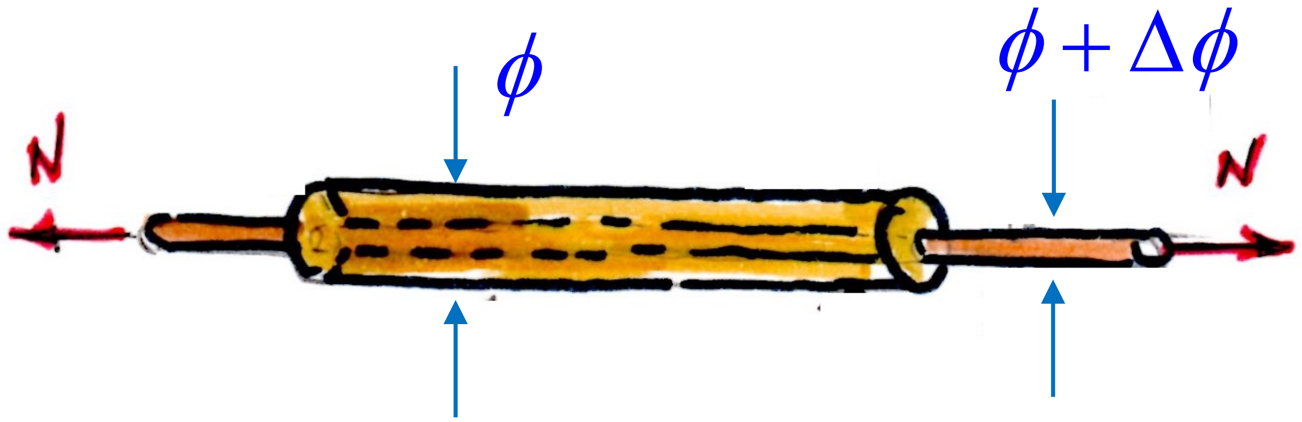
$1\ Pa = 1\ N/m^2 = 0{,}1 kgf/m^2$ ($0{,}1 mm\ H_2O$)

$1\ kPa = 10^3\ N/m^2$

$1\ MPa = 10^6\ N/m^2$ (usual para expressar tensões)

$1\ GPa = 10^9\ N/m^2$ (usual para expressar módulos de elasticidade)

Deformação Transversal



$$\varepsilon_x = \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_t = \frac{\Delta\phi}{\phi}}$$

$$\Delta\phi < 0 \quad \therefore \quad \varepsilon_t < 0$$

Verifica-se experimentalmente que $\boxed{\varepsilon_t = -\nu\varepsilon_x}$

ν : Coeficiente de Poisson

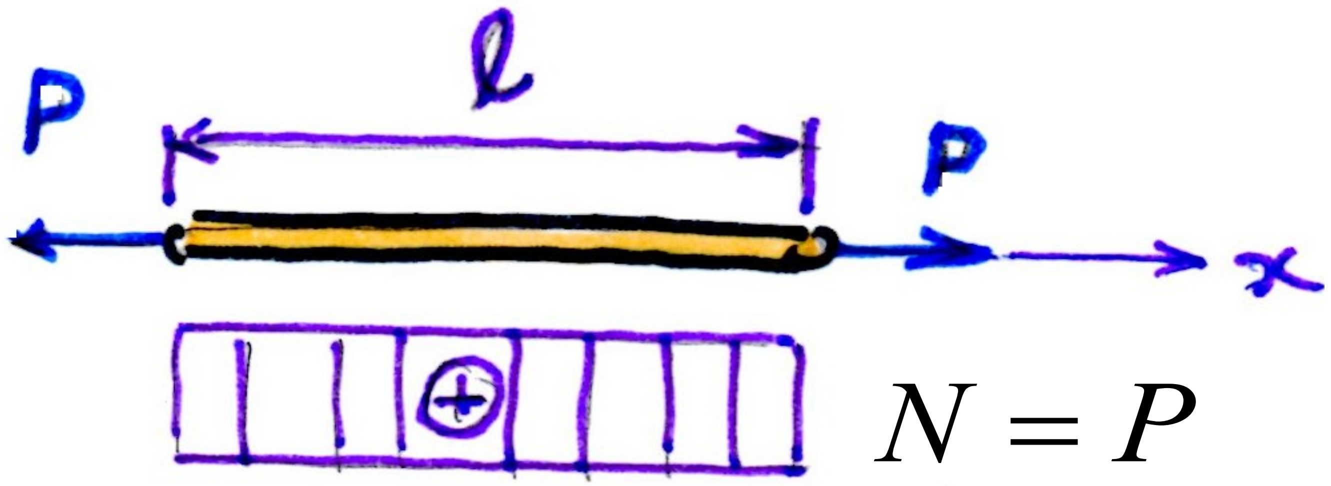
Letra grega ν : escreve-se 'nu', (pronuncia-se 'ní')

Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson

Material	E (GPa) Módulo de Elasticidade	ν Coeficiente de Poisson
Aço	210	0,3
Alumínio	70	0,25
Concreto	25	0,15
Madeira	10	?
Nylon	~2	0,42

Barra prismática sujeita à tração / compressão simples:

