

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES

# Curva de demanda e elasticidade de demanda

Docente: Cira Souza Pitombo  
STT405 - PLANEJAMENTO E ANÁLISE DE SISTEMAS  
DE TRANSPORTES

**Kahoot!**

# CURVA DE DEMANDA

ORIGEM????



# CURVA DE DEMANDA

DESTINO????





# CURVA DE DEMANDA

MODO DE TRANSPORTES????

# CURVA DE DEMANDA





# CURVA DE DEMANDA

MOTIVO????

# CURVA DE DEMANDA

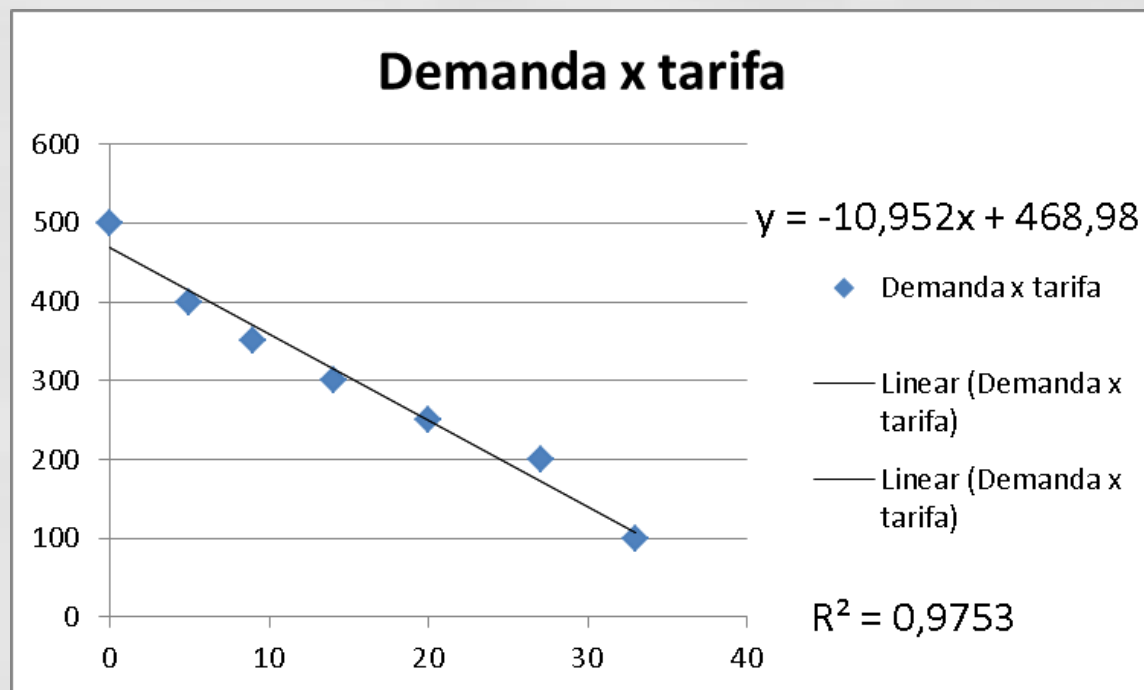


