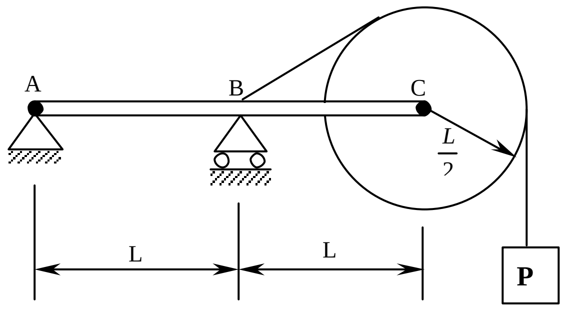
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 - Mecânica A - Prova de Recuperação – 14/02/2006 – Duração 100 min.

No USP:__________ Nome:___________________________Ass.:_______________________

Questão 1 (3,0 pontos) A polia de raio L/2 é ligada à barra ABC de comprimento 2L através de uma articulação em C. Um fio flexível e inextensível passa pela polia e tem uma das extremidades presa em B e a outra presa a um bloco de peso P. A estrutura é vinculada por uma articulação em A e por um apoio simples em B. Considerando a barra, a polia e o fio com pesos desprezíveis, determine as reações vinculares em A e B.



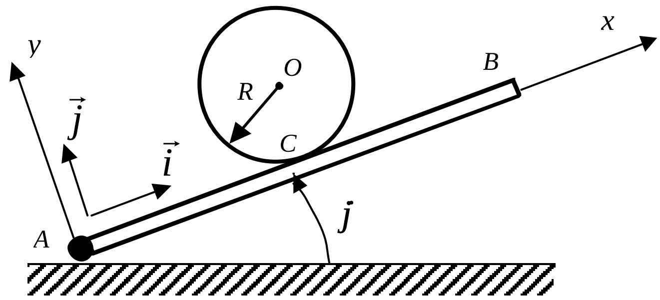
Questão 2 (4,0 pontos) O disco de raio R rola sem escorregar sobre a barra AB; é dada a velocidade $\vec{v}_{O,r} = v\vec{i}$ (de módulo v constante) do centro O do disco em relação à barra. A barra AB gira ao redor da articulação A com velocidade angular $\dot{j}$ constante. Adotando o sistema de coordenadas (A, x,y,z) solidário à barra, e sabendo que no instante $t = 0$ a coordenada x do ponto O é x_O, pede-se, para um instante t qualquer:

a) A velocidade $\vec{v}_C$ do ponto de contato entre o disco e a barra;

b) A velocidade $\vec{v}_O$ do centro do disco;

c) A velocidade angular w do disco;

d) As acelerações dos pontos O e C do disco.

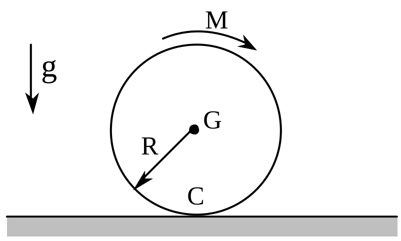


Questão 3 (3,0 pontos) Um binário de momento M é aplicado a um cilindro de raio R e massa m. O coeficiente de atrito entre o cilindro e a superfície é μ e a aceleração da gravidade é g. Considerando que o cilindro parte do repouso, determine a aceleração angular do cilindro $\dot{w}$ para os seguintes casos:

a) o cilindro rola e escorrega;

b) o cilindro rola sem escorregar.

Dado o momento de inércia do cilindro com relação a um eixo de direção normal ao plano da figura e que passa pelo seu baricentro G: $J_G = \dfrac{mR^2}{2}$.



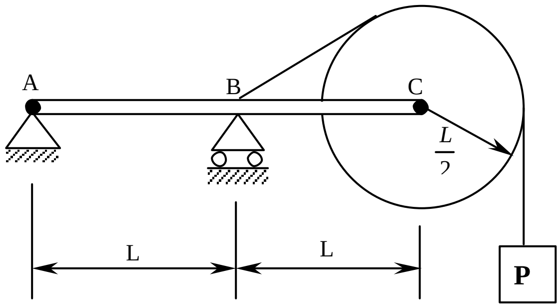
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 - Mecânica A - Prova de Recuperação – 14/02/2006 – Duração 100 min.

