ESCOLA POLITÉCNICA DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos
PSI - EPUSP

PSI 3031

LABORATÓRIO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

Experiência 07:
Análise de Fourier de Sinais Periódicos

Profa. Elisabete Galeazzo
Prof. Leopoldo

ANÁLISE DE FOURIER

- A análise de Fourier é uma família de técnicas matemáticas baseadas na decomposição de sinais em senóides.

POR QUE DECOMPOSIÇÃO DE SINAIS EM SENÓIDES É INTERESSANTE????

SENOIDES QUE ENTRAM NUM SISTEMA LINEAR, SAEM COMO SENÓIDES (COM AMPLITUDES E FASES ALTERADAS POSSIVELMENTE), MAS MANTÊM A FREQUÊNCIA ORIGINAL!!!

Classificação dos sinais

- Sinais contínuos ou discretos
- Sinais periódicos ou aperiódicos

Análise de Fourier :

Sinais no domínio do tempo		**Sinais no domínio da frequência**
Sinais contínuos e aperiódicos:	→	Transformada de Fourier
Sinais contínuos e periódicos:	→	Série de Fourier (SOMA DE SENOS E COSSENOS HARMONICAMENTE RELACIONADOS)
Sinais discretos e aperiódicos:	→	Transformada de Fourier de Tempo Discreto (TFTD)
Sinais discretos e periódicos:	→	**Transformada Discreta de Fourier (T.D.F)**

TRANSFORMADA DE FOURIER DE SINAIS EXPERIMENTAIS: aplicar T.D.F

T.D.F. é a principal ferramenta que se utiliza
em processamento digital de sinais

DADO UM SINAL CONTÍNUO, PARA APLICAR A TDF NO LAB. É NECESSÁRIO:

1) **ESCOLHER UM NÚMERO DE AMOSTRAS DO SINAL (DISCRETIZÁ-LO)**

2) **LEVAR OS PONTOS AMOSTRADOS PARA O COMPUTADOR**

3) **APLICAR ALGORITMO PARA CALCULAR OS COEFICIENTES DA TDF**

- A T.D.F. efetua uma representação discreta do sinal no domínio da frequência
- O eixo de frequências no espectro é composto por raias espectrais
- Raias espectrais representam valores discretos de frequência

Séries de Fourier

EXEMPLOS: ***f(x) e s(t)*** são funções contínuas e periódicas no tempo,

$$f(x) = a_0 + a_1 sen(x) + a_2 sen(2x) + a_3 sen(3x) + \dots$$
$$+ b_1 \cos(x) + b_2 \cos(2x) + b_3 \cos(3x) + \dots$$

$$\boxed{s(t) = a(0) + \sum_{n=1}^{\infty} a(n)\cos(n\omega_o t) + b(n)\sin(n\omega_o t)}$$

$$a(0) = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\cos(n\omega_o t)dt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\sin(n\omega_o t)dt$$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T}$$

Série de Fourier de sinais contínuos na Forma Complexa:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)e^{-jn\omega_o t}dt$$

Se s(t) é uma <u>função discreta</u> e periódica no tempo, logo:

$$S[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$$

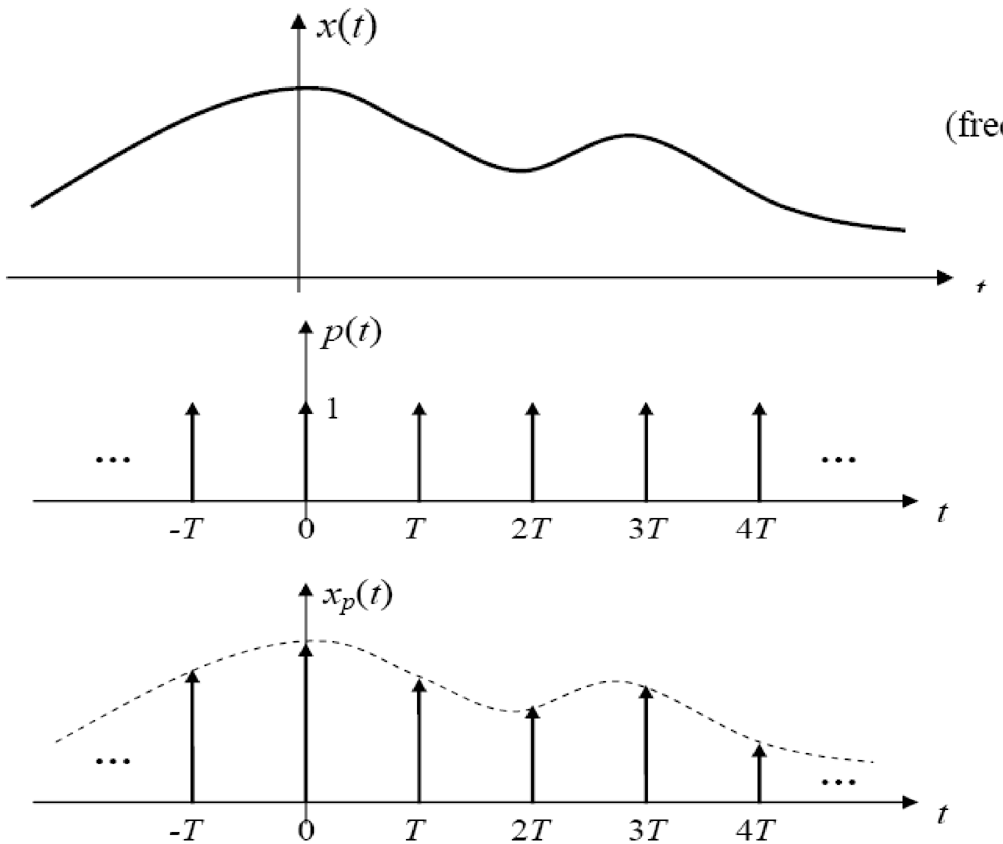
$$\frac{1}{T}\sum_{k=0}^{N-1} s(kT_a)e^{-jk\omega_o nT_a}.T_a$$

$$\boxed{= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} s(kT_a)e^{-jk\frac{2\pi}{N}.n}}$$

$$\boxed{\frac{T}{T_a} = N}$$

$$\boxed{\omega_o T_a = 2\pi.\frac{T_a}{T} = 2\pi.\frac{1}{N}}$$

Como discretizar um sinal contínuo?



$$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

(freq. de amostragem)

APÓS AMOSTRAGEM TEREMOS UMA SEQUÊNCIA DISCRETA DE SINAIS:

$S(K) = (S_0, S_1, S_2, \ldots\ldots S_{N-1})$; ONDE **N** É O Nº DE AMOSTRAS

TRANSFORMADA DE FOURIER DE SINAIS EXPERIMENTAIS: aplicar T.D.F

T.D.F. é a principal ferramenta que se utiliza
em processamento digital de sinais

PARA DISCRETIZAR OS SINAIS CONTÍNUOS, É NECESSÁRIO:

1) **OPERAÇÃO DE JANELAMENTO**: SELECIONAR UM INTERVALO DE DURAÇÃO FINITA DO SINAL

2) **OPERAÇÃO DE AMOSTRAGEM**: TOMAR AMOSTRAS DE UM SINAL CONTÍNUO

- A T.D.F. efetua uma representação do sinal no domínio da frequência,
- O sinal é composto por amplitudes em raias espectrais específicas.

Como efetuar a T.D.F. pelo computador:

- *O sinal sob análise, que tem duração infinita, precisa ser amostrado e levado ao computador;*
- *No software, o sinal precisa ser truncado num determinado intervalo. Chamamos esta operação de janelamento (T_d);*
- *Deve-se considerar que o sinal truncado se repete periodicamente.*
- *O intervalo entre amostras dentro da janela é denominado período de amostragem (T_s)(define-se também frequência de amostragem, (f_s)).*

Entendendo o espectro da TDF...

. O sinal do espectro é composto por amplitudes de senos e cossenos apresentadas em raias espectrais.

*. A variável independente da **TDF** é representada por **"k"**, denominada índice (ou raia) espectral (**k** varia de 0 a N/2 -1)*

*. **A resolução espectral (f_d)** é o intervalo entre duas raias consecutivas; ou seja, **k=1** corresponde a 1 x f_d;*

