



Departamento  
de Engenharia  
de produção



EESC  
Escola de Engenharia  
de São Carlos

USP

Grupo de Pesquisa em Gestão da Qualidade e Mudança  
*Research Group on Quality and Change Management*

# Avaliação de Sistemas de Medição

Disciplina: SEP-280  
Qualidade Aplicada à Manufatura

**Research Group Leaders:**

Luiz C. R. Carpinetti, Professor

Mateus C. Gerolamo, Associate Professor



# Avaliação de Sistemas de Medição

## **INTRODUÇÃO**



- Esta aula trata da natureza, causas e componentes do erro de medição e ensina como estimar esses componentes.
- Se eles não forem suficientemente pequenos, o sistema de medição não será adequado para o controle de qualidade do processo, necessitando ser revisto.



- Um sistema de medição ideal seria aquele que produzisse apenas resultados corretos (coincidindo com o valor verdadeiro da grandeza sendo medida).
- Entretanto, como em qualquer processo, o processo de medição também produz resultados com erros ou com certo grau de incerteza.



- Cada valor medido  $X$  traz embutido um erro de medição, de modo que a variabilidade total que observamos nos valores medidos de  $X$  pode ser dividida em duas partes:
  - Variabilidade real da característica  $X$ , inerente ao processo produtivo (consequência de causas aleatórias e, ocasionalmente, de causas especiais); e
  - Variabilidade inerente à medição.



Se o erro de medição for independente do valor verdadeiro da grandeza medida, então, a partir da *lei de aditividade de variâncias*, pode-se escrever:

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{processo} + \sigma^2_{medição}$$

Onde:

$\sigma^2_{total}$  é a variância total observada ao se realizarem medidas da característica de qualidade do processo

$\sigma^2_{processo}$  é a variância dos valores verdadeiros da característica, inerente ao processo produtivo

$\sigma^2_{medição}$  é a variância inerente à medição (devida ao instrumento, ao procedimento e às condições de medição), é a variância do erro de medição.



Como é impossível realizar medidas sem o erro de medição, as variâncias que se conseguem estimar diretamente são:

$$\hat{\sigma}^2_{total}$$

e

$$\hat{\sigma}^2_{medição}$$

A estimativa da variância do processo é obtida indiretamente a partir dessas:

$$\hat{\sigma}^2_{processo} = \hat{\sigma}^2_{total} - \hat{\sigma}^2_{medição}$$



Avaliação de Sistemas de Medição

# CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA DE MEDIÇÃO





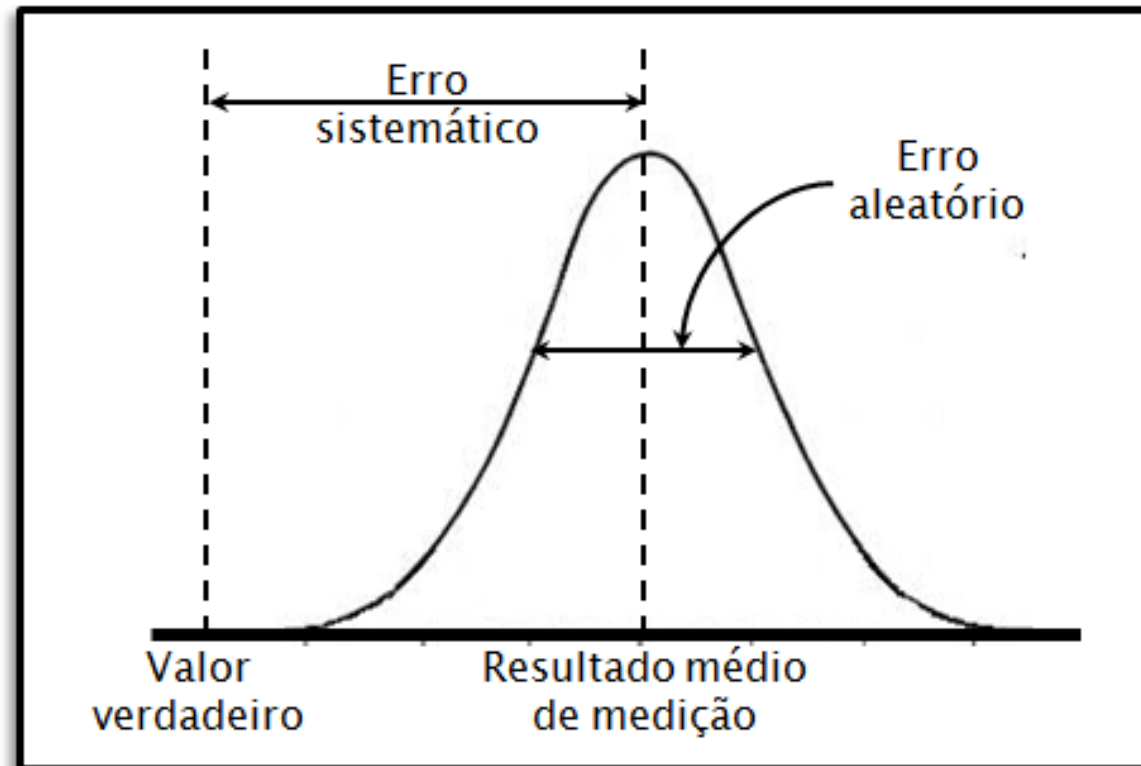
- A diferença entre o resultado de uma medição e o valor verdadeiro (na prática, o valor verdadeiro convencional) do *mensurando* (grandeza que se está medindo) constitui o **erro de medição**.
- Esse erro pode ser decomposto em duas parcelas:
  - O **erro sistemático** é a diferença entre o valor médio que resultaria de um número infinito de medições do mesmo mensurando, sob as mesmas condições, e o valor verdadeiro do mensurando (o **erro sistemático** é também chamado de **tendência**);
  - O **erro aleatório** de cada medição é a diferença entre o resultado da medição e esse valor médio. Muitas vezes o **erro aleatório** é bem representado por uma distribuição normal.



