

INSTITUTO DE FÍSICA/USP

4300156 — GRAVITAÇÃO

Notas de Aula

2ª parte

João Zanetic

2º semestre/2019

GRAVITAÇÃO/Notas de Aula
(Versão parcialmente revista em agosto de 2017)

2ª parte

João Zanetic/IFUSP

Índice

Capítulo 6 – Gravitação e literatura.....	71
6.1. A física e a literatura: breve introdução	71
6.2. "Os Lusíadas" e o sistema aristotélico-ptolomaico	78
6.3. "O Paraíso Perdido" e os sistemas celestes	82
Capítulo 7 - Do círculo perfeito à elipse.....	88
7.1. Introdução	88
7.2. Rompendo com as esferas de cristal	89
7.3. A geometrização exagerada de Kepler	90
7.4. Kepler e a gravidade.....	95
7.5. Rompendo com a hegemonia do círculo.....	98
7.6. Uma homenagem de Einstein a Kepler.....	99
7.7. As leis de Kepler em detalhe	101
7.8. Um parêntesis: momento de uma força e momento angular	106

Capítulo 6 – Gravitação e literatura

6.1. A física e a literatura: breve introdução

Este capítulo é uma espécie de parêntesis dentro do conteúdo que vínhamos lendo/estudando até aqui. Vou procurar estabelecer algum tipo de integração entre o universo histórico e conceitual abordado e sua presença em algumas obras literárias. Acredito que esse tipo de abordagem não pode estar ausente da formação do professor de física que, devido ao seu papel na educação básica, acaba sendo um dos responsáveis pela aproximação entre a "cultura científica" e a cultura prevalente na maioria da população. O educador francês Georges Snyders⁸⁸, tratando dessa temática, chama a primeira de "**cultura elaborada**" e a segunda de "**cultura primeira**". Acredito, ainda, que essa abordagem vale também para a formação do pesquisador em física, na sua formação mais ampla.

Acredito que a física enquanto cultura não pode prescindir de vários aspectos "externalistas" como, por exemplo, a influência socioeconômica, abordagens ideológicas, as 'definições' de métodos científicos e a história da dinâmica da física, que compõem um mosaico que fornece a substância necessária para dar sustentação estrutural ao algoritmo, à experimentação, às teorias científicas e suas aplicações. É a Física compondo um elemento cultural necessário para a formação de qualquer cidadão contemporâneo.

Ainda hoje parece muito estranha, para muita gente, essa aproximação entre ciência e arte. Há cerca de trinta anos esse estranhamento era muito maior mas,

"com o passar do tempo percebemos que outros saberes precisavam entrar em nossos estudos para dar suas contribuições. Sendo assim, vários caminhos alternativos foram sendo trilhados e, hoje, nossos trabalhos incluem tópicos/abordagens que anteriormente faziam parte quase exclusiva de outras áreas de pesquisa. Um dos exemplos mais recentes são os estudos sobre a linguagem em suas variadas formas de apresentação. Vemos estas iniciativas como grandes desafios, pois "associar ciência e imaginação, trabalho científico e trabalho literário, ciência e arte, enfim, parece ainda muito estranho, mesmo quando aderimos ao paradigma da interdisciplinariedade (...)

E mesmo assim, não estamos sendo propriamente originais, na medida em que "como entendia o filósofo/educador Jean-Jacques Rousseau [1712-

⁸⁸ SNYDERS, Georges. **A alegria na escola**. Editora Manole, São Paulo, 1988.

1778], *muito antes da geometria da razão a humanidade tinha o imaginário da poesia*” (Zanetic, 1998, p.1).⁸⁹”

Podemos explorar a relação entre a literatura e a física nas salas de aula do Ensino Médio. Já que muitas vezes nos debates educacionais se fala em interdisciplinaridade, ensino integrado de ciências, e outros termos semelhantes, por que não pensar na integração com outros ramos do conhecimento, com outras formas de falar do mundo e com o mundo? Normalmente se trabalha com os aspectos experimentais e matemáticos, que constituem componentes fundamentais do conhecimento em física. Agora, se quisermos que a física faça parte do cotidiano cultural dos indivíduos contemporâneos, não podemos deixar de relacioná-la com demais elementos integradores como, por exemplo, as obras literárias aqui mencionadas.

