Tópico – Fundamentos de Controle Estatístico de Processos

Disciplina: SEP-280

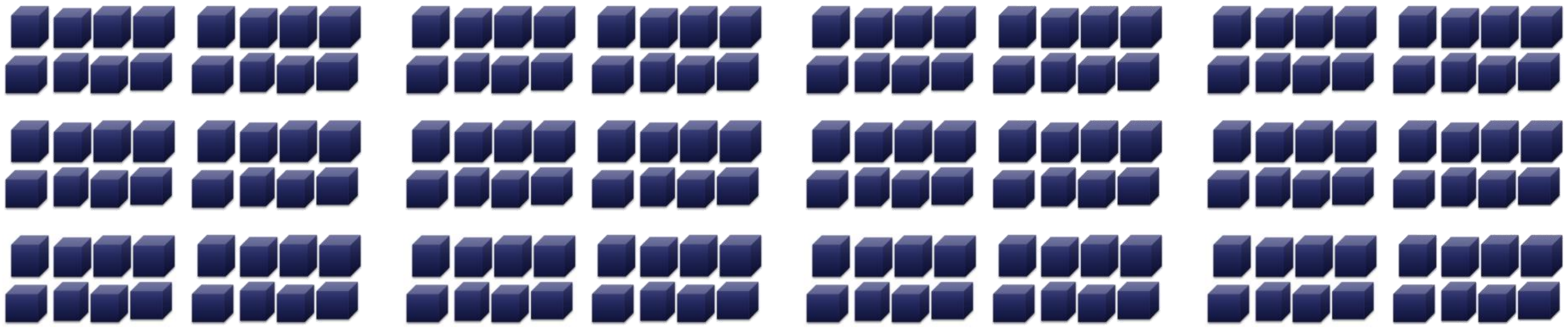
Controle da Qualidade de Processos de Fabricação

Research Group Leaders:
Luiz C. R. Carpinetti, Associate Professor
Mateus C. Gerolamo, Assistant Professor

Fundamentos de Controle Estatístico de Processos

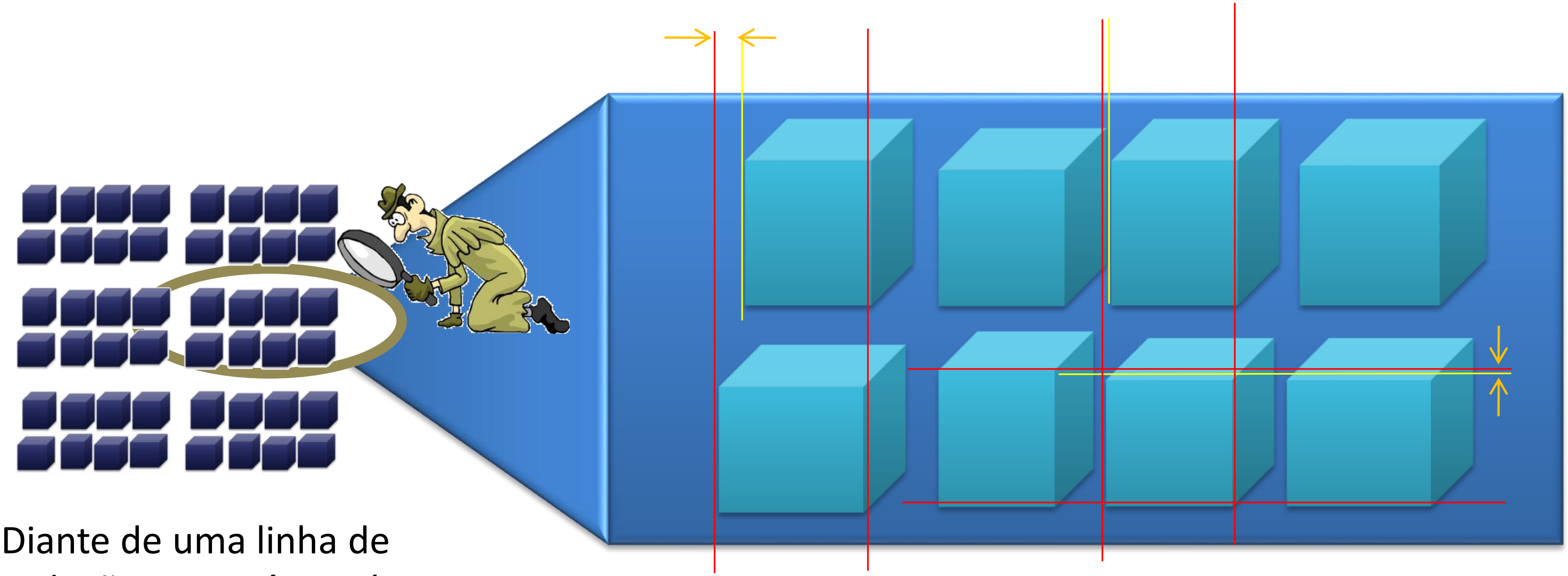
CAUSAS DE VARIABILIDADE DE PROCESSOS

Causas de Variabilidade de Processos



Diante de uma linha de produção, a aparência é a de que todas as unidades produzidas são iguais.

