ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

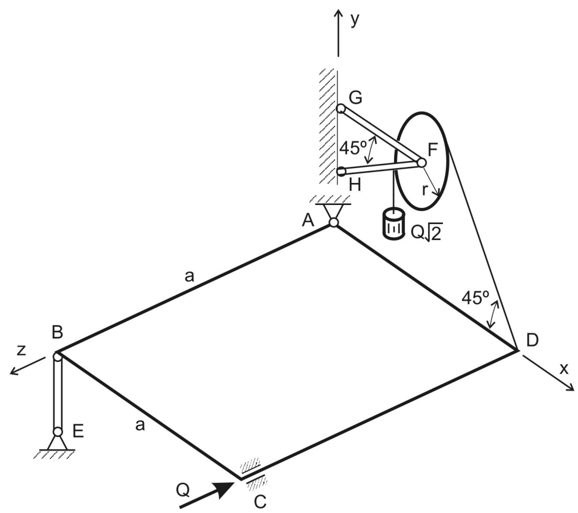
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA I – PME 3100 – Primeira prova – 30 de Agosto de 2016

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos)

<u>1ª Questão (4.0 pontos)</u>: A placa quadrada *ABCD* de lado *a* está no plano *xz*, é homogênea com peso *Q*, está articulada em *A* e *B*, e está presa por um anel (eixo paralelo a *z*) em *C*. A barra *BE* tem peso desprezível e está articulada em *B* e *E*. A polia e seu suporte têm peso desprezível e estão no plano xy, com a barra *FG* paralela a *x*, sendo que a polia suporta o peso $Q\sqrt{2}$ por um fio ideal conectado ao ponto *D* da placa. Pede-se:



a) Faça o diagrama de corpo livre da placa, da barra *BE* e da polia.

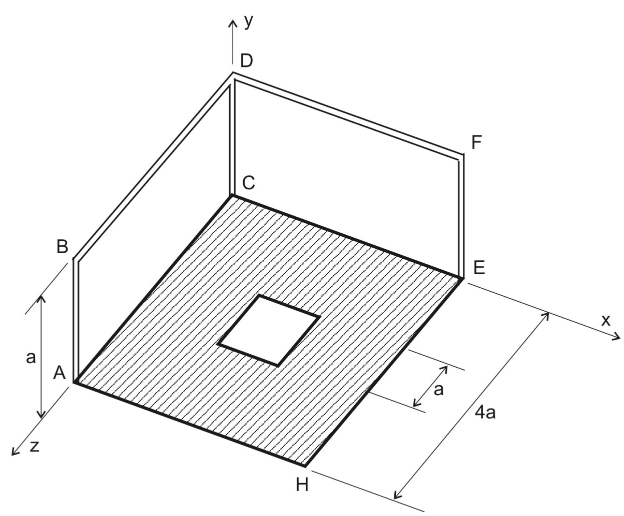
b) Escreva as equações de equilíbrio da placa.

c) Determine as forças atuantes na placa em *C*.

d) Determine a força atuante na barra *FH* do suporte da polia, indicando se é de tração ou compressão.

e) O sistema de forças, constituído somente pela força *Q* aplicada em *C* e a força do fio em *D*, é equivalente a uma única força? Justifique.

<u>2ª Questão (3.0 pontos)</u>: No sistema mostrado na figura, a placa quadrada *ACEH* possui massa *10m* e um furo central também quadrado. Há ainda cinco barras, sendo que *AB*, *CD* e *EF* possuem mesmo comprimento e mesma massa *m*. As outras duas barras, *BD* e *DF*, têm massa *4m* cada uma. Todos os elementos do sistema são homogêneos.

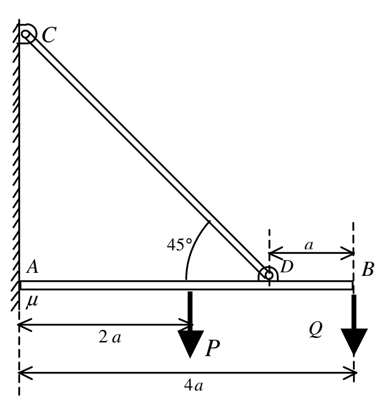


a) Determine as coordenadas do baricentro do conjunto formado pelas cinco barras.

b) Determine as coordenadas do baricentro da placa *ACEH*.

c) Determine as coordenadas do baricentro do sistema formado pela placa e pelas cinco barras.

