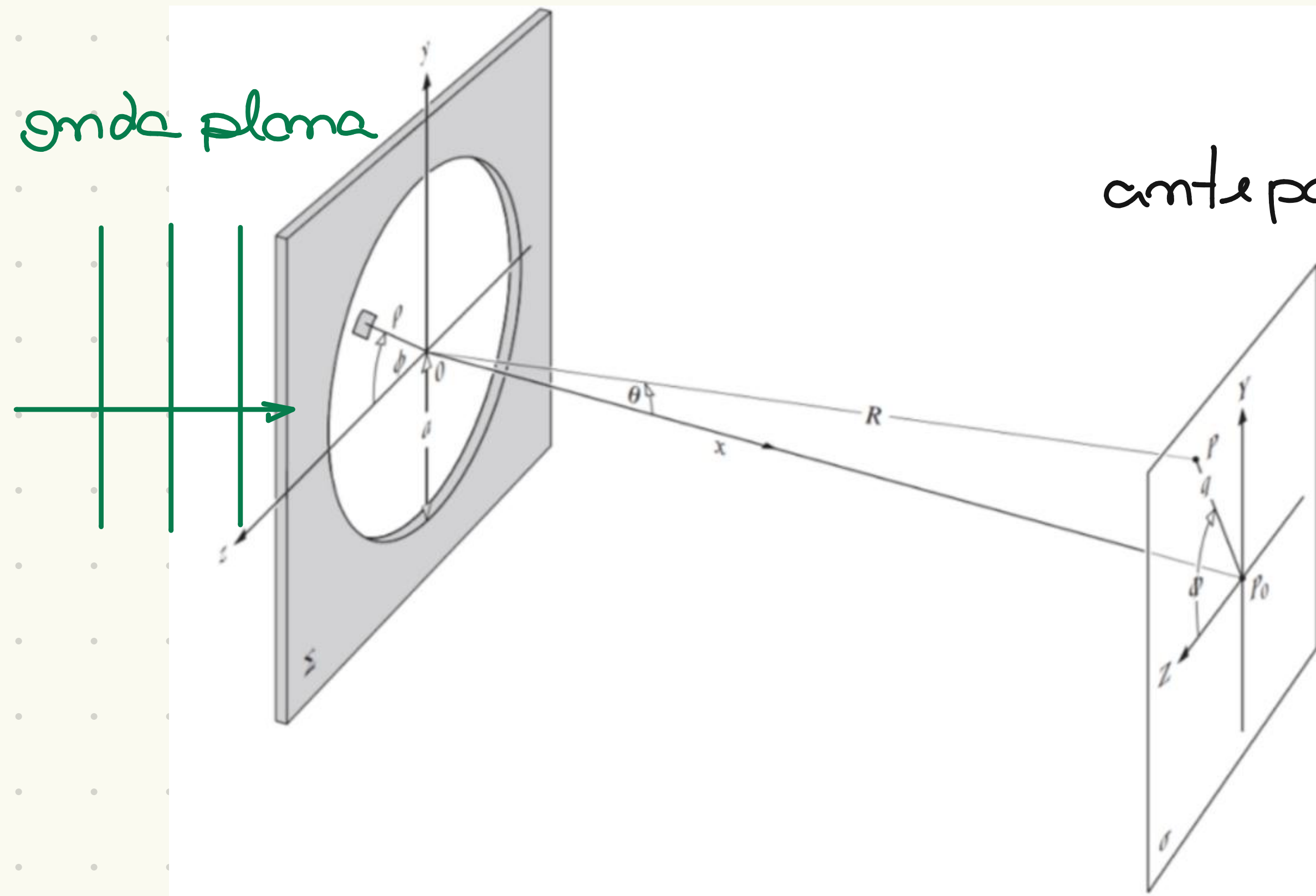


Difusões por orifício circular



transf. de Fourier:

$$\vec{E}(k_x, k_y) = \frac{\vec{E}_0 e^{iKR}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} dy f(z, y) \underbrace{e^{iK_z z - iK_y y}}_{\text{onda esférica}}$$

└──────────┘ └──────────┘
contribuição formato da
de todas as fontes fenda
pontuais da fenda

ante por o
distante

$$K_z = K \sin \theta \cos \phi \quad ; \quad z = \rho \cos \phi$$

$$K_y = K \sin \theta \sin \phi \quad ; \quad y = \rho \sin \phi$$

$$e^{-iK_z z - iK_y y} =$$

$$= e^{-iK \rho \sin \theta [\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta]}$$

$$= e^{-iK \rho \sin \theta \cos(\phi - \theta)}$$

Sabemos que o padrão produzido pelo orifício circular tem simetria axial,

Logo campo \vec{E} em \hat{n} depende de ϕ :

$$e^{-iK\rho} \Delta \sin \theta \cos \phi = e^{-iK\rho} \frac{\rho}{R} \cos \phi$$

Em coord. cilíndricas: $ds = dx dy = \rho d\phi d\rho$

Logo: $\vec{E}(K_x, K_y) = C \int_0^a \rho d\rho \int_0^{2\pi} e^{-iK\rho} \frac{\rho}{R} \cos \phi d\phi$

Sabemos que: $J_0(u) = \int_0^{2\pi} e^{iu \cos \sigma} d\sigma;$

ou de forma mais geral: $J_m(u) = \frac{i^{-m}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{im\sigma + u \cos \sigma} d\sigma$

Funções de Bessel são soluções de eq.:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2) y = 0$$

