Tópico 05 – Capacidade do Processo

Disciplina: SEP-280
Controle da Qualidade de Processos de Fabricação

Research Group Leaders:
Luiz C. R. Carpinetti, Professor
Mateus C. Gerolamo, Associate Professor

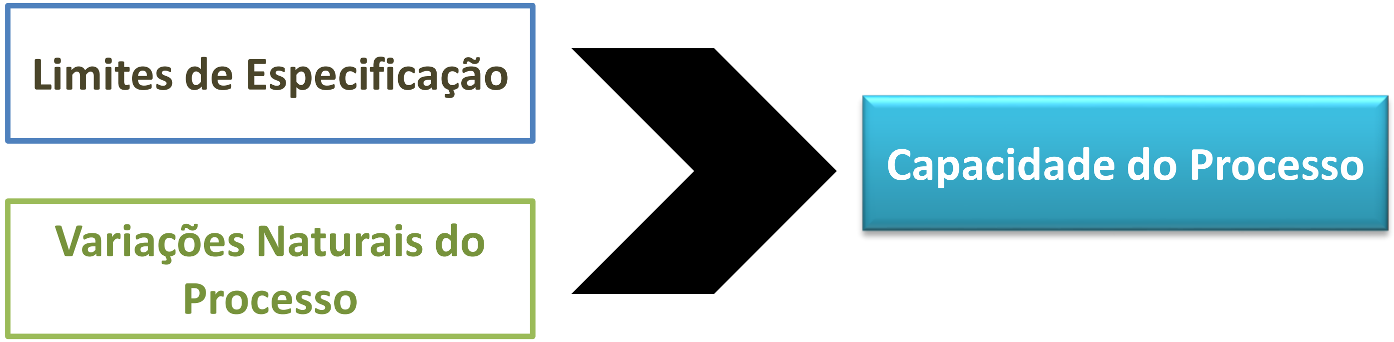
Capacidade do Processo

INTRODUÇÃO

Introdução

- Neste tópico, estudaremos a *capacidade* do processo, isto é, sua capacidade de produzir itens *conformes*, ou seja, de acordo com as especificações de projeto.

- Essa capacidade depende dessas próprias especificações e da variabilidade do processo:



Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Introdução

- A capacidade não está vinculada apenas à presença ou ausência de causas especiais;
- Mesmo assim, é evidente que desajustes e/ou falta de estabilidade do processo reduzem sua capacidade e aumentam o número de itens não-conformes produzidos.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

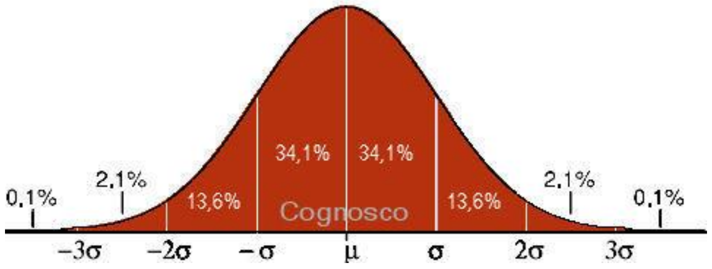
Capacidade do Processo

LIMITES NATURAIS, DE ESPECIFICAÇÃO E DE CONTROLE

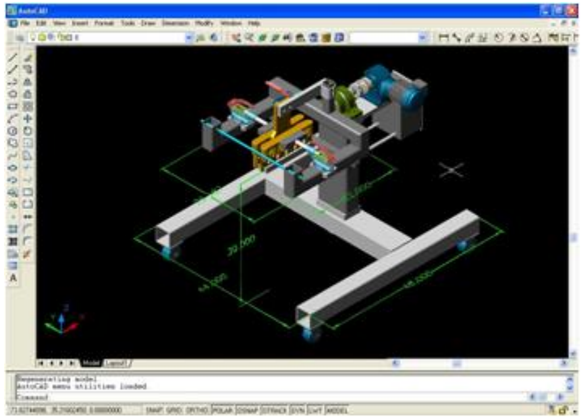
Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- É importante não confundir os *limites de especificação* com os *limites naturais do processo*, e muito menos com os *limites de controle do gráfico* $\bar{X}$.

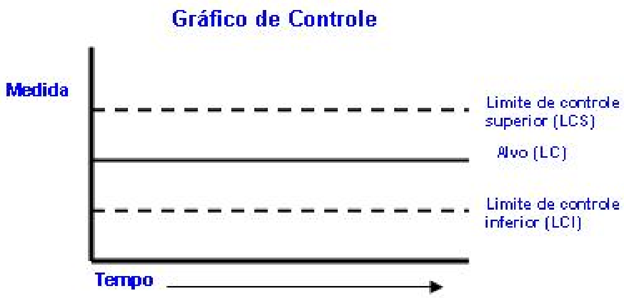
Limites de Naturais do Processo



Limites de Especificação



Limites de Controle do Gráfico $\bar{X}$



Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- Os **limites naturais do processo** são definidos como os valores de *X* situados a $\pm$ 3 desvios-padrão da média μ do processo, ou seja, em $\mu_0 \pm 3^*\sigma_0$.