A primeira vez que pensei na relação entre física e literatura data da época, década de 1970, em que li alguns trechos de um dos livros de Galileu Galilei. Os diálogos entre seus personagens Salviatti, Sagredo e Simplicio, pelos quais Galileu tinha a intenção de desmontar a argumentação aristotélica e a defesa do universo copernicano e da metodologia aristotélica-ptomaica, são verdadeira obra literária. Determinadas partes de seu livro podem ser lidas como textos literário-filosóficos.

Muito mais tarde vim a descobrir que um dos mestres inspiradores de Galileu, o filósofo grego Platão, já mencionado anteriormente, também utilizava a estrutura de diálogos entre diferentes personagens para apresentar sua visão de mundo. E mesmo nas partes de sua obra em que há apenas um monólogo ou o domínio quase exclusivo de um personagem, como acontece no **Timeu**, básico para o entendimento da visão platônica da estrutura do mundo, é uma obra literária que temos nas mãos. Eis um breve exemplo literário de um texto de Platão:

"Seja como for, o tempo nasce como o céu, a fim de que, nascidos juntos, sejam também dissolvidos juntos, se jamais houverem de ser dissolvidos; e foi feito a partir do modelo da natureza eterna, a fim de se assemelhar a este modelo na medida do possível. Porque o modelo é existente durante toda a eternidade, enquanto o céu foi, é e será continuamente durante toda a duração do tempo. Foi em virtude deste raciocínio e para dar existência

⁸⁹ ZANETIC, J. **Ensino de física através de sua história e filosofia para quem gosta de literatura**. In: VI Encontro De Pesquisadores em Ensino De Física, 6, 1998, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: Sociedade Brasileira de Física, 1998

ao tempo que Deus fez nascer o sol e a lua e outros cinco astros chamados planetas, para distinguir e conservar os números do tempo".⁹⁰

A eventual utilização dessas leituras tem, pelo menos, uma dupla finalidade quando pensamos na formação de professores de física para o ensino médio ou na de seus estudantes:

i. deve fornecer aquela base mínima que favoreça a leitura desse tipo de literatura ao longo da vida do estudante, isto é, seria um dos modos de fazer o conhecimento adquirido em física continuar presente alimentando o pensamento científico desse indivíduo; favorecendo e estimulando seu imaginário, no sentido mais amplo do termo, no sentido expresso, por exemplo, pelo filósofo Gaston Bachelard⁹¹ que sempre tinha em mente tanto o pensador diurno, mais racionalista, como o pensador noturno, mais propenso ao devaneio, ao pensamento poético;

ii. deve favorecer também a aprendizagem dos aspectos conceituais presentes nas teorias físicas apresentadas na parte mais formal do conteúdo de física abordado na escola.

Com esses dois objetivos guiando esta atividade temos alguns parâmetros para a escolha de textos a serem recomendados dados para leitura e discussão. Dessa forma, a escolha de textos não se restringirá àqueles chamados clássicos da ciência como, por exemplo, os já mencionados de Galileu e Platão. Estes teriam muito mais a finalidade exposta no segundo item, podendo às vezes atender o primeiro também, como acontece com partes do texto **Timeu**, de Platão, do **De revolutionibus**, de Copérnico, dos **Diálogos** e dos **Discursos**, de Galileu, da **Astronomia Nova** e da **Harmonia do Mundo**, de Kepler, e mesmo dos **Principia** de Newton.

Assim, além dessa literatura mais especificamente científica, entendo que a literatura que, de maneira direta ou indireta, tenha a física como parte integrante, também

⁹⁰ PLATÃO. **Diálogos IV**. Publicações Europa-América, Lisboa, s/data, págs. 266/267. Tradução de versão francesa de 1969.