- A diferença entre o resultado de uma medição e o valor verdadeiro (na prática, o valor verdadeiro convencional) do *mensurando* (grandeza que se está medindo) constitui o **erro de medição**.

- Esse erro pode ser decomposto

- O **erro sistemático** é a diferença entre o resultado médio de muitas medições do mesmo mensurando e o valor verdadeiro convencional (o erro sistemático).
- O **erro aleatório** de cada medição é a diferença entre o resultado de uma medição e o resultado médio de muitas medições. Muitas vezes o erro aleatório é considerado como uma variável aleatória.



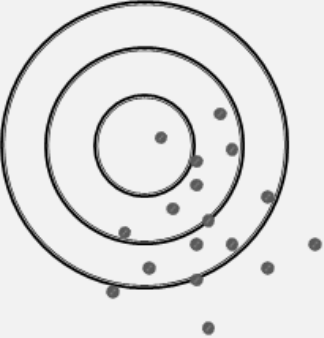
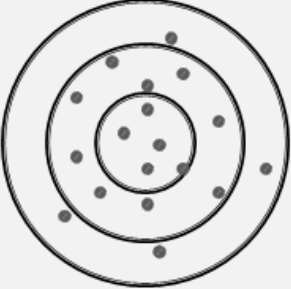
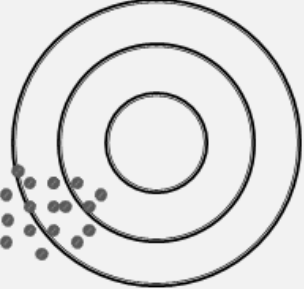
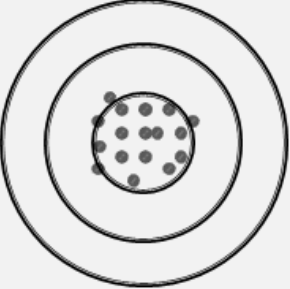


- O erro sistemático de um instrumento pode ser conhecido através de **procedimentos de calibração**, que consistem basicamente em comparar o valor médio indicado pelo instrumento com o valor verdadeiro convencional para aquela grandeza, obtido através de um *padrão de referência*.
- Esse padrão é uma medida materializada (exemplo: um bloco padrão, um metro padrão), um instrumento ou sistema de medição adotado como padrão, que é destinado a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma medida ou valor de uma grandeza para servir de referência.







- Conhecido o erro sistemático (na verdade, dispondo de uma boa estimativa dele), ele pode ser eliminado por meio de um ajuste do instrumento, ou compensado pela introdução de uma correção nos valores indicados pelo instrumento.
- Por essa razão é que na avaliação de adequabilidade dos sistemas de medição, usualmente, preocupamo-nos apenas com a parcela aleatória do erro (ou com sua variância), pois essa é a parcela que não pode ser corrigida.

A figura a seguir ilustra o relacionamento entre o erro sistemático e o erro aleatório. O centro do alvo representa o valor verdadeiro da grandeza medida, e os pontos representam os resultados de repetidas medições da característica.