Causas de Variabilidade de Processos



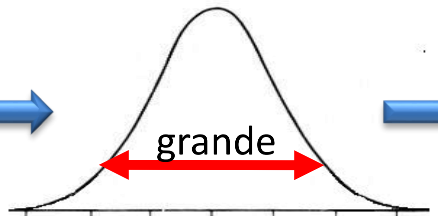
Diante de uma linha de produção, a aparência é a de que todas as unidades produzidas são iguais.

Entretanto, olhando com um pouco mais de cuidado, descobrimos que há diferenças entre as unidades.

Causas de Variabilidade de Processos

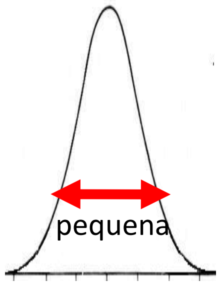
- A expressão **variabilidade do processo** tem a ver com as diferenças entre as unidades produzidas.

Se a variabilidade do Processo



Diferenças entre as unidades produzidas são <u>fáceis</u> de enxergar

Se a variabilidade do Processo



Diferenças entre as unidades produzidas são <u>difíceis</u> de enxergar

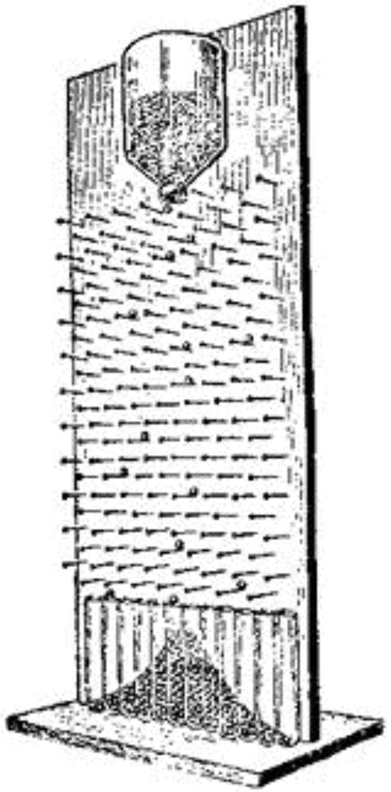
Causas de Variabilidade de Processos

- Segundo **Shewhart**, todo e qualquer processo, por mais bem projetado e por mais bem controlado que seja, possui em sua variabilidade um componente impossível de ser eliminado.

Variabilidade Natural do Processo

↑

Causas Aleatórias



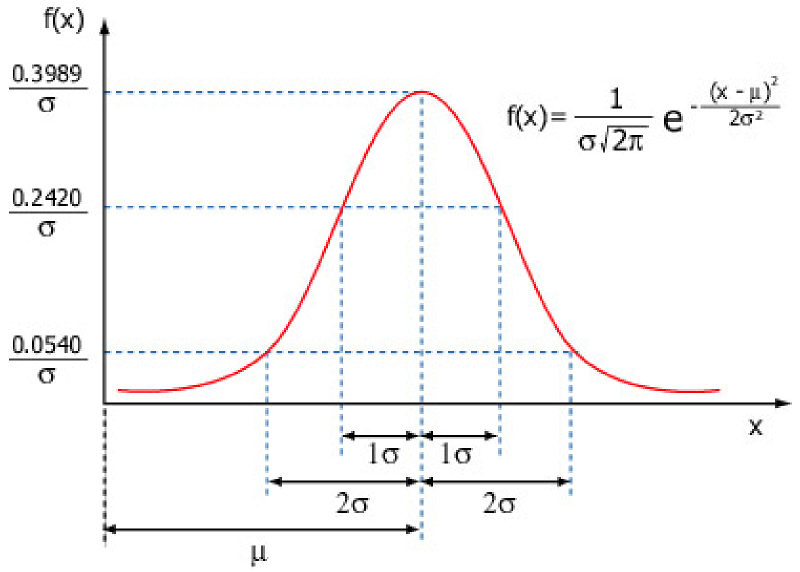
Veja também:
* https://www.youtube.com/watch?v=1DTRzPRfu6s
* https://www.youtube.com/watch?v=tRi7VpIeBGQ /
* https://www.youtube.com/watch?v=AUSKTk9ENzg

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Causas de Variabilidade de Processos

- Quando o processo apresenta apenas a variabilidade natural, devido às causas aleatórias, diz-se que ele está no **estado de controle estatístico**, ou simplesmente **em controle**.

