SEL 454

Introdução aos Sistemas Digitais

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Prof. Homero Schiabel

1. SISTEMA BINÁRIO

- **SISTEMA DECIMAL** ➡ Base 10 ➡ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

$a_{n-1}...a_3\ a_2\ a_1\ a_0 = a_{n-1}\,10^{n-1} + ... + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0 10^0$

Ex.: $(4598)_{10} = 4.10^3 + 5.10^2 + 9.10^1 + 8.10^0 =$

$4000 + 500 + 90 + 8$

- **SISTEMA BINÁRIO** ➡ Base 2 ➡ 0, 1.

$b_{n-1}...b_3\ b_2\ b_1\ b_0 = b_{n-1}\,2^{n-1} + ... + b_3\,2^3 + b_2\,2^2 + b_1\,2^1 + b_0\,2^0$

Ex.: $(110100)_2 = 1.2^5 + 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 0.2^0$

2. CONVERSÕES ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

2.1. BINÁRIO ➡ DECIMAL

$$(110100)_2 = 1.2^5 + 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 0.2^0 =$$

$$= 32 + 16 + 4 = (52)_{10}$$

2.2. DECIMAL ➡ BINÁRIO

Ex.: $(49)_{10} \rightarrow (?)_2$

$$\begin{array}{cccccccc}
49 & \underline{\vert\ 2\ } & & & & & & \\
1 & 24 & \underline{\vert\ 2\ } & & & & & \\
 & 0 & 12 & \underline{\vert\ 2\ } & & & & \\
 & & 0 & 6 & \underline{\vert\ 2\ } & & & \\
 & & & 0 & 3 & \underline{\vert\ 2\ } & & \\
 & & & & 1 & 1 & &
\end{array}$$

$(49)_{10} = (110001)_2$

2. CONVERSÕES ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

2.3. SISTEMA HEXADECIMAL

(A) HEXA ➡ DECIMAL

$(2F)h = 2.16^1 + F.16^0 = 32 + 15 = (47)_{10}$

(B) DECIMAL ➡ HEXA

$(1012)_{10} \rightarrow (?)h$

$$\begin{array}{r|l} 1012 & 16 \\ \hline 4 & 63 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 63 & 16 \\ \hline 15 & 3 \end{array}$$

$(1012)_{10} = (3F4)h$

Decimal	Hexadecimal
0	0
1	1
2	2
3	3
...	...
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F
16	10
17	11
...	...
26	1A
27	1B
...	...
31	1F
32	20

2. CONVERSÕES ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

(C) HEXA ➡ BINÁRIO

$(2F)h \Rightarrow \underbrace{2}_{0010} \quad \underbrace{F}_{1111}$

BYTE

$(2F)h = (00101111)_2$

(D) BINÁRIO ➡ HEXA

$(10110011)_2 \Rightarrow (?)h$

$\underbrace{1011}_{B} \quad \underbrace{0011}_{3}$

$(10110011)_2 = (B3)h$

Decimal	Hexadecimal
0	0
1	1
2	2
3	3
...	...
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F
16	10
17	11
...	...
26	1A
27	1B
...	...
31	1F
32	20

SEL 454

Introdução aos Sistemas Digitais

ARITMÉTICA BINÁRIA

Prof. Homero Schiabel

1. SOMA DE DOIS NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r} 0 \\ +\,0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +\,1 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +\,0 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +\,1 \\ \hline 10 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 1 \\ +\,1 \\ \hline 0 \end{array} \rightarrow$$ "e vai um"

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & & 1 & 1 & & & \\ & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & \\ & & 1 & 0 & 1 & 1 & + & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & & \end{array}$$

Conferindo:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 11\,+ \\ \hline 36 \end{array}$$

2. SUBTRAÇÃO BINÁRIA

$$\begin{array}{r} 0 \\ -\ 0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ -\ 0 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ -\ 1 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ -\ 1 \\ \hline 1 \end{array} \Rightarrow$$

“empresta um”
(complemento)

$$\begin{array}{rl} 2_{1}5 & \\ 8 & - \\ \hline 1\ 7 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 1\ 0\ 1 & \\ 0\ 1\ 0 & - \\ {}_{1}\ \ \ \ \ & \\ \hline 0\ 1\ 1 & \end{array}$$

2.1. Subtração como soma de complementos

Subtração = soma do complemento do subtraendo ao minuendo

Em decimal, por ex.: **8 - 6 = 2**

Complemento de 6 = 4

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 4 \\ \hline \cancel{1}\,2 \end{array}$$

Em binário:

Complemento de 1 $\Rightarrow$ $(2^n - 1)$ - número $\Rightarrow$ substituem-se todos os "0" por "1" e vice-versa

Complemento de 2 $\Rightarrow$ (2^n) - número $\Rightarrow$ substituem-se todos os "0" por "1" e vice-versa **e** soma-se "1" ao resultado

Comp. de 1 de 10110 = **01001**

Comp. de 2 de 10110 = **01010**

2.2. Subtração por complemento de 1

Ex:

```
  51          1 1 0 0 1 1
  18 -        0 1 0 0 1 0 -   →   comp. 1: 101101
  ____        _____________

            1 1 0 0 1 1
            1 0 1 1 0 1 +
          _______________
          1 1 0 0 0 0 0
          └──────────→ 1
          _______________
            1 0 0 0 0 1       →   Resultado final
```

2.2. Subtração por complemento de 2

Ex:

```
 51
 18 -
____
```

```
  1 1 0 0 1 1
  0 1 0 0 1 0 -   →   comp. 2: 101110
________________

  1 1 0 0 1 1
  1 0 1 1 1 0 +
________________
~~1~~ 1 0 0 0 0 1
```

$\underbrace{1\,0\,0\,0\,0\,1}_{\text{Resultado final}}$

2.3. Números negativos

Bit mais significativo (MSB) = indicador de sinal:

- *se MSB = 0* ➡ +
- *se MSB = 1* ➡ -

Portanto, o número binário pode ser representado por:

SINAL / MAGNITUDE

MSB

(n-1) bits restantes

2.3. Números negativos

Ex:

```
 18      0 0 1 0 0 1 0
 51 -    0 1 1 0 0 1 1 -   →   comp. 1: 1001100
____     _____________

         0 0 1 0 0 1 0
         1 0 0 1 1 0 0 +
         _____________
         1 0 1 1 1 1 0
```

Sinal negativo

Comp. 1 do resultado → **100001**
(resultado final)

2.3. Números negativos

Ex:

18	0 0 1 0 0 1 0	
51 -	0 1 1 0 0 1 1 -	→ comp. 2: 1001101

```
  0 0 1 0 0 1 0
  1 0 0 1 1 0 1 +
  ---------------
  1 0 1 1 1 1 1
```

Sinal negativo

Comp. 2 do resultado → **100001**

(resultado final)

$51 - 18 = \quad (+51) - (+18) =$

$$\boxed{= (+51) + (-18)}$$

3. MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO BINÁRIAS

```
   1 1 0 0 1
         1 0 x
  -----------
   0 0 0 0 0
 1 1 0 0 1
  -----------
 1 1 0 0 1 0
```

```
 1 1 0 0 1 | 1 0
-1 0       |--------
             1 1 0 0
  0 1 0
 -  1 0
  -------
    0 0 0 1
```