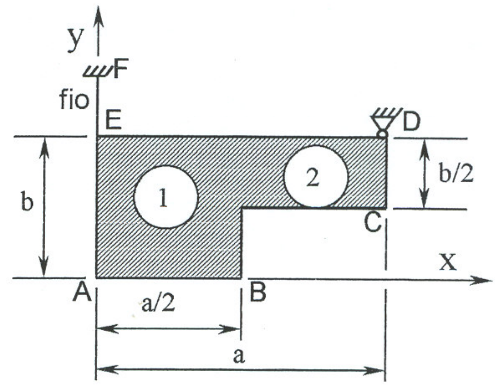
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A

Prova Substitutiva – 11 de dezembro de 2001

Gabarito



Questão 1 (3,0 pontos)

A placa homogênea ABCDE da figura tem peso P e é sustentada pelo fio EF e pela articulação D. Determinar:

a) As coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$ do baricentro da placa
b) O diagrama de corpo livre da placa
c) A tração no fio EF
d) As reações na articulação D

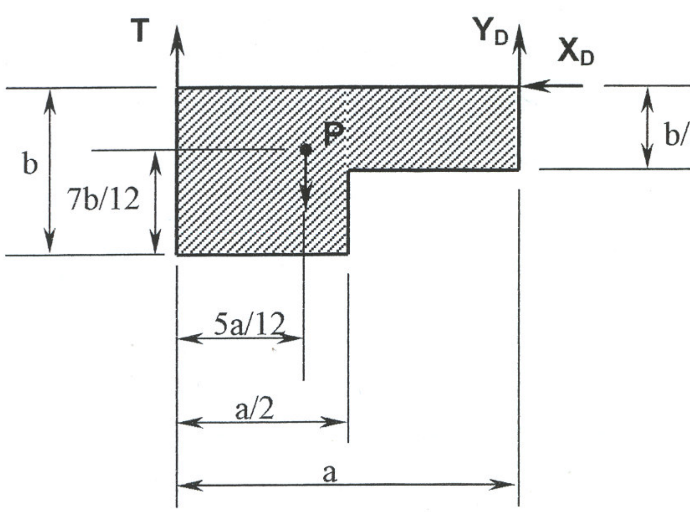
---

a) $x_G = \dfrac{S_1 x_1 + S_2 x_2}{S_1 + S_2}$, onde S_1 e S_2 são as áreas das regiões 1 e 2, respectivamente

$$x_G = \frac{\frac{ab}{2}\cdot\frac{a}{4} + \frac{ab}{4}\cdot\frac{3a}{4}}{\frac{ab}{2} + \frac{ab}{4}} \qquad y_G = \frac{\frac{ab}{2}\cdot\frac{b}{2} + \frac{ab}{4}\cdot\frac{3b}{4}}{\frac{ab}{2} + \frac{ab}{4}}$$

$$x_G = \frac{\frac{5a^2b}{16}}{\frac{3ab}{4}}, \text{ ou seja, } \boxed{x_G = \frac{5a}{12}} \qquad y_G = \frac{\frac{7b^2a}{16}}{\frac{3ab}{4}}, \text{ ou seja, } \boxed{y_G = \frac{7b}{12}}$$

b) Diagrama de corpo livre da placa



c/d) Tração no fio e reações na articulação

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{X_D = 0}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - P + Y_D = 0$$

$$\Sigma M_E = 0 \Rightarrow -P\left(\frac{5a}{12}\right) + Y_D a = 0$$

$6X_0$

$$\boxed{Y_D = \frac{5P}{12}}$$

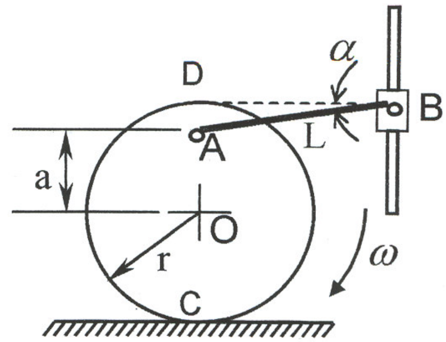
$$\boxed{T = \frac{7P}{12}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

Questão 2 (4,0 pontos)

Um disco de raio r e centro O rola, sem escorregar, com velocidade angular ω constante, conforme indica a figura. A barra AB tem comprimento L e está presa, em B, numa sapata deslizante e, em A, num pino a uma distância a do centro do disco. Determinar, em função de ω, a, L, r e α:

a) A velocidade do ponto A ($\vec{V}_A$).
b) O CIR da barra AB.
c) A velocidade angular da barra AB ($\vec{\omega}_{AB}$).
d) A velocidade do ponto B ($\vec{V}_B$).