→ $J_m(x)$

funções de Bessel de ordem zero

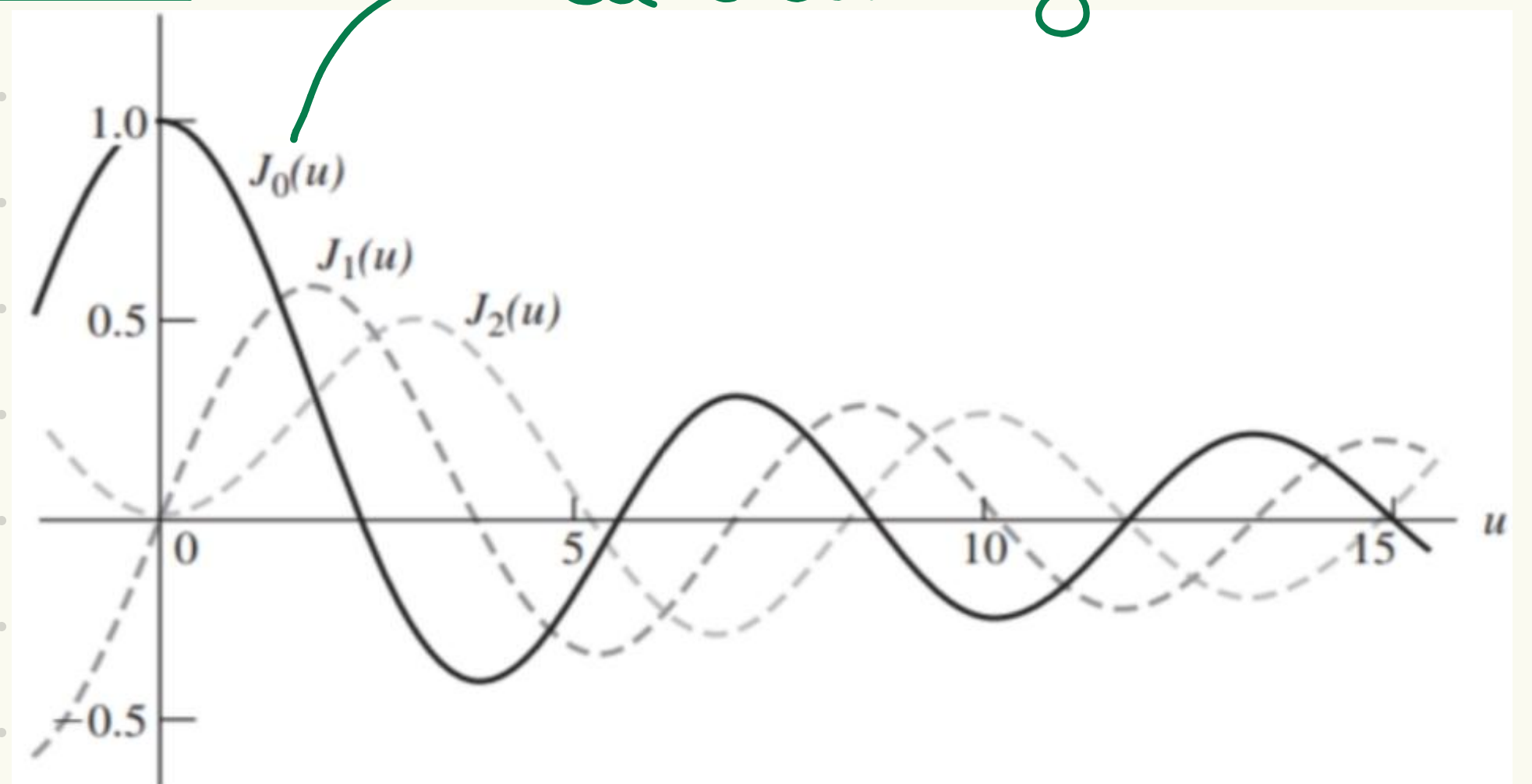


Figure 10.35 Bessel functions.

Com isto, a integral fica:

$$\vec{E}(k_x, k_y) = C 2\pi \int_0^a \rho d\rho J_0(k\rho/R)$$

Outra propriedade de funções de Bessel: Relação de recorrência

$$\frac{d}{du} [u^m J_m(u)] = u^m J_{m-1}(u) \quad \left. \vphantom{\frac{d}{du} [u^m J_m(u)]} \right\} m=1: \frac{d}{du} [u J_1(u)] = u J_0(u)$$

$$u J_1(u) = \int_0^u u' J_0(u') du'$$

Reenunciando a integral:

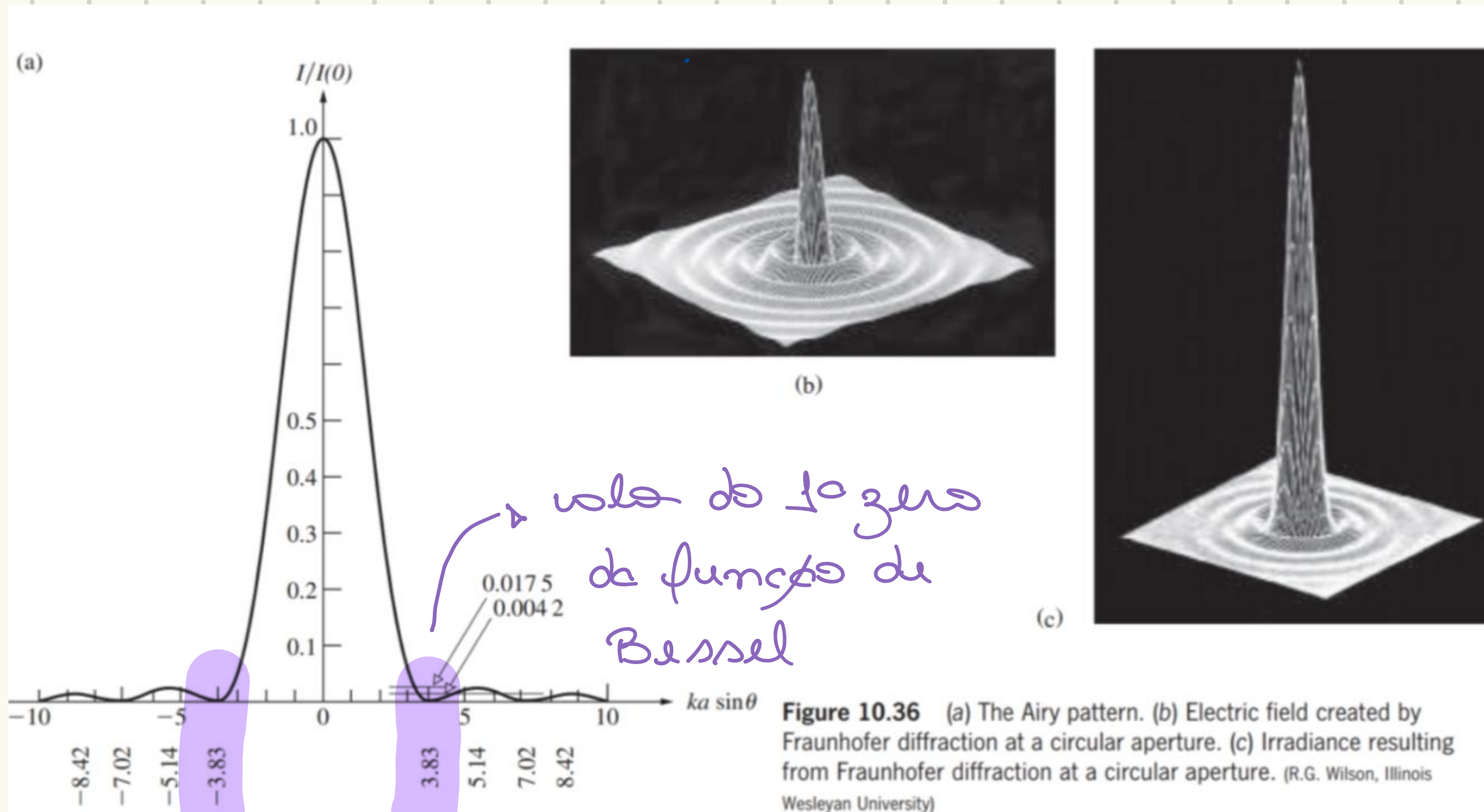
$$u' = \frac{k\rho}{R} \rho \quad ; \quad du' = \frac{k\rho}{R} d\rho ;$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(k_x, k_y) &= C 2\pi \left(\frac{R}{k\rho}\right)^2 \int_0^{ka\rho/R} u' J_0(u') du' = C 2\pi a^2 \cdot \frac{R}{ka\rho} J_1\left(\frac{ka\rho}{R}\right) \\ &= C 2\pi a^2 \frac{J_1(ka\rho/R)}{ka\rho/R} \end{aligned}$$