GABARITO

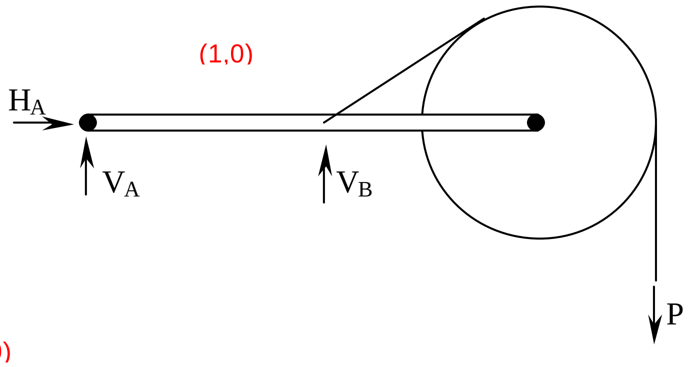
Questão 1 (3,0 pontos) A polia de raio L/2 é ligada à barra ABC de comprimento 2L através de uma articulação em C. Um fio flexível e inextensível passa pela polia e tem uma das extremidades presa em B e a outra presa a um bloco de peso P. A estrutura é vinculada por uma articulação em A e por um apoio simples em B. Considerando a barra, a polia e o fio com pesos desprezíveis, determine as reações vinculares em A e B.



RESPOSTA

(1,0)

Diagrama de corpo livre:



Equações de equilíbrio:

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_B - P = 0$$

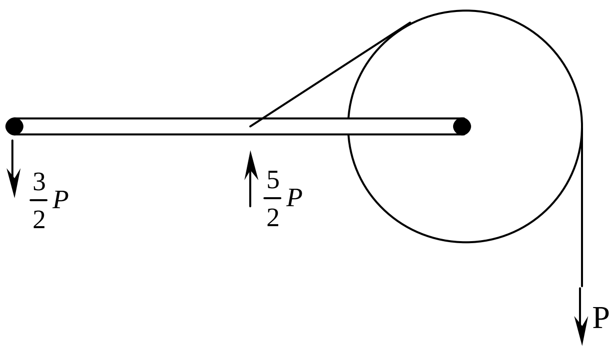
(1,0)

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_B L - P\left(2L + \frac{L}{2}\right) = 0$$

$$V_B = \frac{5}{2}P$$

$$V_A = -\frac{3}{2}P$$

(1,0)



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

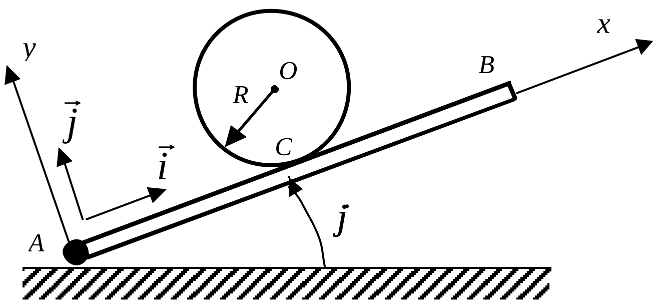
Questão 2 (4,0 pontos) O disco de raio R rola sem escorregar sobre a barra AB; é dada a velocidade $\vec{v}_{O,r} = v\,\vec{i}$ (de módulo v constante) do centro O do disco em relação à barra. A barra AB gira ao redor da articulação A com velocidade angular $\dot{j}$ constante. Adotando o sistema de coordenadas (A, x,y,z) solidário à barra, e sabendo que no instante $t=0$ a coordenada x do ponto O é x_O, pede-se, para um instante t qualquer:

a) A velocidade $\vec{v}_C$ do ponto de contato entre o disco e a barra;

b) A velocidade $\vec{v}_O$ do centro do disco;

c) A velocidade angular w do disco;

d) As acelerações dos pontos O e C do disco.