***k=2** corresponde a 2 x f_d...*

*. O **número** de raias espectrais estará limitado a **f_s/2***

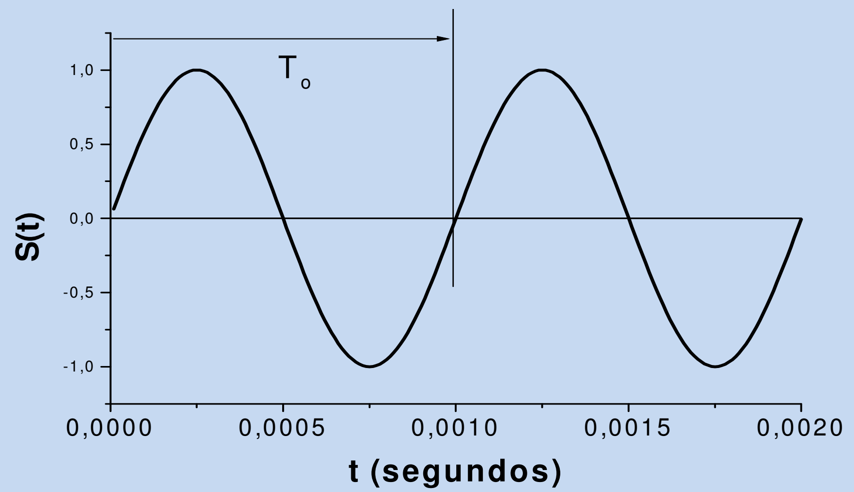
*. A raia espectral correspondente ao valor **N/2** corresponde à frequência **f_s/2**;*

*. Lembre-se: **f_d** é a frequência do janelamento (T_d=1/f_d).*

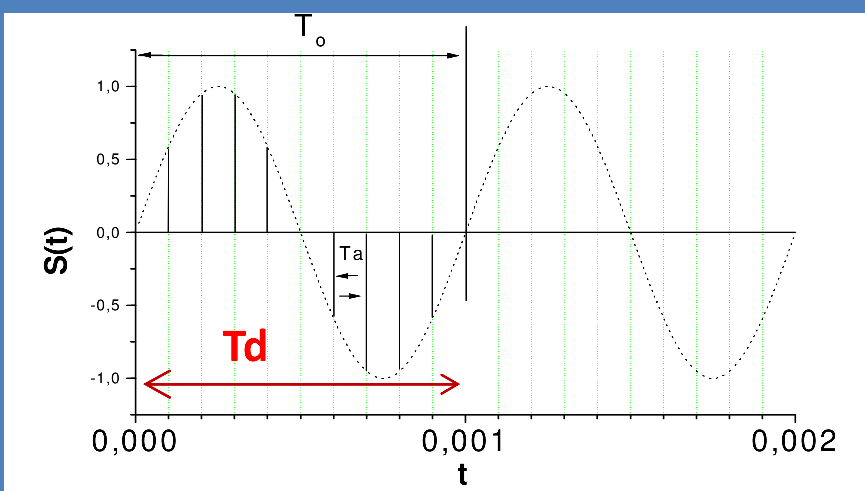
Exemplo:

Efetuar a TDF do sinal S(t) indicado

$S(t) = \sin(2\pi.1000.t)$



Truncando o sinal com $T_d = T_o$ e pegando 10 amostras neste intervalo, temos f_s = 10 kHz:



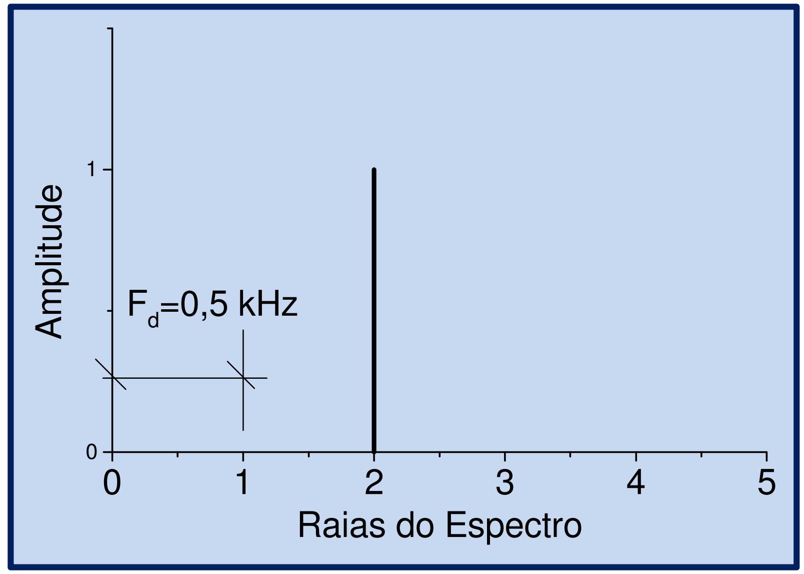
O espectro da TDF será:

$f_d = f_o = 1$ kHz

Caso a escolha do período de

JANELAMENTO = 2 ms

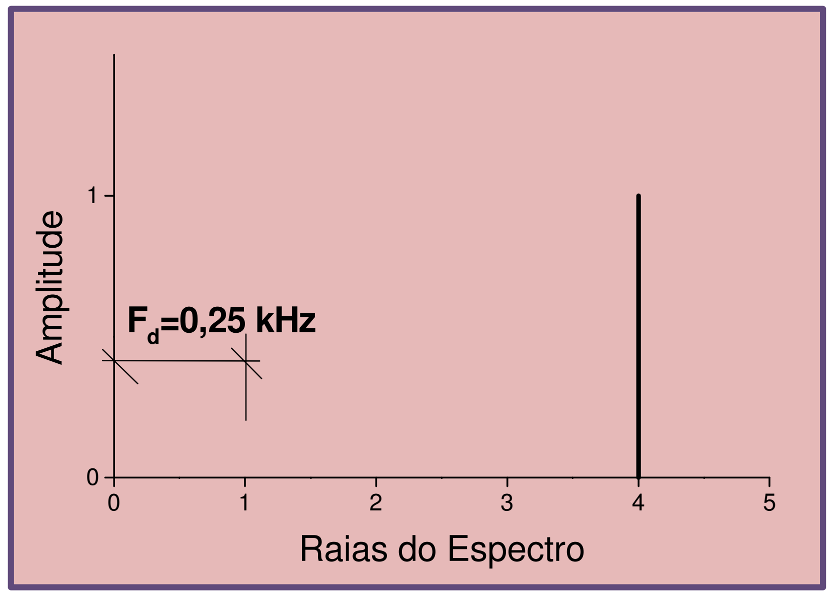
Ou seja: ($T_d = 2xT_o$) $\rightarrow$ f_d =0,5 kHz



Caso a escolha do período de

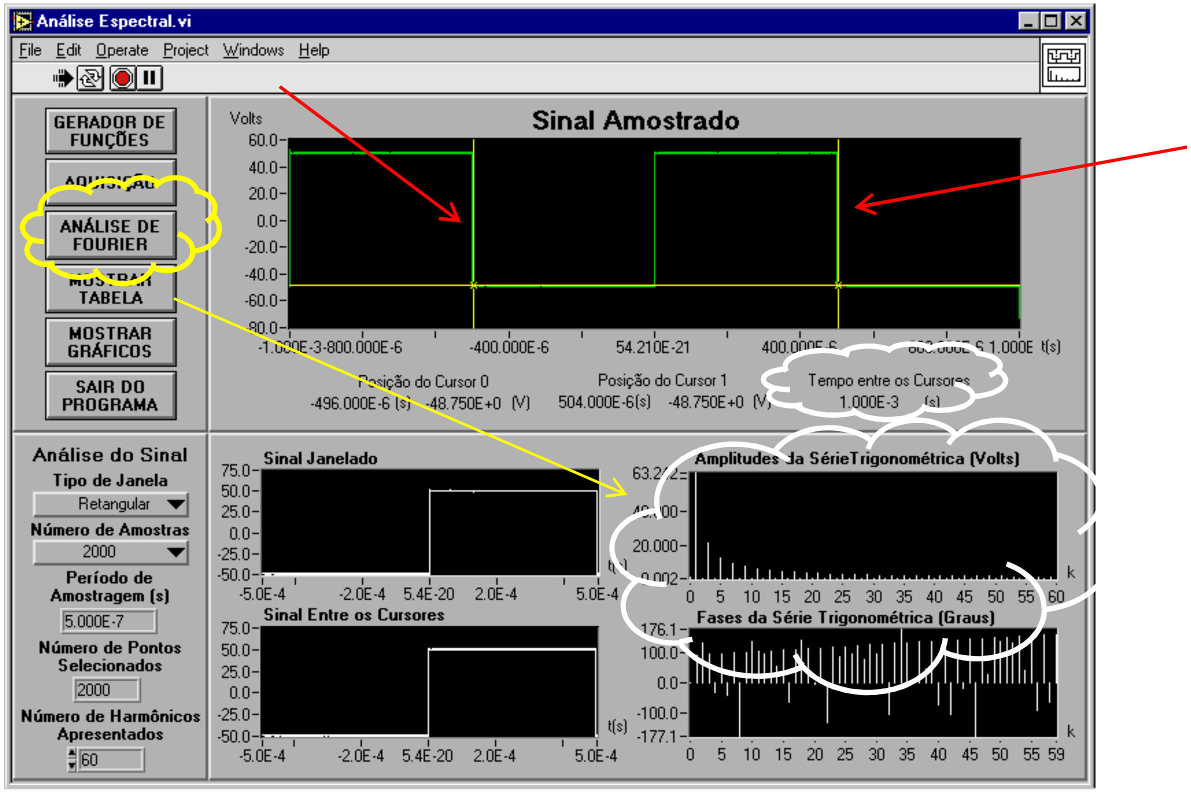
JANELAMENTO = 4 ms;