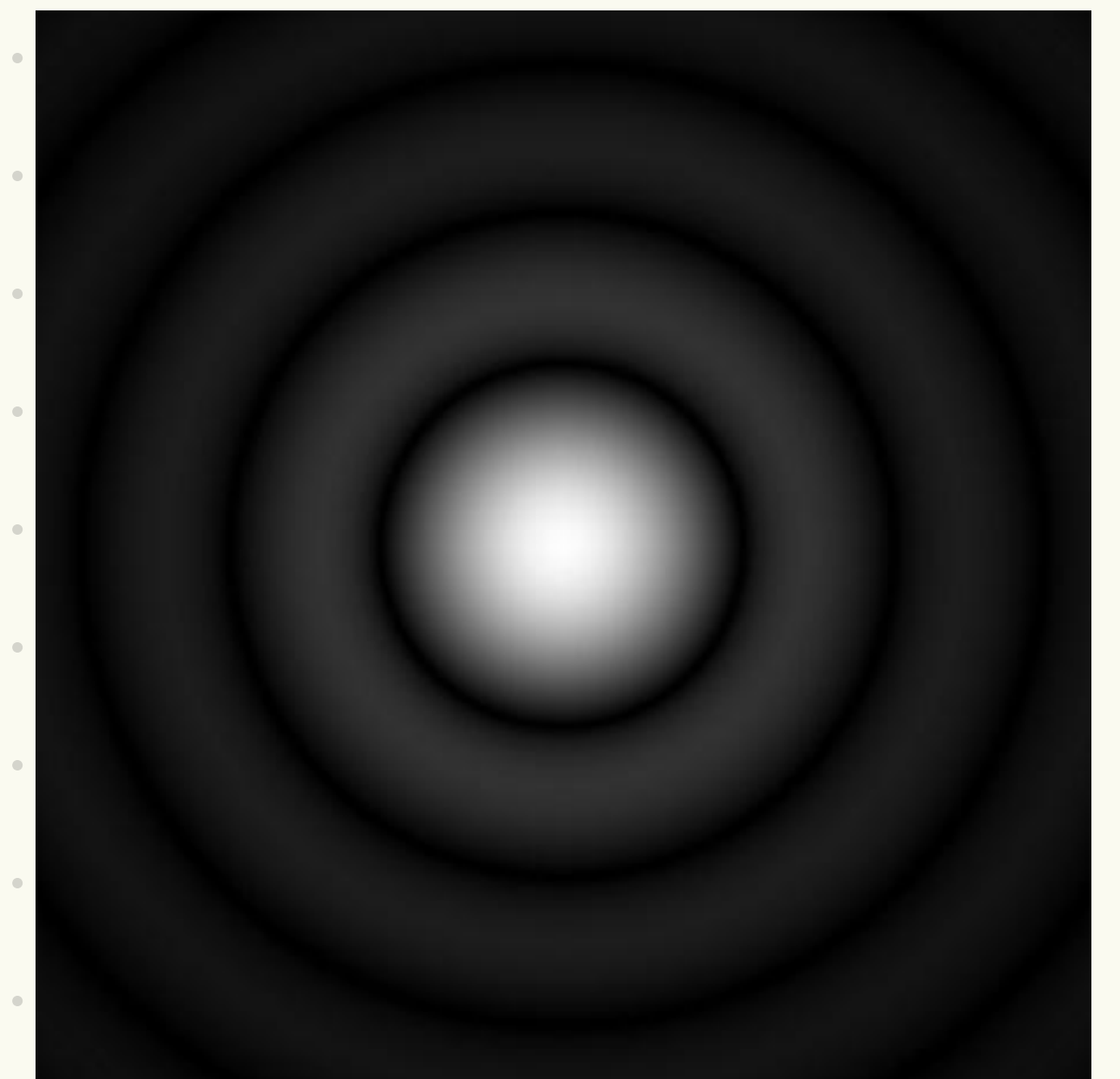
De forma que a intensidade fica:

$$I \propto \langle |\vec{E}|^2 \rangle \rightarrow I(\theta) = I(0) \cdot \left[\frac{2 J_1(Ka\theta/R)}{Ka\theta/R} \right]^2$$

função de Bessel de 1ª ordem



Intensidade no eixo central:



1º mín: $J_1(u) = 0$ p/ $u = 3.83$:

$$u = \frac{kaq}{R} = 3.83 \rightarrow q = 3.83 \frac{R}{ka} = \frac{3.83}{\pi} \frac{\lambda R}{2a} \rightarrow \text{diâmetros da abertura}$$

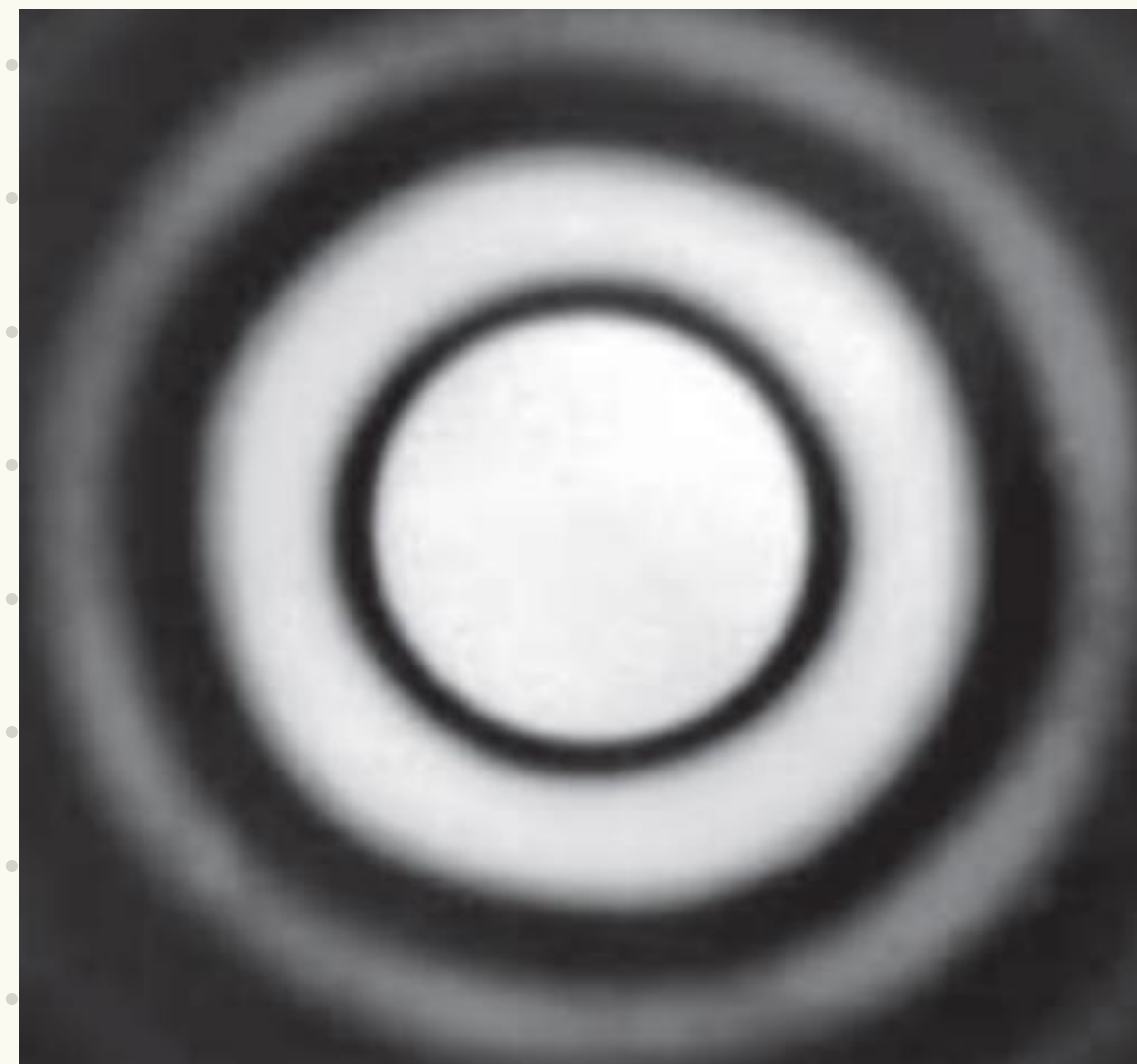
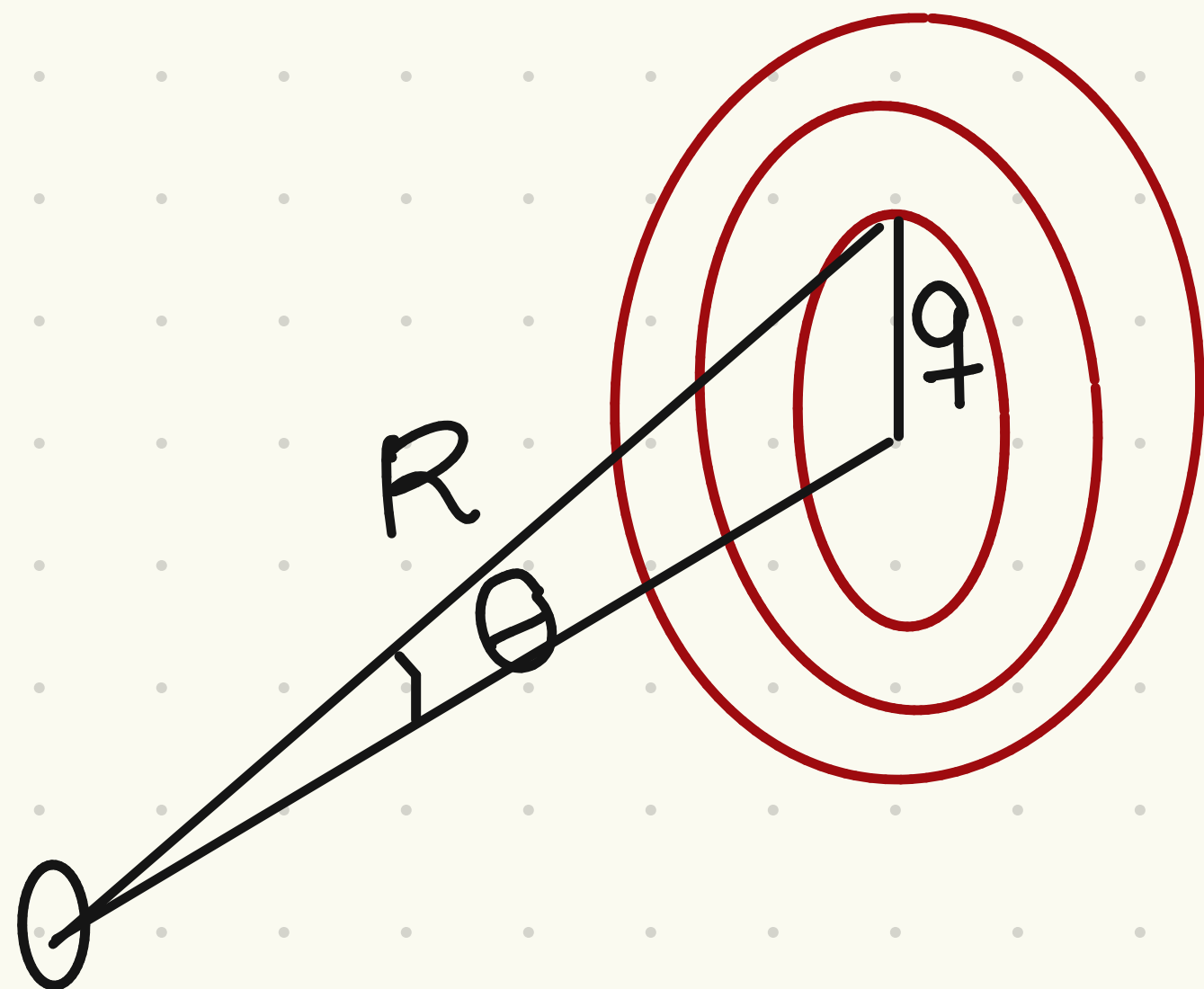
↙ 1.22