- Se um processo está sujeito somente às suas causas aleatórias, a medida de sua característica *x* apresenta variabilidade que pode ser representada por uma distribuição de probabilidades (usualmente normal ou bem aproximada por uma distribuição normal).



Causas de Variabilidade de Processos

- Quando há a presença <u>apenas</u> de:

$$\underbrace{\text{Causas Naturais}}$$

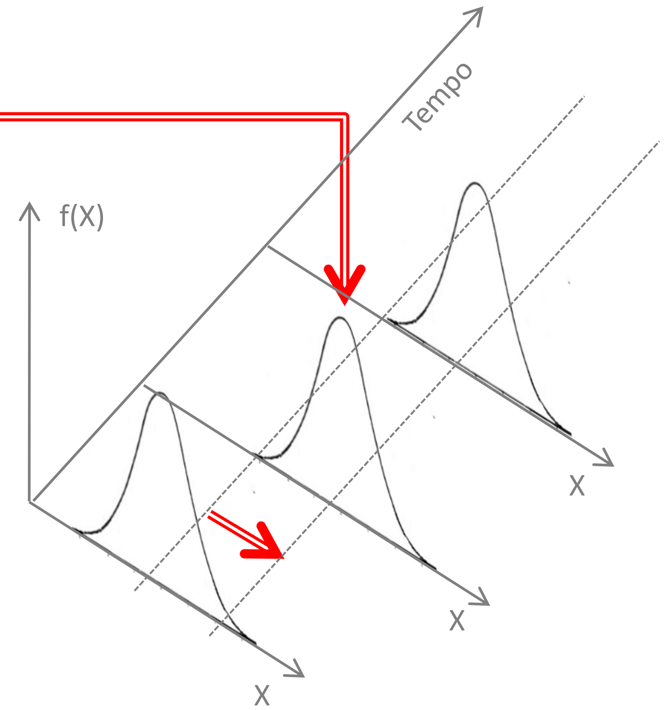
PROCESSO EM CONTROLE

Causas de Variabilidade de Processos

- Nenhum processo deixa de estar sujeito à ocorrência ocasional de perturbações maiores, que têm o efeito de deslocar a distribuição da variável aleatória ***x*** (tirando sua média do valor-alvo) e/ou aumentar sua dispersão.

Causas Especiais

Uma causa especial é um problema ou modo de operação anormal do processo, que pode ser corrigido ou eliminado. Por exemplo: um ajuste incorreto ou o desajuste de uma máquina, o rompimento de um tubo, ou um lote de matéria-prima com defeitos.



Causas de Variabilidade de Processos

- Quando há a presença de:

Causas Naturais + Causas Especiais

PROCESSO FORA DE CONTROLE

Fundamentos de Controle Estatístico de Processos

MONITORAMENTO DOS PROCESSOS POR GRÁFICOS DE CONTROLE

Monitoramento por Gráficos de Controle

- Os processos devem ser permanentemente monitorados, para detectar a presença de causas especiais.

- Detectada essa presença, deve-se proceder a uma investigação para identificar a(s) causa(s) especial(is) e intervir para eliminá-la(s).

- A principal ferramenta utilizada para monitorar os processos e sinalizar a presença de causas especiais são os **gráficos de controle**.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Monitoramento por Gráficos de Controle

- Os gráficos de controle $\bar{X}$ e R, também conhecidos como gráficos de **média** e **amplitude**, servem para monitorar processos cuja característica de qualidade de interesse X é uma grandeza mensurável.

- O monitoramento é realizado através da análise periódica de amostras:
  - A cada intervalo de tempo **h** retira-se uma amostra de **n** itens para análise.
  - Para cada amostra, é calculada a média $\bar{X}$ dos valores medidos e a amplitude amostral R (diferença entre o maior e o menor valores da amostra).
  - Os valores $\bar{X}$ e R das diversas amostras são marcados, respectivamente, nos gráficos da média e da amplitude.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Monitoramento por Gráficos de Controle

Amostra (i)	**Elemento (j) da amostra (i)**						**Média**	**Amplitude**
	Xi1	*Xi2*	*Xi3*	*Xi4*	...	*Xin*	$\bar{X}i$	*Ri*
1								
2								
3								
4								
5								
6								
...								
m								

Os valores coletados das ***m*** amostras de tamanho **n** podem ser registrados em uma tabela como a exemplificada acima.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Estimação Pontual de Parâmetros de Processos

REVISÃO

- Lembre-se de que, se o tamanho *n* da amostra é relativamente pequeno, o método amplitude funciona bastante bem.