# CURVA DE DEMANDA

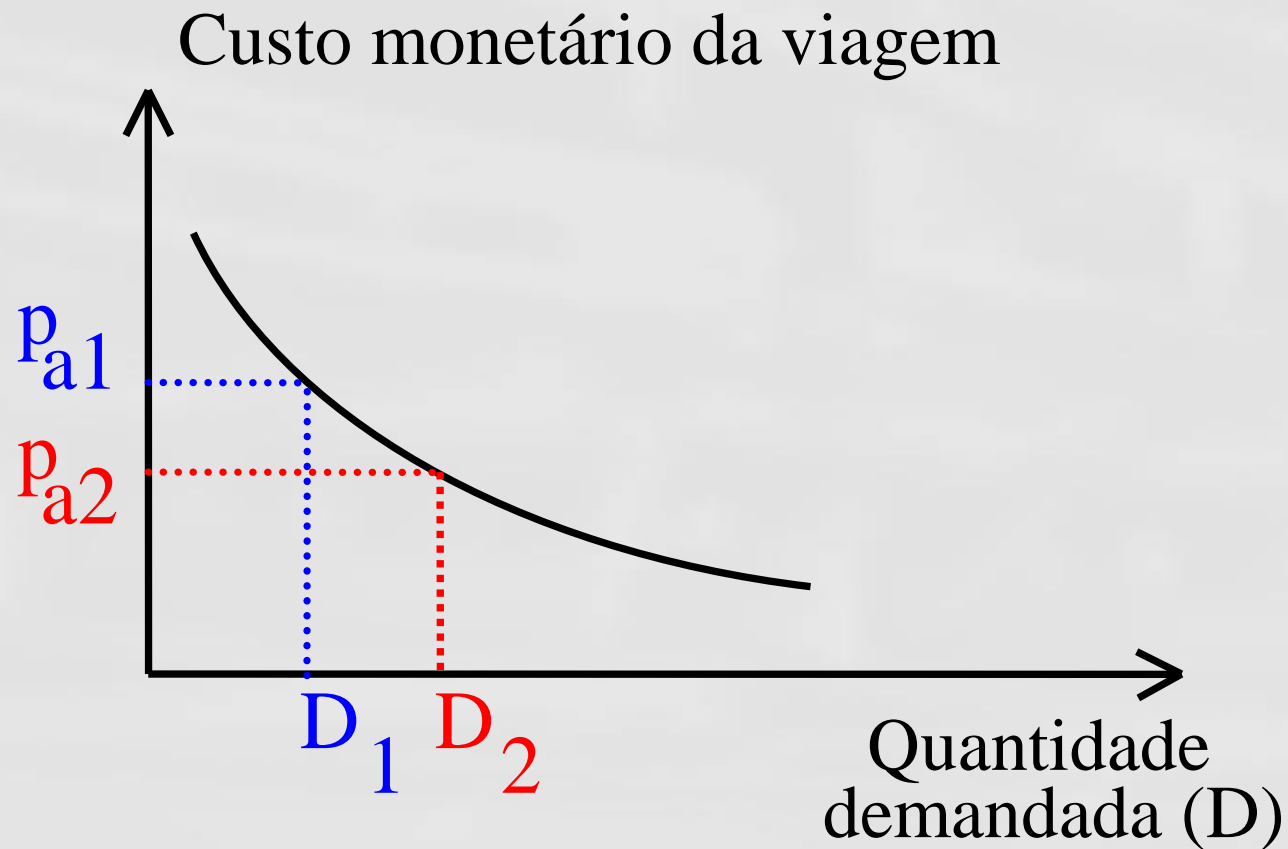
COMO SERIA A CURVA DA  
DEMANDA (X) EM RELAÇÃO  
AO PREÇO (Y)????

# CURVA DE DEMANDA

Pessoas	Tarifa ônibus
0	500
5	400
9	350
14	300
20	250
27	200
33	100



# CURVA DE DEMANDA

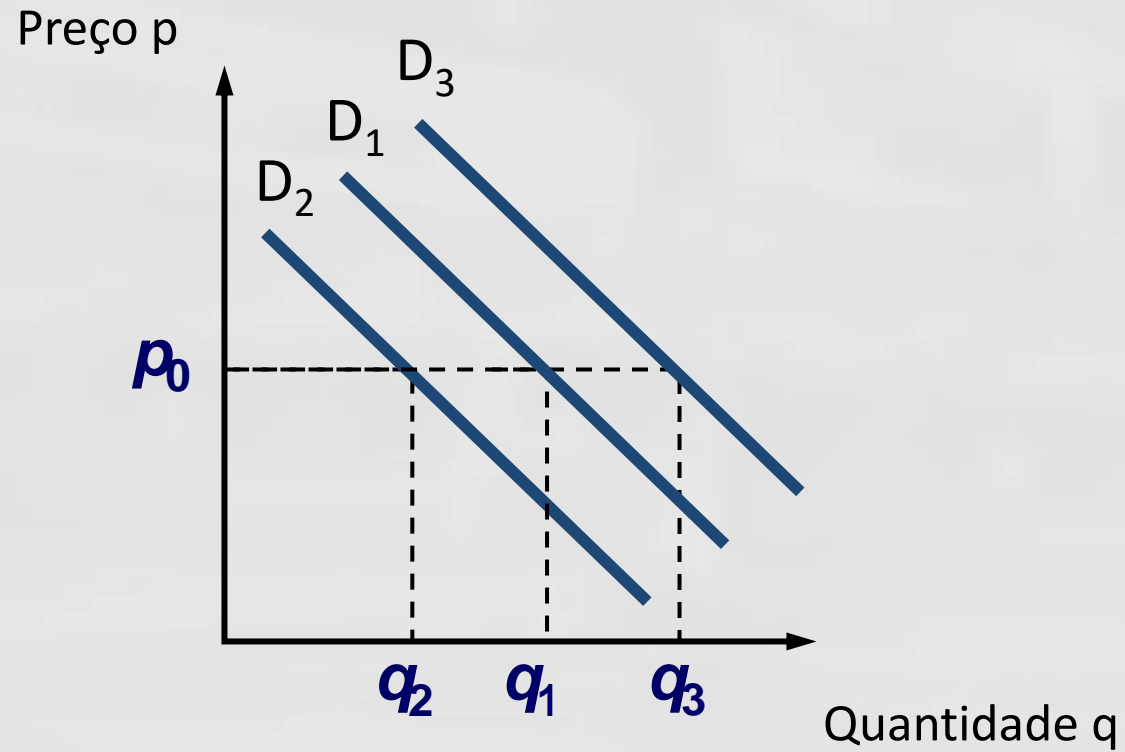




# CURVA DE DEMANDA

- Inclinação negativa
  - Aumento do preço,  
redução na “vontade” de viajar
  - Redução no preço,  
aumento no número de viagens