↙ posição do 1º mín de dif.

Lembrando que: $\sin \theta = \frac{q}{R}$, então: $\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

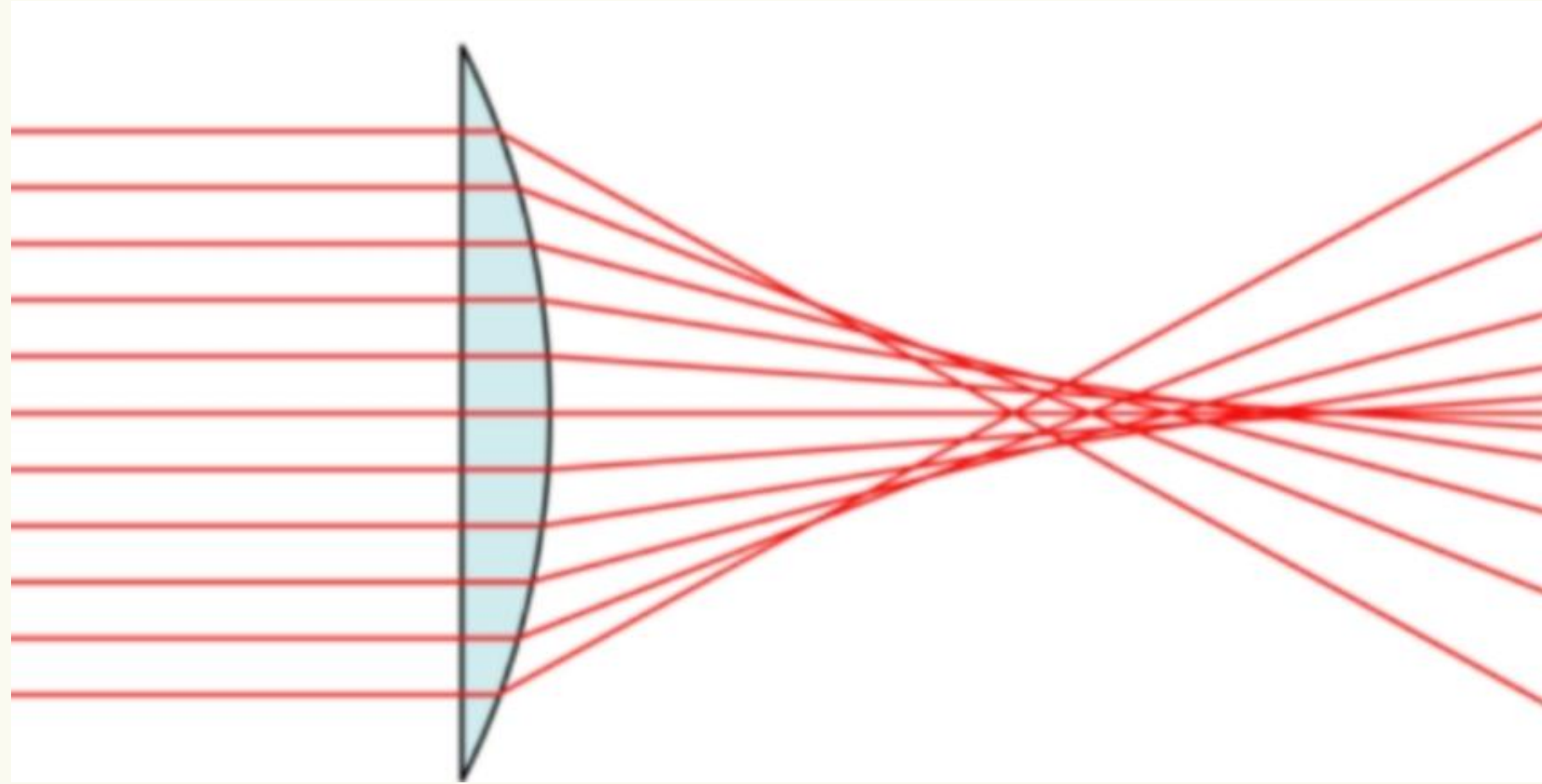
dif. orifício 0.5 mm:

dif. orifício 1 mm:



Resolução de sistemas ópticos:

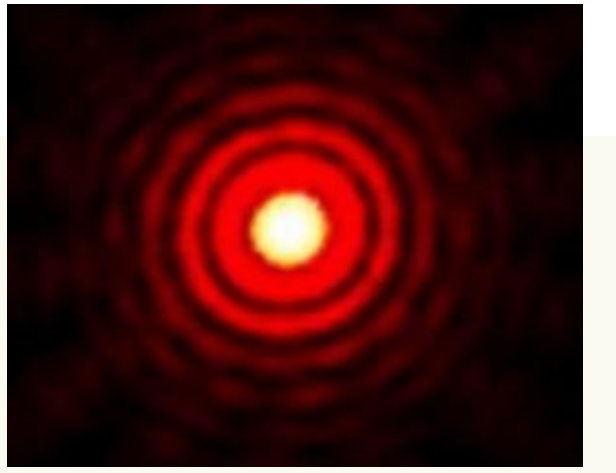
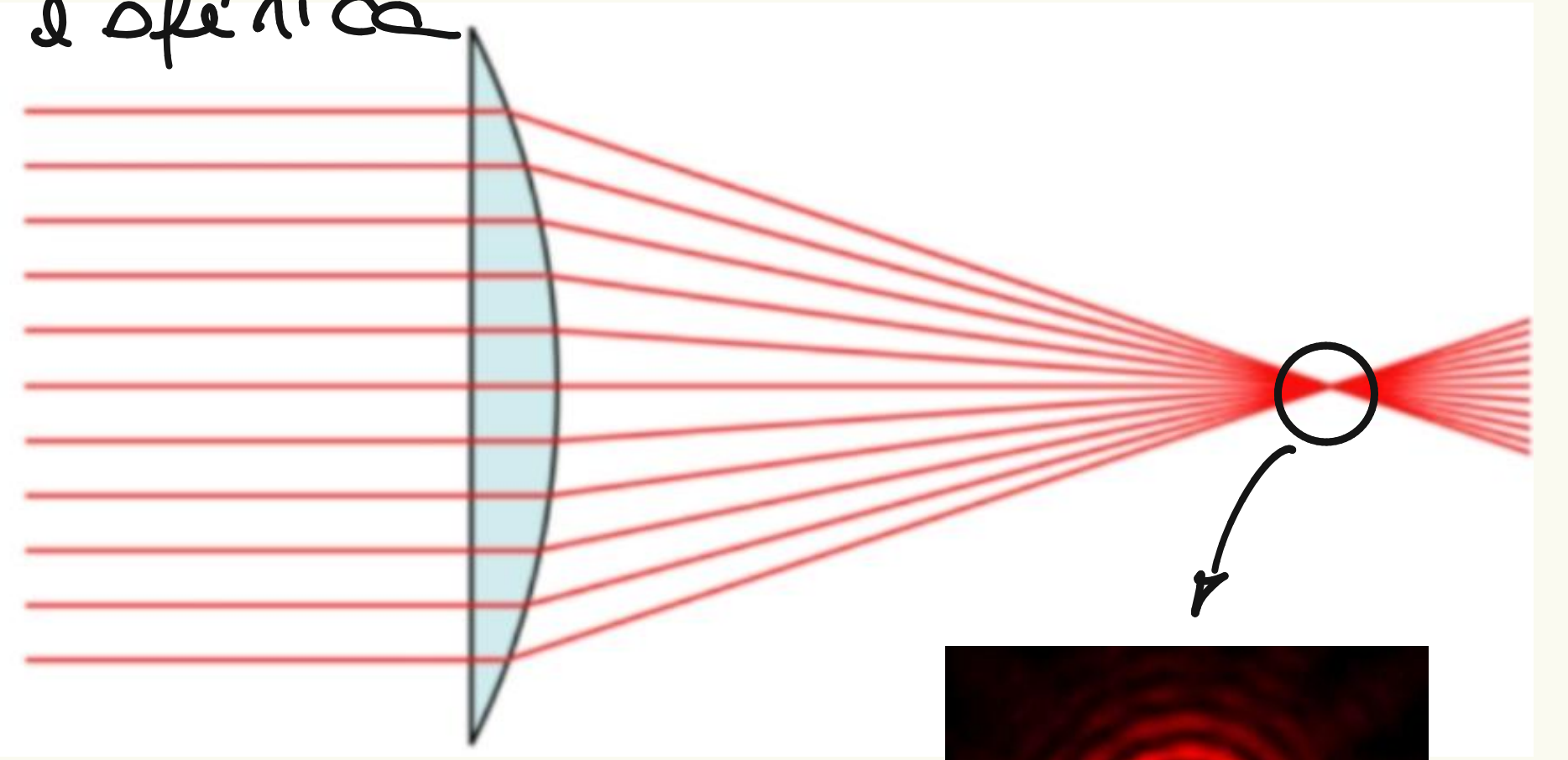
- aberração esférica:



podemos corrigi-lo
a) associação
de lentes,
customização
de superfície, etc...



lente livre de aberração
esférica



efeitos de difração
limite fundamental
de resolução de sistemas
ópticos

Resolução de sistemas ópticos:

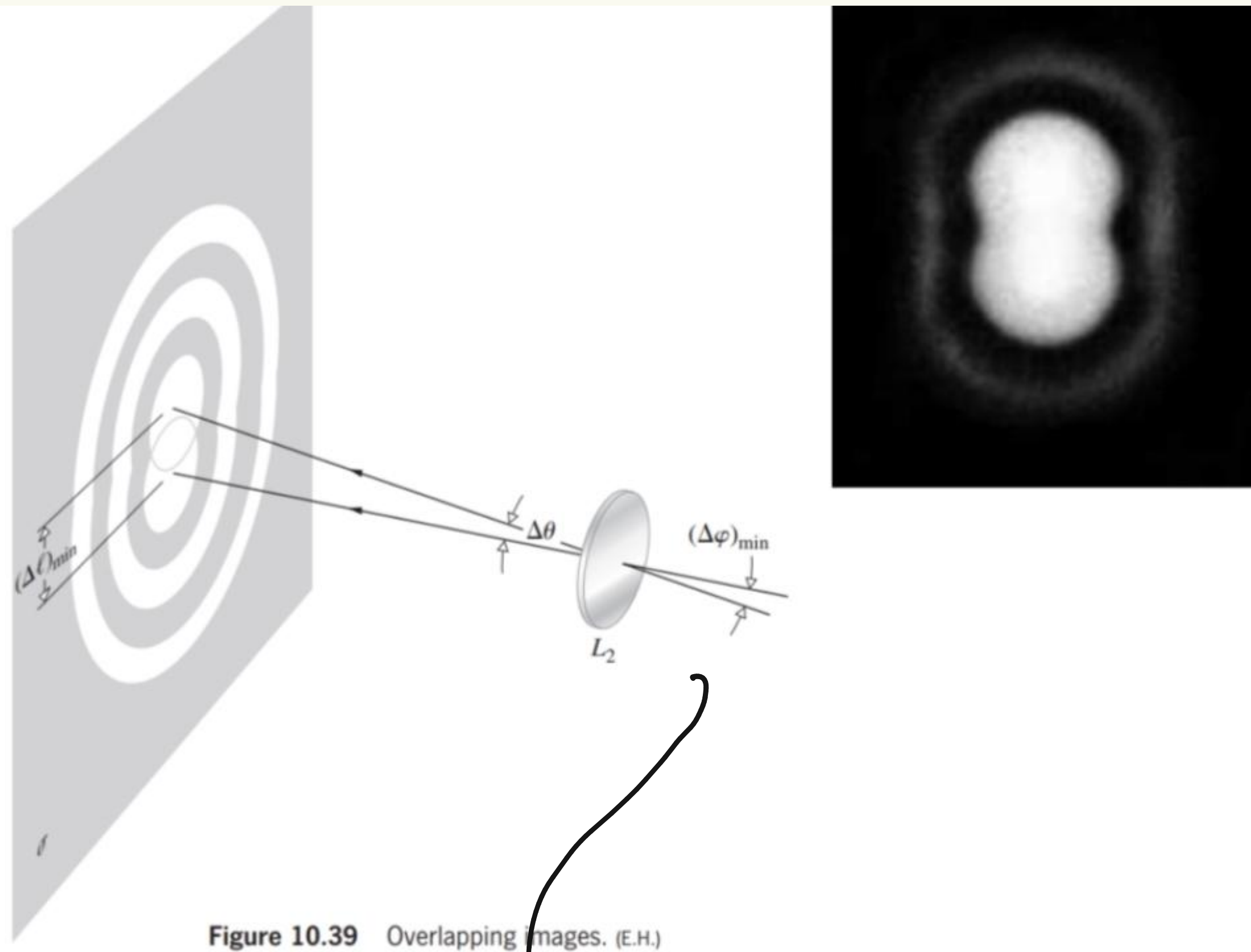
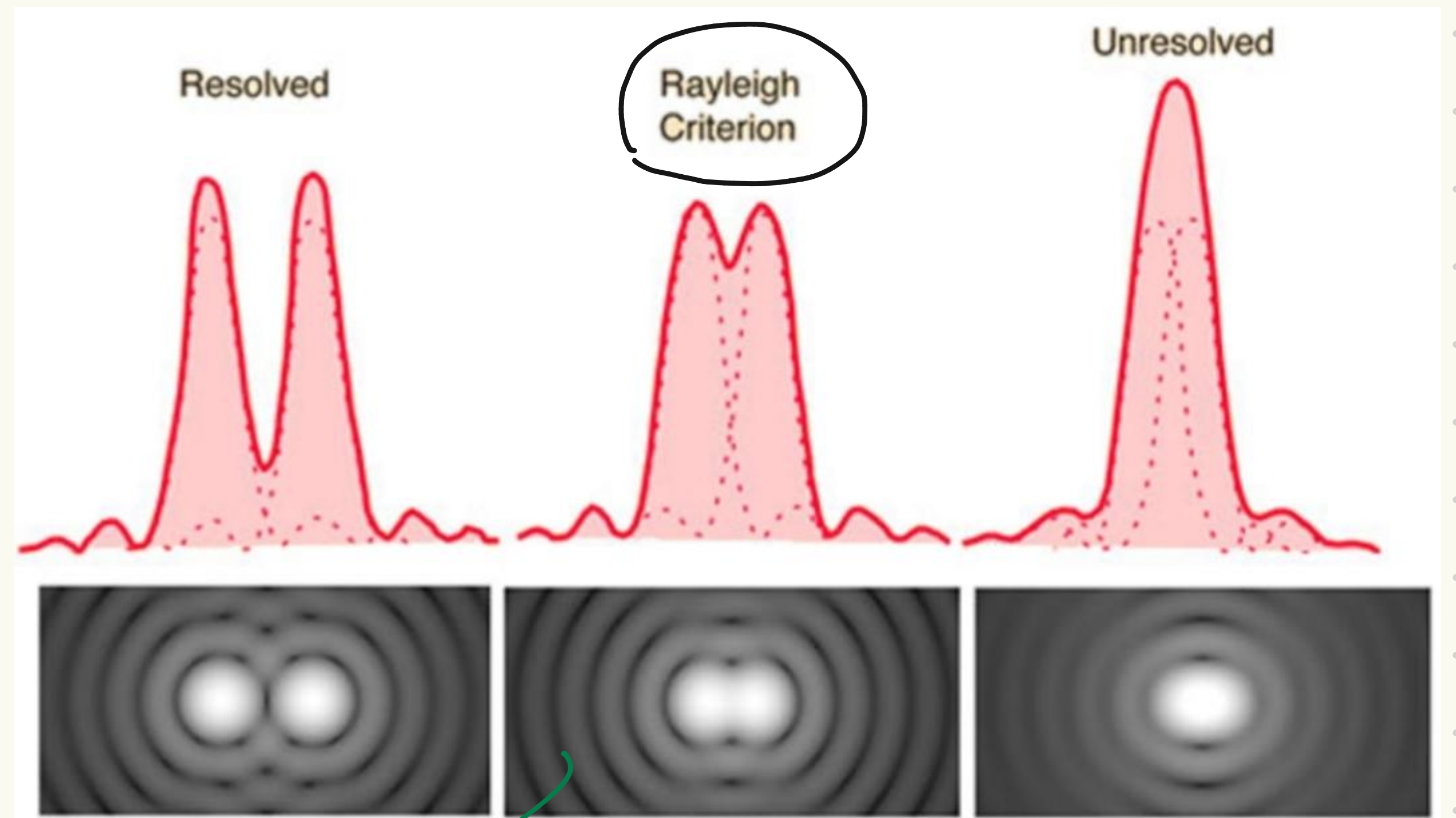


Figure 10.39 Overlapping images. (E.H.)

~> difusão impõe limite de distância entre dois objetos p/ que ele possam ser distinguidos

Critério de Rayleigh



ângulo mínimo de separação que permite distinguir 2 objetos:

$$\sin(\Delta\varphi_{\min}) = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

~> máx da dif. de um obj. coincide c/ o mín. da dif. do outro

Pupila humana

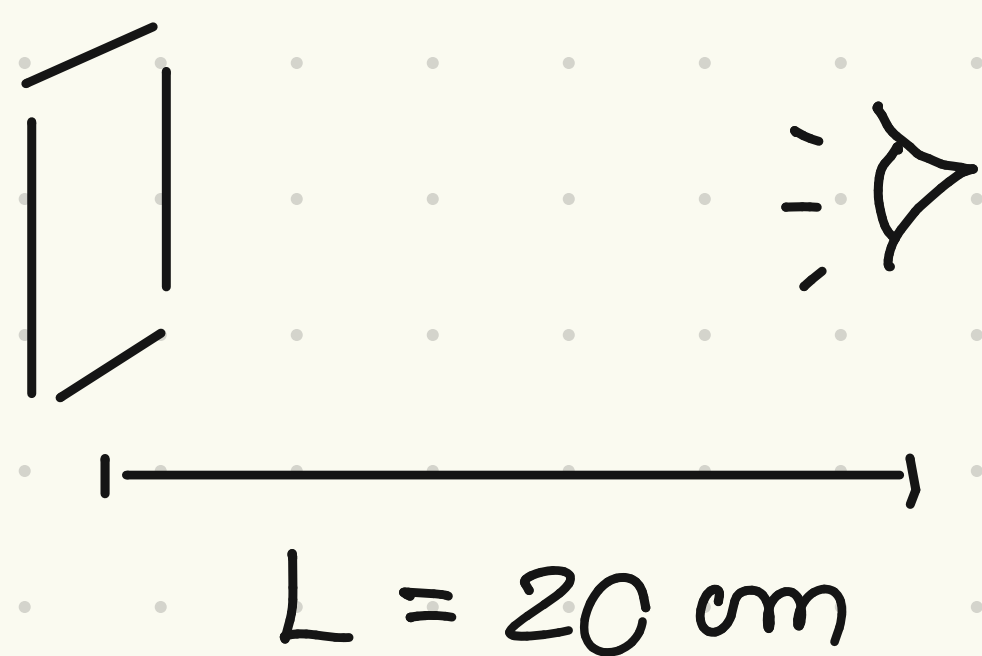
2.4 mm
3.8 mm (à noite) } $D \sim 3 \text{ mm}$

luz visível $\lambda \sim 500 \text{ nm}$

Resolução do olho humano:

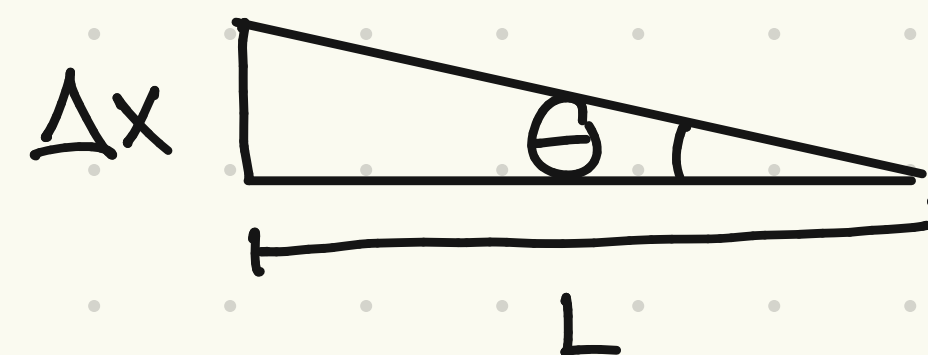
$$\sin \theta \approx \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{500 \text{ nm}}{3 \text{ mm}} \sim 2 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

iPhone 6s: 401 ppi



dist. entre pixels consecutivos:

$$\Delta x = \frac{2.54 \text{ cm}}{401} \approx 6.3 \times 10^{-3} \text{ cm}$$



$$\sin \theta \approx \theta = \frac{\Delta x}{L} = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

no limite do que o olho humano consegue distinguir

Ref.

