PME3100 - MECÂNICA I

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS - SISTEMA DE FORÇAS E ESTÁTICA

LISTA DE EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES AO LIVRO TEXTO (FRANÇA, MATSUMURA)

1) Dado o sistema de forças

$\vec{F}_1 = \vec{i} + \vec{j}$ aplicada no ponto O (0,0,0),

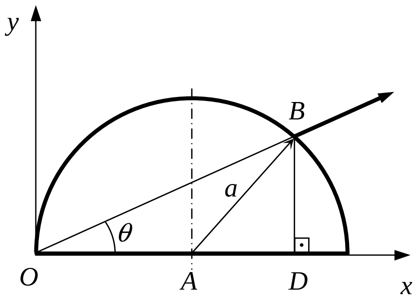
$\vec{F}_2 = \vec{i} + \vec{k}$ aplicada no ponto A (1,0,1),

$\vec{F}_3 = \vec{j} - \vec{k}$ aplicada no ponto B (0,1,1),

a) determinar a resultante e o momento em relação ao ponto O e
b) verificar se o sistema é redutível a uma única força.

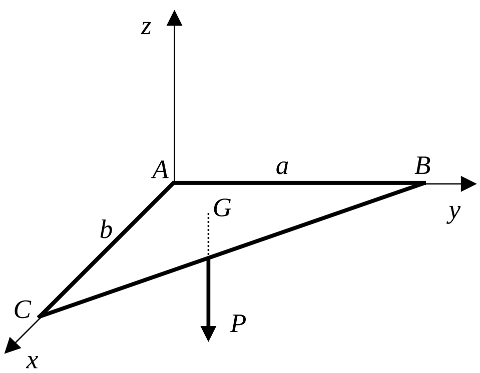
2) Uma força $\vec{F}$ é aplicada no ponto B, localizado na borda de uma placa circular de raio a, como indicado na figura. Pede-se:

a) determinar o sistema equivalente a $\vec{F}$, constituído por u
b) m binário e uma única força aplicada em D;
c) determinaro o valor de θ para que o momento em relação a D seja máximo.



Resposta do item *b*: $\tan\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3) A figura abaixo mostra uma placa triangular de peso P. Sobre a placa age a força $\vec{F} = m\vec{i} + n\vec{j} + P\vec{k}$ aplicada no ponto B e um binário de momento $\vec{M} = \dfrac{-2aP\vec{i} - bP\vec{j} + 3ma\vec{k}}{3}$. Pede-se:



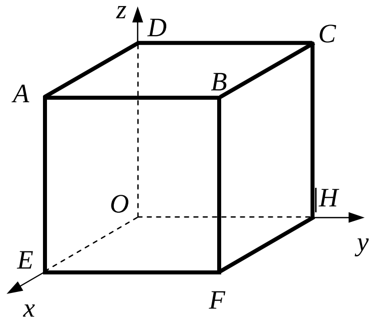
a) determinar a resultante $\vec{R}$;
b) determinar o momento $\vec{M}_B$;
c) mostrar que o sistema é redutível a uma única força.
d) justificar por que a placa, sob ação do carregamento descrito, pode permanecer em equilíbrio estático vinculada apenas por um anel de eixo perpendicular ao plano da placa;
e) determinar o lugar geométrico dos pontos da placa nos quais o anel pode ser posicionado.

Resposta do item *b*: $\vec{M}_B = am\vec{k}$

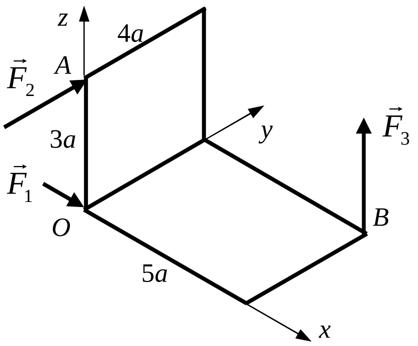
4) Dado um sistema de forças, a sua resultante $\vec{R}$ pode ser paralela ao momento $\vec{M}_O$ calculado em relação a um pólo O ? Justificar.

5) A figura ao lado mostra um cubo homogêneo de peso $\vec{P} = -2p\vec{k}$ e aresta a. Sobre o cubo agem a força $\vec{F}_1 = 3p\vec{k}$ aplicada no ponto H, a força $\vec{F}_2 = -p\vec{i} - 2p\vec{j}$ aplicada no ponto O e um binário de momento $\vec{M} = -3ap\vec{i} + 4ap\vec{j} + ap\vec{k}$. Pede-se:

a) determinar a resultante $\vec{R}$;
b) determinar o momento $\vec{M}_O$;
c) verificar, apresentando a devida justificativa, se é possível reduzir o sistema a uma única força.



6) A placa dobrada em L da figura abaixo está sujeita às forças $\vec{F}_1 = (p\vec{i}, O)$, $\vec{F}_2 = (2p\vec{j}, A)$ e $\vec{F}_3 = (2p\vec{k}, B)$. Pede-se:

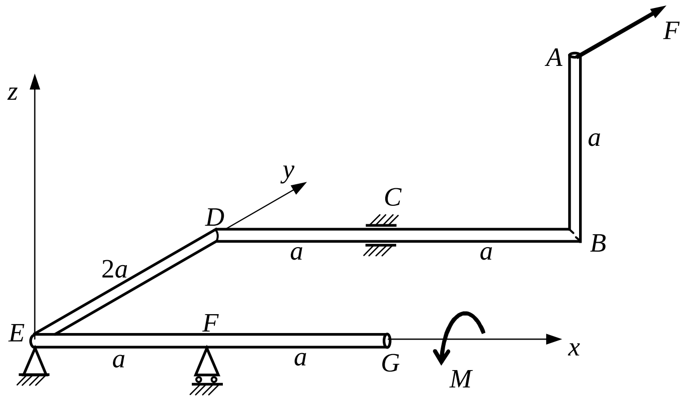


a) determinar a resultante $\vec{R}$;
b) determinar o momento $\vec{M}_O$;
c) verificar, apresentando a devida justificativa, se é possível reduzir o sistema a uma única força.

Respostas

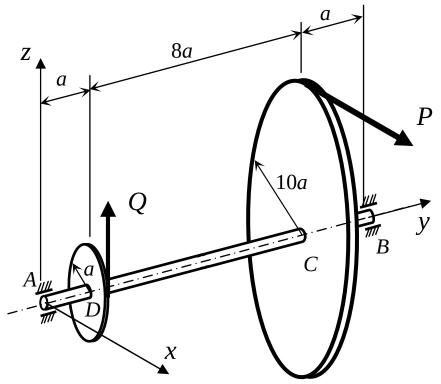
- item b: $\vec{M}_O = 2ap\vec{i} - 10ap\vec{j}$
- item c: não é possível.

7) A barra $ABCDEFG$ mostrada na figura ao lado é vinculada em C por um anel, em E por uma articulação e em F por um apoio simples. Aplicam-se à barra um binário $\vec{M} = M\vec{i}$ e uma força $\vec{F} = (F\vec{j}, A)$. Determinar as reações externas utilizando o sistema de coordenadas indicado.



Respostas:

- $X_E = Z_E = 0 \qquad Y_E = F$
- $Y_C = -2F \quad Z_C = \dfrac{-M + aF}{2a} \quad Z_F = \dfrac{M - aF}{2a}$



8) A roda dentada C, de raio $10a$, e o pinhão D, de raio a, foram montados na árvore horizontal AB. As demais dimensões estão indicadas na figura. A força aplicada na roda C é horizontal e vale P. A força aplicada na roda D é vertical e vale Q. Determinar:

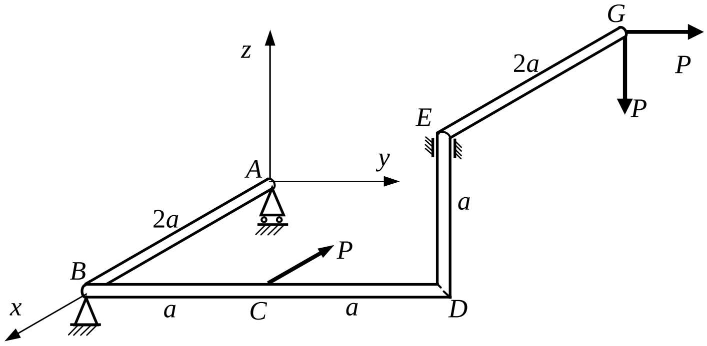
a) a relação entre P e Q para que haja equilíbrio;
b) as reações nos mancais (anéis) A e B em função de P, na condição de equilíbrio.