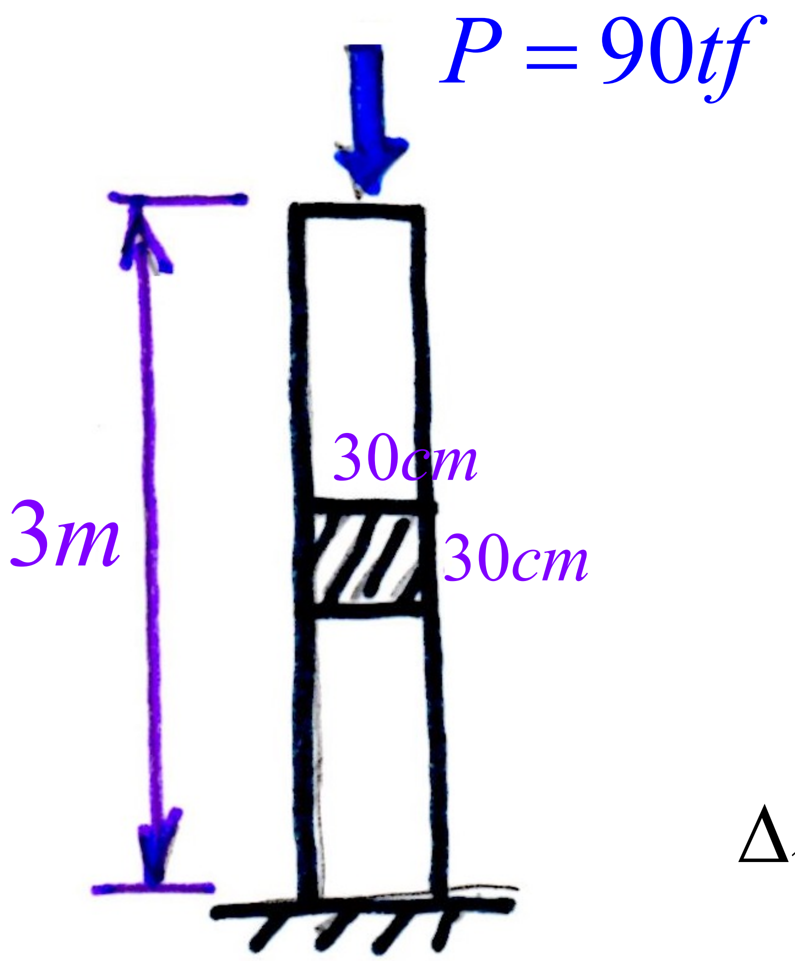
Conhecidos o material e as dimensões de uma barra prismática, é possível prever o seu alongamento (ou encurtamento) quando submetida a uma tração uniforme :



$$N = P$$

$$\left.\begin{cases} \sigma_x = \dfrac{N}{A} & \text{(definição)} \\ \varepsilon_x = \dfrac{\Delta\ell}{\ell} & \text{(definição)} \\ \varepsilon_x = \dfrac{\sigma_x}{E} & \text{(experimental)} \end{cases} \right\} \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{\sigma_x}{E} \quad \Bigg\} \quad \boxed{\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA}}$$

<u>Exemplo</u>: calcular o encurtamento do pilar de concreto:



$$N = -P = -90tf = -90 \times 10^4\,N$$

$$A = 0,3 \times 0,3 = 9 \times 10^{-2}\,m^2$$

$$E = 25GPa = 25 \times 10^9\,\frac{N}{m^2}$$

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA} = \frac{\left(-90 \times 10^4\,N\right) \times 3m}{25 \times 10^9\,\dfrac{N}{m^2} \times 9 \times 10^{-2}\,m^2} = -1,2 \times 10^{-3}\,m$$

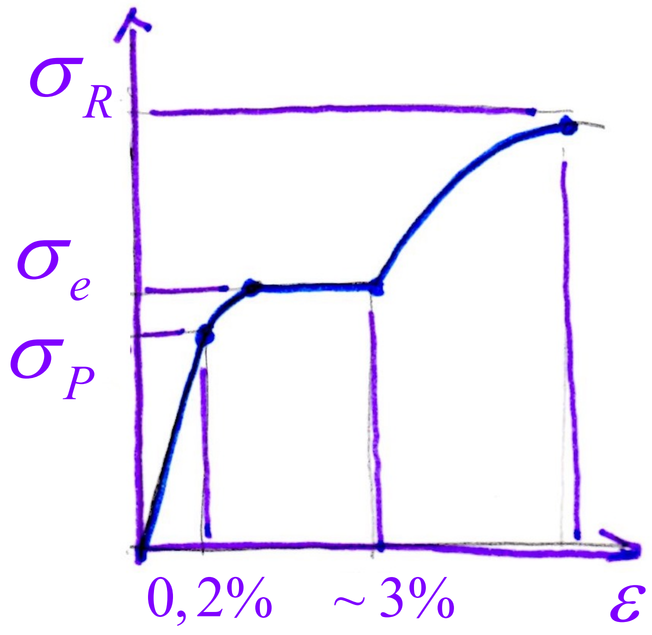
$$\boxed{\Delta\ell = -1,2\;mm}$$

Ensaios de tração

A Lei de Hooke tem validade restrita a deformações relativamente pequenas:

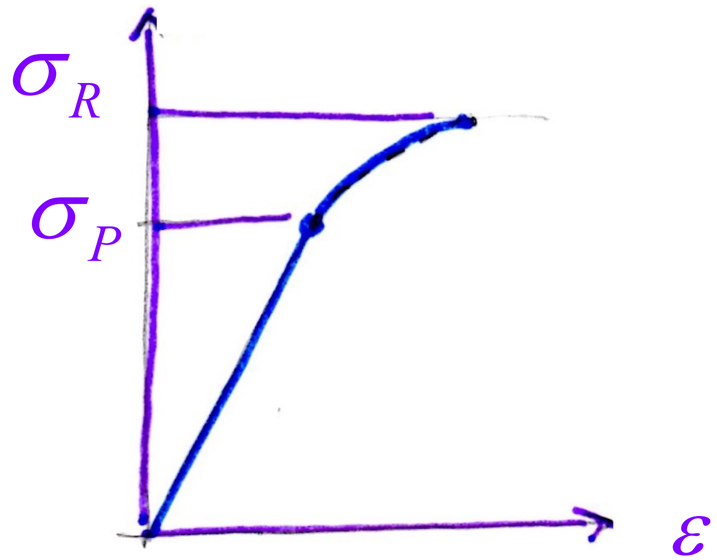
Material Dúctil:

