ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

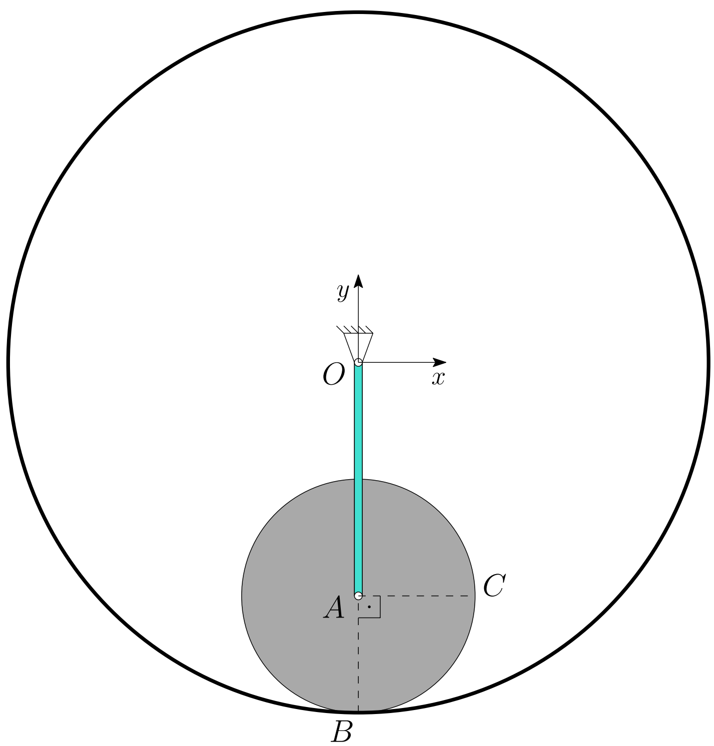
PME 3100 – MECÂNICA I – Atividade E2.2 – Reoferecimento 2023

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada *individualmente*.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as regras para a realização das atividades remotas.
- Além da pontuação indicada em cada um dos itens, o aluno poderá receber até **0,2 ponto** no quesito "Apresentação e Diagramação", conforme avaliação que receber de seus colegas.

Enunciado

Questão 1.

O sistema ilustrado na figura abaixo é constituído por um disco de raio R e centro A que rola sem escorregar sobre a superfície interna de um anel de centro O e raio $3R$. Além disso, uma barra rígida de comprimento $2R$ é articulada em um apoio fixo em O e ao centro do disco em A. A barra gira em torno de O com velocidade angular constante igual a $-\omega\hat{k}$, enquanto que o anel externo gira em torno de O com velocidade angular $+\omega\hat{k}$, tembém constante. Nestas condições e na configuração ilustrada pede-se:



a) (1,0 ponto) O vetor velocidade dos pontos A e B;
b) (0,6 ponto) O vetor posição $I - O$ do centro instantâneo de rotação (CIR) do disco de raio R;
c) (0,6 ponto) O vetor velocidade angular $\vec{\omega}_D$ do disco;
d) (1,0 ponto) O vetor aceleração dos pontos A e B do disco;
e) (1,0 ponto) Utilizando a equação de campo de acelerações de um corpo rígido, mostre que a aceleração angular do disco de raio R é $\vec{\alpha}_D = \vec{0}$ (Dica: se o disco rola sem escorregar sobre o anel, as componentes tangenciais da aceleração dos pontos em contato são idênticas);
f) (0,6 ponto) Utilizando o resultado de aceleração angular nula do disco, obtenha o vetor aceleração do ponto C;

Resolução comentada

(a) Sabendo que o ponto O é fixo, o campo de velocidades da barra fornece:

$$\vec{v}_A = \vec{V}_O + (-\omega\hat{k}) \wedge (-2R\hat{\jmath}) = -2R\omega\hat{\imath} \tag{1}$$

Já para o anel, de forma análoga:

$$\vec{v}_B = (\omega\hat{k}) \wedge (-3R\hat{\jmath}) = 3R\omega\hat{\imath} \tag{2}$$

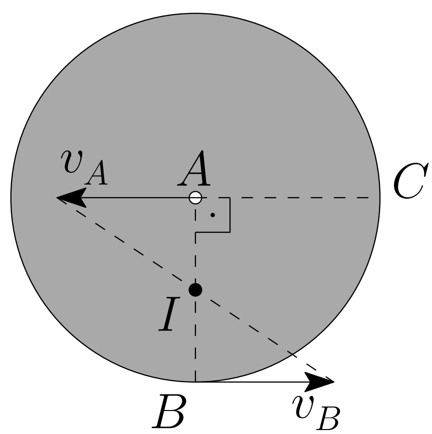
Atribua uma nota na escala 0/2, 1/2 ou 2/2 para a solução de seu colega respeitando o critério estabelecido a seguir:

2/2: solução sem nenhum erro;

1/2: solução com erro em apenas uma das velocidades;

0/2: demais casos.

(b) Utilizando a figura abaixo é possível verificar graficamente que o CIR se encontra entre os pontos A e B.