- Adotando $\bar{\bar{X}}$ e $\bar{R}/d_2$ como estimativas de μ e σ, temos:

$$Limite\ Inferior\ Natural\ (LIN) = \bar{\bar{X}} - 3 \times \bar{R}/d_2$$
$$Limite\ Superior\ Natural\ (LSN) = \bar{\bar{X}} + 3 \times \bar{R}/d_2$$

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- Os **limites de controle** para o gráfico de $\bar{X}$ são estabelecidos a $\pm$ 3 desvios-padrão (de $\bar{X}$) da média do processo. No caso da existência de subgrupos de tamanho ***n***, temos:

$$Limite\ Inferior\ de\ Controle\ (LIC) = \bar{\bar{X}} - 3 \times \bar{R} / (d_2 \times \sqrt{n})$$

$$Limite\ Superior\ de\ Controle\ (LSC) = \bar{\bar{X}} + 3 \times \bar{R} / (d_2 \times \sqrt{n})$$

- Esses limites definem a região de ação do gráfico de $\bar{X}$. Seu propósito é fornecer um critério que indique o momento de intervir no processo.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- Os **limites de especificação** são estabelecidos pela engenharia, visando minimizar os riscos de uma medida estar muito além ou muito aquém de um valor razoável para uso / consumo.

$$Limite\ Inferior\ de\ Especificação\ (LIE) = (LIE)$$

$$Limite\ Superior\ de\ Especificação\ (LSE) = (LSE)$$

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- Quando o processo é estável e está ajustado, ou seja, em controle, o ideal é que toda a distribuição de X esteja dentro dos limites de especificação.

- Os limites de especificação aplicam-se aos valores individuais de X.

- Já os limites de controle aplicam-se às médias amostrais $\bar{X}$.

- Embora X e $\bar{X}$ sejam medidos nas mesmas unidades físicas, a escala de variação das médias amostrais $\bar{X}$ é menor que a dos valores individuais de X, pois:

$$\boxed{\sigma_{\bar{X}} = \left({}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}\right) < \sigma}$$

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- A razão entre as escalas não é fixa, pois depende de *n*.
- Assim, não há nenhum sentido em comparar limites de especificação com limites de controle.
- A comparação desses dois pares de limite (de especificação e de controle) não permite nenhuma conclusão válida.
- Vale repetir que nem mesmo a razão entre a distância entre os limites de especificação e a distância entre os limites de controle é fixa, pois a última depende da amostra de tamanho *n*.
- **<u>O que fazemos, de fato, é comparar os limites de especificação com os limites naturais do processo (distribuição da variável *x*)</u>!**

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

- O cálculo da **porcentagem de itens fora de especificação (PFE)** é feito da seguinte maneira:

$$PFE = \Pr[Z < Z_{LIE}] + \Pr[Z > Z_{LSE}]$$

- Utiliza-se aqui a estatística *Z* com resultados independentes de *x* e não amostrais. Logo:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Exemplo

- Para o nosso exemplo do processo de empacotamento dos saquinhos de leite (exercício *e* da aula de Gráficos de Controle), suponha que o valor-alvo determinado para o peso do saquinho seja de 1.000 ml $\pm$ 15 ml. Já conhecemos os valores calculados para $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{X}} = 999{,}7$ e $\hat{\sigma}_0 = S_D = 4{,}500$. Pede-se, portanto, para determinar:

  a) Os Limites de Especificação.
  b) Os Limites Naturais do Processo.
  c) Os Limites de Controle do Gráfico $\bar{X}$.
  d) A porcentagem de itens fora de especificação (PFE).

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

Exemplo (continuação)

a) Os Limites de Especificação:

$$Limite\ Inferior\ de\ Especificação\ (LIE) = (LIE)$$
$$LIE = Valor\ Alvo\ (Nominal) - Tolerância$$
$$LIE = 1.000\ ml - 15\ ml = 985\ \text{ml}$$

$$Limite\ Superior\ de\ Especificação\ (LSE) = (LSE)$$
$$LSE = Valor\ Alvo\ (Nominal) + Tolerância$$
$$LSE = 1.000\ ml + 15\ ml = 1015\ \text{ml}$$

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Exemplo (continuação)

b) Os Limites Naturais do Processo:

$$Limite\ Inferior\ Natural\ (LIN) = \bar{\bar{X}} - 3 \times \bar{R}/d_2$$
$$LIN = 999{,}7 - 3 \times 4{,}500 = 986{,}2\ ml$$

$$Limite\ Superior\ Natural\ (LSN) = \bar{\bar{X}} + 3 \times \bar{R}/d_2$$
$$LSN = 999{,}7 + 3 \times 4{,}500 = 1013{,}2\ ml$$