(por exemplo, aço)



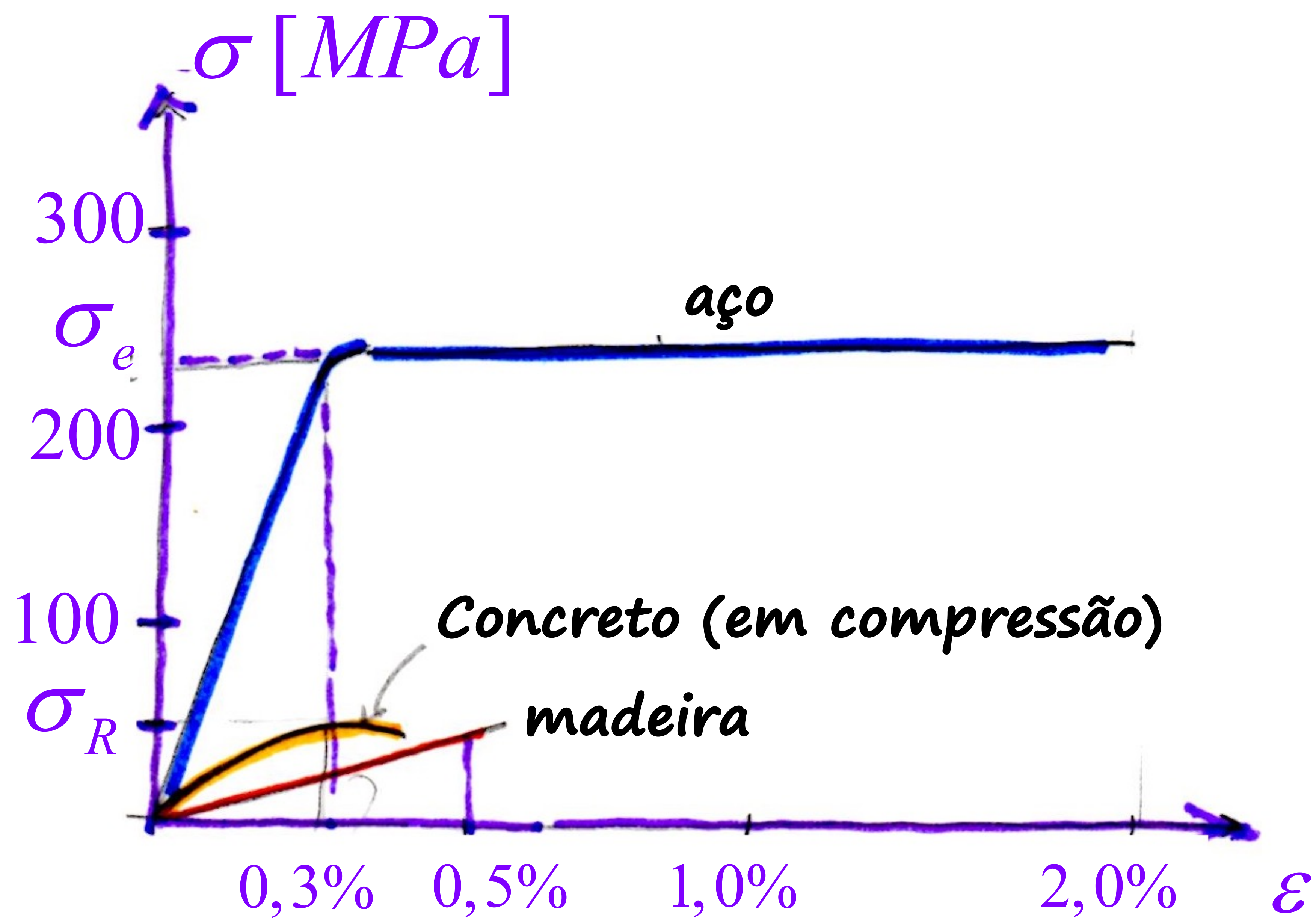
Material Frágil:

(por exemplo, concreto)



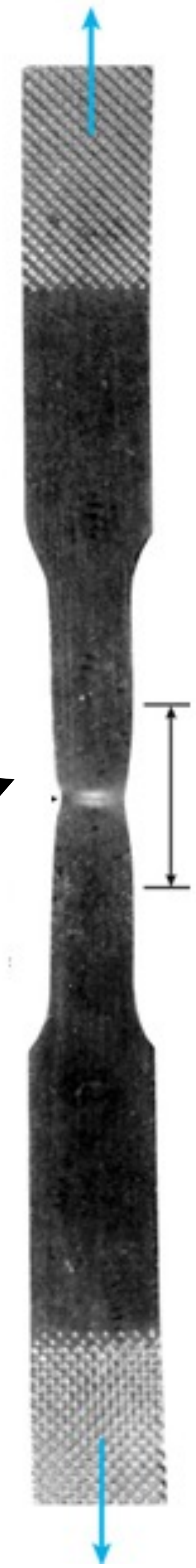
Ensaios de tração

Comparação aço – concreto – madeira:



Ensaios de tração

Exemplo de um ensaio de tração – aço estrutural.