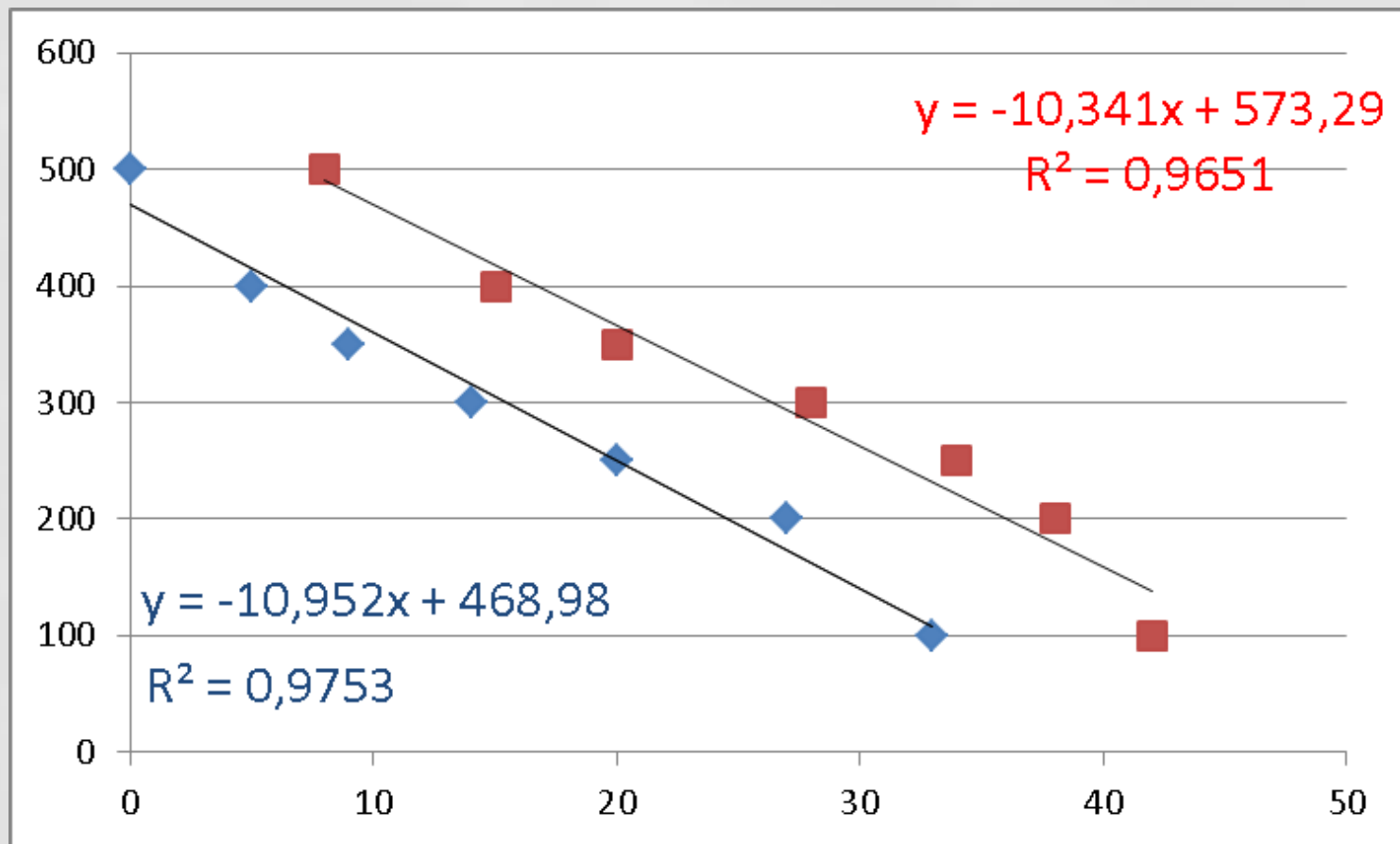
# CURVA DE DEMANDA



# CURVA DE DEMANDA



# CURVA DE DEMANDA



# CURVA DE DEMANDA

PARA O NOSSO EXEMPLO,  
QUAIS OUTROS FATORES  
AFETARIAM????