Exemplo (continuação)

c) Os Limites de Controle do Gráfico $\bar{X}$:

$$Limite\ Inferior\ de\ Controle\ (LIC) = \bar{\bar{X}} - 3 \times \bar{R} / (d_2 \times \sqrt{n})$$

$$LIC = 999{,}7 - 3 \times 4{,}500/\sqrt{5} = 993{,}66\ ml$$

$$Limite\ Superior\ de\ Controle\ (LSC) = \bar{\bar{X}} + 3 \times \bar{R} / (d_2 \times \sqrt{n})$$

$$LSC = 999{,}7 + 3 \times 4{,}500/\sqrt{5} = 1005{,}74\ ml$$

Exemplo **(continuação)**

d) A porcentagem de itens fora de especificação (PFE):

$$PFE = \Pr[Z < Z_{LIE}] + \Pr[Z > Z_{LSE}]$$

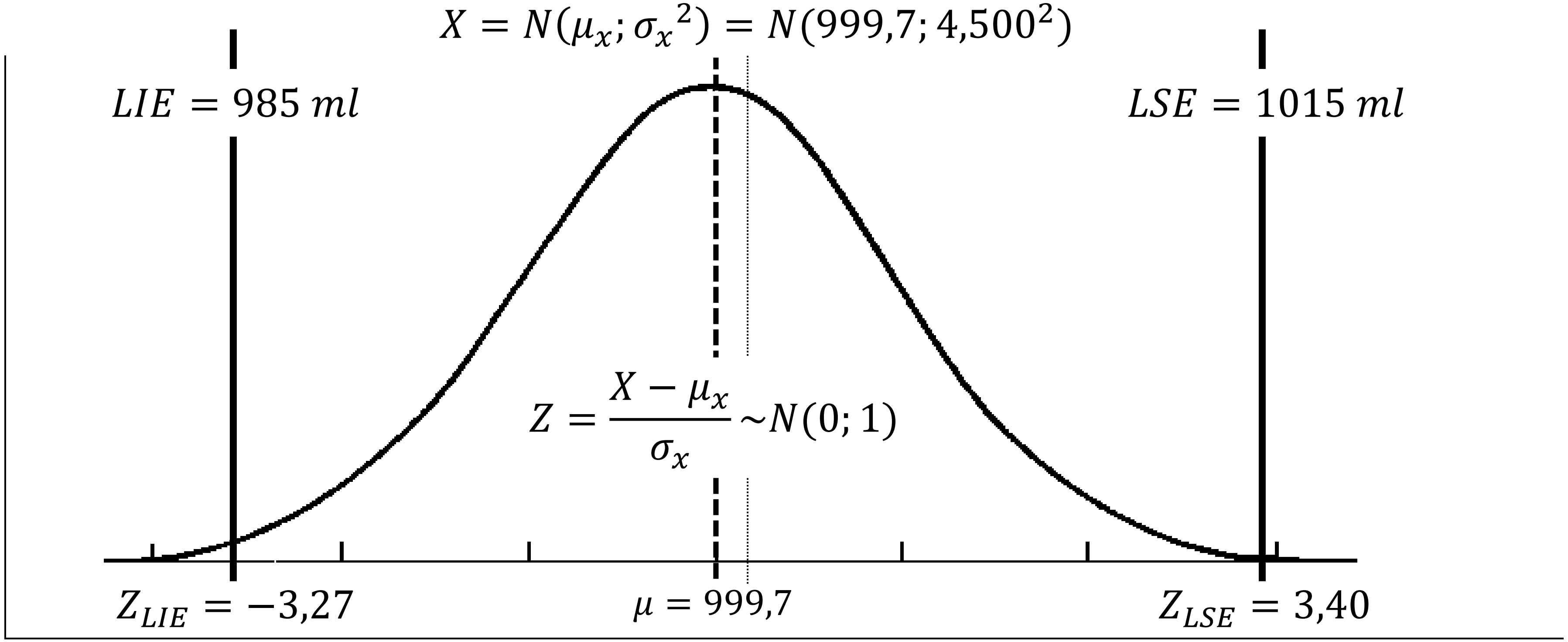
$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}\,;\, Z = \frac{LSE-\mu}{\sigma}\,;\, Z = \frac{LIE-\mu}{\sigma}$$

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Limites Naturais, de Especificação e de Controle

Exemplo (continuação)

d) A porcentagem de itens fora de especificação (PFE):



Exemplo (continuação)

d) A porcentagem de itens fora de especificação (PFE):