Respostas

a) $Q = 10P$

b) $X_A = -\dfrac{P}{10}, \quad Z_A = -9P, \quad X_B = -\dfrac{9P}{10}, \quad Z_B = -P$

9) A barra *ABCDEG* mostrada na figura abaixo é vinculada em *A* por um apoio simples, em *B* por uma articulação e em *E* por um anel. Aplicam-se à barra as forças $\left(P\vec{j} - P\vec{k}, G\right)$ e $\left(-P\vec{i}, C\right)$ conforme indicado na figura. Determinar as reações externas utilizando o sistema de coordenadas indicado.

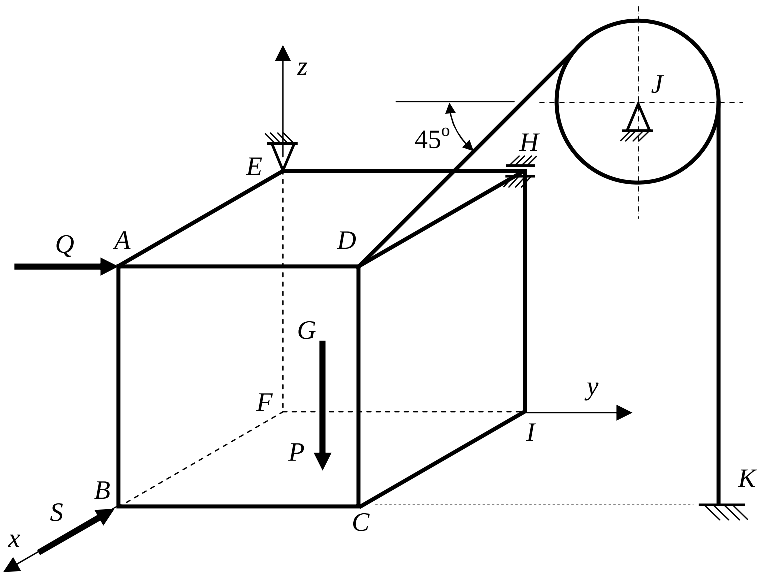


Respostas

- $X_B = \dfrac{3P}{2}$, $Y_B = 2P$, $Z_B = -\dfrac{P}{4}$
- $X_E = -\dfrac{P}{2}$, $Y_E = -3P$
- $Z_A = \dfrac{5P}{4}$

10) A figura abaixo mostra o cubo homogêneo *ABCDEFHI* de peso *P* e lado 2*a*, mantido em equilíbrio estático por meio de uma articulação em *E*, do anel pequeno anel em *H* e do fio em *D*, que forma 45º em relação à aresta *AD*. Os fios e a polia têm peso desprezível e pertencem ao plano que contém a face *ABCD*. Sendo conhecidas as forças $\left(\vec{P}, G\right)$, $\left(\vec{Q}, A\right)$ e $\left(\vec{S}, B\right)$ mostradas na figura e, utilizando o sistema de coordenadas indicado, determinar:

a) a força de tração *T* no fio *DK*;
b) as reações externas em *E*, *H*, *J* e *K*.

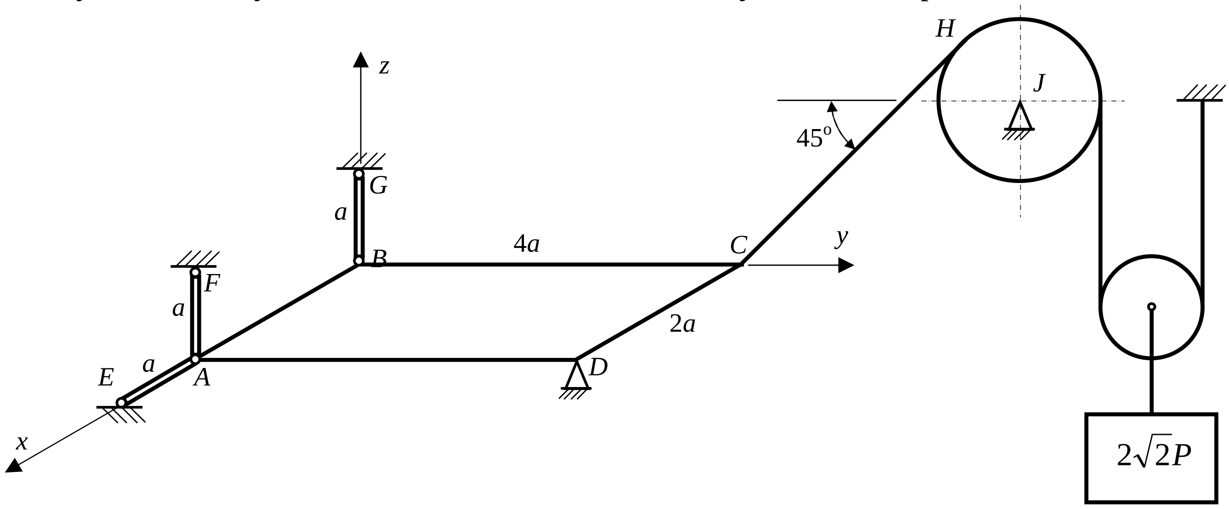


Respostas

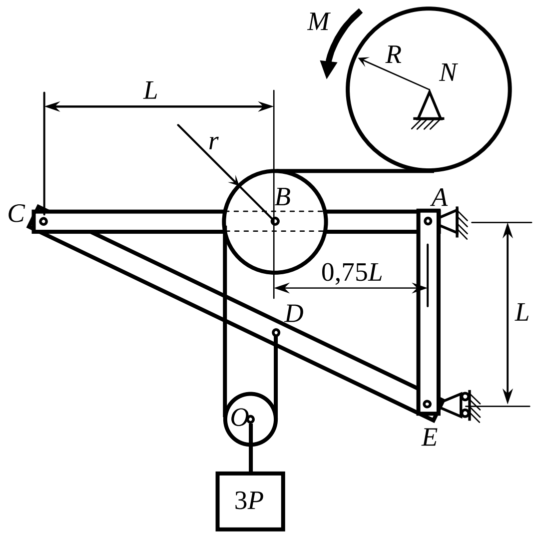
- a) $T_{DK} = \left(\sqrt{2}\right)\left(\dfrac{P}{2} + S\right)$
- b) $X_E = -Q - \dfrac{P}{2}$ $\quad Z_E = \dfrac{P}{2}$ $\quad Y_E = -Q - S - \dfrac{P}{2}$ $\quad Z_H = -S$ $\quad X_H = Q + S + \dfrac{P}{2}$

  $Y_J = S + \dfrac{P}{2}$ $\quad Z_J = \left(\sqrt{2} + 1\right)\left(\dfrac{P}{2} + S\right)$

11) A figura abaixo mostra a placa homogênea horizontal *ABCD* de peso *P* e lados $2a$ e $4a$, mantida em equilíbrio estático por meio de uma articulação em *D*, a barra *BG*, ligada a *B* , as barras *EA* e *FA*, ligadas a *A*, e o fio ligado a *C*. Admite-se que as barras, os fios e as polias tenham peso desprezível. O bloco tem peso $2\sqrt{2}P$ e os fios e polias estão no plano *Bzy*. Determinar a reação na articulação *D* e as forças nas barras, indicando se são de tração ou de compressão.