Região de ruptura

Região de estricção
C a E do diagrama

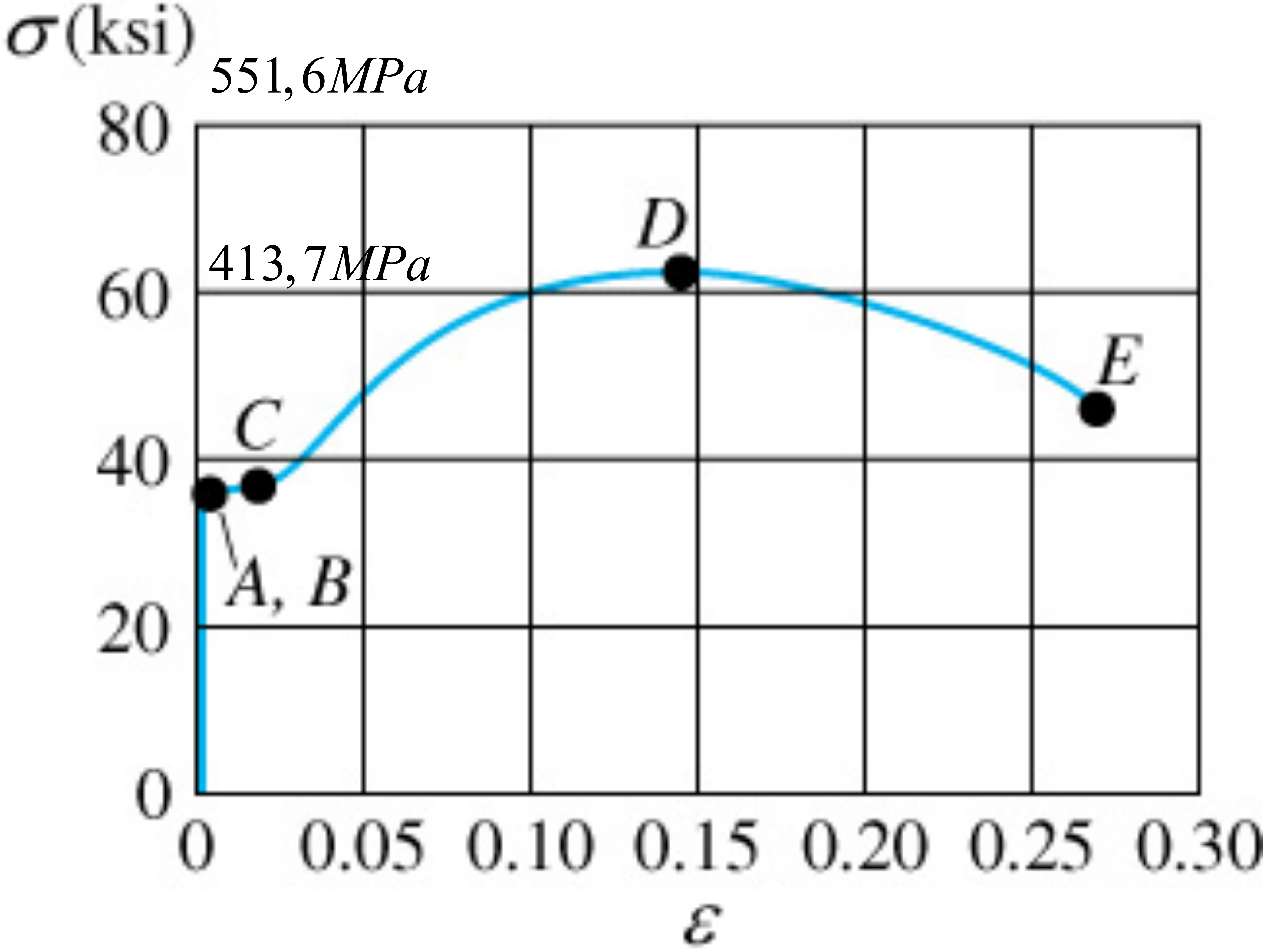


Diagrama tensão-deformação típico de aço estrutural em tração, desenhado em escala