$$PFE = \Pr[Z < Z_{LIE}] + \Pr[Z > Z_{LSE}]$$

$$PFE = \Pr[Z < -3{,}27] + \Pr[Z > 3{,}40]$$

$$PFE = 0{,}00054 + 0{,}00034 = 0{,}00088 = 0{,}09\%$$

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Capacidade do Processo

ALARMES *VERSUS* ITENS NÃO-CONFORMES

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

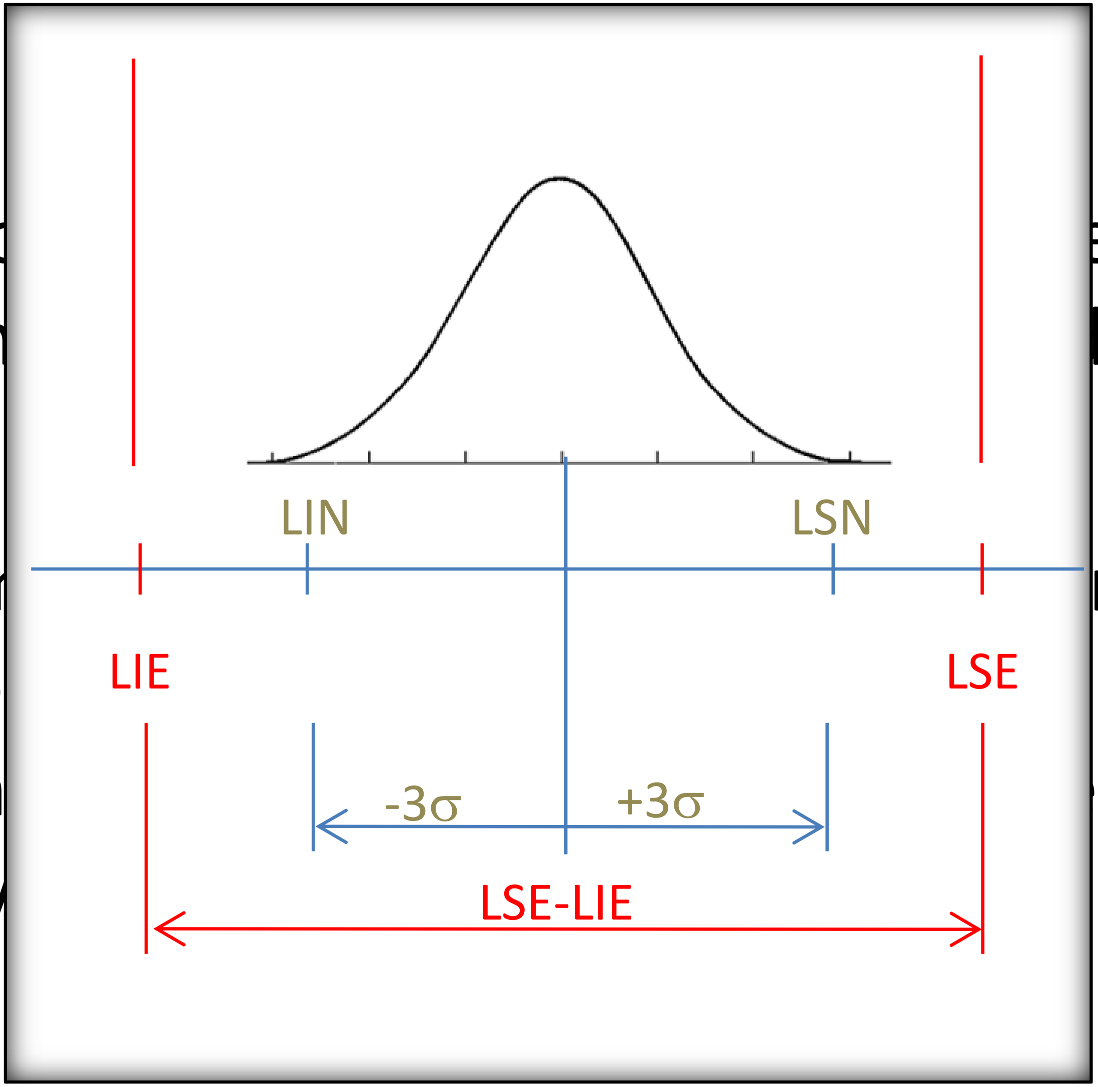
- É comum associar a existência de um valor de $\bar{X}$ fora dos limites de controle à produção de itens fora das especificações.

- Entretanto, uma coisa não necessariamente implica a outra (mesmo supondo que não se trate de alarme falso), em especial quando os limites de especificação estão bastante distantes do valor-alvo.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

- É comum asso e $\bar{X}$ fora dos limites de con las especificações.



- Entretanto, ur mplica a outra (mesmo supo falso), em especial quan estão bastante distantes do v

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

- Mesmo assim, é salutar intervir no processo e eliminar a causa especial responsável pelo desajuste da média; caso contrário, o processo estará mais vulnerável, pois, como sua capacidade já está reduzida, a ocorrência de novas causas especiais, poderá levar mais facilmente ao surgimento de unidades não-conformes.

- Do ponto de vista prático, essa situação é bastante confortável, pois, bem antes de o processo vir a produzir itens fora de especificações, o gráfico de controle sinaliza tal fato.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