Relação entre erro aleatório e erro sistemático	Com Erro Sistemático	Sem Erro Sistemático
Erro Aleatório Grande		
Erro Aleatório Pequeno		

A figura a seguir ilustra o relacionamento entre o erro sistemático e o erro aleatório. O centro do alvo representa o valor verdadeiro da grandeza medida, e os pontos representam os resultados de repetidas medições da característica.

Relação entre erro aleatório e erro sistemático		Com Erro Sistemático	Sem Erro Sistemático
<div style="border: 2px solid orange; padding: 5px; writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">                     No erro aleatório, avaliamos a repetitividade e reprodutibilidade do sistema de medição.                 </div>	Erro Aleatório Grande	 <p>Instrumento com erro aleatório grande apresentará baixa capacidade de medição</p>	
	Erro Aleatório Pequeno	 <p>Corrige-se com um ajuste do instrumento ou fator de correção.</p>	 <p>Instrumento exato e preciso. Alta capacidade de medição</p>
			<div style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">Instrumento "preciso"</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">Instrumento "exato"</div>



- Com certa frequência, diz-se que um instrumento é “**exato**” quando não possui erro sistemático e “**preciso**” quando seu erro aleatório é pequeno.
- Esses termos, bem como os correspondentes “exatidão” e “precisão”, **não** devem ser empregados nesses sentidos, pois o vocabulário metrológico oficial (INMETRO, 2000), define **exatidão** como:

“a aptidão de um instrumento de medição em dar respostas próximas a um valor verdadeiro”,

de modo que esta está relacionada a ambos os componentes de erro, e associa o termo **precisão** apenas à representação numérica de valores (número de algarismos significativos, por exemplo).



- De modo geral, os principais fatores que diferenciam os sistemas de medição quanto às características mencionadas são:
  - detalhes construtivos do projeto,
  - desgaste decorrente do uso,
  - modo de operação,
  - condições ambientais, e
  - calibração.
  
- Para podermos avaliar de forma objetiva se um instrumento de medição é adequado para determinado propósito, devemos estimar os erros sistemáticos e aleatórios.





Avaliação de Sistemas de Medição

# **AVALIAÇÃO DO ERRO SISTEMÁTICO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO**



- A avaliação do erro sistemático de um instrumento é basicamente feita através da comparação do resultado de medição obtido pelo instrumento com o valor de referência para a medida, obtido por um padrão.
- O padrão de referência utilizado em cada local é aquele de maior qualidade metrológica disponível no local.
- Seus resultados de medição devem ser *rastreáveis* a um padrão de referência nacional ou internacional para aquela grandeza.

## Cadeia de Rastreabilidade Metrológica





O procedimento básico para o cálculo do erro sistemático do instrumento consiste em determinar a diferença média entre o valor de referência (valor este determinado por um instrumento rastreado a um padrão de referência) e o valor medido (de uma peça) repetidas vezes pelo mesmo operador e em condições normais de operação.

Essa diferença média é dada por  $\bar{d}$ :

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - x)}{k}$$

Onde  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$  são os resultados obtidos com o instrumento analisado e  $x$  é o valor de referência para a grandeza medida.



O desvio-padrão amostral é dado por  $S_d$ :

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_i - \bar{d})^2}{k}}$$

O erro sistemático pode ser expresso como uma porcentagem em relação à variabilidade total dos valores observados:

$$\% \text{ Erro Sistemático} = \frac{|\bar{d}|}{\sigma_{total}} \times 100$$

É usual a **recomendação de que essa porcentagem não deva exceder 10%**, para que o sistema de medição seja considerado adequado. No entanto, essa recomendação perde o sentido se, uma vez estimado o erro sistemático, ele puder ser eliminado por meio de ajuste, ou compensado pela introdução de uma correção nos valores indicados pelo instrumento.



Avaliação de Sistemas de Medição

# **ESTUDO DE REPETITIVIDADE E REPRODUTIBILIDADE DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO**



Dado:

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{processo} + \sigma^2_{medição}$$

A variância inerente à medição, por sua vez, decompõe-se em duas parcelas:

$$\sigma^2_{med} = \sigma^2_{repe} + \sigma^2_{repro}$$

Para compreender o que representam as tais variâncias, é importante conhecer os conceitos de **repetitividade** e **reprodutibilidade**.