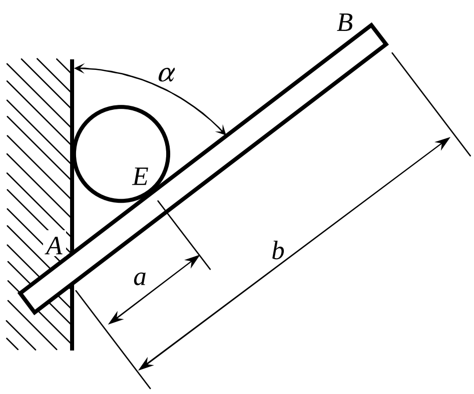
Respostas: $F_{GB} = \dfrac{P}{2}$ (compressão) $F_{EA} = \dfrac{P}{2}$ (tração) $X_D = Z_D = -\dfrac{P}{2}$ $Y_D = -P$



12) Um sistema de elevação de cargas é acionado por meio de um mecanismo que gira a polia de centro *N*, conforme indicado na figura. As barras *ABC*, *CDE* e *AE*, as polias e o fio têm pesos desprezíveis. Para a situação de equilíbrio indicada, a carga $3P$ está em repouso. Pede-se:

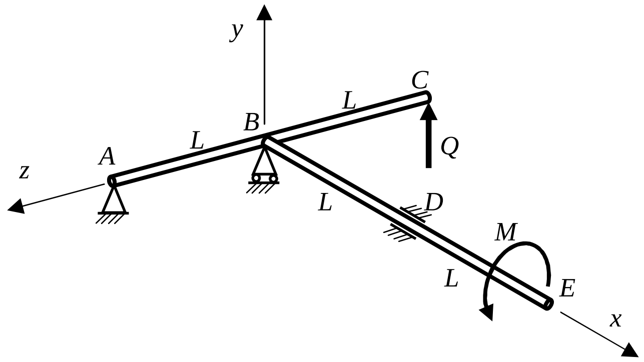
a) o diagrama de corpo livre das polias;
b) as reações em *A* e em *E*.
c) as forças que agem nas barras *ABC*, *CDE* e *AE*.

13) Uma barra homogênea *AB* de peso *P*, engastada na parede com um ângulo α, tem um comprimento livre *b* (descontando a parte engastada). Conforme indicado na figura, ela sustenta um cilindro de peso *Q* cujo contato *E* com a barra dista *a* do ponto *A* na parede. Considere o cilindro simplesmente apoiado na barra e na parede, isto é, despreze as forças de atrito. Faça os diagramas de corpo livre e calcule as reações no engastamento.



Respostas:

$$M_A = Q\left(\frac{a}{sen\alpha}\right) + \frac{P}{2} bsen\alpha \qquad X_A = -Q\cot\alpha \qquad Y_A = P + Q$$



14) A estrutura em forma de *T*, de peso desprezível, é mantida em equilíbrio articulada em *A*, apoiada em um apoio simples em *B* (plano de apoio *Bxz*) e ligada a um pequeno anel em *D*. Os esforços ativos são a força $(Q\vec{j}, C)$ e o binário $M\vec{i}$. Pede-se:

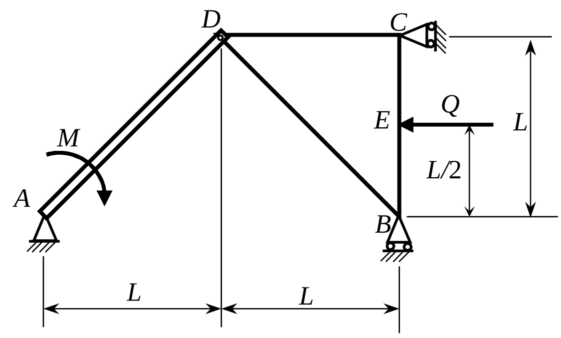
a) o diagrama de corpo livre da estrutura;
b) as reações externas;
c) um esquema da estrutura, indicando os esforços ativos e as reações.

<u>Respostas</u>

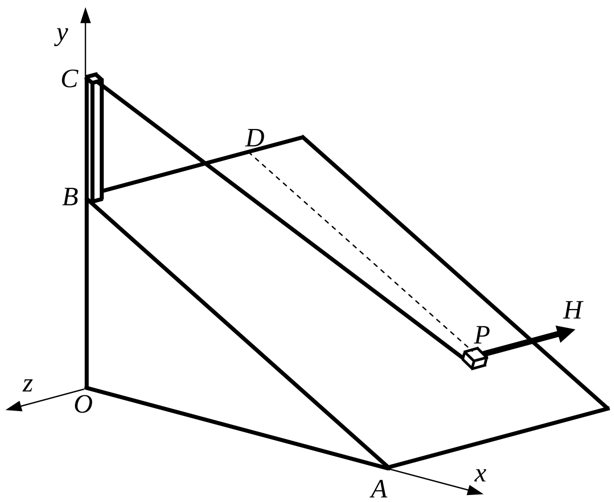
- b) $X_A = Z_A = Y_D = Z_D = 0 \quad Y_A = Q + \dfrac{M}{L} \qquad Y_B = -2Q - \dfrac{M}{L}$

15) O sistema mostrado na figura é constituído pela barra *AD* e pela placa triangular *BCD*, ambas de peso desprezível. O sistema é vinculado por articulações em *A* e em *D* e por apoios simples em *B* e em *C*. Aplicam-se à placa a força $(\vec{Q}, E)$ e à barra o binário $\vec{M}$ ortogonal ao plano da figura. Pede-se:

a) o diagrama de corpo livre de cada elemento;
b) determinar as reações externas ao sistema;
c) determinar a relação entre $|\vec{Q}|$ e $|\vec{M}|$ para que a reação em *C* seja nula.



16) Uma pequena caixa de peso *P* é mantida em equilíbrio sobre o plano inclinado *ABD* ligada ao fio *CP* e sujeita à força horizontal *H*, paralela ao eixo *Oz*. A caixa é apoiada sobre rodízios, de modo que a reação de apoio é normal ao plano inclinado. Dados *BC* = 2*L*, *BD* = *BO* = 3*L* e *AO* = *PD* = 4*L*, pede-se:

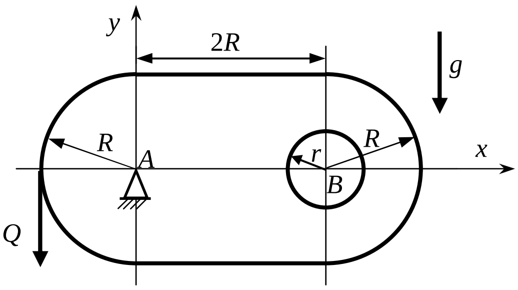


a) desenhar o diagrama de corpo livre da caixa;
b) determinar a tração no fio.
c) determinar a força horizontal *H*.

<u>Resposta do item *b*</u>:

- $\vec{T} = 0{,}72P\left(-0{,}51\vec{i} + 0{,}71\vec{j} + 0{,}48\vec{k}\right)$

17) A placa de peso P, dotada de um furo circular de centro B e raio r , e demais dimensões indicadas na figura, é articulada em A. Determine a força Q necessária para que a placa se mantenha em equilíbrio na posição indicada.