<u>3ª Questão (3.0 pontos)</u>: A estrutura ilustrada na figura compõe-se de uma barra CD, de peso desprezível, articulada a uma parede vertical e a uma barra horizontal AB, de peso P. A extremidade A da barra AB apoia-se na parede, enquanto em B aplica-se uma força vertical Q. O coeficiente de atrito no contato entre a parede e a barra AB é μ. Pede-se:



a) construir os diagramas de corpo livre das barras AB e CD;

b) determinar o valor máximo de Q compatível com o equilíbrio da estrutura.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

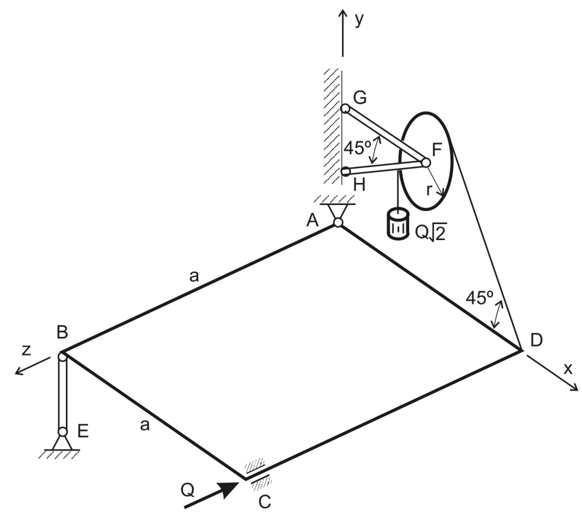
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA I – PME 3100 – Primeira prova – 30 de Agosto de 2016

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos)

<u>Resolução da 1ª questão (4,0 pontos):</u> A placa quadrada *ABCD* de lado *a* está no plano *xz*, é homogênea com peso *Q*, está articulada em *A* e *B*, e está presa por um anel (eixo paralelo a *z*) em *C*. A barra *BE* tem peso desprezível e está articulada em *B* e *E*. A polia e seu suporte estão no plano *xy*, com a barra *FG* paralela a *x* e têm peso desprezível, sendo que a polia suporta o peso $Q\sqrt{2}$ por um fio ideal conectado ao ponto *D* da placa. Pede-se:



a) Faça o diagrama de corpo livre da placa, da barra *BE* e da polia.

b) Escreva as equações de equilíbrio da placa.

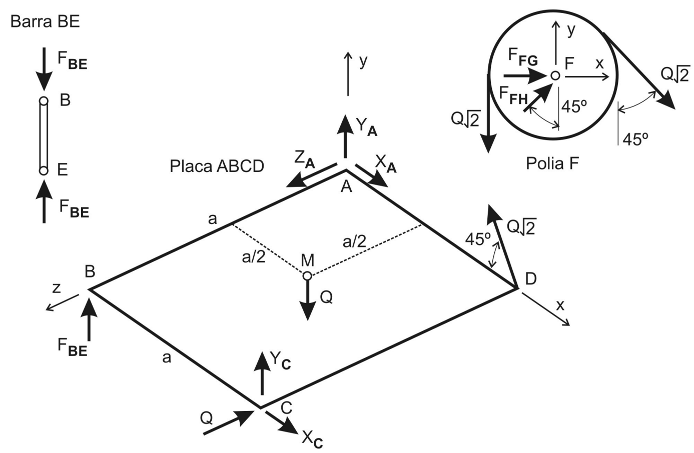
c) Determine as forças atuantes na placa em *C*.

d) Determine a força atuante na barra FH do suporte da polia, indicando se é de tração ou compressão.

e) O sistema de forças, constituído somente pela força *Q* aplicada em *C* e a força do fio em *D*, é equivalente a uma única força? Justifique.