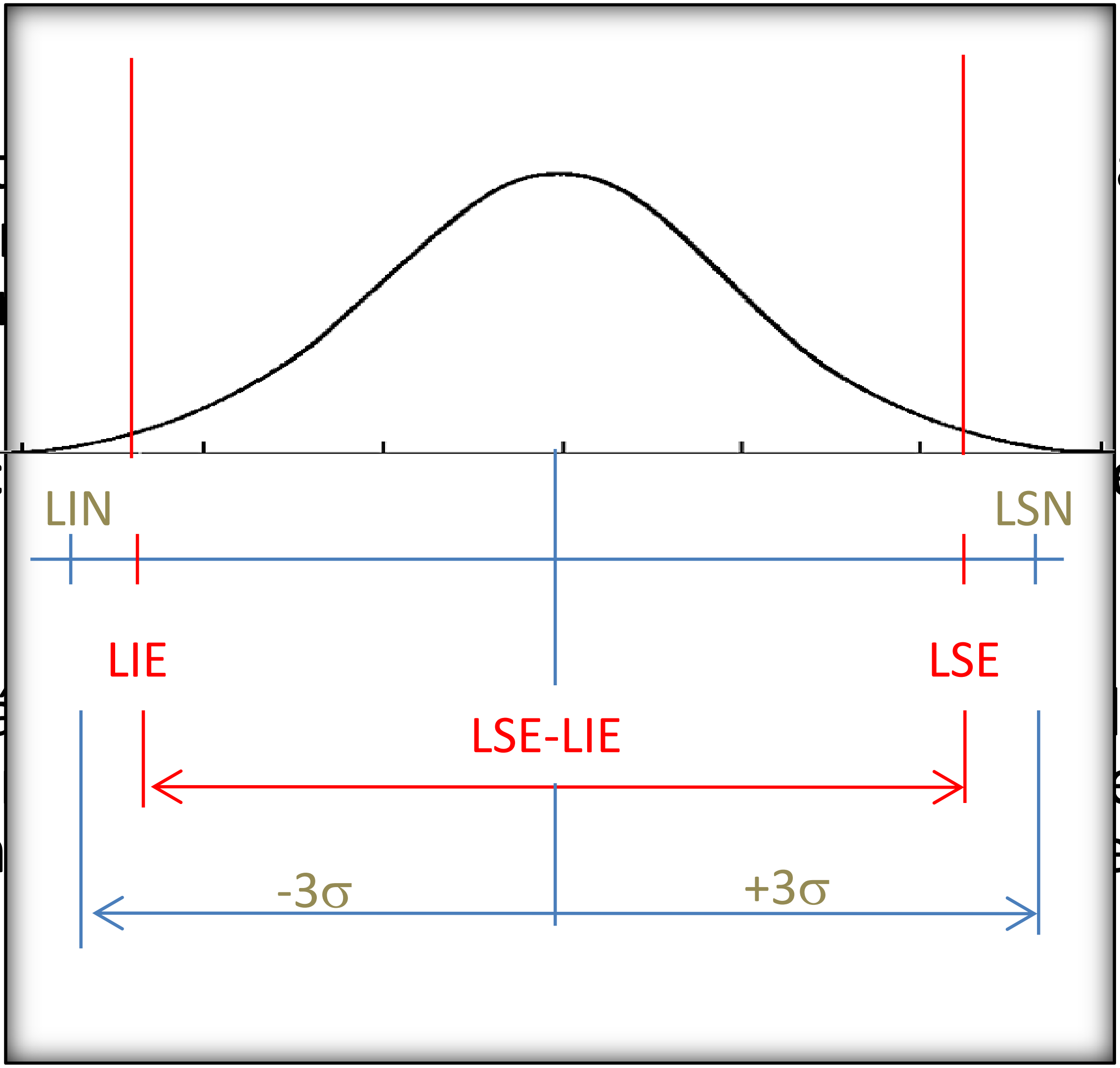
Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

- Nem todas as situações, porém, são como essa; há situações em que, mesmo com o processo em controle, certa quantidade de itens produzidos acabará não atendendo às especificações.
- Dizemos nesse caso que o processo é incapaz de atender às especificações, mesmo estando em controle.
- Nesse novo cenário, o gráfico de controle torna-se ainda mais importante, pois um deslocamento da média do processo com certeza levará a um aumento da quantidade de itens produzidos que não atenderão às especificações.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

- Nem todas as sit ações em que, mesmo com o p de itens produzidos acabará não ate
- Dizemos nesse c er às especificações, mesmo estando
- Nesse novo cená la mais importante, pois um desloca eza levará a um amento da quan enderão às especificações.



Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

- Uma das vantagens dos gráficos de controle sobre a inspeção *a posteriori* de lotes de produção é fornecer sinais que permitem intervir no processo antes que esse comece a produzir itens fora das especificações, ou, na pior das hipóteses, fornecer sinais que permitem intervir no processo logo que este saia de controle e passe a produzir mais itens fora das especificações do que o normal.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

Regras Sensibilizantes p/ Gráficos de Controle

- Para se determinar se o processo está sob controle, vários critérios podem ser aplicados simultaneamente a um gráfico de controle.

- O critério básico é a identificação se <u>um</u> ou <u>mais</u> pontos estão fora dos limites de controle.