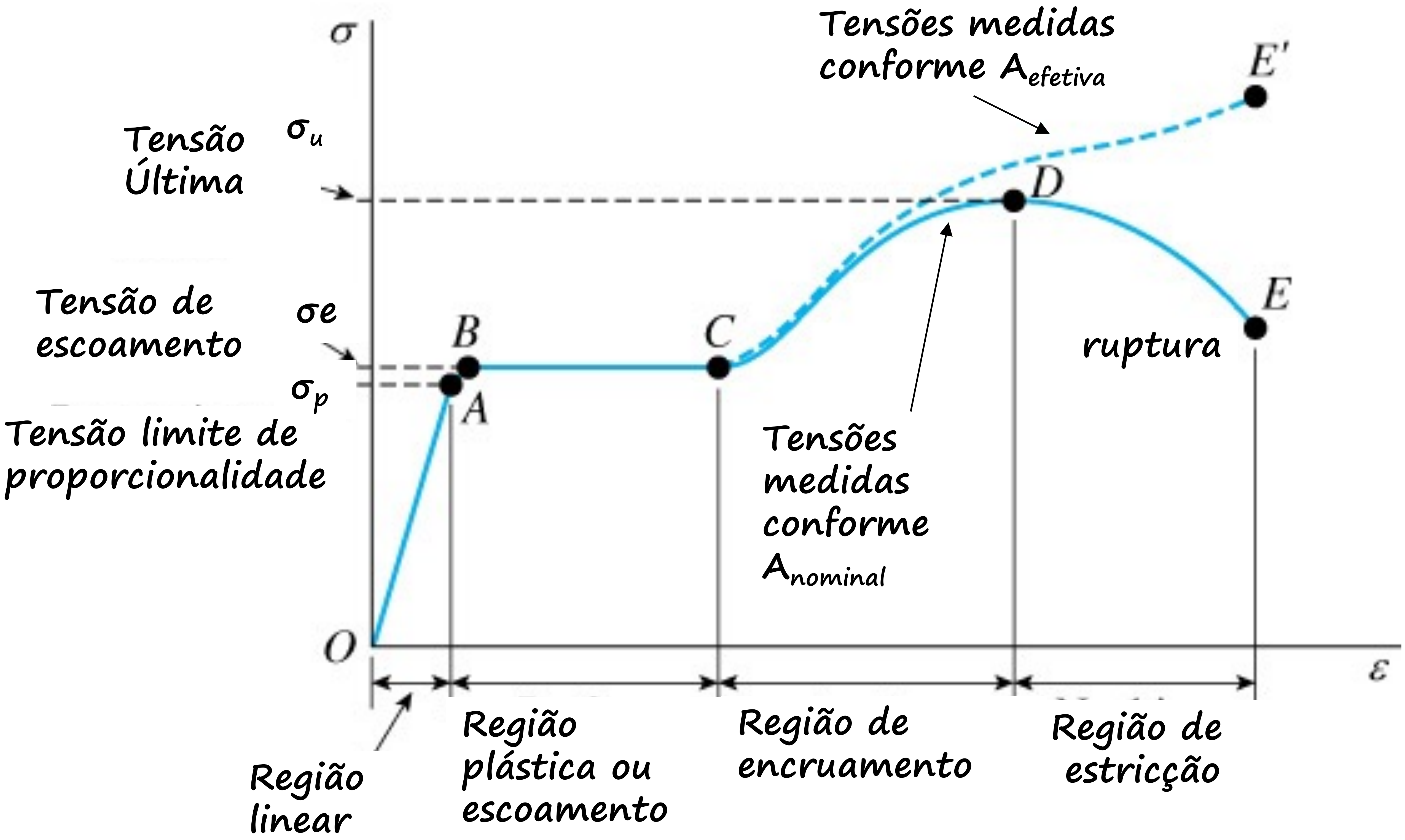


Diagrama tensão-deformação típico do aço estrutural de baixo carbono (ASTM 36) determinado a tração (fora de escala).