- A eficiência relativa do método da amplitude comparada com *S* é exibida na Tabela a seguir para diferentes tamanhos de amostra:

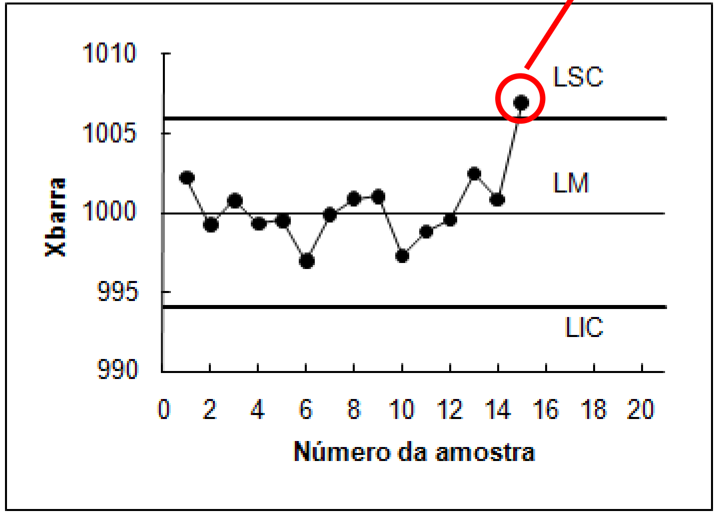
Tamanho da Amostra *n*	Eficiência Relativa
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

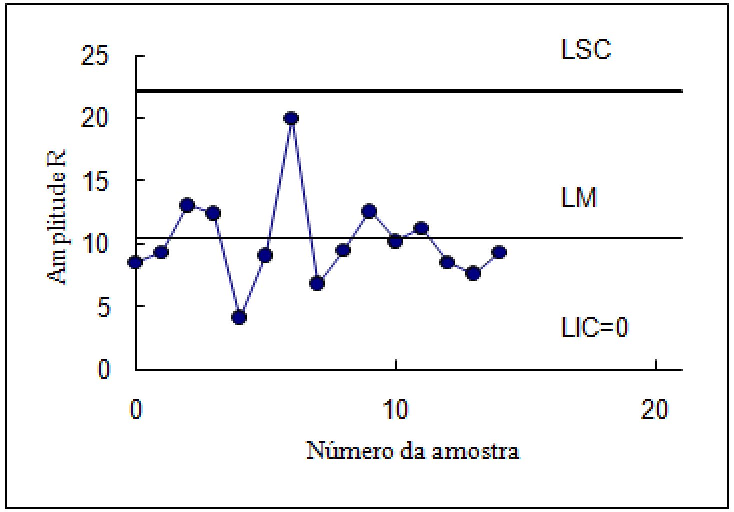
Monitoramento por Gráficos de Controle

Gráfico de Controle de média $\bar{X}$

Ação Corretiva Necessária

Gráfico de Controle de amplitude R





LSC = Limite Superior de Controle

LM = Linha Média

LIC = Limite Inferior de Controle

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Fundamentos de Controle Estatístico de Processos

CONDIÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E USO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Construção e Uso dos Gráficos de Controle

- Os limites dos gráficos de controle são determinados com base na média e no desvio-padrão da distribuição da variável *X* quando o processo está isento de causas especiais.

- A média deve sempre coincidir com o valor-alvo especificado. Há situações em que esse valor não é definido de antemão.

- Assim, **para construir gráficos de controle**, **precisamos estimar o desvio-padrão do processo** e, dependendo do caso, simplesmente **estimar a média do processo**, ou avaliar se a estimativa da média está suficientemente próxima do valor-alvo pré-especificado.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Construção e Uso dos Gráficos de Controle

- Esses parâmetros devem ser estimados com base nos valores da característica de interesse obtidos de unidades produzidas durante o período em que, sabidamente, o processo permaneceu isento de causas especiais, pois, em geral, as causas especiais aumentam sua dispersão e/ou tiram sua média do valor-alvo ou do valor de controle.

- Isso faz com que, em geral, seja preciso intervir nos processos antes mesmo de construir os gráficos de controle, pois, na maioria das vezes, os processos estão sob a influência de inúmeras causas especiais, muitas delas desconhecidas.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Fundamentos de Controle Estatístico de Processos

ELIMINAÇÃO DAS CAUSAS ESPECIAIS E ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO PROCESSO

Etapa Inicial: Conhecendo, Estabilizando e Ajustando o Processo

- Só é possível monitorar um processo após conhecê-lo bem.
- A etapa inicial, que antecede a própria construção e utilização dos gráficos de controle, é de aprendizagem.
- Nela procuram-se conhecer os fatores que afetam a característica de qualidade ***X***.
- Essa etapa, ainda que geralmente árdua, é a mais importante de todas, pois é quando efetivamente se promovem grandes melhorias de qualidade.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Etapa Inicial: Conhecendo, Estabilizando e Ajustando o Processo

- Se o processo estiver fora de controle, as observações extraídas durante esse período de instabilidade não são apropriadas para a construção dos gráficos de controle, pois sua linha média e limites de controle calculados com base nas estimativas da média e do desvio-padrão obtidas dessas observações teriam valores diferentes dos ideais, ou seja, aqueles que seriam obtidos a partir de um processo em controle.