⁹¹ Gaston Bachelard escreveu vários livros sobre cada um desses pensadores. Indico um de cada vertente: **A formação do espírito científico**. Ed. Contraponto, Rio de Janeiro, 1996; **A poética do espaço**. Ed. Martins Fontes, 2000. Ele foi um filósofo da ciência francês que viveu de 1884 a 1962. Entre suas contribuições à epistemologia da ciência encontramos a ideia de que a passagem para uma teoria acabada e autoconsistente ocorre por meio de um processo de **ruptura**, ou revolução científica na denominação de Kuhn, isto é, de construção de um saber que acaba negando o saber anterior. O conceito **obstáculo epistemológico** diz respeito à dificuldade de ocorrência da ruptura por conta de que a teoria predominante resiste e impede um novo olhar para um velho fenômeno ou o desvelar de um novo fenômeno. Para Bachelard, tanto o chamado senso comum como a própria ciência em determinadas circunstâncias, podem funcionar como obstáculos à evolução do conhecimento.

tem seu papel neste tipo de atividade. A seguir, como introdução a esta temática, vou mencionar alguns exemplos de minha preferência.

Edgar Allan Poe (1809-1849), famoso contista e poeta norte-americano, também abordava diretamente conceitos de física. É o que acontece, por exemplo, no seu conto **O mistério de Marie Roget**. Nesse conto, Poe coloca seu personagem, o detetive Augusto Dupin, na tentativa de elucidar um bárbaro crime. Dupin utiliza uma metodologia sofisticada, auxiliado por conceitos científicos, entre os quais os de gravidade específica e empuxo. Eis um pequeno trecho desse conto:

“O primeiro objetivo do autor é mostrar-nos, pela brevidade do intervalo entre o desaparecimento de Maria e o encontro do cadáver a flutuar, que tal cadáver não pode ser o de Maria. (...) a gravidade específica do corpo humano, em sua condição natural, é quase igual à massa de água doce que ele desloca. (...) É evidente, contudo, que as gravidades do corpo e da massa de água deslocada são muito delicadamente equilibradas, e que uma ninharia pode fazer com que uma delas predomine. Um braço, por exemplo, erguido fora d`água e assim privado de seu equivalente é um peso adicional suficiente para imergir toda a cabeça, ao passo que a ajuda casual do menor pedaço de madeira habilitar-nos-á a elevar a cabeça, para olhar em derredor”⁹²

Poe é também o autor de um estimulante ensaio - **Eureka** - em que abordava questões metodológicas, centradas em torno da indução, dedução e intuição, mescladas com uma intrigante concepção de ciência.

Outro grande escritor, que também realizou incursões filosóficas que tinham implicações científicas, foi Fiódor Dostoiévski (1821-1881). Embora não fosse um cientista, nem mesmo um filósofo preocupado explicitamente com o conhecimento científico, o escritor russo expressava, na sua obra mais conhecida, **Os irmãos Karamazov**, uma ideia científica original que já estava no ar, portanto, um quarto de século antes de sua formulação bem sucedida por Einstein, a saber, a de que o espaço absoluto tri-dimensional não servia mais ao propósito de explicação do mundo físico. Provavelmente ele aprendera esse conhecimento de física em seu curso de engenharia militar. A "linha de mundo" einsteiniana já habitava o rico espaço-tempo de Dostoiévski:

“É preciso notar, no entanto, que, se Deus existe, se criou verdadeiramente a terra, fê-la, como se sabe, segundo a geometria de Euclides, e não deu

⁹² POE, Edgar Allan. **Poesia e prosa - obras escolhidas**. Edições de Ouro, 1966, págs. 37 e 379. Esse conto aparece em muitas outras edições mais recentes dos contos de Poe.

ao espírito humano senão a noção das três dimensões do espaço. Entretanto, encontraram-se, encontram-se ainda geômetras e filósofos, mesmo eminentes, para duvidar de que todo o universo e até mesmo todos os mundos tenham sido criados somente de acordo com os princípios de Euclides. Ousam mesmo supor que duas paralelas que, de acordo com as leis de Euclides, jamais se poderão encontrar na Terra, possam encontrar-se, em alguma parte no infinito. Decidi, sendo incapaz de compreender mesmo isto, não procurar compreender Deus. Confesso humildemente minha incapacidade em resolver tais questões; tenho essencialmente o espírito de Euclides: terrestre. De que serve querer resolver o que não é deste mundo? (...) Essas questões estão fora do alcance dum espírito que só tem a noção das três dimensões."⁹³