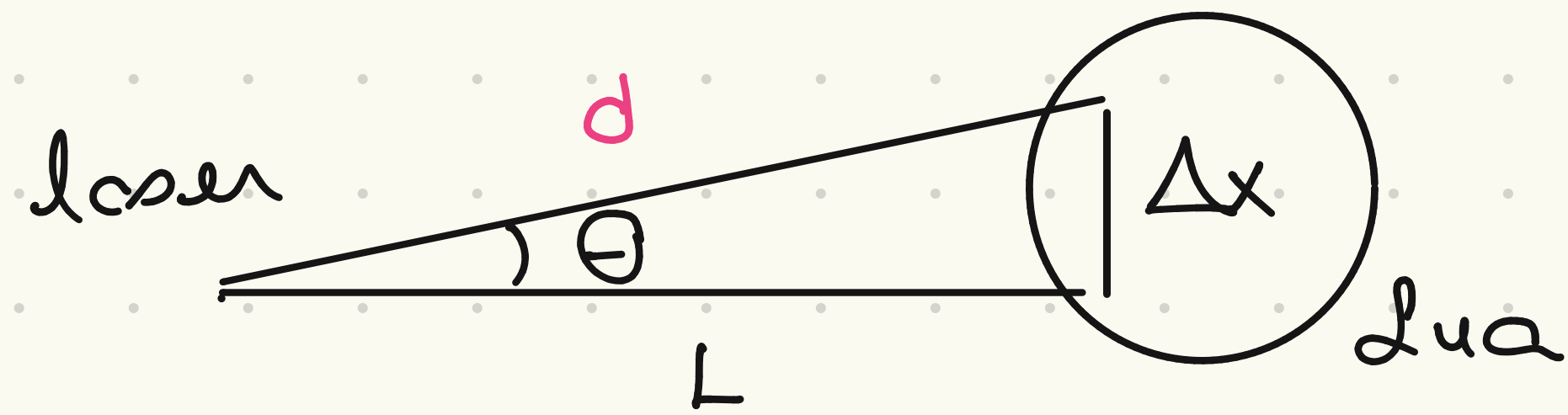
samsung S22: 425 ppi
iphone 14 plus: 458 ppi

Dimensão do feixe laser na lua

laser pointer $D \sim 1 \text{ mm}$

?> sobre difração: ângulo de abertura

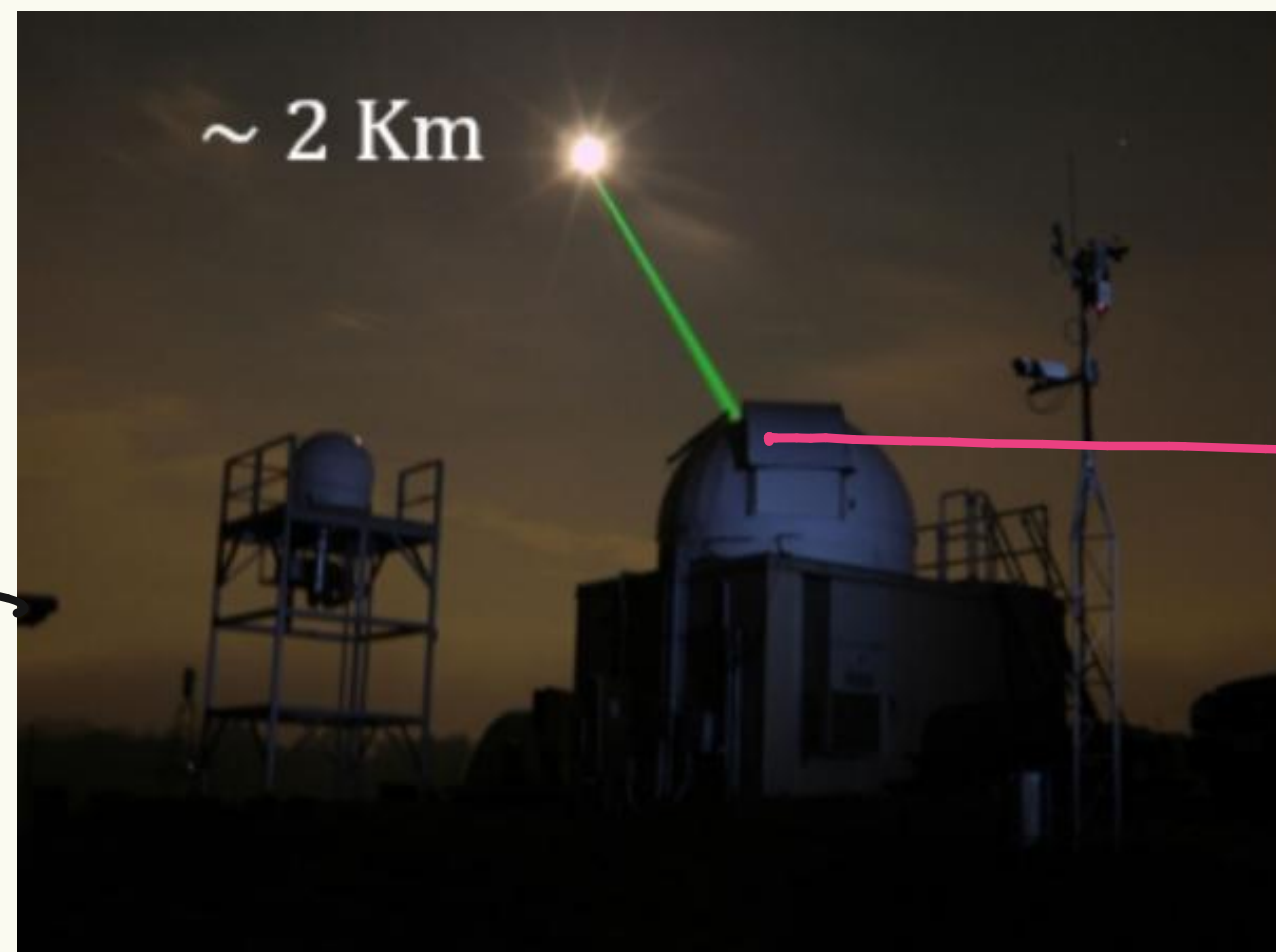
$$\theta_{\text{laser}} \sim 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{500 \text{ nm}}{1 \text{ m}} \sim 6 \times 10^{-4}$$



$$\Delta x = \theta L = 6 \times 10^{-4} \times 385 \times 10^3 \text{ Km} \\ \sim 200 \text{ Km}$$

Observatório
no México:

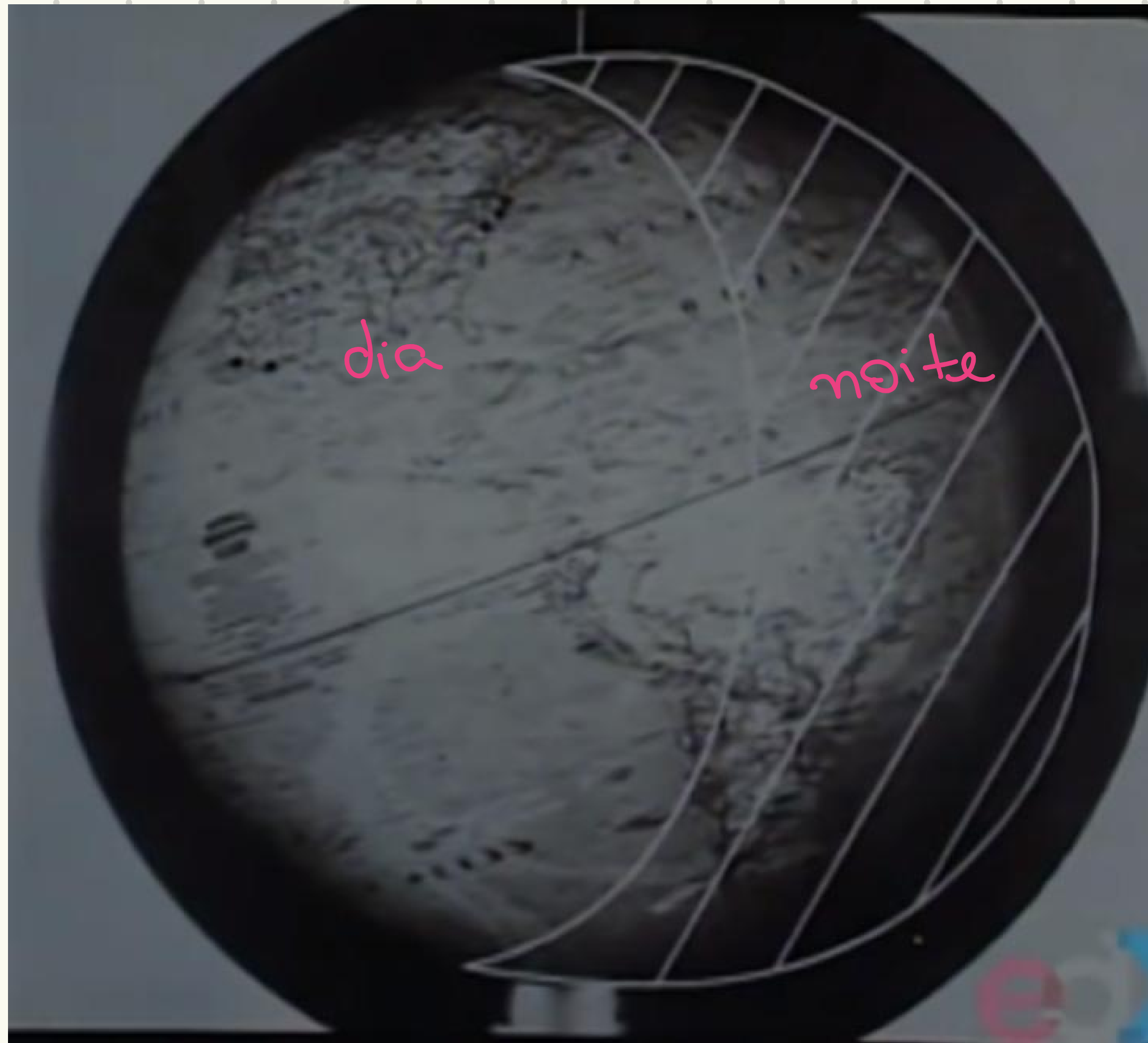
Estudo de desvio
da órbita da lua



→ feixe cl
cl $D = 3.5 \text{ m}$

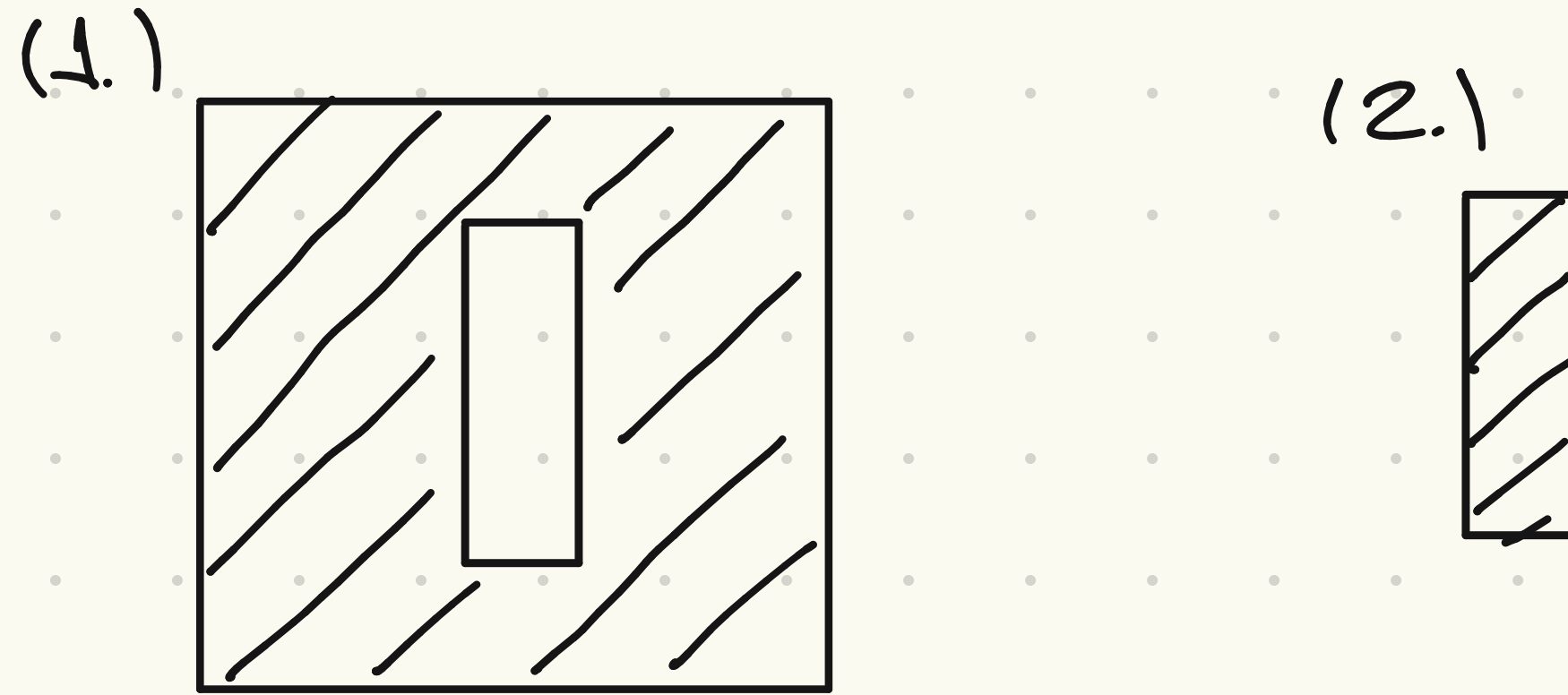
Serra vista a partir do LHC, Ref. Aula Walter Secim

• Cômputos no LHC



Princípio de Babinet - Complementaridade na difração

superfícies complementares: regiões transparentes em uma são regiões opacas na outra



Sejam \vec{E}_1 e \vec{E}_2 as amplitudes de campo que chegam em um certo ponto distante, quando os objetos são iluminados separadamente

Se ambos obj são iluminados juntos: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = C$ (telo opaco)

ou seja: $\vec{E}_1 = -\vec{E}_2 \rightarrow I_1 = I_2$: produção de dif. produzidos por ambos é idêntica