RESPOSTA

a) $\vec{v}_C = \underbrace{\vec{v}_A}_{\vec{0}} + \dot{j}\,\vec{k} \wedge (C-A);\quad (C-A) = (x_O + vt)\vec{i} \to \vec{v}_C = \dot{j}\,(x_O + vt)\vec{j}$ (0,5)

b)

$\vec{v}_O = \vec{v}_{O,r} + \vec{v}_{O,a}; \vec{v}_{O,r} = v\vec{i}; \vec{v}_{O,a} = \vec{v}_C + \dot{j}\,\vec{k} \wedge \underbrace{(O-C)}_{R\vec{j}} \to \vec{v}_{O,a} = \dot{j}\,(x_O + vt)\vec{j} - \dot{j}R\vec{i}.$ (0,5)

$\therefore \vec{v}_O = (v - \dot{j}R)\vec{i} + \dot{j}\,(x_O + vt)\vec{j}$ (0,5)

c)

$\vec{v}_{O,r} = v\vec{i} = w_{rel}\vec{k} \wedge (O-C) \to \vec{w}_{rel} = -\frac{v}{R}\vec{k};$ (0,5)

$\vec{w} = \vec{w}_{rel} + \vec{w}_{arr} \to \vec{w} = \left(\dot{j} - \frac{v}{R}\right)\vec{k} \Rightarrow w = \dot{j} - \frac{v}{R}$ (0,5)

$\vec{a}_O = \vec{a}_{O,r} + \vec{a}_{O,a} + \vec{a}_{O,c};\ \vec{a}_{O,r} = \vec{0};\ \vec{a}_{O,a} = \dot{j}\,\vec{k} \wedge \left[\dot{j}\,\vec{k} \wedge (O-A)\right] \to; \vec{a}_{O,a} = -\dot{j}^2\left[(x_O + vt)\vec{i} + R\vec{j}\right];$

d) $\vec{a}_{O,c} = 2\dot{j}\,\vec{k} \wedge v\vec{i} \to \vec{a}_{O,c} = 2\dot{j}\,v\vec{j}; \therefore \vec{a}_O = -\dot{j}^2(x_O + vt)\vec{i} + \left(2\dot{j}\,v - \dot{j}^2 R\right)\vec{j};$ (1,0)

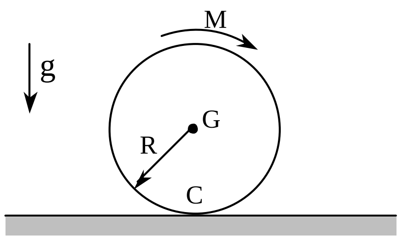
$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{w} \wedge \left[\vec{w} \wedge (C-O)\right] \to \vec{a}_C = -\dot{j}^2(x_O + vt)\vec{i} + \frac{v^2}{R}\vec{j}.$ (0,5)

Questão 3 (3,0 pontos) Um binário de momento M é aplicado a um cilindro de raio R e massa m. O coeficiente de atrito entre o cilindro e a superfície é μ e a aceleração da gravidade é g. Considerando que o cilindro parte do repouso, determine a aceleração angular do cilindro $\dot{w}$ para os seguintes casos:

a) o cilindro rola e escorrega;

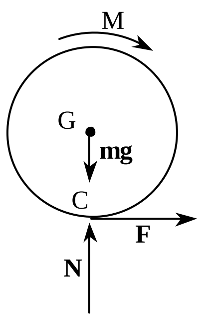
b) o cilindro rola sem escorregar.

Dado o momento de inércia do cilindro com relação a um eixo de direção normal ao plano da figura e que passa pelo seu baricentro G: $J_G = \dfrac{mR^2}{2}$.



RESPOSTA

Sendo F a força de atrito e N a reação normal da superfície.



a) Rola e escorrega - Teorema do Momento Angular com pólo em G

$$\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G^{Ext}$$

$$J_G \dot{w} = M - FR$$

$$F = mN = mmg$$

$$\dot{w} = \frac{2(M - mmgR)}{mR^2} \qquad (1,0)$$

b) Rola sem escorregar – Teorema do Momento Angular com pólo em C

$$\vec{a}_c \,//\, (G - C) \qquad (0,5)$$

$$\dot{\vec{H}}_C = \vec{M}_C^{Ext}$$

$$\frac{3}{2} mR^2 \dot{w} = M$$

$$\dot{w} = \frac{2}{3}\frac{M}{mR^2} \qquad (1,5)$$

ou

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{v}_G = wR\vec{i}, \vec{a}_G = \dot{w}R\vec{i} \\ &TMB : m\dot{w}R\vec{i} = F\vec{i} + (N - mg)\vec{j} \qquad (1,0) \\ &TMA : pólo - G : \dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G \\ &-\frac{mR^2}{2}\dot{w}\vec{R} = (-M + FR)\vec{R} \qquad (1,0) \\ &\dot{w} = \frac{2M}{3MR^2} \end{aligned}}$$