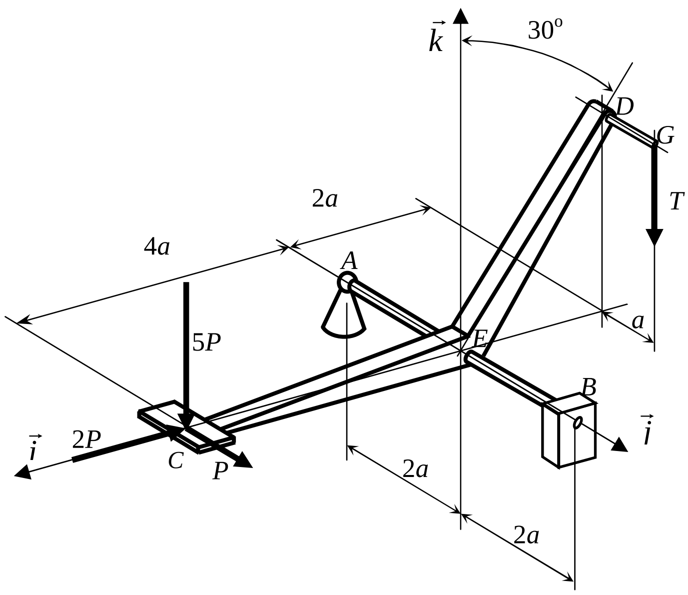


Resposta

- $Q = P\left[1 - \dfrac{\pi r^2}{4R^2 + \pi\left(R^2 - r^2\right)}\right]$

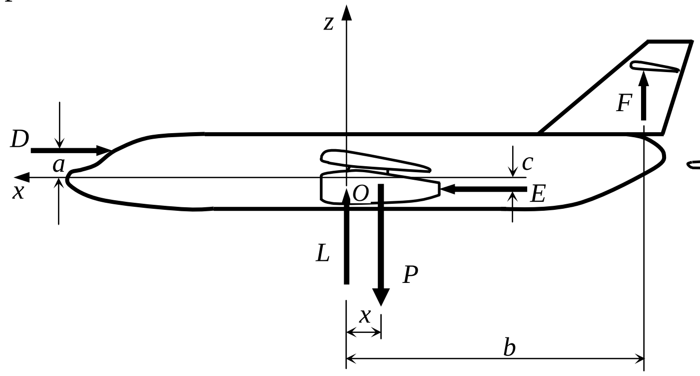
18) O pedal mostrado na figura ao lado é constituído por três elementos rigidamente ligados: a alavanca CED, o eixo AEB e a haste DG. O pedal é sustentado por uma articulação em A e por um pequeno anel em B. Quando se aplica uma força $\left(\vec{F}, C\right)$, o sistema é equilibrado por uma força $\left(\vec{T}, G\right)$ vertical. Admitindo-se que se aplique ao ponto C a força $\vec{F} = -2P\vec{i} + P\vec{j} - 5P\vec{k}$, pede-se determinar, utilizando o sistema de coordenadas indicado,

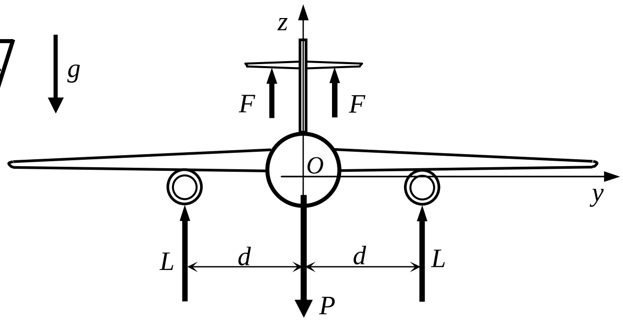
a) o valor da força $\left(\vec{T}, G\right)$;
b) as reações nos vínculos A e B.



19) Na figura abaixo representa-se um avião com distribuição de massa simétrica em relação ao plano Oxz voando com velocidade horizontal constante. As forças atuantes no avião estão representadas na figura. Supondo conhecidas as forças de sustentação L atuantes nas asas principais, a força de arrasto aerodinâmico D e o peso próprio P, determine:

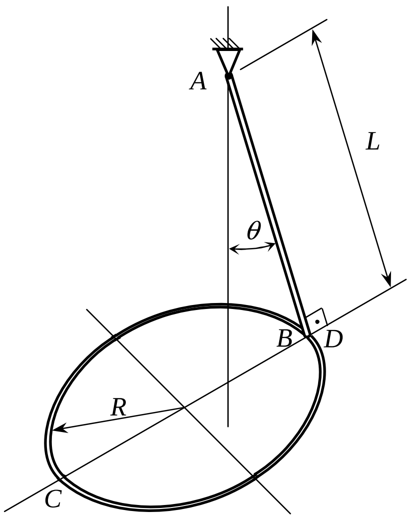
a) a força de empuxo E de cada turbina;
b) a coordenada x do centro de massa e a força de sustentação aerodinâmica F de cada asa posterior.





Respostas:

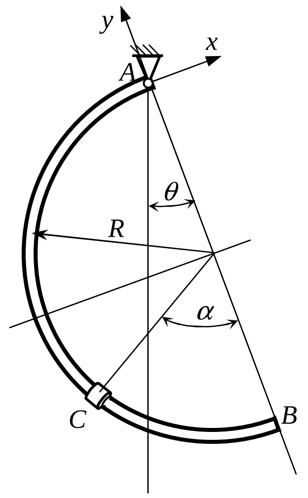
(a) $E = \dfrac{D}{2}$ b) $x = \dfrac{b(P - 2L) - D(a + c)}{P}$ $F = \dfrac{P}{2} - L$



20) O arame da figura tem peso específico γ e área transversal S. O trecho reto AB tem comprimento L e forma um ângulo reto com o plano que contém o trecho BCD, de raio R. Pede-se determinar o ângulo θ que o trecho AB forma com a vertical na posição de equilíbrio estático.

<u>Resposta</u>

- $\theta = \arctan\left[\dfrac{2\pi R^2}{\dfrac{L^2}{2} + 2\pi RL}\right]$



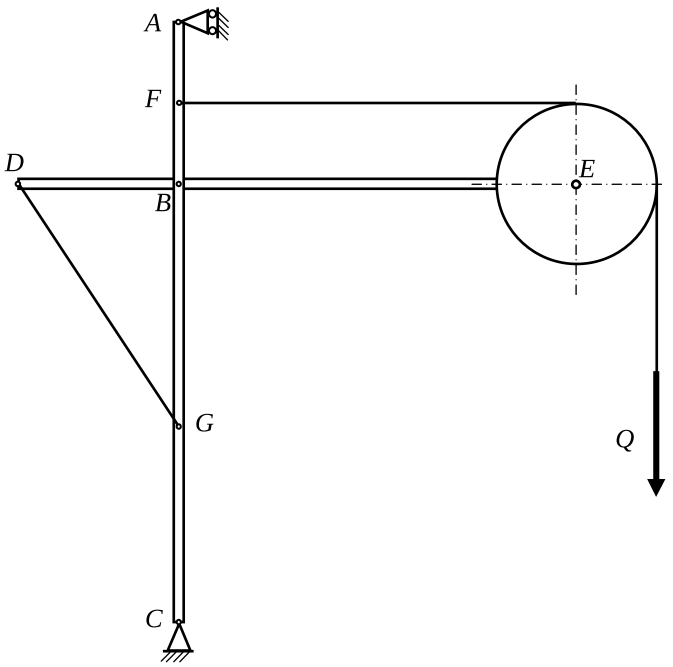
21) Uma haste semicircular de raio R e massa m é sustentada por um anel A. Um corpo de massa m e dimensões desprezíveis é ligado à haste no ponto C. Pede-se determinar:

a) os centros de massa da haste e do conjunto;
b) a função $\theta = \theta(\alpha)$;
c) o valor de θ quando $\alpha = 90^o$.

<u>Respostas</u>:

- centro de massa da haste: $G = \left(-\dfrac{2R}{\pi}; -R\right)$
- item b: $\theta = \arctan\left[\dfrac{\dfrac{2}{\pi} + sen\alpha}{2 + \cos\alpha}\right]$

22) Os elementos da estrutura de barras ilustrada na figura abaixo têm peso desprezível. Dados $AF = FB = 2L$, $BG = 6L$, $CG = 5L$, $R = 2L$, $BE = 10L$, $DB = 4L$ e sabendo-se que A é um apoio simples e B, C e E são articulações, pede-se:



a) determinar as reações externas;
b) desenhar o diagrama de corpo livre de cada elemento da estrutura;
c) determinar as forças na polia;
d) determinar as forças que agem nas barras AC e DE.
e) desenhar os diagramas de corpo livre adotando os sentidos corretos das reações e forças internas calculadas nos itens anteriores.