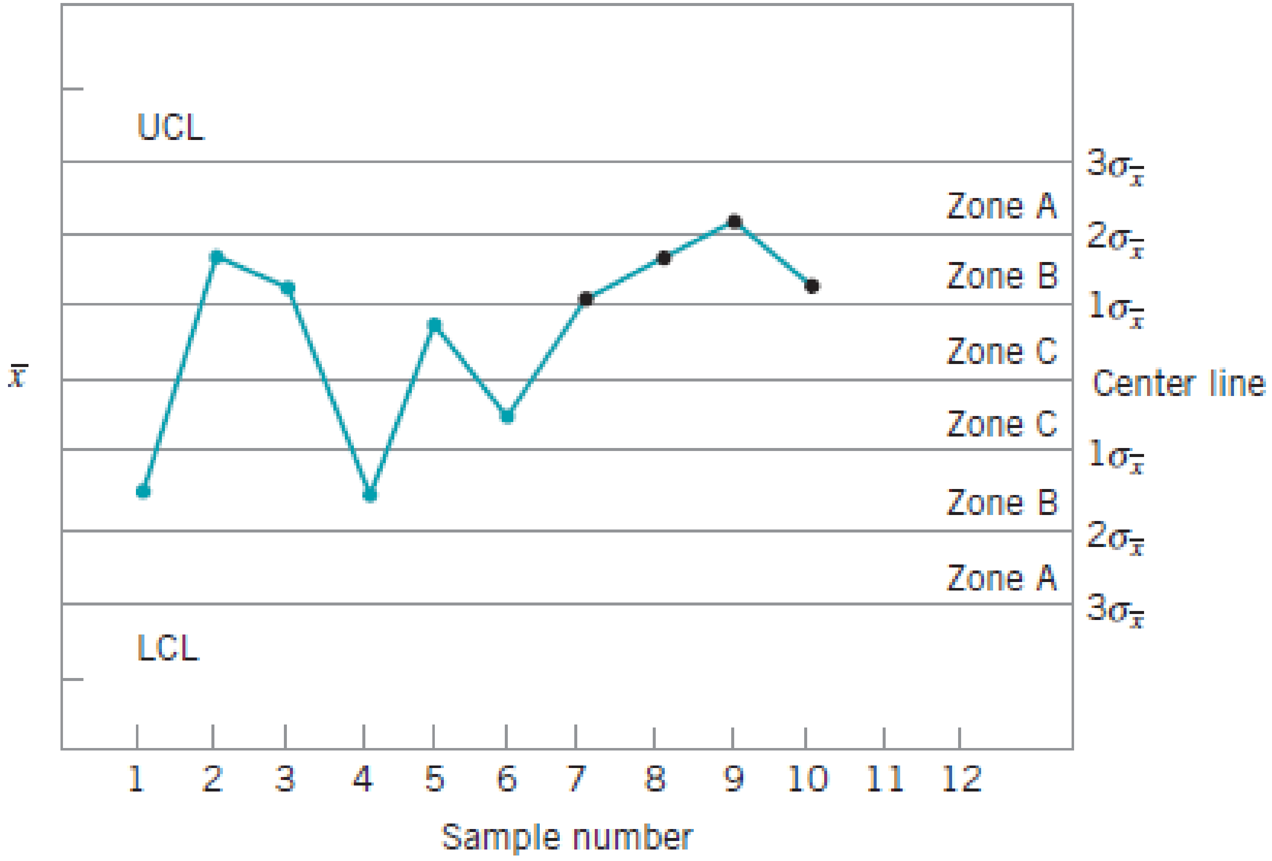
- Critérios suplementares podem ser usados para aumentar a *sensibilidade* dos gráficos de controle a uma pequena mudança no processo, de modo a responder mais rapidamente a uma causa atribuível.

Fonte: Montgomery. (2004). Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade, p. 108

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

Regras Sensibilizantes p/ Gráficos de Controle (cont.)

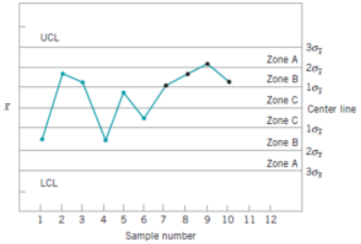
- Para se dete[...] critérios podem ser aplicados[...]
- O critério bá[...] ão fora dos limites de co[...]
- Critérios sup[...] a *sensibilidade* dos gráficos [...] sso, de modo a responder m[...]



Fonte: Montgomery. (2004). Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade, p. 108

Alarmes *versus* Itens Não-Conformes

Regras Sensibilizantes para os Gráficos de Controle (cont.)



Sinal de Ação Padrão
1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle.
2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois-sigma.
3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites um-sigma.
4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central.
5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente.
6. Quinze pontos em uma sequência na zona C (tanto acima como abaixo da linha central).
7. Quatorze pontos em uma sequência alternadamente para cima e para baixo.
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central com nenhum na zona C.
9. Um padrão não-usual ou não-aleatório nos dados.
10. Um ou mais pontos perto do limite de alerta ou de controle.

Fonte: Montgomery. (2004). Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade, p. 108

Capacidade do Processo

ÍNDICES DE CAPACIDADE DO PROCESSO

Índices de Capacidade do Processo

- Os *Índices de Capacidade de Processo* (ICPs) são parâmetros adimensionais que indiretamente medem o quanto o processo consegue atender às especificações.

- Contudo, para grande parte dos índices, quanto maior o seu valor, melhor o processo consegue atender às especificações.

- Existem vários índices de capacidade do processo. Dentre eles, os índices *Cp*, *Cpk* e *Cpm* são os mais usuais.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- Como regra geral, quanto maior for o valor do ICP, melhor o processo estará atendendo às especificações.