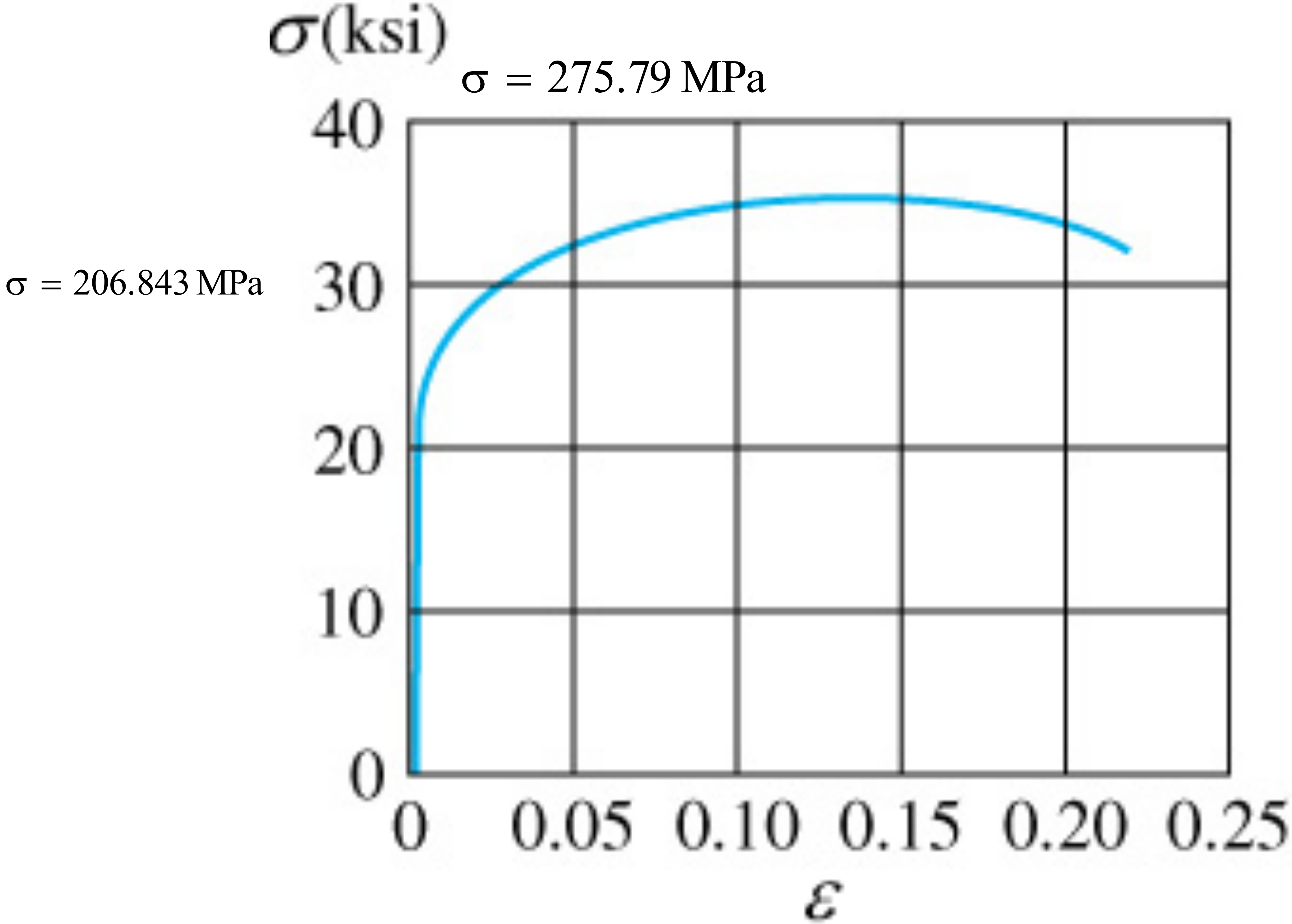
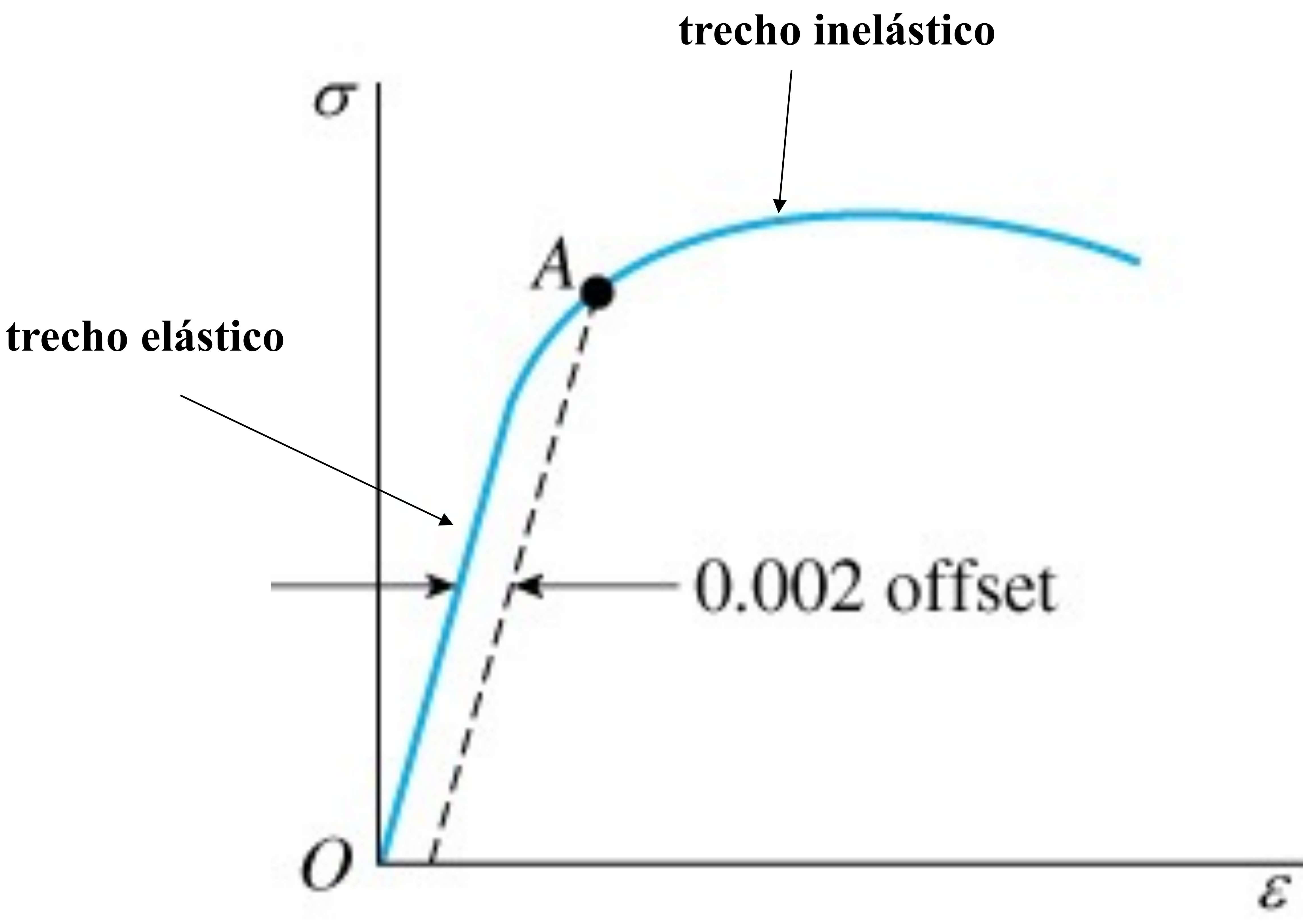