- Assim, antes de construir os gráficos, é preciso identificar e eliminar as causas especiais que estão fazendo o processo sair do estado de controle estatístico.

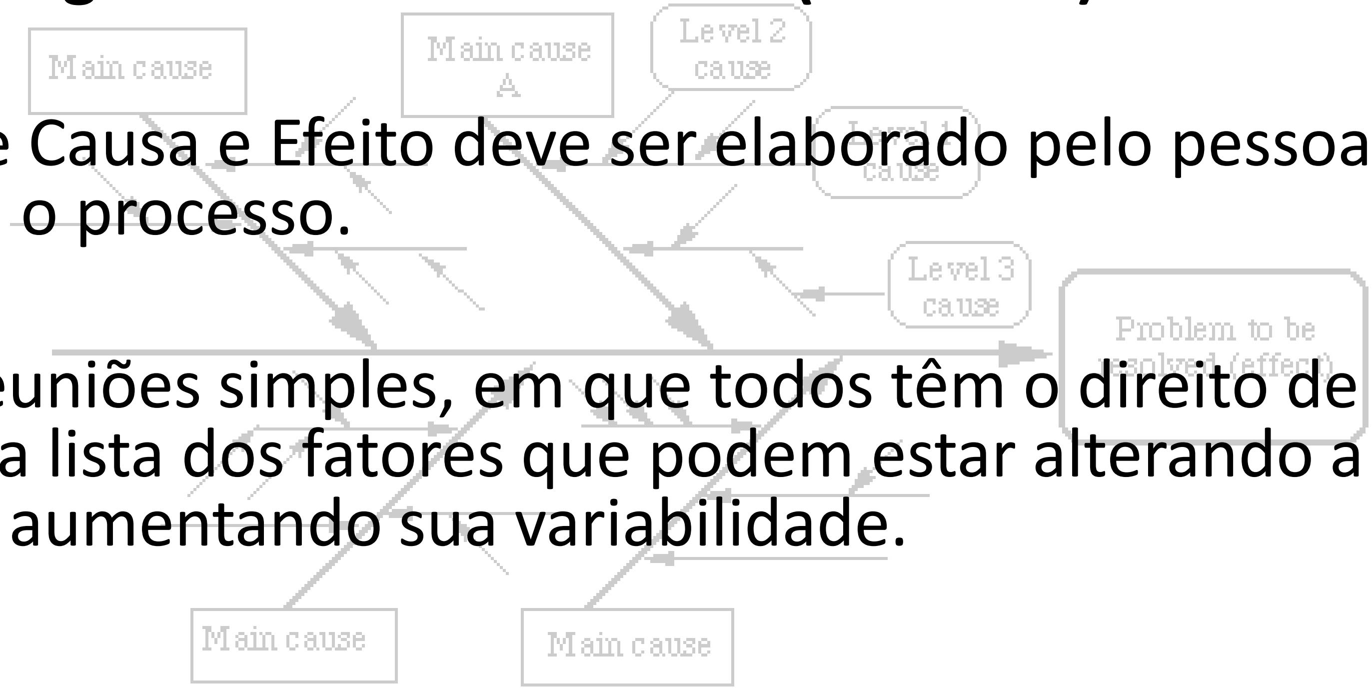
Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Etapa Inicial: Conhecendo, Estabilizando e Ajustando o Processo

- Uma ferramenta que pode ser utilizada para a identificação das causas especiais é o **Diagrama de Causa e Efeito (Ishikawa)**.

- O Diagrama de Causa e Efeito deve ser elaborado pelo pessoal diretamente envolvido com o processo.

- Por meio de reuniões simples, em que todos têm o direito de opinar, elabora-se uma lista dos fatores que podem estar alterando a média do processo e/ou aumentando sua variabilidade.



Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

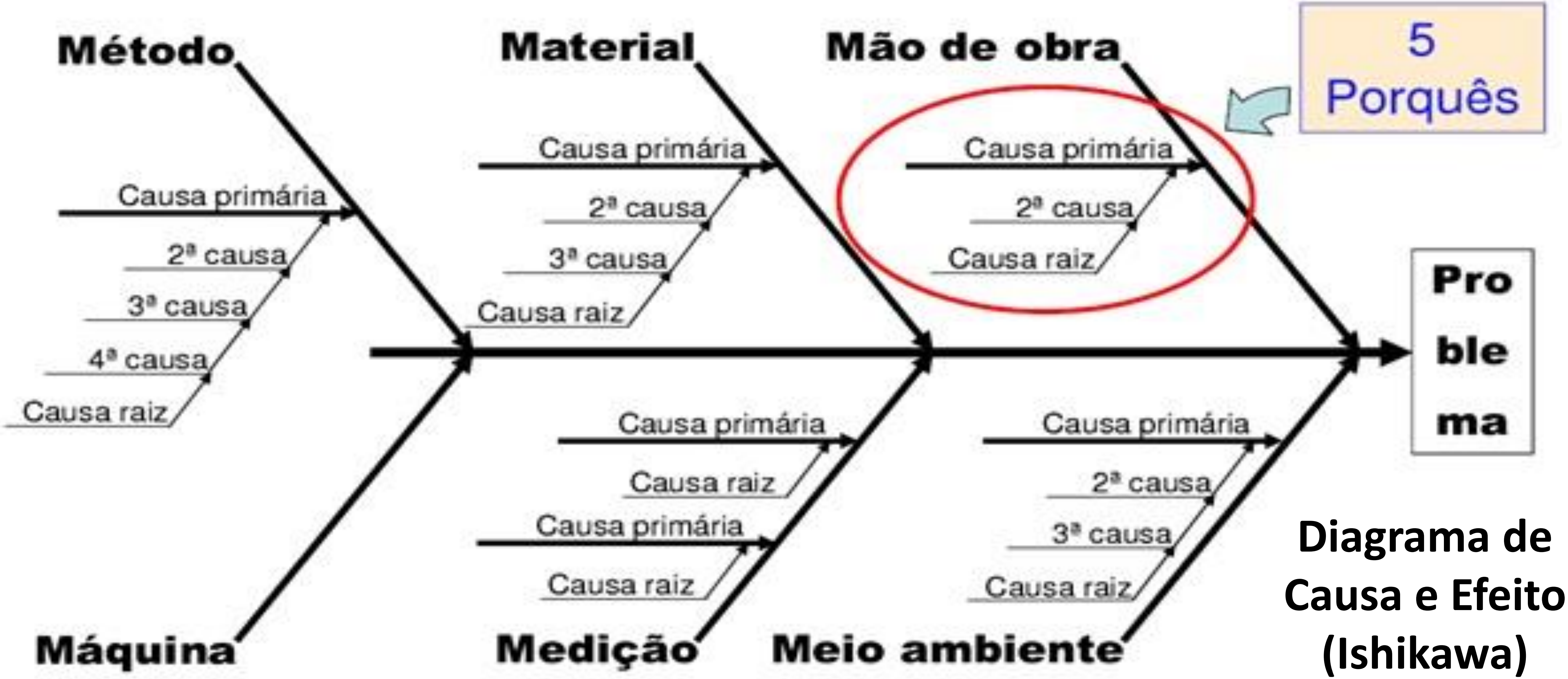


Diagrama de Causa e Efeito (Ishikawa)

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Etapa Inicial: Conhecendo, Estabilizando e Ajustando o Processo

- Uma ferramenta que pode ser utilizada para a identificação das causas especiais é o **Diagrama de Causa e Efeito (Ishikawa)**.
- O Diagrama de Causa e Efeito deve ser elaborado pelo pessoal diretamente envolvido com o processo.
- Por meio de reuniões simples, em que todos têm o direito de opinar, elabora-se uma lista dos fatores que podem estar alterando a média do processo e/ou aumentando sua variabilidade.

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Etapa Inicial: Conhecendo, Estabilizando e Ajustando o Processo

- Uma vez diagnosticadas as causas especiais, o próximo passo consiste em eliminá-las.
- Medidas corretivas e preventivas podem ser adotadas com esse intuito.
- Com a eliminação das causas especiais, os valores de X passam a distribuir-se de maneira totalmente aleatória em torno do valor-alvo, caracterizando um processo ajustado e estável.
- Na verdade, o que estamos conseguindo nessa etapa inicial é uma melhoria da qualidade do processo.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Subgrupos Racionais

- Vencida a etapa inicial, pode-se dizer que o mais importante já foi alcançado:
  - um processo estável e ajustado (ou em controle).
- Agora, pode-se construir os gráficos de controle para monitorar o processo.
- A função primeira dos gráficos de controle é a de sinalizar a presença de causas especiais que venham a ocorrer.

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Subgrupos Racionais

- O usual é monitorar o processo por meio de dois gráficos de controle, o da média $\bar{X}$ e o da amplitude R.

- Para construir esses gráficos, precisamos conhecer bem a **variável aleatória *X***, ou seja, a forma de sua distribuição, sua média μ e deu desvio-padrão σ.