---

a) O disco rola sem escorregar. Assim, $\vec{V}_C = \vec{0}$

Para o disco:

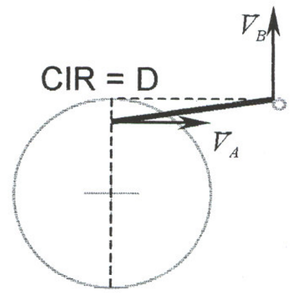
$$\vec{V}_A = \vec{V}_C + \vec{\omega} \wedge (A - C)$$

$$\vec{V}_A = (-\omega)\vec{k} \wedge (r+a)\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{V}_A = \omega(r+a)\vec{i}}$$

b) CIR da barra AB

Geometricamente



c) Para a barra:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_D + \vec{\omega}_{AB} \wedge (A - D)$$

$$\omega(r+a)\vec{i} = \omega_{AB}\vec{k} \wedge [-(r-a)]\vec{j}$$

$$\omega(r+a)\vec{i} = \omega_{AB}(r-a)\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{\omega}_{AB} = \frac{\omega(r+a)}{r-a}\vec{k}}$$

d) Para a barra:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_D + \vec{\omega}_{AB} \wedge (B - D)$$

$$\vec{V}_B = \frac{\omega(r+a)}{r-a}\vec{k} \wedge (L\cos\alpha)\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{V}_B = \frac{\omega(r+a)}{r-a}(L\cos\alpha)\vec{j}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Questão 3 (3,0 pontos)

Durante o arranque de um motor elétrico, um momento M, proporcional ao tempo ($M = at$, onde a é uma constante), é aplicado ao disco A, de raio r, massa m_2 e articulado em O. A carga B, de massa m_1, se eleva com a ajuda de um fio inextensível enrolado no disco. Considerando que o momento de inércia do disco em relação a O é $J_O = \dfrac{m_2 r^2}{2}$, e que o disco parte do repouso, determine:

a) A aceleração angular $\dot{\omega}$ do disco.
b) A velocidade angular ω do disco.

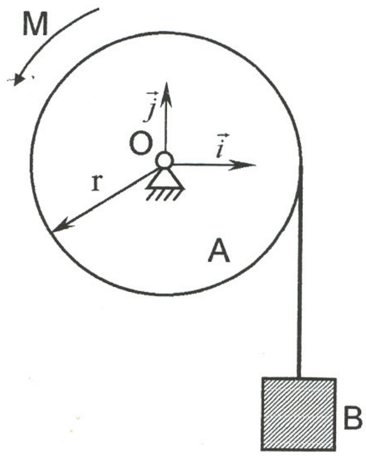
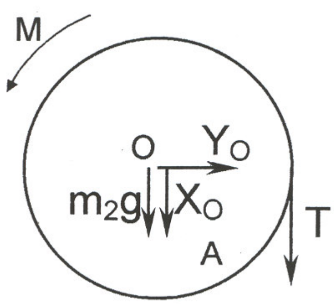


Diagrama de corpo livre do disco



Momento angular do disco em relação ao pólo O

$$\vec{H}_O = J_{Oz}\omega\vec{k}$$

$$\vec{H}_O = \frac{1}{2}m_2 r^2\omega\vec{k}$$

TMA para o disco

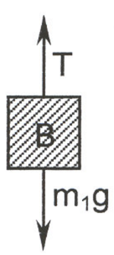
$$\dot{\vec{H}}_O = \vec{M}_O^{ext}$$

$$\frac{1}{2}m_2 r^2\dot{\omega}\vec{k} = (M - Tr)\vec{k}$$

Relação cinemática para o disco

$a_{perif} = \dot{\omega}r$, onde a_{perif} é a aceleração na periferia do disco e, consequentemente, a aceleração a_B da carga B

Diagrama de corpo livre da carga B



TMB para a carga:

$$(T - m_1 g)\vec{j} = m_1 a_B \vec{j}$$

$$T - m_1 g = m_1\dot{\omega}r$$

$$T = m_1\dot{\omega}r + m_1 g$$

Substituindo no TMA do disco

$$\left(\frac{1}{2}m_2 r^2\dot{\omega}\right)\vec{k} = \left(M - m_1\dot{\omega}r^2 + m_1 g r\right)\vec{k} \qquad \boxed{\dot{\omega} = \frac{2(M - m_1 g r)}{(2m_1 + m_2)r^2}}$$

Mas, $\dot{\omega} = \dfrac{d\omega}{dt}$ e $M = at \Rightarrow d\omega = \dfrac{dt}{(2m_1 + m_2)r^2}\left(2at - 2m_1 g r\right)$

e, integrando, $\displaystyle\int_0^{\omega} d\varpi = \frac{1}{(2m_1 + m_2)r^2}\int_0^{t}\left(2at - 2m_1 g r\right)dt \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{at^2 - 2m_1 g r t}{(2m_1 + m_2)r^2}}$