# CURVA DE DEMANDA

Pessoas	Tarifa ônibus	Tempo de viagem (h)	Conforto ônibus
0	500	32	0
5	400	30	0
9	350	29	1
14	300	27	2
20	250	26	3
27	200	25	4
33	100	20	5

## MODELOS DIRETOS

$$y = 12,88 - 0,05Tarifa_{bus} - 0,003 Tempviagem_{bus} + 3,6Conforto$$

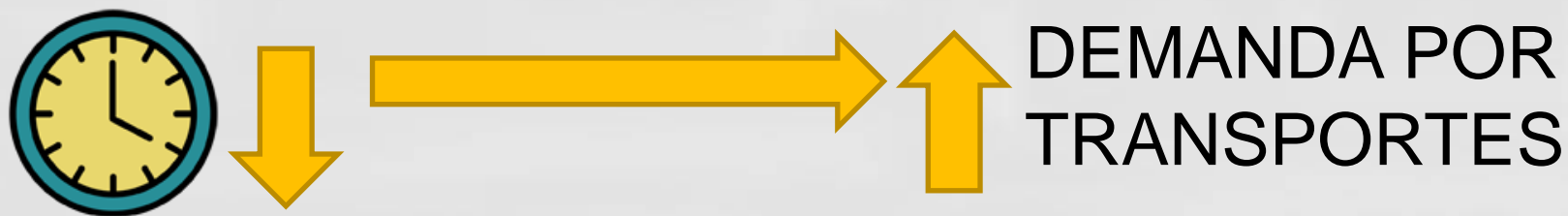
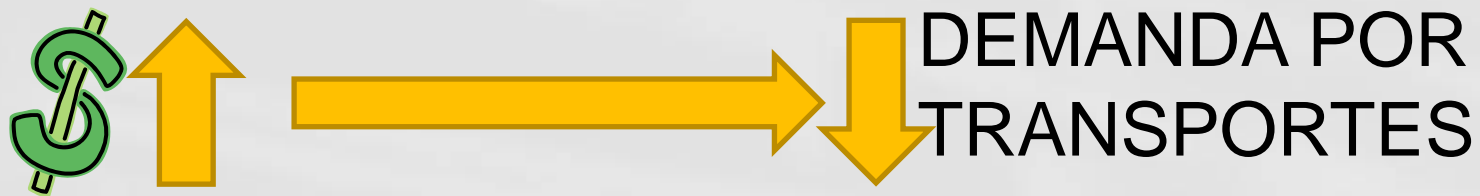
# ELASTICIDADE DA DEMANDA

## MODELOS DIRETOS



$$V_{ij} = K + \partial.Tarifa + \theta.Tempo\ de\ Viagem$$

# ELASTICIDADE DA DEMANDA



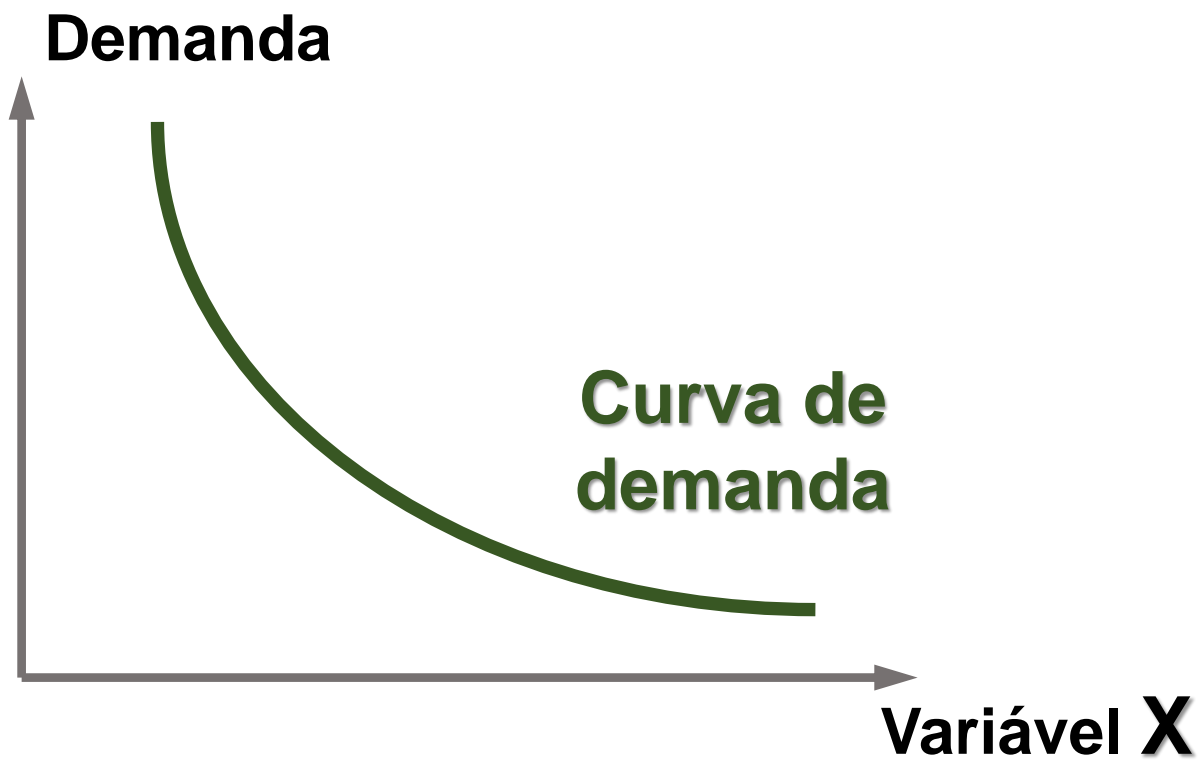
# ELASTICIDADE DA DEMANDA EM RELAÇÃO A UMA VARIÁVEL