- Como μ e σ (ou seja, a média e o desvio-padrão da variável ***X***, normalmente chamados de média e desvio-padrão do processo), são desconhecidos, precisamos estimá-los.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Subgrupos Racionais

- Se pudéssemos sempre ter certeza absoluta de que o processo permaneceu em controle durante todo o intervalo de tempo em que foram retiradas as amostras, bastaria adotar $\bar{\boldsymbol{X}}$ (média aritmética de todos os valores de **X** coletados) como estimativa de μ, e S^2 como estimativa da variância σ^2, onde S^2 é dado por:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi - \bar{X})^2}{(n-1)}$$

Subgrupos Racionais

- Na prática, contudo, nunca se sabe se durante a produção dos itens dos quais se obtiveram os valores da característica de qualidade X o processo realmente permaneceu isento de causas especiais.

- Para lidar com essa questão, foi desenvolvido o conceito de **Subgrupos Racionais**, que preconiza a retirada de pequenas amostras a intervalos de tempos regulares.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Subgrupos Racionais

- Cada amostra ou **subgrupo racional** é constituído de unidades produzidas quase num mesmo instante; caso ocorra perturbação no processo em consequência de alguma causa especial (uma alteração na média, por exemplo), dificilmente ela ocorrerá durante a formação do subgrupo.

- Desse modo, minimiza-se a probabilidade de que uma amostra seja formada por elementos de diferentes populações.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Estimando a Variabilidade do Processo

- Existem várias maneiras de estimar σ, o desvio-padrão do processo:

- Considere:
  - S = estimativa do desvio-padrão
  - X_{ij} = j-ésimo elemento do i-ésimo subgrupo
  - n = tamanho dos subgrupos
  - m = número de subgrupos
  - $\bar{\bar{X}}$ = média das médias dos subgrupos

Amostra (i)	Elemento (j) da amostra (i)						Média	Amplitude
	Xi1	*Xi2*	*Xi3*	*Xi4*	...	*Xin*	$\bar{X}i$	*Ri*
1								
2								
3								
4								
5								
6								
...								
m								

Constantes d2, d3, e c4

Considere também:

n	d2	d3	c4
2	1,128	0,853	0,798
3	1,693	0,888	0,886
4	2,059	0,880	0,921
5	2,326	0,864	0,940
6	2,534	0,848	0,952
7	2,704	0,833	0,959
8	2,847	0,820	0,965
9	2,970	0,808	0,969
10	3,078	0,797	0,973
11	3,173	0,787	0,975
12	3,258	0,778	0,978
13	3,336	0,770	0,979
14	3,407	0,763	0,981
15	3,472	0,756	0,982

Fonte: Costa, et. Al. (2005), pag. 288

c_4 = constante (em função do nr. de parcelas do somatório, ver pag. 288 do livro Costa et al.)

d_2 = constante (tabelado em função do tamanho *n* da amostra/subgrupo, ver pag. 288 do livro Costa et al.)

Estimando a Variabilidade do Processo

Subgrupo(i)	Elemento (j) do subgrupo (i)						Média	Amplitude	Desvio-Padrão
	Xi1	*Xi2*	*Xi3*	*Xi4*	...	*Xin*	$\bar{X}i$	*Ri*	*Si*
1									
2									
3									
4									
5									
6									
...									
m									

Os valores coletados dos ***m*** subgrupos (i) de tamanho ***n*** (j) podem ser registrados em uma tabela como a exemplificada acima.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Estimação Pontual de Parâmetros de Processos

REVISÃO

- Na Estatística, sabe-se que o desvio-padrão amostral *S* não é um estimador pontual não-viesado do desvio-padrão populacional σ.

- Na prática do controle de qualidade, pode-se obter uma estimativa não-viesada para o desvio-padrão através de:

$$\hat{\sigma} = \frac{S}{c_4}$$

- A Tabela do Apêndice VI (livro Montgomery, 2004, pág. 489) apresenta valores para o fator c_4, para tamanho de amostras $2 \leq n \leq 25$.

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Estimando a Variabilidade do Processo

Tarefa: estude os estimadores de desvio-padrão:

- Estimador S_A
- Estimador S_B
- Estimador S_C
- Estimador S_D

A

$$S_A = \frac{1}{c_4}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(Xij - \bar{\bar{X}})^2}{(m*n-1)}}$$

B

$$S_B = \left[\frac{1}{c_4}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(\bar{X}i - \bar{\bar{X}})^2}{(m-1)}}\right]\sqrt{n}$$

C

$$S_C = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad \text{onde} \quad \bar{S} = \sum_{i=1}^{m} S_i / m \qquad S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \bar{X}i)^2}{(n-1)}}$$

D

$$S_D = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \text{onde} \quad \bar{R} = \sum_{i=1}^{m} R_i / m$$

Qual a diferença entre esses estimadores?
Em qual caso utilizar cada estimador?