Chamando de x a distância vertical entre o ponto A e o CIR I, obtêm-se por semelhança de triangulos:

$$\frac{x}{2R\omega} = \frac{R-x}{3R\omega} \Rightarrow x = \frac{2R}{5} \tag{3}$$

Assim, o vetor posição pedido fica

$$(I-O) = (A-O) + (I-A) = -2R\hat{\jmath} - \frac{2R}{5}\hat{\jmath} = -\frac{12R}{5}\hat{\jmath} \tag{4}$$

Atribua uma nota na escala 0/2, 1/2 ou 2/2 para a solução de seu colega respeitando o critério estabelecido a seguir:

2/2: solução sem nenhum erro;

1/2: solução com a identificação gráfica correta porém com erros de cálculo, desde que não haja erro dimensional;

0/2: demais casos.

Observação: caso o colega tenha feito os cálculos corretos sem a representação gráfica, considerar como correta a solução.

(c) Dada a distância entre o ponto A e o CIR, e sabendo a velocidade do ponto A, o módulo do vetor pedido é:

$$|\vec{\omega}_D| = \frac{2R\omega}{\frac{2R}{5}} = 5\omega \tag{5}$$

Para que o vetor rotação seja compatível com as direções das velocidades em A e B têm-se

$$\vec{\omega}_D = 5\omega\hat{k} \tag{6}$$

Atribua uma nota 0 ou 1 para a solução de seu colega, sendo 0 para solução com erros e 1 para a solução correta.

Observação: é possível também obter a resposta correta utilizando a velocidade do ponto B. Neste caso, considere também a resposta correta se ela estiver igual ao gabarito.

(d) Assim como feito para as velocidades, basta utilizar a equação de campo de acelerações lembrando que o ponto O é fixo. Assim, para o ponto A:

$$\vec{a}_A = (-\omega\hat{k}) \wedge [(-\omega\hat{k}) \wedge (-2R\hat{j})] = 2R\omega^2\hat{j} \tag{7}$$

E para o ponto B:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\alpha}_D \wedge (-R\hat{j}) + (5\omega\hat{k}) \wedge [(5\omega\hat{k}) \wedge (-R\hat{j})] = 27R\omega^2\hat{j} + \alpha_D\hat{k} \wedge (-R\hat{j}) = 27R\omega^2\hat{j} + \alpha_D R\hat{\imath} \tag{8}$$

Atribua uma nota na escala 0/2, 1/2 ou 2/2 para a solução de seu colega respeitando o critério estabelecido a seguir:

2/2: solução sem nenhum erro;

1/2: solução com erro em apenas uma das acelerações e sem erros dimensionais;

0/2: demais casos.

Observação: caso o colega realize corretamente a aplicação do campo de acelerações e já aplique o resultado $\alpha_D = 0$, a resposta também pode ser considerada correta.

(e) A partir do item d, sabemos que a aceleração do ponto B do disco é:

$$\vec{a}_B = 2R\omega^2\hat{j} + \alpha_D\hat{k} \wedge (-R\hat{j}) + (5\omega\hat{k}) \wedge [(5\omega\hat{k}) \wedge (-R\hat{j})] = 27R\omega^2\hat{j} + \alpha_D R\hat{i} \tag{9}$$

Já para o anel, que gira com velocidade angular constante, a aceleração fica:

$$\vec{a}_{B_{anel}} = (\omega\hat{k}) \wedge [(\omega\hat{k}) \wedge (-3R\hat{j})] = 3R\omega^2\hat{j} \tag{10}$$

Notando que a componente tangencial é aquela na direção $\hat{i}$, e comparando esta componente para o anel e para o disco chega-se a:

$$\alpha_D R = 0 \Rightarrow \alpha_D = 0 \tag{11}$$

E assim fica demonstrado que a aceleração angular do disco é nula.

Atribua uma nota na escala 0/2, 1/2 ou 2/2 para a solução de seu colega respeitando o critério estabelecido a seguir:

2/2: solução sem nenhum erro;

1/2: escrita correta do campo de acelerações do anel;

0/2: demais casos.

(f) Sabendo que a aceleração angular do disco é nula e aplicando a equação do campo de acelerações utilizando os pontos A e C chega-se a:

$$\vec{a}_C = 2R\omega^2\hat{j} + (5\omega\hat{k}) \wedge [(5\omega\hat{k}) \wedge (R\hat{i})] = 2R\omega^2\hat{j} - 25R\omega^2\hat{i} \tag{12}$$

Atribua uma nota na escala 0/2, 1/2 ou 2/2 para a solução de seu colega respeitando o critério estabelecido a seguir:

2/2: solução sem nenhum erro;

1/2: escrita correta do campo de acelerações do disco utilizando os pontos A e C ou alternativamente os pontos B e C;

0/2: demais casos.

Observação: é possível também obter a resposta correta utilizando a aceleração do ponto B. Neste caso, considere também a resposta correta se o vetor final estiver igual ao gabarito.