Resolução

a) diagrama de corpo livre (1,0 pontos)



b) Forças na placa:

$\vec{F}_A = X_A\vec{\imath} + Y_A\vec{\jmath} + Z_A\vec{k}$; $(\vec{F}_A; A)$

$\vec{F}_B = F_{BE}\vec{\jmath}$; $(\vec{F}_B; B)$

$\vec{F}_C = X_C\vec{\imath} + Y_C\vec{\jmath} - Q\vec{k}$; $(\vec{F}_C; C)$

$\vec{F}_D = -Q\vec{\imath} + Q\vec{\jmath}$; $(\vec{F}_D; D)$

$\vec{F}_M = -Q\vec{\jmath}$; $(\vec{F}_M; M)$

Equações: (1,5 pontos)

$$\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} X_A + X_C - Q = 0 & (1) \\ Y_A + F_{BE} + Y_C + Q - Q = 0 & (2) \\ Z_A - Q = 0 & (3) \end{cases} \text{ e}$$

$$\vec{M}_A = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} -F_{BE} - Y_C + \frac{Q}{2} = 0 & (4) \\ X_C + Q = 0 & (5) \\ Y_C + Q - \frac{Q}{2} = 0 & (6) \end{cases}$$

c) De (5) e (6): $\vec{F}_C = -Q\vec{\imath} - \frac{Q}{2}\vec{\jmath} - Q\vec{k}$ (0,5 pontos)

d) Para a polia:

$\sum F_y = 0$: $-Q\sqrt{2} - Q + F_{FH}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow$ $F_{FH} = Q(2 + \sqrt{2})$ (compressão) (0,5 pontos)

e) Sistema $(-Q\vec{k}; C)$ e $(\vec{F}_D; D)$: $\vec{R} = -Q\vec{\imath} + Q\vec{\jmath} - Q\vec{k} \neq \vec{0}$ e $\vec{M}_D = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_D \cdot \vec{R} = 0$

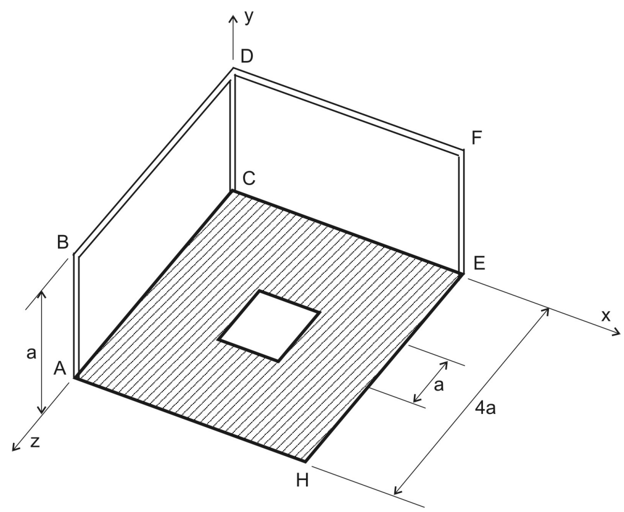
Portanto, o sistema é equivalente a uma única força: a resultante $\vec{R}$ acima, aplicada em D. (0,5 pontos)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 2ª questão (3,0 pontos): No sistema mostrado na figura, a placa quadrada *ACEH* possui massa *10m* e um furo central também quadrado. Há ainda cinco barras, sendo que *AB*, *CD* e *EF* possuem mesmo comprimento e mesma massa *m*. As outras duas barras, *BD* e *DF*, têm massa *4m* cada uma. Todos os elementos do sistema são homogêneos.



a) Determine as coordenadas do baricentro do conjunto formado pelas cinco barras.

b) Determine as coordenadas do baricentro da placa *ACEH*.

c) Determine as coordenadas do baricentro do sistema formado pela placa e pelas cinco barras.

Resolução:

a) Barras (1,0 pontos)

$$x_G = \frac{0.m + 0.4m + 0.m + 2a.4m + 4a.m}{m + 4m + m + 4m + m} = \frac{12}{11}a$$

$$y_G = \frac{\frac{a}{2}.m + a.4m + \frac{a}{2}.m + a.4m + \frac{a}{2}.m}{m + 4m + m + 4m + m} = \frac{19}{22}a$$

$$z_G = \frac{4a.m + 2a.4m + 0.m + 0.4m + 0.m}{m + 4m + m + 4m + m} = \frac{12}{11}a$$

b) Placa (1,0 pontos))