**Repetitividade** é o grau de concordância entre resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando (uma mesma peça, por exemplo), sob as mesmas condições de medição; define-se, então, **repetitividade de um instrumento de medida** como a aptidão do instrumento em fornecer indicações muito próximas, em medições sucessivas de um mesmo mensurando, sob as mesmas condições de medição. Essas condições são denominadas *condições de repetitividade* e incluem: mesmo procedimento de medição; mesmo observador; mesmo instrumento de medição, utilizado nas mesmas condições; mesmo local; repetição em curto período de tempo.

**Reprodutibilidade** dos resultados de medição é o grau de concordância entre os resultados das medições de um mesmo mensurando efetuadas sob condições variadas de medição, variando por exemplo o operador.

Quanto **menores** as variâncias de *repe* e *repro*, **melhores**, respectivamente, serão a **repetitividade** e **reprodutibilidade** dos resultados da medição.



- Usa-se, também, quantificar a repetitividade de um instrumento de medição pela largura da faixa que conterà 99,73% dos resultados sob condições de repetitividade, assumindo que o erro de medição siga uma distribuição normal; ou seja, multiplicando por 6 a estimativa do sigma de repetitividade.
- Analogamente, a reprodutibilidade das medições pode ser representada multiplicando por 6 a estimativa do sigma de reprodutibilidade.
- Quando do emprego de determinado instrumento de medição no monitoramento de um processo, é importante conhecer qual a contribuição da variabilidade devida à medição (quantificada pela variância da medição) para a variabilidade total do conjunto de dados; mais ainda, é importante conhecer os valores de variabilidade da repetitividade ( $\sigma_{repe}$ ) e da reprodutibilidade ( $\sigma_{repro}$ ).





## Cálculo da Estimativa de $\sigma_{repe}$

- Estima-se  $\sigma_{repe}$  por meio de medições sucessivas da mesma grandeza, realizadas por um mesmo operador, usando o mesmo instrumento de medição e o mesmo procedimento de medição, um mesmo local, sob as mesmas condições e em um curto período de tempo.
- A sequência de medições deve ser aleatorizada, de maneira que o operador não saiba quando está medindo a mesma peça (o que poderia induzi-lo a repetir o valor medido anteriormente), e para evitar qualquer outro efeito ligado à sequência de medição.
- Usualmente, para cada conjunto de medidas de uma mesma peça, calcula-se a amplitude ( $R$ ); em seguida calcula-se  $\bar{R}$ , ou seja, a média das diversas amplitudes, e estima-se  $\sigma_{repe}$  por:

$$\hat{\sigma}_{repe} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Onde o “tamanho da amostra” para a obtenção de  $d_2$  (tabelado) é o número de medidas repetidas de cada peça. Frequentemente, usam-se duas medidas para cada peça ( $r = 2$ ) e, neste caso,  $d_2 = 1,128$ .