- Deve-se porém ter cuidado ao comparar valores de índices distintos.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- Considere a seguinte situação:

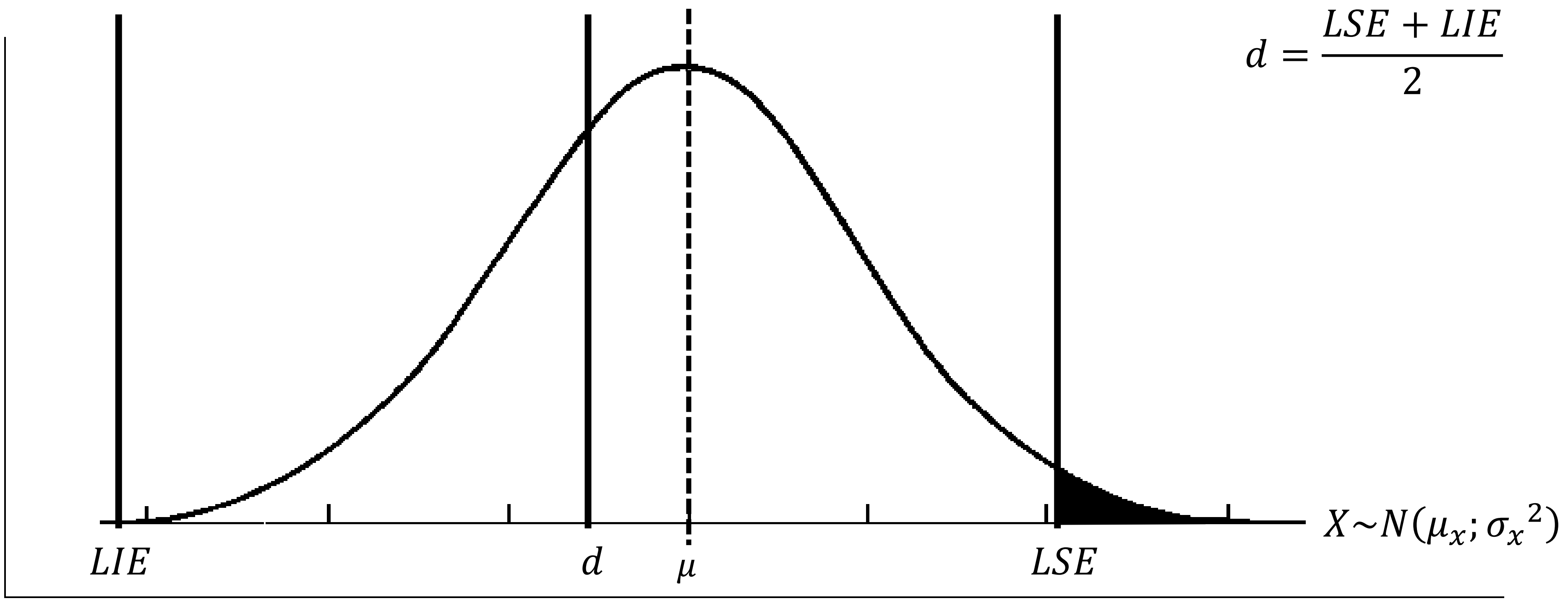


Figura: Limites de Especificação e Distribuição de *X*.

Índices de Capacidade do Processo

Índice *Cp*

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6 \times \sigma}$$

- O índice *Cp* é <u>insensível</u> a mudanças na média do processo.
- Portanto só deve ser utilizado quando a média do processo permanece centrada em *d* (ponto médio entre as especificações superior e inferior).

Índice *Cpk*

$$C_{pk} = Min\left\{\frac{LSE - \mu}{3 \times \sigma}, \frac{\mu - LIE}{3 \times \sigma}\right\}$$

- Se a média do processo não pertencer ao intervalo das especificações, o índice *Cpk* assumirá valores negativos.

Índices de Capacidade do Processo

- Até aqui, consideramos que a característica de qualidade deva estar entre um limite inferior e um limite superior de especificação (caso de especificação *bilateral*).

- Porém, algumas características de qualidade possuem apenas um limite de especificação, inferior ou superior (especificação *unilateral*).

- Nesse caso, obviamente os índices *Cp* e *Cpm* não se aplicam, e o índice *Cpk* é calculado com o limite existente, LSE ou LIE.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- A relação entre ICP (Índice de Capacidade do Processo) e PFE (Porcentagens de itens fora de especificação) depende da distribuição da característica de qualidade *X*.

- Se *X* tem distribuição normal $\mu = d$, então um valor $C_p = C_{pk} = 1{,}00$ corresponde a $z = 3{,}00$
  - nesse caso, em que o processo está centrado no ponto médio do intervalo de especificação e,
  - portanto, $LSE - \mu = \mu - LIE$,
  - temos $z = {}^{(LSE-\mu)}/_{\sigma} = {}^{(\mu - LIE)}/_{\sigma}$ e,
  - como $C_{pk} = {}^{(LSE-\mu)}/_{3\times\sigma}$ → $z = 3 \times C_{pk}$.

onde $Z = \frac{LSE-\mu}{\sigma}$; $Z = \frac{LIE-\mu}{\sigma}$

... lembrando que:

$$C_{pk} = Min\left\{\frac{LSE - \mu}{3 \times \sigma}, \frac{\mu - LIE}{3 \times \sigma}\right\}$$

Índices de Capacidade do Processo

- Da Tabela de Distribuição Normal Padrão Acumulada (*Z*), temos que 2.700 itens por milhão (2.700 ppm) estarão fora das especificações.

- Assim, um processo com $Cpk \geq 1{,}00$ é um processo razoavelmente capaz.