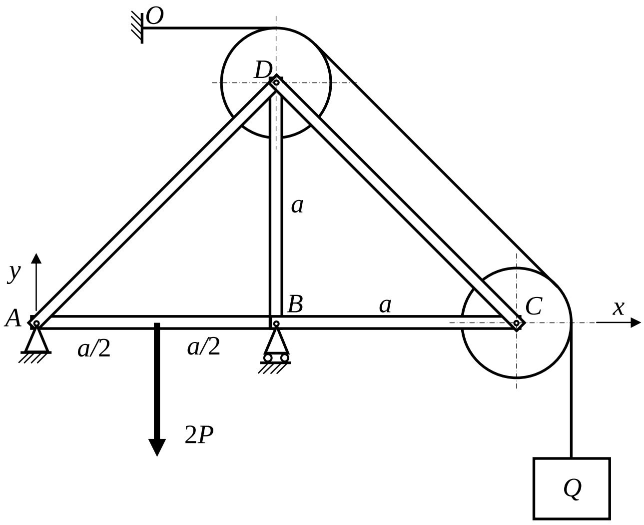
<u>Resposta do item a</u>:

$$X_A = -X_C = -\frac{4Q}{5} \qquad Y_C = Q$$

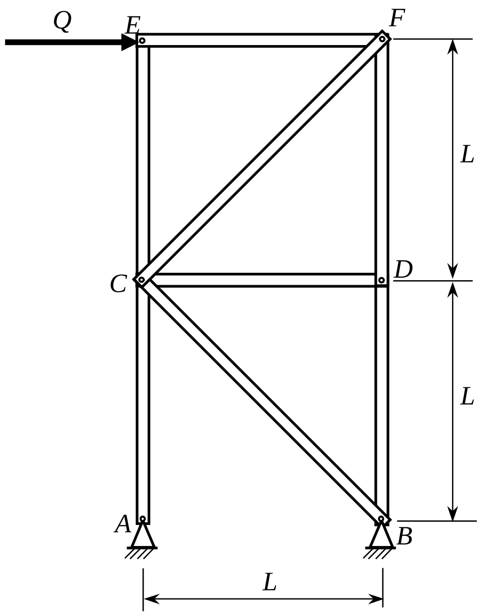
23) No sistema em equilíbrio estático mostrado na figura ao lado, todos os elementos têm pesos desprezíveis à exceção da barra homogênea *AB*, de peso $2P$. Sabendo que as polias têm o mesmo raio, que o peso Q é conhecido e usando o sistema de coordenadas indicado, determine:

a) as reações em *O* e nos vínculos *A* e *B*;
b) as forças nas barras *CB*, *CD* e *AD*;
c) as forças na barra *AB*.

Obs.: quando pertinente, indique se as forças são de tração ou de compressão.



Respostas: $F_{CD} = Q\left(\sqrt{2}-1\right)$; $F_{AD} = 0$



24) A treliça mostrada na figura ao lado, de peso desprezível e dimensões indicadas, está sujeita à força Q horizontal e está vinculada por articulações em *A* e em *B*. Calcule as reações externas e as forças em todas as barras, indicando se são de tração ou de compressão.

Respostas:

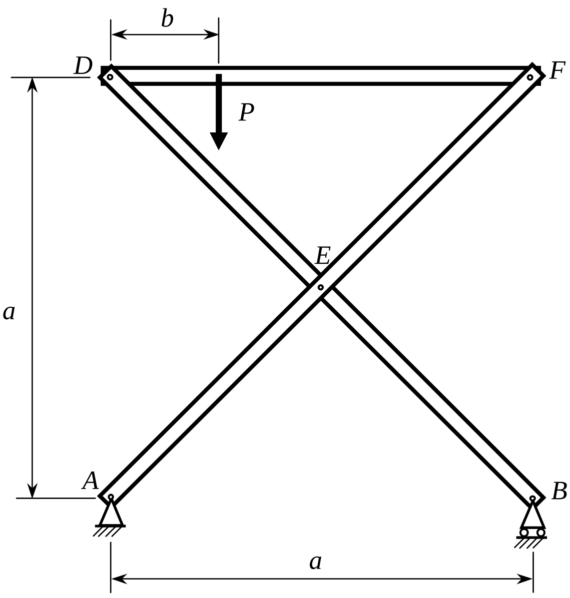
$F_{AC} = 2Q$ (tração)

$F_{BD} = -Q$

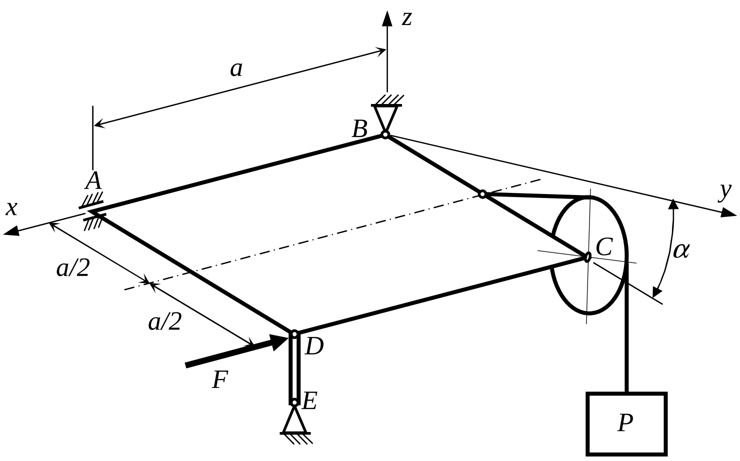
$F_{BC} = -\sqrt{2Q}$

25) O sistema de barras *AF*, *DB* e *DF*, de pesos desprezíveis e unido pelas articulações *D*, *E* e *F*, está vinculado externamente pela articulação *A* e pelo apoio simples *B*. Aplica-se a força vertical *P* na barra *DF*, distante *b* da articulação *D*. Pede-se:

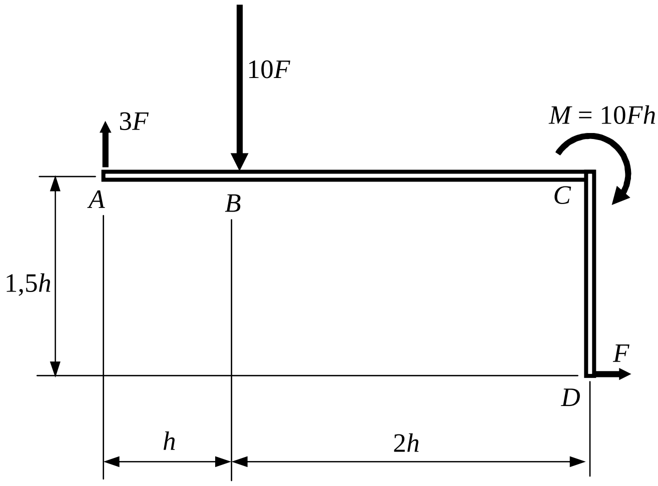
a) desenhar o diagrama de corpo livre de cada barra;
b) calcular as reações externas;
c) calcular as forças internas em *E*;
d) determinar a distância *b* para minimizar o esforço em *E*.