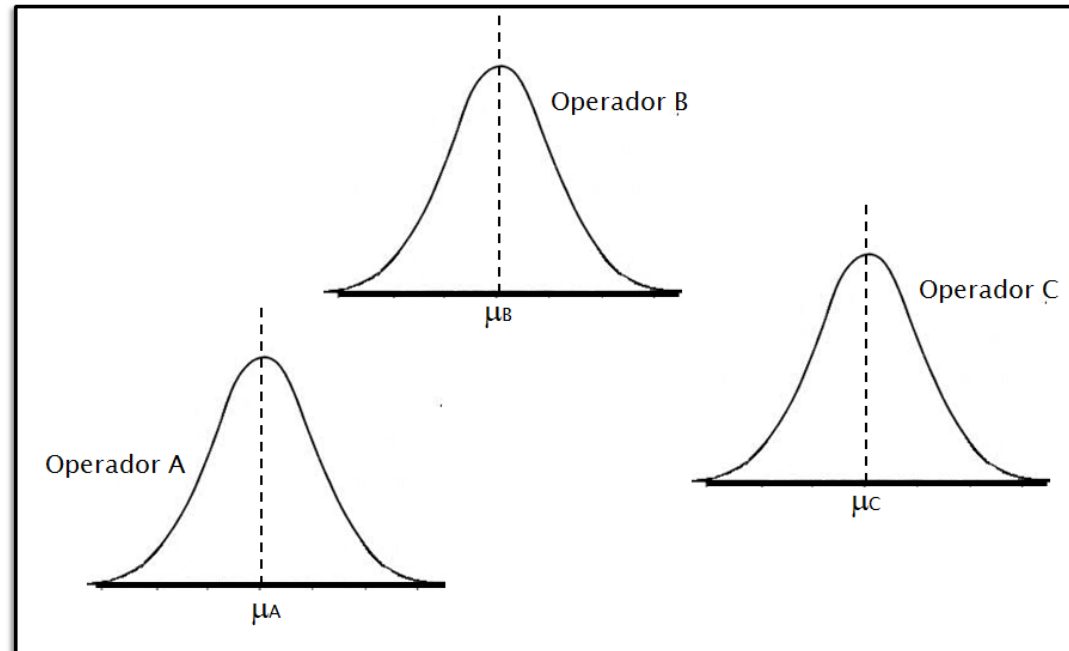


## Cálculo da Estimativa de $\sigma_{repro}$

- $\sigma_{repro}$  quantifica a variabilidade dos dados quando o instrumento é utilizado sob diferentes condições de medição (diferentes operadores e/ou locais e/ou condições ambientais, etc.).
- Na prática, nos ensaios mais simples, considera-se que a influência do operador seja muito maior que a dos demais fatores, e então estima-se  $\sigma_{repro}$  simplesmente a partir da dispersão dos resultados médios obtidos por diferentes operadores para a mesma grandeza e sob as mesmas condições de operação.
- $\sigma_{repro}$  é o desvio-padrão da população de médias  $\{\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D, \mu_E, \dots\}$ .
- Ele é estimado a partir de uma amostra finita dessa população, por exemplo pelas médias observadas dos resultados de três diferentes operadores  $\{\bar{\bar{x}}_A, \bar{\bar{x}}_B, \bar{\bar{x}}_C, \dots\}$ .



## Cálculo da Estimativa de $\sigma_{repro}$



O conceito de **reprodutibilidade** de um *sistema de medição*.

Obs.: com instrumentos completamente automatizados, em que não há intervenção do operador na realização da medição, frequentemente  $\sigma_{repro}$  é desprezível e então  $\sigma_{med} = \sigma_{repe}$ .



## Cálculo da Estimativa de $\sigma_{repro}$

- A expressão para estimativa de  $\sigma_{repro}$  é dada por:

$$\hat{\sigma}_{repro} = \sqrt{\left[\frac{R_{\bar{x}}}{d_2}\right]^2 - \frac{(\hat{\sigma}_{repe})^2}{n \times r}}$$

onde:  $R_{\bar{x}} = \bar{x}_{max} - \bar{x}_{min}$

$$e \ (\hat{\sigma}_{repe}) = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Como aqui há mais de um operador, o valor da variância de repetibilidade a ser utilizado não é calculado a partir da média das amplitudes  $\bar{R}$ , mas sim pela média aritmética das médias das amplitudes  $\bar{R}$  dos diversos operadores. Agora, o “tamanho da amostra” para a obtenção de  $d_2$  (tabelado) é o número de medidas repetidas de cada peça.

Freqüentemente, usam-se duas medidas para cada peça ( $r = 2$ ) e, neste caso,  $d_2 = 1,128$ .

Note ainda que, como as parcelas dentro da fórmula de  $\sigma_{repro}$  são estimativas (estatísticas e, portanto, variáveis aleatórias), pode acontecer do valor da subtração dentro da raiz ser menor do que zero, o que resulta em um  $\sigma_{repro} = 0$ .

sendo  $\bar{x}_{max}$  e  $\bar{x}_{min}$ , respectivamente, o máximo e o mínimo valores dos resultados médios obtidos pelos diversos operadores;  $r$ , o número de vezes que cada item é medido por cada operador, e  $n$ , o número de itens medidos. O fator  $d_2$  é obtido da tabela para “tamanho de amostra” igual ao número de operadores (número de valores diferentes de  $\bar{x}$ ).



- Portanto, de posse das estimativas das variâncias de repetitividade e reprodutibilidade, temos:

$$\hat{\sigma}_{med}^2 = \hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2$$



$$\hat{\sigma}_{med} = \sqrt{\hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2}$$

- Assim, a estimativa da capacidade do sistema de medição pode ser quantificada pelo índice *R&R* (“repetitividade e reprodutibilidade”), dado por:

$$R\&R = 6 \times \hat{\sigma}_{med} = 6 \times \sqrt{\hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2}$$



- Para verificar se um sistema de medição é adequado, é preciso comparar sua capacidade, expressa pelo índice R&R, com as tolerâncias da característica de qualidade a ser medida e/ou com a variabilidade do processo.
- Em relação à variabilidade total do conjunto de dados, utiliza-se a seguinte razão:

$$\%R\&R = \frac{R\&R}{6 \times \hat{\sigma}_{total}} \times 100$$

... onde a variância total estimada é simplesmente o clássico estimador “S” do desvio-padrão amostral, tomando como amostra o conjunto de todas as medidas de todos os itens por todos os operadores. Não se usa dividir o valor de S obtido por  $c_4$ , porque o número total de medidas,  $o \cdot n \cdot r$  (operadores x nr. de itens medidos x nr. de vezes que cada item é medido), é usualmente suficientemente grande para que  $c_4$  seja praticamente igual a 1.