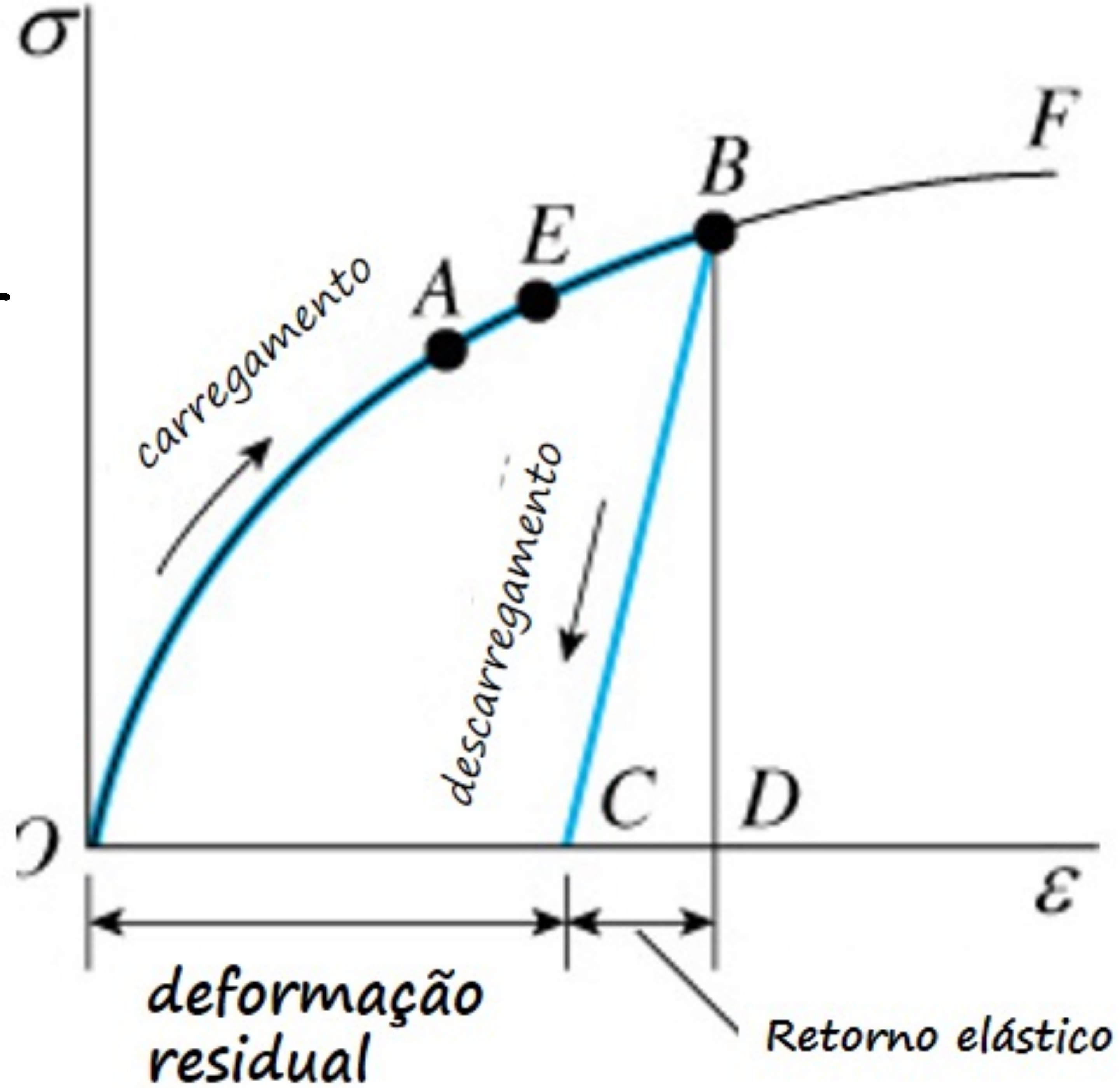
Diagrama tensão-deformação típico para uma liga de alumínio