$x_G = 2a$ $y_G = 0$ $z_G = 2a$

c) Sistema (1,0 pontos)

$$x_G = \frac{\frac{12}{11}a.11m + 2a.10m}{11m + 10m} = \frac{32}{21}a$$

$$y_G = \frac{\frac{19}{22}a.11m + 0.10m}{11m + 10m} = \frac{19}{42}a$$

$$z_G = \frac{\frac{12}{11}a.11m + 2a.10m}{11m + 10m} = \frac{32}{21}a$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

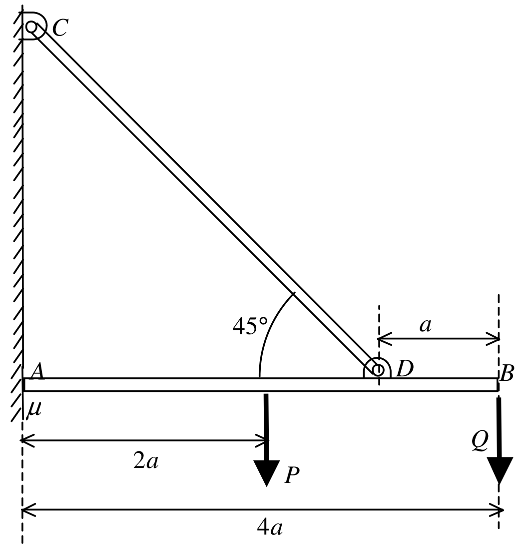
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 3ª questão (3.0 pontos): A estrutura ilustrada na figura compõe-se de uma barra CD, de peso desprezível, articulada a uma parede vertical e a uma barra horizontal AB, de peso P. A extremidade A da barra AB apoia-se na parede, enquanto em B aplica-se uma força vertical Q. O coeficiente de atrito no contato entre a parede e a barra AB é μ. Pede-se:

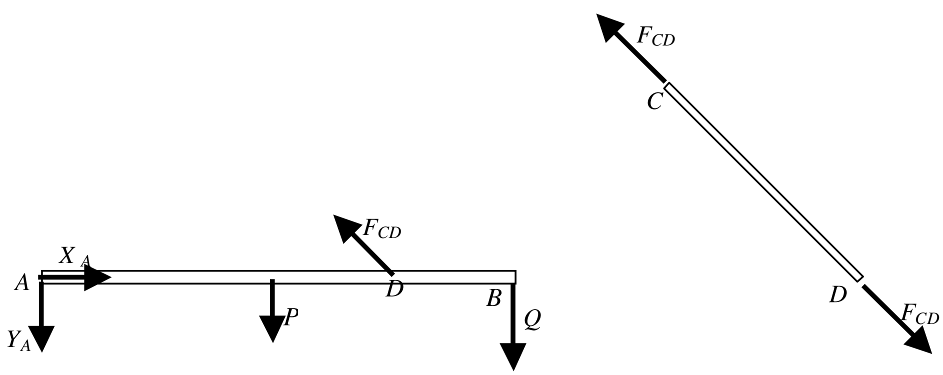
a) construir os diagramas de corpo livre das barras AB e CD;

b) determinar os valor máximo de Q compatível com o equilíbrio da estrutura.



Resolução

Os diagramas de corpo livre das barras CD e AB são apresentados na figura abaixo: (1,0 pontos)



iminência de deslizamento 'para cima'

Considerando-se em seguida o caso de deslizamento iminente 'para cima', tem-se:

$$\sum F_{xi} = 0 \Rightarrow X_A - F_{CD}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{yi} = 0 \Rightarrow -Y_A - P - Q + F_{CD}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{Az} = 0 \Rightarrow -P2a - Q4a + F_{CD}\frac{\sqrt{2}}{2}3a = 0 \Rightarrow F_{CD} = \frac{\sqrt{2}}{3}(2P+4Q) \quad (3)$$ (1,0 pontos)

Substituindo-se (1) em (2) e em (3), obtêm-se:

$X_A = \frac{2P+4Q}{3}$ e $Y_A = \frac{Q-P}{3}$ (0,5 pontos)

Para que não ocorra deslizamento 'para cima' deve-se ter:

$Y_A < \mu X_A \Rightarrow \frac{Q-P}{3} < \mu\frac{2P+4Q}{3} \Rightarrow Q < \frac{1+2\mu}{1-4\mu}P$ no limite máximo: $Q = \frac{1+2\mu}{1-4\mu}P$ (0,5 pontos)