- Cálculo de  $\hat{\sigma}_{total}$  ou ( $S$ ):

$$\%R\&R = \frac{R\&R}{6 \times \hat{\sigma}_{total}} \times 100$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N - 1}}$$

... onde a variância total estimada é simplesmente o clássico estimador “S” do desvio-padrão amostral, tomando como amostra o conjunto de todas as medidas de todos os itens por todos os operadores. Não se usa dividir o valor de S obtido por  $c_4$ , porque o número total de medidas,  $o \cdot n \cdot r$  (operadores x nr. de itens medidos x nr. de vezes que cada item é medido), é usualmente suficientemente grande para que  $c_4$  seja praticamente igual a 1.

Dada uma amostra aleatória de N valores ( $y_1, y_2, y_3, \dots, y_N$ ) de uma variável aleatória y, um estimador do desvio-padrão de y é o desvio-padrão amostral S.



- A adequabilidade de um sistema de medição é classificada de acordo com a % R&R da maneira indicada na tabela:

<b>%R&amp;R</b>	<b>Classificação</b>
$\%R\&R \leq 10\%$	<b>Adequado!</b>
$10\% < \%R\&R \leq 30\%$	<b>Poder ser adequado dependendo da importância da aplicação, do custo do instrumento, do custo de manutenção, etc.</b>
$\%R\&R > 30\%$	<b>Inadequado! Sistema de medição necessita de melhorias.</b>





- Deve-se observar que o levantamento de R&R de um instrumento não identifica causas para a baixa repetitividade e reprodutibilidade que, eventualmente, venham a ser constatadas.
- Entretanto, se a repetitividade é baixa quando comparada à reprodutibilidade, pode-se levantar a suspeita de problemas relacionados à manutenção do instrumento (outras causas possíveis são os próprios operadores ou a qualidade metrológica inerente do instrumento, por exemplo).
- Por outro lado, se a reprodutibilidade for baixa quando comparada à repetitividade, deve-se atentar, principalmente, para a necessidade de treinamento dos operadores.



- Procedimento para cálculo de repetitividade e reprodutibilidade de instrumentos de medição:
  - Amostra de tamanho ( $n =$  número de peças) = 10;
  - Cada operador mede 2 vezes a mesma peça ( $r =$  número de vezes que cada item é medido);
  - Número de operadores ( $o = 3$ );
  - Assim,  $n * r * o = 60$ .



# Avaliação de Sistemas de Medição

## EXEMPLO



- Considere o caso em que se deseja levantar a repetitividade e a reprodutibilidade de um micrômetro com leitura milesimal, usado na medição do resultado de um processo de usinagem de uma dimensão de um componente.
- Para isso, dez peças são selecionadas aleatoriamente. Em seguida, três operadores igualmente treinados na utilização do instrumento medem duas vezes cada uma das peças.
- A sequência em que cada um dos operadores mede cada uma das peças é aleatorizada. Os resultados são apresentados na tabela a seguir.



Tabela: Dados para estudo de R&R

Peças	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
	Medidas		Medidas		Medidas	
	1	2	1	2	1	2
1	19,982	19,981	19,981	19,981	19,981	19,976
2	19,994	19,993	20,001	19,997	19,996	19,996
3	20,223	20,221	20,219	20,221	20,223	20,222
4	20,226	20,226	20,222	20,226	20,223	20,224
5	20,025	19,994	20,035	20,033	20,028	20,025
6	20,234	20,233	20,234	20,234	20,233	20,227
7	20,043	20,043	20,054	20,051	20,037	20,035
8	20,050	20,049	20,052	20,051	20,032	20,032
9	20,015	20,017	20,018	20,017	19,985	19,979
10	19,980	19,980	19,980	19,980	19,994	19,980

- Efetue um estudo de capacidade do sistema de medição do exemplo.



## Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição:

**Passo 1: Identificar e definir as variáveis do problema**

**Passo 2: Calcular as médias das medições de cada operador ( $\bar{x}$ ) e suas respectivas amplitudes ( $R$ ). Calcular também a média das médias ( $\bar{\bar{x}}$ ) e a média das amplitudes ( $\bar{R}$ ).**

**Passo 3: Calcular a repetitividade do instrumento**

**Passo 4: Calcular a reprodutibilidade do instrumento**

**Passo 5: Calcular o valor de R&R**

**Passo 6: Avaliar a adequabilidade do sistema de medição**



## Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição:

### Passo 1: Identificar e definir as variáveis do problema

- $R\&R$  = Repetitividade e Reprodutibilidade do Sistema de Medição (capacidade do sistema de medição).
- *Micrômetro* = Instrumento de medição a ser avaliada a capacidade de medição.
- $n$  = 10, número de peças utilizadas para a análise de R&R.
- $o$  = 3, número de operadores igualmente treinados para o experimento.
- $r$  = 2, número de vezes que cada operador mede cada peça.
- $x$  = Valor identificado para cada medida de cada operador em cada peça.
- $\bar{x}$  = Médias das 2 medidas de cada operador para cada peça.
- $\bar{\bar{x}}$  = Média das médias das 2 medidas de cada operador para cada peça.
- $\bar{\bar{x}}$  = Média total de todos os valores medidos  $x$ .
- $R$  = Amplitude das 2 medidas de cada operador para cada peça.
- $\bar{R}$  = Média das amplitudes das 2 medidas de cada operador para cada peça.
- $\bar{\bar{R}}$  = Média total de todas as amplitudes  $R$ .
- $d_2$  = 1,128, constante considerando um tamanho de amostra  $n = 2$  (no caso de ser utilizado para o valor de  $r = 2$ ); ou 1,693, constante considerando um tamanho de amostra  $n = 3$  (no caso de ser utilizado para o valor de  $o = 3$ ).



## Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição (cont.):

**Passo 2: Calcular as médias das medições de cada operador ( $\bar{x}$ ) e suas respectivas amplitudes ( $R$ ). Calcular também a média das médias ( $\bar{\bar{x}}$ ) e a média das amplitudes ( $\bar{R}$ ).**

Tabela: Dados para estudo de R&R

Peças	Operador 1				Operador 2				Operador 3			
	1	2	x (barra)	R	1	2	x (barra)	R	1	2	x (barra)	R
1	19,982	19,981	<b>19,982</b>	<b>0,001</b>	19,981	19,981	<b>19,981</b>	<b>0,000</b>	19,981	19,976	<b>19,979</b>	<b>0,005</b>
2	19,994	19,993	<b>19,994</b>	<b>0,001</b>	20,001	19,997	<b>19,999</b>	<b>0,004</b>	19,996	19,996	<b>19,996</b>	<b>0,000</b>
3	20,223	20,221	<b>20,222</b>	<b>0,002</b>	20,219	20,221	<b>20,220</b>	<b>0,002</b>	20,223	20,222	<b>20,223</b>	<b>0,001</b>
4	20,226	20,226	<b>20,226</b>	<b>0,000</b>	20,222	20,226	<b>20,224</b>	<b>0,004</b>	20,223	20,224	<b>20,224</b>	<b>0,001</b>
5	20,025	19,994	<b>20,010</b>	<b>0,031</b>	20,035	20,033	<b>20,034</b>	<b>0,002</b>	20,028	20,025	<b>20,027</b>	<b>0,003</b>
6	20,234	20,233	<b>20,234</b>	<b>0,001</b>	20,234	20,234	<b>20,234</b>	<b>0,000</b>	20,233	20,227	<b>20,230</b>	<b>0,006</b>
7	20,043	20,043	<b>20,043</b>	<b>0,000</b>	20,054	20,051	<b>20,053</b>	<b>0,003</b>	20,037	20,035	<b>20,036</b>	<b>0,002</b>
8	20,050	20,049	<b>20,050</b>	<b>0,001</b>	20,052	20,051	<b>20,052</b>	<b>0,001</b>	20,032	20,032	<b>20,032</b>	<b>0,000</b>
9	20,015	20,017	<b>20,016</b>	<b>0,002</b>	20,018	20,017	<b>20,018</b>	<b>0,001</b>	19,985	19,979	<b>19,982</b>	<b>0,006</b>
10	19,980	19,980	<b>19,980</b>	<b>0,000</b>	19,980	19,980	<b>19,980</b>	<b>0,000</b>	19,994	19,980	<b>19,987</b>	<b>0,014</b>