Determinação da tensão de escoamento σ_e nominal

Encruamento

Diagrama tensão-deformação ilustrando um comportamento elastoplástico



Encruamento

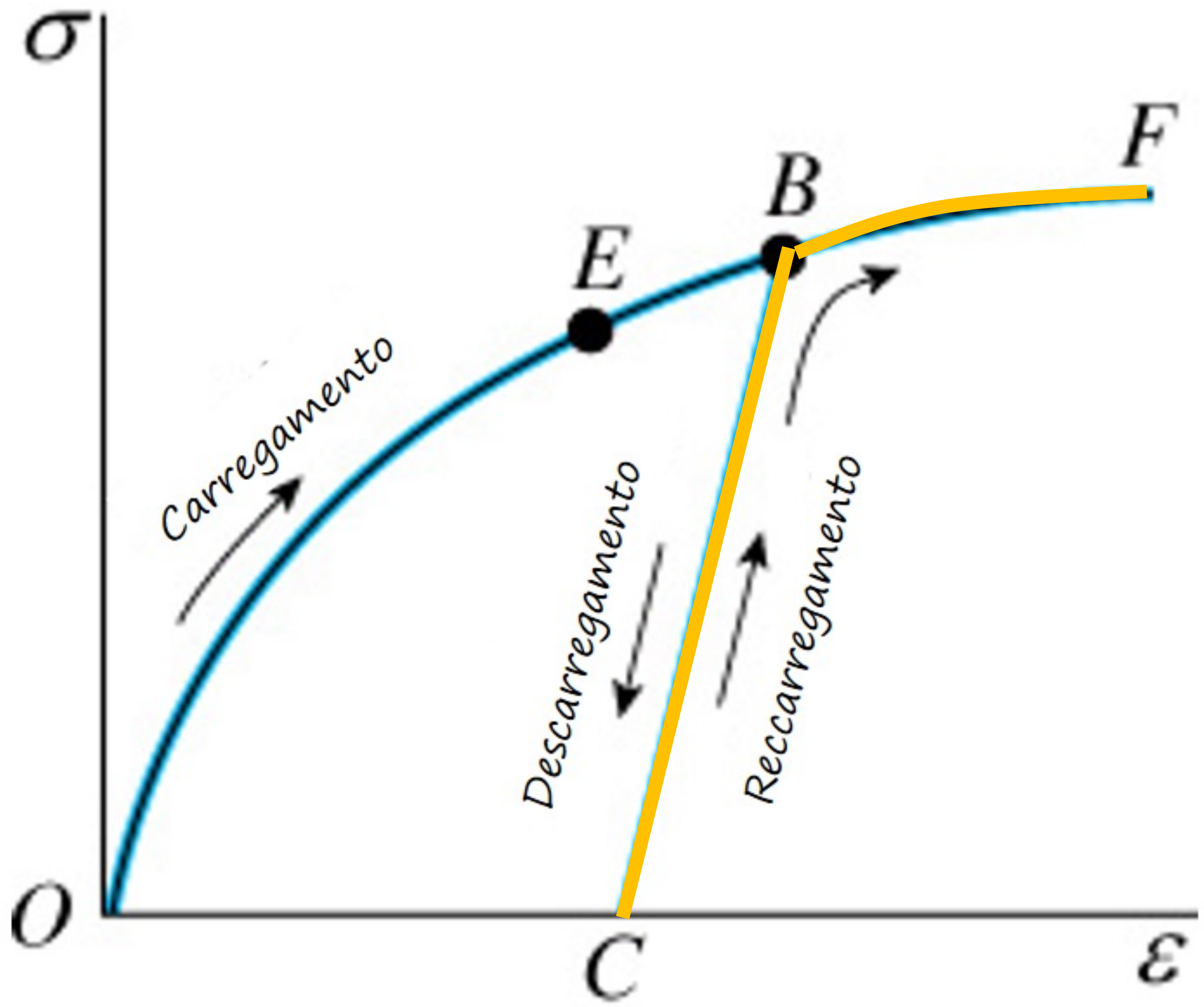


Diagrama tensão-deformação com recarregamento do material para elevação do limite elástico (tensão de escoamento)

Tensão Limite

A máxima tensão suportada por um material frágil é σ_R
('tensão de ruptura')

Para materiais dúcteis, admite-se que a resistência se esgote ao se atingir a tensão de escoamento σ_e

Para considerar estes dois tipos de comportamento com um único critério, define-se a tensão limite

$$\sigma_{\lim} = \begin{cases} \sigma_e & \text{(materiais dúcteis)} \\ \sigma_R & \text{(materiais frágeis)} \end{cases}$$

Segurança

Ao se projetar uma estrutura, deve-se prover uma reserva de segurança, isto é, as tensões sobre a estrutura devem ser minoradas, em relação à σ_{lim} , considerando um fator de segurança $s > 1$

Define-se a tensão admissível $\bar{\sigma} = \dfrac{\sigma_{\text{lim}}}{s}$

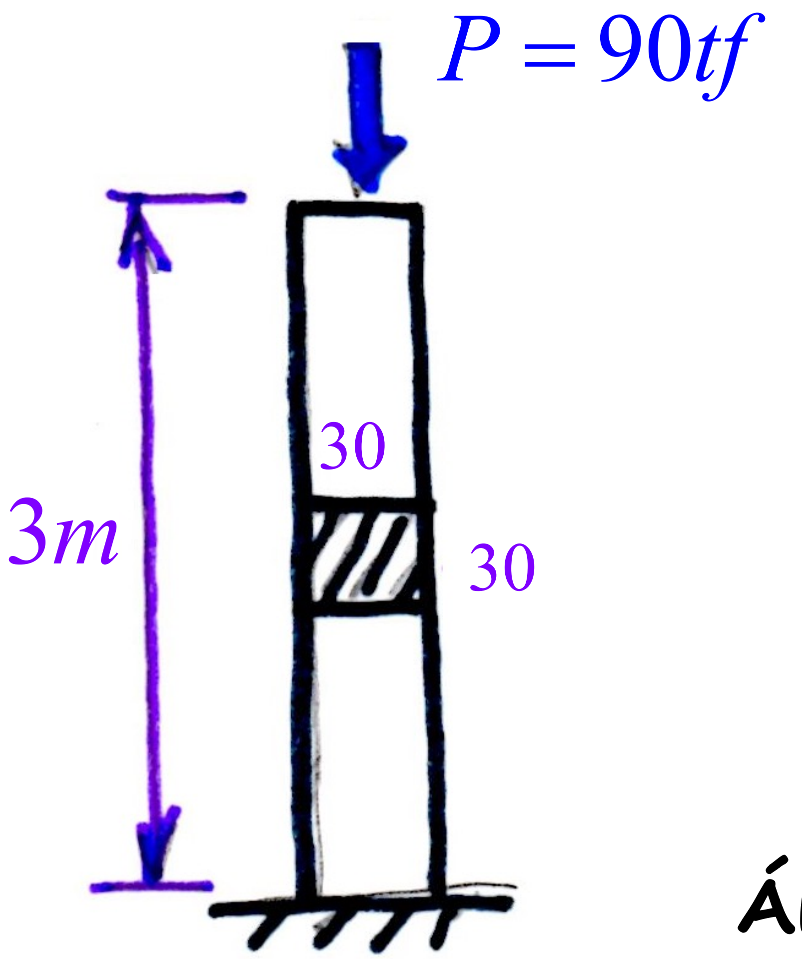
Valores típicos $\begin{cases} s = 1,5 & \text{(aço)} \\ s = 2,0 & \text{(concreto)} \end{cases}$

Deve-se verificar que $\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma}$, em toda estrutura

Nota: na prática de projeto o assunto é mais elaborado, sendo os coeficientes de segurança divididos entre coeficientes de majoração das cargas e coeficientes de minoração das resistências, e recebem um tratamento probabilístico, como será visto em PEF2604.

Exemplo: Verificar o pilar para s=2, sendo $\sigma_R = 15MPa$

Redimensionar, se necessário!



$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_R}{s} = \frac{15}{2} = 7,5MPa$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} = -\frac{90\times10^4}{9\times10^{-2}} = -10\times10^6\,\frac{N}{m^2} = -10MPa$$

$|\sigma_x| < \sigma_R \quad \therefore$ ***não rompe!***

$|\sigma_x| > \bar{\sigma} \quad \therefore$ ***"não passa"!***

Área mínima: $\bar{\sigma} = \dfrac{|N|}{A_{\min}}$

$$A_{\min} = \frac{|N|}{\bar{\sigma}} = \frac{90\times10^4}{7,5\times10^6} = 12\times10^{-2}\,m^2$$

Lado mínimo: $a_{\min} = \sqrt{A_{\min}} = \sqrt{12\times10^{-2}} = 0,346m$ $\boxed{a = 35\ cm}$