Razão entre  
VARIAÇÃO RELATIVA DA DEMANDA  
e  
VARIAÇÃO RELATIVA DA VARIÁVEL

# ELASTICIDADE

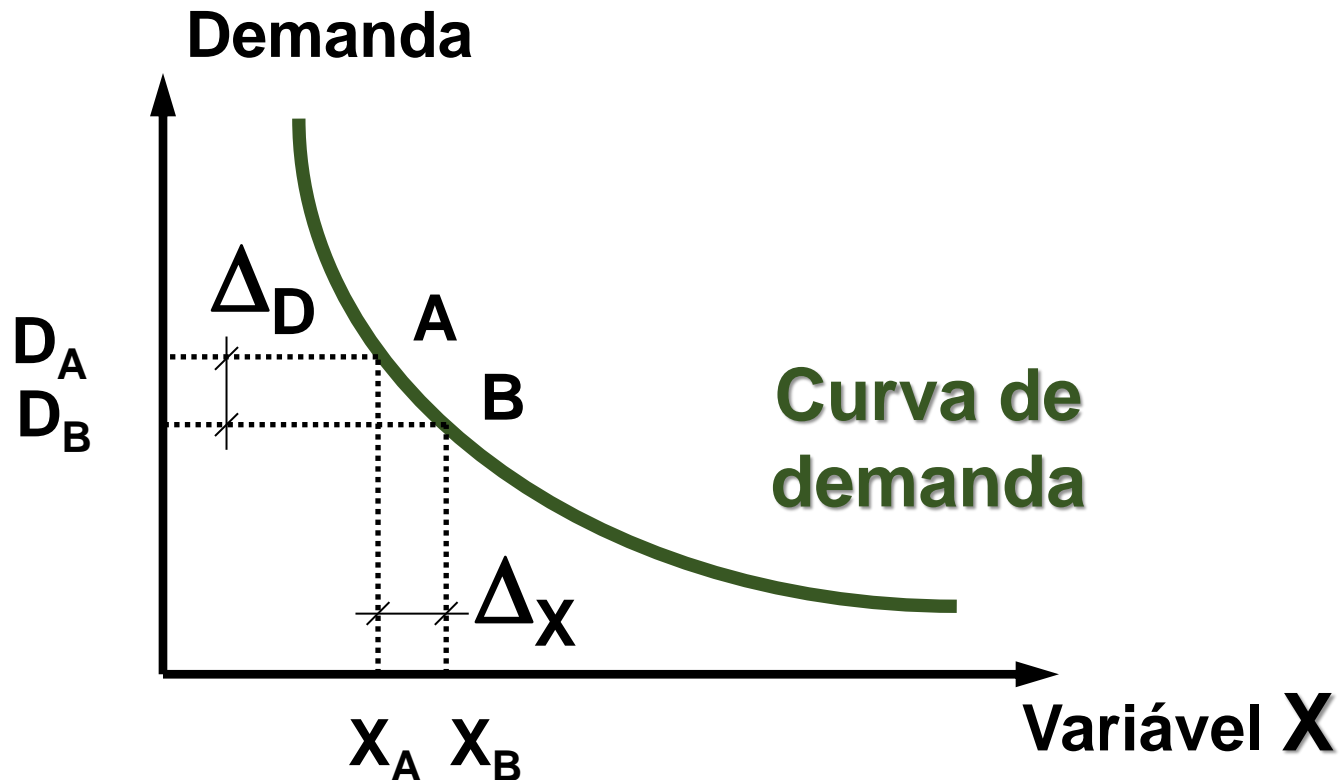
**Demanda  $D$**   
**é função de uma**  
**Variável  $X$**





**O QUE ACONTECE  
COM A DEMANDA  
SE  $X$  VARIA?**

**Por exemplo, de  $X_A$  para  $X_B$ .**



# ELASTICIDADE DA DEMANDA EM RELAÇÃO A UMA VARIÁVEL

Razão entre  
VARIAÇÃO RELATIVA DA DEMANDA  
e  
VARIAÇÃO RELATIVA DA VARIÁVEL

$$\alpha = \Delta D / \Delta X$$

**Mais interessante uma relação adimensional**

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta D}{D}}{\frac{\Delta X}{X}} = \frac{X}{D} \times \frac{\Delta D}{\Delta X}$$