ou seja: ($T_d = 4xT_o$) $\rightarrow$ f_d =0,25 kHz



CONCLUSÃO: Quanto > for o n^0 de períodos, > será a resolução espectral

O procedimento para efetuar a TDF pelo computador é sempre o mesmo:



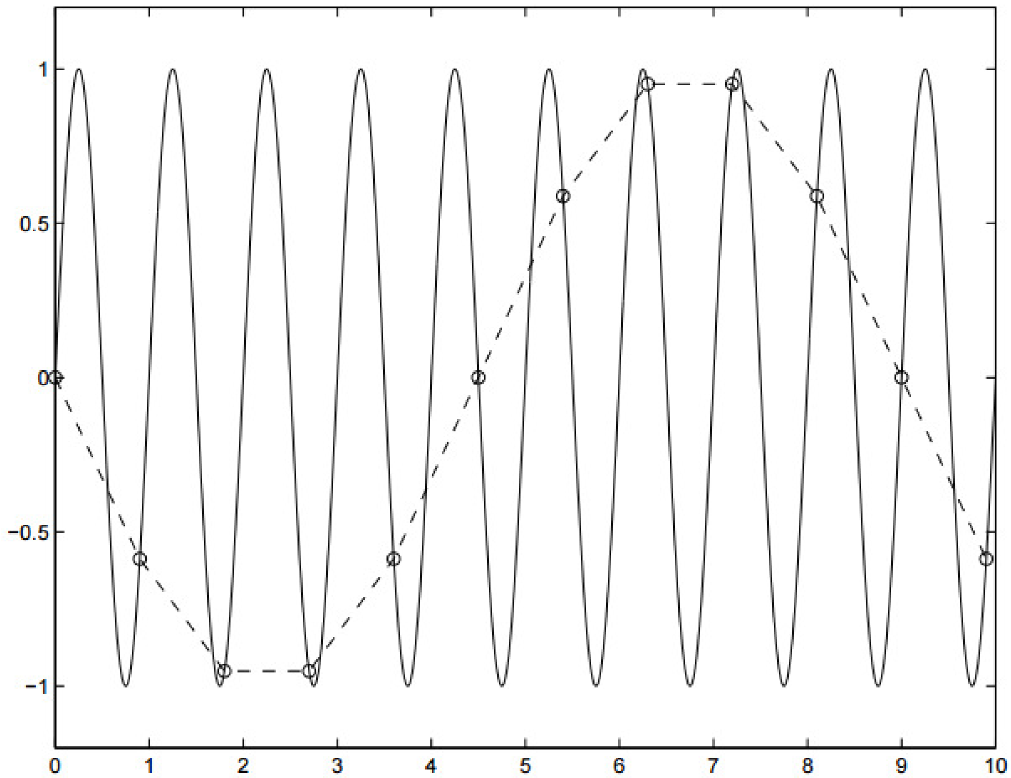
1) Ao janelar o sinal (truncá-lo), define-se a resolução espectral no domínio da frequência (fd);

2) Ao truncar o sinal, define-se quantas amostras do sinal serão usadas para calcular os coeficientes da TDF.

3) Define-se com isso a frequência de amostragem e o número de raias espectrais que serão calculadas pela TDF.

Erro de Rebatimento

OCORRE → SUBAMOSTRAGEM DO SINAL



enquanto $f_s > 2 \times f_{max}$ do sinal, a informação poderá ser recuperada a partir das suas amostras