(veja os slides a seguir)

Subgrupo(i)	Elemento (j) do subgrupo (i)						Média	Amplitude	Desvio-Padrão
	Xi1	*Xi2*	*Xi3*	*Xi4*	...	*Xin*	$\bar{X}i$	*Ri*	*Si*
1									
2									
3									
4									
5									
6									
...									
m									

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Estimando a Variabilidade do Processo

- Estimador S_A, dado por:

A

$$S_A = \frac{1}{c_4}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(Xij - \overline{\overline{X}})^2}{(m*n - 1)}}$$

O estimador **SA considera as *m* amostras de *n* unidades como uma única grande amostra, com *mn* unidades**.
O valor a ser empregado para c_4 é função do número de parcelas do somatório, ou seja, *mn*.

Estimando a Variabilidade do Processo

- Estimador S_B, baseado no desvio-padrão das médias dos subgrupos:

B

$$S_B = \left[\frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} (\overline{X}i - \overline{\overline{X}})^2}{(m-1)}} \right] \sqrt{n}$$

No estimador S_B, **as *m* parcelas do somatório são os quadrados das diferenças entre a média global, $\overline{\overline{X}}$, e as médias dos subgrupos, $\overline{X_i}$**. Portanto, a fórmula em colchetes nada mais é do que o clássico estimador de desvio-padrão $\sigma_{\bar{X}}$, dividido por c4 para correção de tendenciosidade. O fator c_4 é sempre função do número de parcelas do somatório, que nesse caso corresponde ao número *m* de observações da variável $\bar{X}$.

Estimando a Variabilidade do Processo

- Estimador S_C, baseado nos desvios-padrão amostrais S_i, dos m subgrupos:

C

$$S_C = \frac{\overline{S}}{c_4} \quad \text{onde} \quad \overline{S} = \sum_{i=1}^{m} S_i / m$$

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} (X_{ij} - \overline{X}i)^2}{(n-1)}}$$

O fator de correção c_4 é função do número de parcelas do somatório da equação de S_i , que corresponde ao tamanho *n* dos subgrupos.

Estimando a Variabilidade do Processo

- Estimador S_D, baseado na amplitude amostral *R*:

D

$$S_D = \frac{\overline{R}}{d_2} \quad \text{onde}$$

$$\overline{R} = \sum_{i=1}^{m} R_i / m$$

O valor de d_2 é tabelado em função do tamanho *n* da amostra (subgrupo).

Estimação Pontual de Parâmetros de Processos

REVISÃO

- ... a amplitude *R* é simplesmente a diferença entre o maior e o menor valor da amostra.
- Um estimador não-viesado do desvio-padrão σ de uma distribuição normal é:

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2}$$

- Valores para o fator d_2, para amostras de tamanho $2 \leq n \leq 25$ são dados na Tabela do Apêndice VI (livro Montgomery, 2004, pág. 489).

Estimando a Variabilidade do Processo

- Deslocamentos da média do processo, durante o período compreendido entre a retirada da *m*-ésima amostra, afetam drasticamente as estimativas S_A e S_B.

- Afetam S_A, porque ela é baseada na dispersão de todos os pontos; e afetam S_B mais drasticamente ainda porque ela é baseada justamente nas diferenças entre as médias amostrais.

- As estimativas S_C e S_D são mais confiáveis, pois, por serem baseadas apenas na dispersão dos valores dentro das amostras, são insensíveis a causas especiais que alteram a média do processo.

Eliminação das Causas Especiais e Estimação dos Parâmetros do Processo

Estimando a Variabilidade do Processo

- Para subgrupos grandes ($n \geq 10$), S_C é mais preciso do que S_D, pois usa todos os valores da amostra, enquanto que S_D usa apenas os dois valores extremos.

- Contudo, para subgrupos pequenos ($n<10$), S_D é praticamente tão preciso quanto S_C, com a vantagem da simplicidade de cálculo.

Tamanho da Amostra *n*	Eficiência Relativa
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

- Assim, S_D é geralmente adotado como estimativa do desvio-padrão do processo σ, por ser robusto a alterações na média do processo e por ser simples de calcular.

Fonte: Costa et al. (2004).Controle Estatístico da Qualidade, p. 22-43

Amostragem Estratificada

- Devemos conhecer sempre a origem dos nossos dados.
- Eles devem vir da mesma fonte.

BIBLIOGRAFIA

Bibliografia

- Costa, A. F. B.; Epprecht, E. K.; Carpinetti, L. C. R. (2005). Controle Estatístico de Qualidade. Editora Atlas, 2ª edição. 336p.
  - Capítulo 02 – Fundamentos do Controle Estatístico de Processos

- Carpinetti, L. C. R. (2003). *Controle da Qualidade de Processo*. Serviço Gráfico – EESC/USP, São Carlos, Agosto de 2003.
  - Capítulo 02 - Fundamentos do Controle Estatístico de Processos