- Não devemos, contudo, esquecer que os processos estão sempre sujeitos a ocorrências de causas especiais.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- A relação entre ICP (Índice de Capacidade do Processo) e PFE (Porcentagens de itens fora de especificação) depende da distribuição da característica de qualidade *X*.

- Se *X* tem distribuição normal $\mu = d$, então um valor $C_p = C_{pk} = 1{,}33$ corresponde a $z = 3{,}99$
  - nesse caso, em que o processo está centrado no ponto médio do intervalo de especificação e,
  - portanto, $LSE - \mu = \mu - LIE$,
  - temos $z = {}^{(LSE-\mu)}/_{\sigma} = {}^{(\mu-LIE)}/_{\sigma}$ e,
  - como $C_{pk} = {}^{(LSE-\mu)}/_{3\times\sigma}$ → $z = 3 \times C_{pk}$.

... lembrando que:

$$C_{pk} = Min\left\{\frac{LSE-\mu}{3\times\sigma}, \frac{\mu-LIE}{3\times\sigma}\right\}$$

Índices de Capacidade do Processo

- Da Tabela de Distribuição Normal Padrão Acumulada (*Z*), temos que apenas 60 itens por milhão (60 ppm) estarão fora das especificações.
- Assim, um processo com $Cpk \geq 1{,}33$ é um processo <u>altamente</u> capaz.
- Não devemos, contudo, esquecer que os processos estão sempre sujeitos a ocorrências de causas especiais.
- Por exemplo, uma causa especial que desloque a média do processo, μ, de 2 desvios-padrão reduzirá o *Cpk* para 0,667.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- A tabela a seguir classifica os processos de acordo com o valor do Cpk (que, no caso de processos com especificação bilateral centrados, coincide com o valor de Cp).

Classificação	Valores de Cpk	Itens fora das especificações (ppm*)	
		Especificação bilateral e processo centrado (ICP apropriado: Cp = Cpk)	Processo não centrado e/ou especificação unilateral (ICP apropriado: Cpk)
Capaz	$\geq 1{,}33$	70 (p/ z=4,0 63,6 ppm)	35
Razoavelmente Capaz	$1 \leq \text{Cpk} < 1{,}33$	Entre 70 e 2700	Entre 35 e 1350
Incapaz	< 1	Mais de 2700	Mais de 1350

*ppm = partes por milhão

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- Um processo razoavelmente capaz e sujeito a frequentes ocorrências de causas especiais deve ser rigidamente controlado, pois, nesse caso, a ocorrência de uma causa especial sempre leva à produção de um grande número de itens que não atendem às especificações.

- Um processo incapaz produz uma porcentagem razoável de itens fora das especificações, mesmo com o processo em controle. A ocorrência de uma causa especial nesse caso é dramática.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

Índices de Capacidade do Processo

- Um processo pode estar em controle e ser pouco capaz; ou pode estar fora de controle e ainda assim ser capaz; de modo que não há relação direta e obrigatória entre estabilidade e capacidade, no sentido de que uma implique a outra e vice-versa, embora seja verdade que a causa especial sempre piora (reduz) a capacidade do processo.

- Essa é uma das razões pelas quais é desejável que o processo seja muito capaz: o aparente "excesso" de capacidade funciona como uma margem de segurança, como "folga", para o caso da ocorrência de causas especiais, principalmente se elas demoram a ser detectadas, isto é, quando o poder do gráfico de controle não é alto.

Índices de Capacidade do Processo

- Alternativamente, podemos dizer o seguinte: essa “folga” permite reduzir o custo com amostragem, através da retirada menos freqüente de amostras e/ou da tomada de amostras menores, pois conviver com causa especial por algum tempo não será crítico (tanto a redução da freqüência de amostragem quanto a redução do tamanho das amostras levam a um aumento do TES: o tempo médio entre a ocorrência da causa especial e sua detecção pelo gráfico de controle).

- A idéia inicial da filosofia “Seis Sigma” é justamente ter uma “folga de capacidade” muito grande, correspondente a Cp = 2 (o que significa ter a distância da média do processo a cada limite de especificação igual a 6σ: LSE – μ = μ – LIE = 6σ).

Índices de Capacidade do Processo

- Inclusive não se deve esquecer que, em geral, o processo está sujeito à ocorrência de mais de uma causa especial.
- Eventualmente, o surgimento de uma causa especial pode afetar a média e/ou variância do processo sem que esse deixe de ser capaz.
- Contudo, o surgimento de uma nova causa especial, que individualmente não tornaria o processo incapaz, em combinação com a causa especial já existente, pode torná-lo incapaz, especialmente se sua “folga” de capacidade não for suficientemente grande.

Fonte: Costa et al. (2004). Controle Estatístico da Qualidade, p. 116-138

BIBLIOGRAFIA

Bibliografia

- Costa, A. F. B.; Epprecht, E. K.; Carpinetti, L. C. R. (2005). Controle Estatístico de Qualidade. Editora Atlas, 2ª edição. 336p.
  - Capítulo 04 – Capacidade do Processo

- Carpinetti, L. C. R. (2003). *Controle da Qualidade de Processo*. Serviço Gráfico – EESC/USP, São Carlos, Agosto de 2003.
  - Capítulo 07 – Avaliação da Capabilidade de Processos