<b>x (2barra)</b>	<b>R (barra)</b>
<b>20,07545</b>	<b>0,0039</b>

<b>x (2barra)</b>	<b>R (barra)</b>
<b>20,07935</b>	<b>0,0017</b>

<b>x (2barra)</b>	<b>R (barra)</b>
<b>20,07140</b>	<b>0,0038</b>

<b>x (3barra)</b>	<b>R (2barra)</b>
<b>20,07540</b>	<b>0,00313</b>





## Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição (cont.):

### Passo 3: Calcular a repetitividade do instrumento

$$\hat{\sigma}_{repe} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Como aqui há mais de um operador, o valor da variância de repetitividade a ser utilizado não é calculado a partir da média das amplitudes  $\bar{R}$ , mas sim pela média aritmética das médias das amplitudes  $\bar{\bar{R}}$  dos diversos operadores.

$d_2$  para  $n = 2$ , ou seja, o número de vezes ( $r$ ) que cada peça é medida

$$\bar{\bar{R}} = \frac{0,0039 + 0,0017 + 0,0038}{3} = 0,00313$$

$$\hat{\sigma}_{repe} = \frac{\bar{\bar{R}}}{d_2} = \frac{0,00313}{1,128} = 0,00278$$



## Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição (cont.):

### Passo 4: Calcular a reprodutibilidade do instrumento

$$\hat{\sigma}_{repro} = \sqrt{\left[\frac{R_{\bar{x}}}{d_2}\right]^2 - \frac{(\hat{\sigma}_{repe})^2}{n \times r}}$$

n = nr. de itens medidos = 10  
r = nr. de vezes que cada item é  
medido por cada operador = 2

$d_2$  para  $n = 3$ , ou seja, o  
número de operadores (o).

onde:  $R_{\bar{x}} = \bar{x}_{max} - \bar{x}_{min}$

$$R_{\bar{x}} = 20,07935 - 20,07140 = 0,00795$$

$$\hat{\sigma}_{repro} = \sqrt{\left[\frac{0,00795}{1,693}\right]^2 - \frac{(0,00278)^2}{10 \times 2}} = 0,00465$$



Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição (cont.):

## Passo 5: Calcular o valor de R&R

$$R\&R = 6 \times \hat{\sigma}_{med} = 6 \times \sqrt{\hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2}$$

$$R\&R = 6 \times \hat{\sigma}_{med} = 6 \times \sqrt{(0,00278)^2 + (0,00465)^2} = 0,0325$$

$$\mathbf{R\&R = 0,0325\ mm = 32,5\ \mu m}$$

Essa é a largura da faixa que conterà 99,73% dos resultados se o erro de medição seguir uma distribuição normal.



## Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição (cont.):

### Passo 6: Avaliar a adequabilidade do sistema de medição

$$\%R\&R = \frac{R\&R}{6 \times \hat{\sigma}_{total}} \times 100$$

dado que:

$$S = 0,082521$$

Como foram analisadas 10 peças, podemos estimar a variabilidade total ( $\sigma_{total}$ ) por meio da estimativa  $S_D$ . Como as 10 peças foram medidas 6 vezes (2 vezes por cada operador), podemos utilizar o valor máximo das amplitudes encontradas dividido por  $d_2$ , onde  $n = 10$  (subgrupo de tamanho 10).



Procedimento para análise de capacidade do sistema de medição (cont.):

## Passo 6: Avaliar a adequabilidade do sistema de medição

$$\%R\&R = \frac{R\&R}{6 \times \hat{\sigma}_{total}} \times 100$$

dado que:

$$S = 0,082521$$

$$\%R\&R = \frac{R\&R}{6 \times \hat{\sigma}_{total}} \times 100 = \frac{0,0325}{6 \times 0,082521} \times 100 = 6,564\%$$

$$\%R\&R = 6,6\%$$

**Logo, o instrumento pode ser considerado adequado para utilização neste processo para essas condições.**



# BIBLIOGRAFIA



- Costa, A. F. B.; Epprecht, E. K.; Carpinetti, L. C. R. (2005). Controle Estatístico de Qualidade. Editora Atlas, 2ª edição. 336p.
  - Capítulo 05 – Avaliação de Sistemas de Medição
- Carpinetti, L. C. R. (2003). *Controle da Qualidade de Processo*. Serviço Gráfico – EESC/USP, São Carlos, Agosto de 2003.
  - Capítulo 08 – Avaliação de Sistemas de Medição de Variáveis