**No limite**

**Tende para a derivada  
da função  $D$  em relação a  $X$   
no ponto  $A$**

**Levando ao limite, com  $\Delta X \rightarrow 0$ :**

$$\varepsilon = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{X}{D} \times \frac{\Delta D}{\Delta X} = \frac{X}{D} \times \frac{\partial D}{\partial X} \Big|_{X=X_A}$$

**$\varepsilon$  = Elasticidade da demanda D  
em relação à variável X, no ponto  $X = X_A$**

# EM RESUMO



# ELASTICIDADE DA DEMANDA

é a **RAZÃO** entre  
variação relativa da demanda  
e  
variação relativa da variável.

# IMPORTANTE

**Pode ser interpretada como a  
variação percentual na quantidade  
demandada quando o valor de um dado  
atributo varia em 1%.**

**Kahoot!**

# EXEMPLO

**Demanda  $D$  (ton/ano) pode ser expressa em função do preço  $P$  (US\$/ton)**

$$D = \alpha \cdot P^\beta$$

**Onde:**

$$\alpha = 0,8 \times 10^8$$

$$\beta = -0,8$$

**O que deve acontecer com a demanda, se o preço aumentar 10%?**

$$D = \alpha \cdot P^\beta$$

$$\varepsilon = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{X}{D} \times \frac{\Delta D}{\Delta X} = \frac{X}{D} \times \frac{\partial D}{\partial X} \Big|_{X=X_A}$$

$$\varepsilon = \frac{P}{D} \times \frac{\partial D}{\partial P} = \frac{P}{\alpha \cdot P^\beta} \times \alpha \cdot \beta \cdot P^{\beta-1} = \beta$$

$$\varepsilon = \beta = -0,8$$

**Pode ser interpretada como a  
variação percentual na quantidade demandada  
quando  
o valor de um dado atributo varia em 1%.**

**O que deve acontecer com a  
demanda, se o preço aumentar  
10%?**

**A variação da demanda será  
 $-0,8 \times 10\% = -8\%$ .**

**E PARA UMA  
FUNÇÃO LINEAR  
DE DEMANDA?**



$$q = \alpha - \beta \cdot p$$

$$e_p = \frac{\partial q / q}{\partial p / p} = \frac{\partial q}{\partial p} \times \frac{p}{q}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial q}{\partial p} = -\beta \\ p = \frac{\alpha - q}{\beta} \end{array} \right\} \Rightarrow e_p = \frac{\partial q}{\partial p} \frac{p}{q} = -\beta \frac{1}{q} \frac{\alpha - q}{\beta} = 1 - \frac{\alpha}{q}$$

# EXEMPLO

Seja a função demanda  
 $q = 200 - 10.p$

Achar a elasticidade da demanda

$q = 0, 50, 100, 150$  e  $200$  viagens  
para

$p = 20, 15, 10, 5$  e  $0$  u.m.

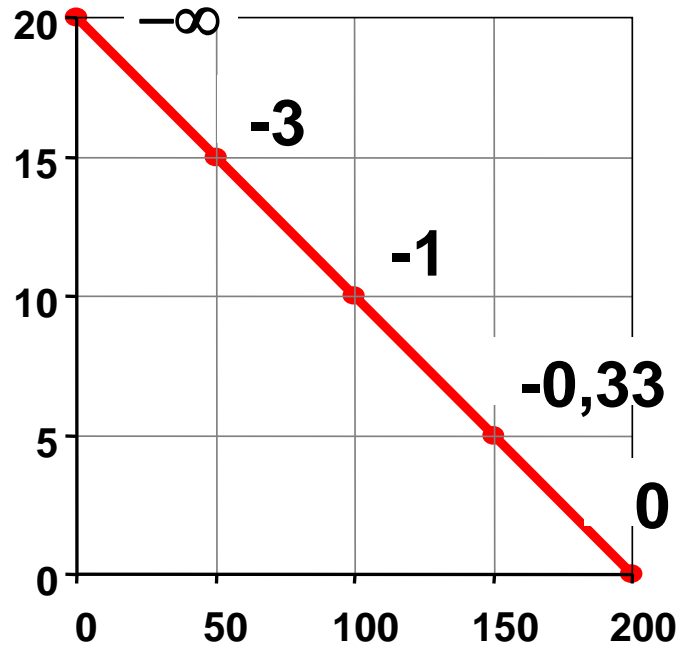
The image features the Kahoot! logo in a large, white, rounded font. The logo is centered horizontally and spans across a background divided into four quadrants by a vertical line. The top-left quadrant is red, the top-right is blue, the bottom-left is yellow, and the bottom-right is green. Each quadrant contains a faint, light-colored map of the world. The exclamation point at the end of the word is particularly large and prominent.