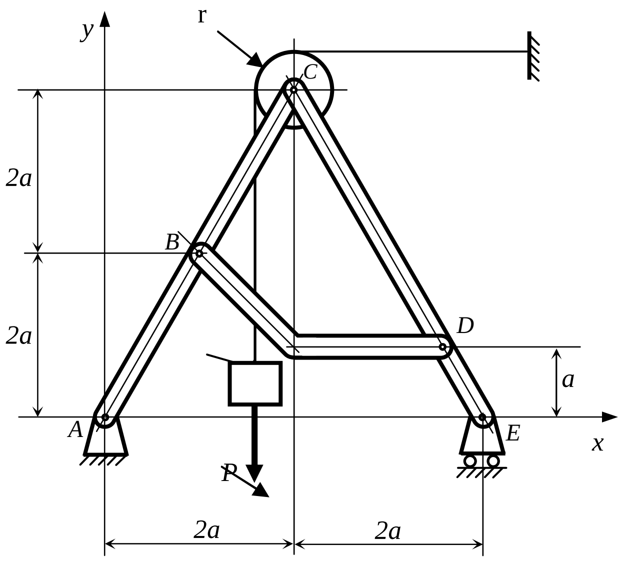
Resposta do item d: $b = a/2$



26) A placa quadrada *ABCD*, homogênea de peso *Q*, está presa em *A* por um anel pequeno e articulado em *B* e *D*. A barra *DE* está articulada em *E*. O raio da polia é *r*. Sendo aplicada ao sistema a força *F*, como mostrado na figura, pede-se determinar as forças de reação em *A*, *B* e *D*.



27) Determinar a resultante do sistema de forças mostrado na figura e o seu momento em relação ao ponto *C*. Verificar se o sistema é redutível a uma única força. Em caso positivo, determinar as intersecções da linha de ação da resultante com as barras *CD* e *AC*.



28) A estrutura ilustrada na figura ao lado é formada pelas barras *AC*, *BD* e *CE*, de peso desprezível. A polia e o fio, ideais, também têm peso desprezível. O fio sustenta um bloco de peso *P*. Pede-se:

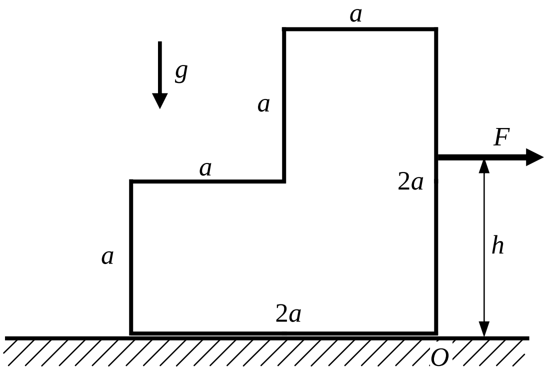
a) desenhar os diagramas de corpo livre da polia e da estrutura formada pelas barras.

b) determinar as reações vinculares em *A* e em *E*.

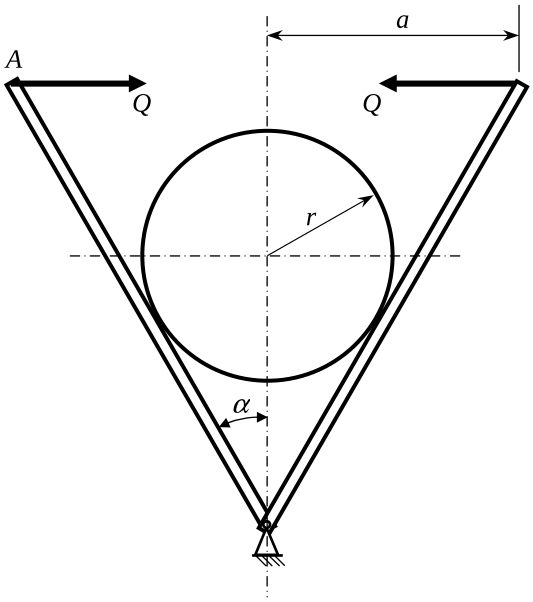
c) determinar as forças que atuam nas barras *AC*, *BD* e *CE*.

29) Aplica-se uma força F horizontal a um sólido homogêneo de massa m, conforme indicado na figura. Sabe-se que o coeficiente de atrito entre o sólido e o solo é μ. Pede-se:

a) desenhar o diagrama de corpo livre do sólido;
b) calcular a força F máxima para que não ocorra escorregamento e nem pivotamento em torno do ponto O;
c) determinar a relação entre a, μ, h para que o início dos eventos de escorregamento e pivotamento em torno do ponto O aconteçam simultaneamente.



30) O disco homogêneo de peso P e raio r é mantido em equilíbrio sob a ação de contato de duas barras iguais, de peso desprezível, submetidas a forças horizontais de mesma magnitude aplicadas em A e em B. O coeficiente de atrito entre as barras e o disco é μ. Sendo conhecidos o ângulo α e a distância a, pede-se:



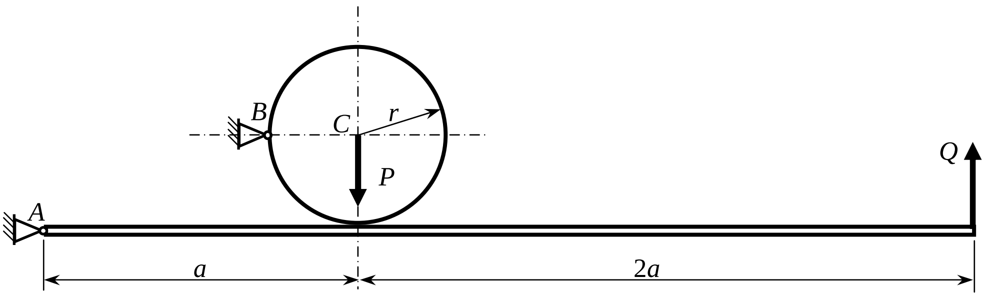
a) demonstrar que, em geral, existem valores máximo e mínimo de Q compatíveis com o equilíbrio na posição indicada;
b) calcular esses valores.

Resposta do item b:

$$Q_{\min} = \frac{Pr}{2a}\left(\frac{1}{sen\alpha + \mu\cos\alpha}\right)$$

$$Q_{\max} = \frac{Pr}{2a}\left(\frac{1}{sen\alpha - \mu\cos\alpha}\right)$$

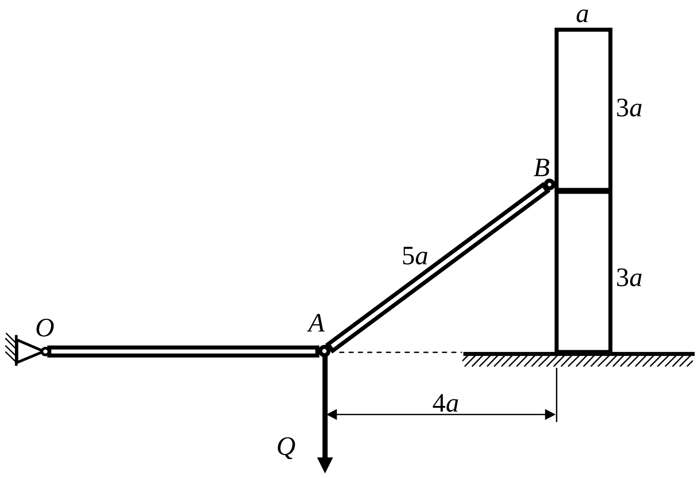
31) Sabendo que o coeficiente de atrito entre a barra e o disco mostrados na figura abaixo vale μ = 0,5, determine, em função de P, os valores máximo e mínimo de Q compatíveis com o equilíbrio do sistema.



Resposta

$$Q_{\min} = \frac{2P}{9} \qquad Q_{\max} = \frac{2P}{3}$$

32) O sistema representado na figura ao lado é constituído por duas barras de pesos desprezíveis e por dois blocos retangulares iguais, cada qual de peso P. Entre ambos os blocos e entre o bloco inferior e o solo o coeficiente de atrito é μ = 0,25. A barra inclinada está articulada no bloco superior, conforme a figura. Determine, em função de P, o valor máximo de Q que mantém o sistema em equilíbrio.