**Kahoot!**

# EXEMPLO

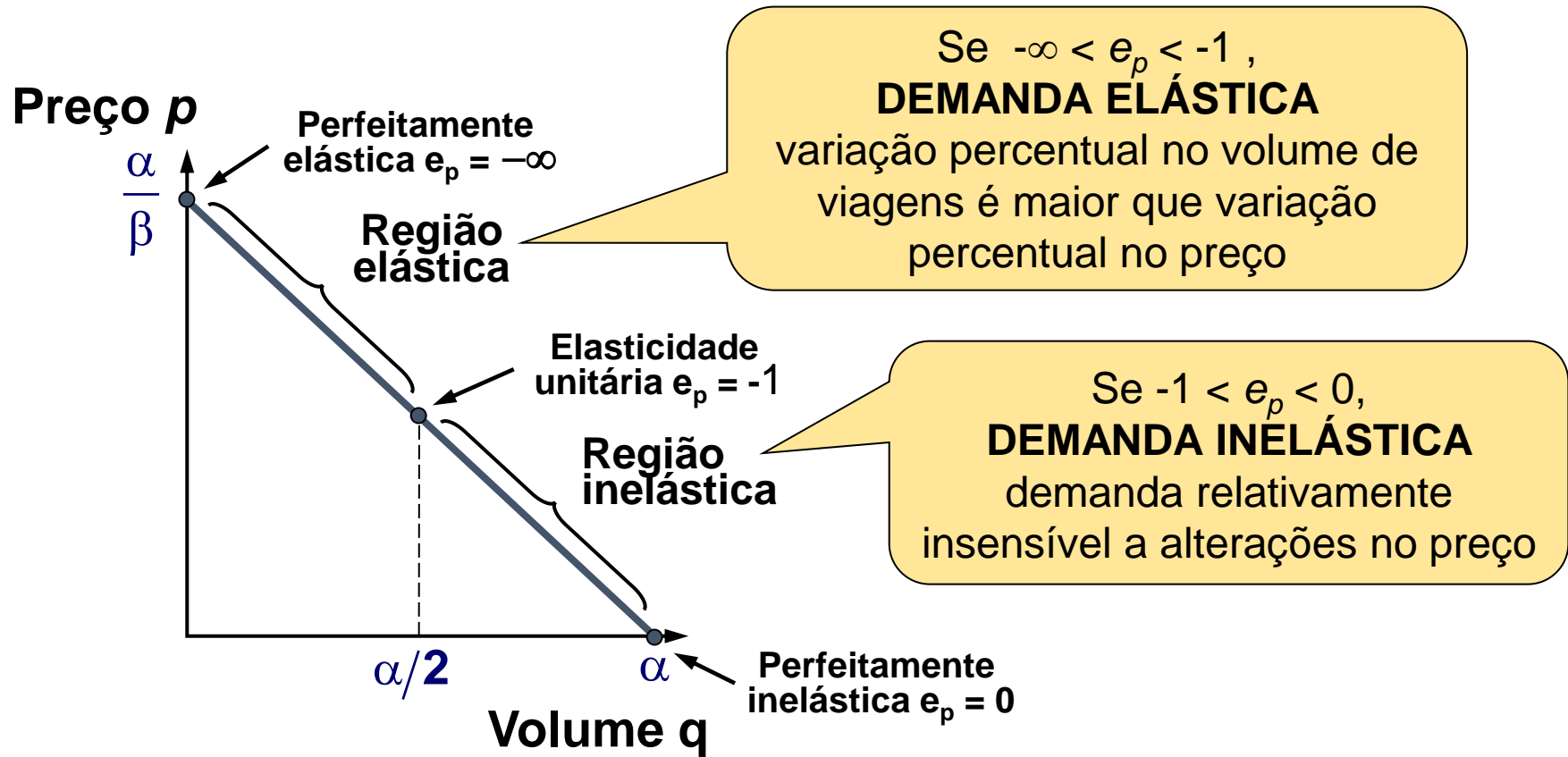
$$q = 200 - 10 \cdot p$$

Preço p



$$e_p = 1 - \frac{\alpha}{q} = 1 - \frac{200}{200} = 0$$

Volume q



# MODELO KRAFT DE DEMANDA

**Para**

$$Q = \alpha \cdot P^\beta$$

**ELASTICIDADE É  
CONSTANTE**

# EXEMPLO

Elasticidade da demanda por ônibus em relação ao preço da passagem é -2,75.

12.500 passageiros/dia

tarifa = R\$0,50

Qual o efeito do aumento da tarifa para R\$0,70?