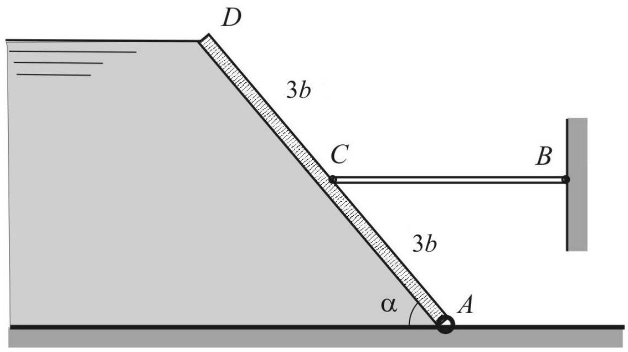


Resposta

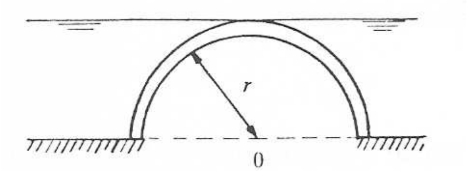
$$Q = \frac{3P}{13}$$

Exercícios – Hidrostática

(H.1) Um canal de água doce tem largura 15*b* (perpendicular ao plano da figura) e está bloqueado por uma placa retangular, mostrada por sua seção *ACD*. As escoras horizontais *BC* de suporte estão espaçadas de uma distância *b*, ao longo da largura 15*b*. Determine a compressão em cada escora *BC*. Suponha que o peso da placa seja desprezível, comparado com as outras forças atuantes.

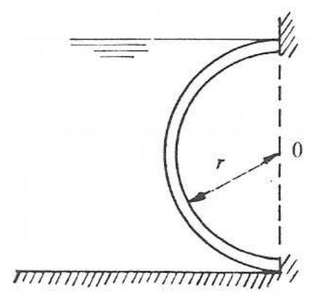


(H.2) Um tubo cilíndrico de comprimento *L* tem como seção uma semicircunferência de raio *r* e está submetido, na sua face externa, à pressão da água, conforme indica a figura. Reduzir o sistema de forças de pressão a uma única força $\vec{F}$, determinando seu módulo, direção e sentido e linha de ação. É dado o peso específico ρg da água.



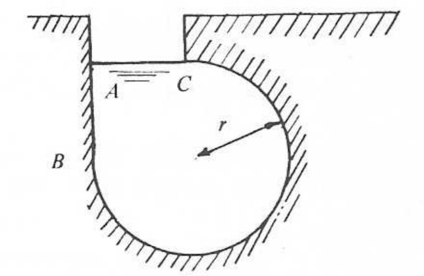
Resposta: $F = \rho g\, r^2 L\, (2 - \pi/2)$

(H.3) Um tubo cilíndrico de comprimento *L* tem como seção uma semicircunferência de raio *r* e está submetido, na sua face externa, à pressão da água, conforme indica a figura. Reduzir o sistema de forças de pressão a uma única força $\vec{F}$, determinando seu módulo, direção, sentido e linha de ação. É dado o peso específico ρg da água.



Resposta: $H = 2\rho g\, r^2 L$; $V = \pi\, \rho g\, r^2 L\,/2$,

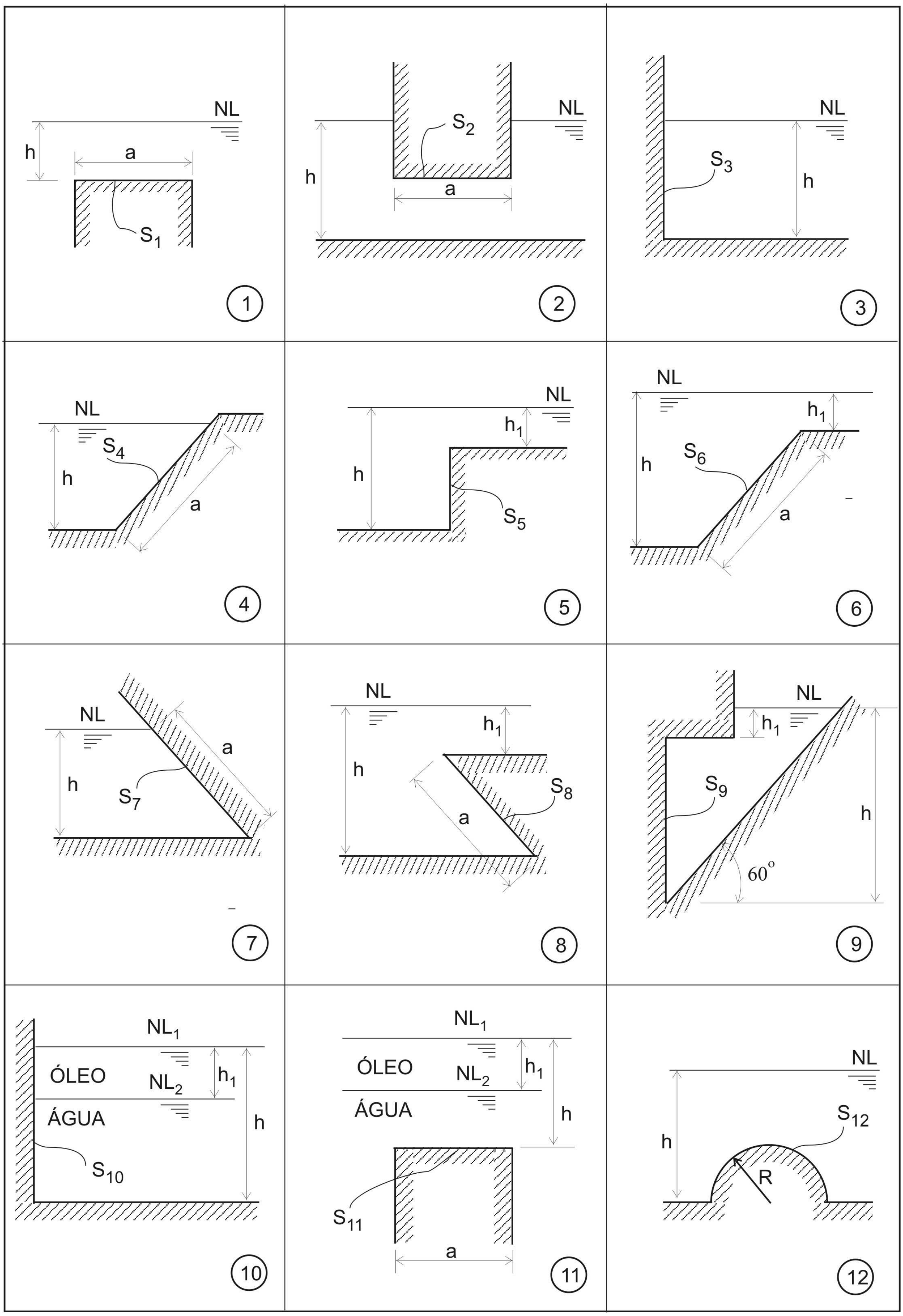
(H.4) Uma canalização tem comprimento *L* (normal ao plano da figura) e seção constituída de um segmento de reta *AB* e de um arco de circunferência *BC*, conforme o esquema. Seja ρg o peso específico do líquido e $\vec{F}$ a resultante das forças de pressão do líquido sobre a superfície curva da canalização. Pede-se, em função de ρg, *r* e *L*:



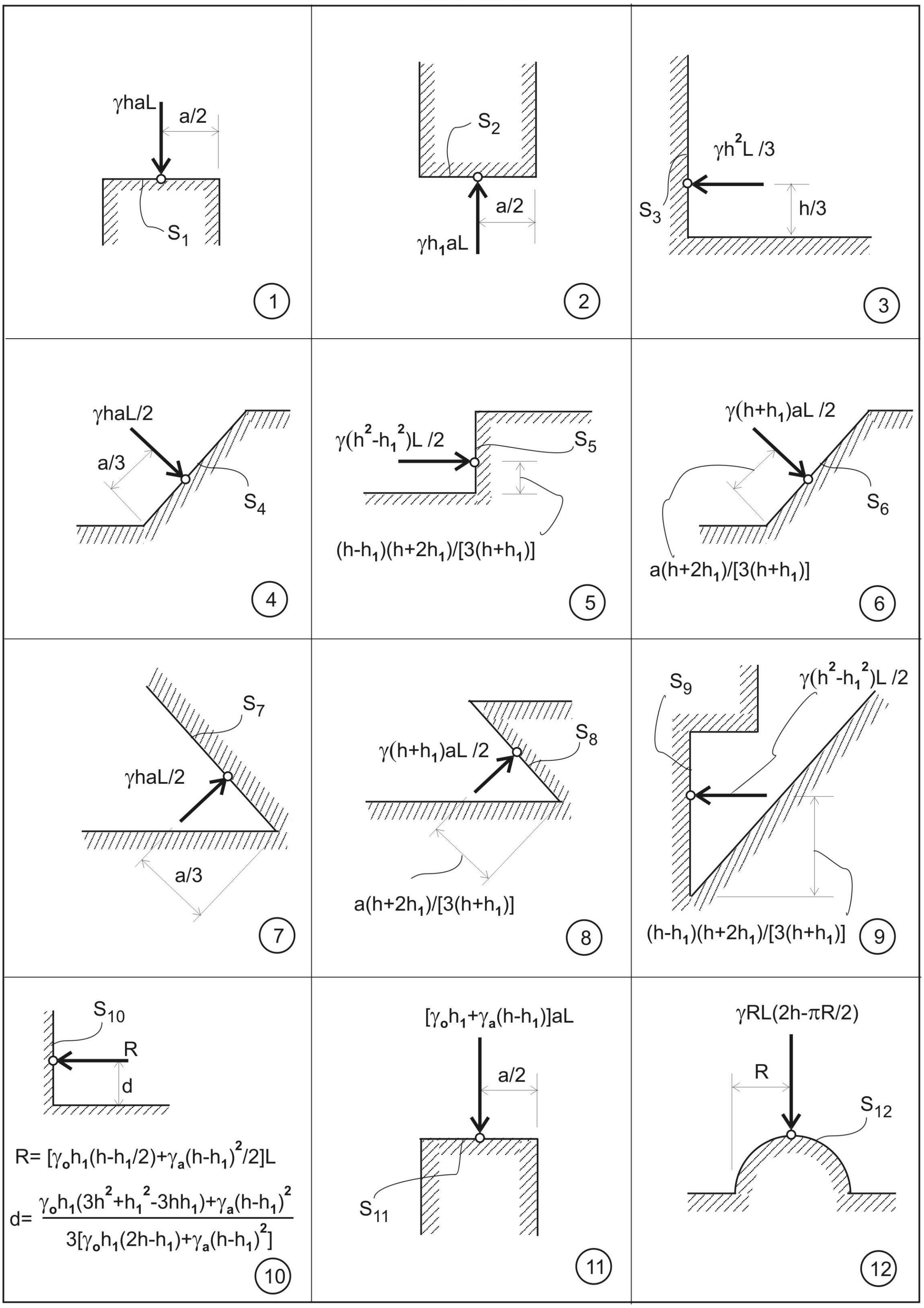
1) a componente horizontal de $\vec{F}$ (módulo e sentido);

2) a componente vertical de $\vec{F}$ (módulo e sentido).

(H.5) Esquematize o volume das pressões sobre cada uma das superfícies submersas indicadas por S_i nos diagramas da figura a seguir. Calcule, também, a resultante das forças sobre S_i, indicando seu ponto de aplicação. Admita que todas as superfícies têm largura *L* na direção normal ao plano da figura, e que o fluido tem peso específico $\gamma = \rho g$. Quando existirem dois fluidos – água e óleo, admita pesos específicos γ_a (água) e γ_o (óleo). Despreze a pressão atmosférica.

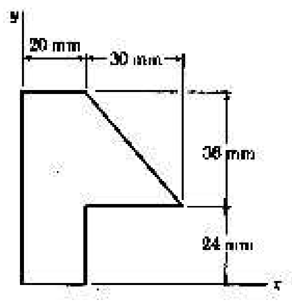

NL
h
a
S1
1
NL
S2
h
a
2
NL
S3
h
3
NL
S4
h
a
4
NL
h1
h
S5
5
NL
h1
h
S6
a
6
NL
a
h
S7
7
NL
h1
h
S8
a
8
NL
h1
S9
h
60°
9
NL1
ÓLEO
NL2
h1
ÁGUA
h
S10
10
NL1
ÓLEO
NL2
h1
ÁGUA
h
S11
a
11
NL
S12
h
R
12

RESPOSTAS

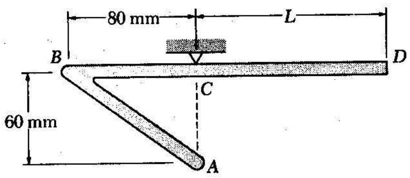

γhaL
a/2
S1
1
S2
a/2
γh1aL
2
γh²L /3
S3
h/3
3
γhaL/2
a/3
S4
4
γ(h²-h1²)L /2
S5
(h-h1)(h+2h1)/[3(h+h1)]
5
γ(h+h1)aL /2
S6
a(h+2h1)/[3(h+h1)]
6
S7
γhaL/2
a/3
7
S8
γ(h+h1)aL /2
a(h+2h1)/[3(h+h1)]
8
S9
γ(h²-h1²)L /2
(h-h1)(h+2h1)/[3(h+h1)]
9
S10
R
d
R= [γoh1(h-h1/2)+γa(h-h1)²/2]L
d= γoh1(3h²+h1²-3hh1)+γa(h-h1)² / 3[γoh1(2h-h1)+γa(h-h1)²]
10
[γoh1+γa(h-h1)]aL
a/2
S11
11
γRL(2h-πR/2)
R
S12
12

Exercícios – Centros de massa

B.1) Determine a posição do centróide da superfície plana da figura ao lado.

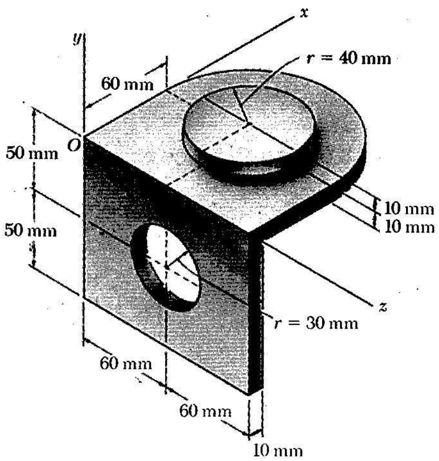


B.2) Um arame homogêneo *ABCD* é dobrado , como se vê na figura. Em *C* o fio é preso por uma articulação. Determine o comprimento *L* para que a parte *BD* fique em posição horizontal.

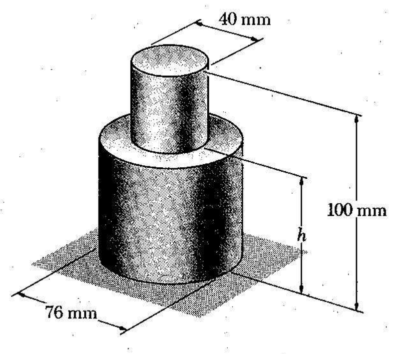


Resposta: 120mm

B.3) Determine a coordenada y do centro de massa da peça da figura abaixo.



B.4) Um colar de bronze de comprimento *h* = 60mm está montado em um eixo de alumínio de 100mm de comprimento. Localize o centro de massa do corpo composto. (Massas específicas: do bronze = 8,47 x 10^3 kg/m^3, do alumínio = 2,80 x 10^3 kg/m^3).



Resposta: 33mm acima da base