## SOLUÇÃO:

$$Q = \alpha P^\beta$$

$$12500 = \alpha \cdot 50^{-2,75}$$

$$\alpha = 12500 \times 50^{2,75} = 5,876 \times 10^8$$

$$Q = 5,876 \times 10^8 \times P^{-2,75}$$

$$Q = 5,876 \times 10^8 \times 70^{-2,75}$$

$$Q = 4955 \text{ passageiros}$$

# IMPACTO NA RECEITA TOTAL

**12.500 passageiros/dia      tarifa = R\$0,50**  
**4.955 passageiros/dia      tarifa = R\$0,70**

R\$ 0,50/pass × 12500 passageiros = R\$ 6250,00

R\$ 0,70/pass × 4955 passageiros = R\$ 3468,50

**Perda de R\$2781,50 na receita**

# IMPORTANTE

**DEMANDA ELÁSTICA ( $-\infty < e_p < -1$ )**

**Aumento do preço resulta em perda global**

**Redução do preço resulta em ganho final**

# **IMPORTANTE**

**DEMANDA INELÁSTICA ( $-1 < e_p < 0$ )**

**Aumento do preço resulta em ganho global**

**Redução do preço resulta em perda final**

# **ELASTICIDADES DIRETA E CRUZADA**

# **ELASTICIDADE DIRETA**

**Efeito da variação do  
preço na demanda de um  
mesmo bem**

# **ELASTICIDADE CRUZADA**

**Efeito da variação do  
preço de um bem na  
demanda de outro bem**

# ELASTICIDADE CRUZADA



PREÇO DA  
GASOLINA



PREÇO PARA  
ESTACIONAR



USO DE  
TRANSPORTE  
PÚBLICO



USO DE  
TRANSPORTE  
PÚBLICO



The image features the Kahoot! logo in a bold, white, sans-serif font. The text is centered horizontally and spans across a background divided into four quadrants by a vertical line. The top-left quadrant is red, the top-right is blue, the bottom-left is yellow, and the bottom-right is green. Each quadrant contains a faint, light-colored map of the world. The exclamation point at the end of the word is notably larger than the other characters.

**Kahoot!**

# EXEMPLO

## Demanda por viagens de ônibus

$$Q = T^{-0,3} C^{-0,2} A^{0,1} I^{-0,25}$$

Em que

Q: número de viagens por ônibus

T: tempo de viagem por ônibus (h)

C: preço da passagem (reais)

A: custo da viagem por automóvel (reais)

I: renda média (reais)

10.000 passageiros/h usando ônibus (C = R\$1,00)

Quantos novos passageiros se C = R\$0,90?

Qual o ganho por hora?

## **SOLUÇÃO:**

### **Elasticidade da demanda em relação à tarifa de ônibus**

- **Constante**
- **Igual a -0,2**
- **Redução de 1% na tarifa**
- **Aumento de 0,2% no número de viagens**

# SOLUÇÃO:

- Redução de 1% na tarifa
- Aumento de 0,2% na demanda
- Redução de **10%** na tarifa
- Aumento de **2%** na demanda

$$C = 1,00 \Rightarrow Q = 10.000$$

$$C = 0,90 \Rightarrow Q = 10.200$$

$$R = R\$10.000,00$$

$$R = R\$9.180,00$$

# EXEMPLO

**Demanda por viagens de ônibus**

$$Q = T^{-0,3} C^{-0,2} A^{0,1} I^{-0,25}$$

**A viagem de carro custa  $A = R\$3,00$**

**Qual o efeito, nas viagens por ônibus,  
de um aumento de  $R\$0,30$  no estacionamento?**

**SOLUÇÃO:**

**ELASTICIDADE CRUZADA**

$$\frac{\partial Q / Q}{\partial A / A} = 0,1$$

- **Aumento de 1% no custo da viagem de carro**
- **Aumento de 0,1% no número de viagens de ônibus**

**R\$0,30 = 10% de R\$3,00**

- **10%** de aumento no custo da viagem de carro
- **1%** de aumento nas viagens de ônibus

**Q' = 10.100 passageiros**

# EXEMPLO

**Demanda por viagens de ônibus**

$$Q = T^{-0,3} C^{-0,2} A^{0,1} I^{-0,25}$$

**Renda média de quem viaja de carro é R\$15.000**

**Qual o aumento de renda que anula o efeito do aumento do preço do estacionamento?**



**SOLUÇÃO:**

**ELASTICIDADE CRUZADA**

$$\frac{\partial Q / Q}{\partial I / I} = -0,25$$

- **Aumento de 1% na renda**
- **Redução de 0,25% no número de viagens de ônibus**

## Aumento no preço do estacionamento

- **Variação  $\partial Q/Q$  de 1% de aumento nas viagens de ônibus**

$$\frac{\partial Q/Q}{\partial I} = \frac{1\%}{-0,25} = -0,04 \text{ e } \frac{\partial I}{I} = \frac{0,01}{-0,25} = -0,04 \text{ ou } 4\%$$