Por essa e outras considerações de ordem filosófica, estética, ética e científica, o historiador da ciência Boris Kuznetsov traça um paralelo entre a obra literário-filosófica de Dostoiévski e a obra científico-filosófica de Einstein. Os pensadores diurno e noturno se encontram no amanhecer de uma nova visão de mundo que busca a união da harmonia cósmica com a harmonia moral. Segundo Kuznetsov, Einstein teria afirmado seu débito intelectual para com Dostoiévski com as seguintes palavras:

*"Dostoiévski oferece-me mais que qualquer outro pensador, mais que Gauss."*⁹⁴

Kuznetsov argumenta que Dostoiévski teria formulado, no século XIX, várias questões filosóficas dirigidas ao século XX e que teriam sido respondidas por Einstein. Além da questão mais óbvia relacionada com a ruptura com a geometria euclidiana, Kuznetsov encontra um paralelo mais sutil entre os dois pensadores:

*"A noção de que a existência sem harmonia é uma ilusão ou que a harmonia é apenas conseguida menosprezando destinos individuais, constitui a ligação entre os problemas éticos dos livros de Dostoiévski e as conclusões físicas implícitas nas teorias de Einstein."*⁹⁵

⁹³ DOSTOIÉVSKI, Fiódor M. **Os irmãos Karamazovi**. Abril Cultural, São Paulo, 1971, pág. 177. Original russo de 1879/80.

⁹⁴ KUZNETSOV, Boris. **Einstein and Dostoiévski**. Hutchinson Educational, London, 1972, pág. 59. Original russo de 1972.

⁹⁵ KUZNETSOV, B. **Op. cit.**, nota 94, pág. 72.

De um lado estão as inquietações racionalistas e religiosas de Ivan e Aliósha, do outro a busca da harmonia cósmica de Einstein que, embora baseada no coletivo das partículas, não pode ignorar o "destino" de uma única partícula individual. Afinal, "Deus não joga com dados", afirmava Einstein.

Kuznetsov conclui seu livro com uma síntese do seu paralelo entre o romancista e o físico:

*"Nos efeitos científicos e sociais do avanço e aplicação da física moderna, encontramos novamente o problema da harmonia macroscópica e destinos individuais. A ciência promete ao homem uma tremenda expansão dos recursos energéticos, com a aplicação de novas formas de energia. Esta expansão, acoplada com a automação cibernética, capacitará os homens a se concentrarem na solução de problemas mais gerais e fundamentais. Isto exige uma consciência viva, um sentido da responsabilidade pelo destino de cada ser humano individual. Este sentimento, tão intenso em Einstein, provém em parte da galeria de personagens sofredoras que Dostoiévski introduziu na cultura mundial."*⁹⁶

Esse paralelo entre a obra literária de Dostoiévski e os conceitos científicos foi alvo de um "exercício teatral" encenado em março de 1988, em São Paulo, no Teatro Mars. Esse exercício tinha roteiro e direção de Bia Lessa que, inclusive, escreveu um breve texto sobre o tema, no qual afirma que nas suas oficinas teatrais eram levantados e discutidos.

"... os pontos de contato que intuíamos existir entre a forma como Dostoiévski construía suas imagens literárias e as imagens que nos eram sugeridas pelo estudo da física moderna. (...) Podemos também surpreender o autor apresentando uma trama na qual o destino das personagens está sujeito às ingerências do acaso."

Mais adiante, Bia Lessa sugere um exercício teatral que remete diretamente para a sugestão de um exercício pedagógico:

*"... pensar a cena através de uma perspectiva pela qual a trama criada pelas relações humanas estivesse relacionada ao contexto maior dos fenômenos cósmicos e universais. Através desse raciocínio proporíamos a discussão teatral das possíveis relações entre o homem e o universo que o cerca."*⁹⁷.

⁹⁶ KUZNETSOV, B. **Op. cit.**, nota 94, pág. 108.

⁹⁷ LESSA, Bia *et all.* **Dostoiévski e a física**. Folha de São Paulo, 13/03/1988, pág. F1.

Encontramos laços fortes entre literatura e física em muitas peças de teatro: em **A vida de Galileu**, de Bertolt Brecht (1898-1956), onde ele constrói um contundente retrato de Galileu Galilei; no debate ético entre **Os físicos**, de F. Dürrenmatt; ou ainda na discussão política do **Caso Oppenheimer**, de H. Kipphardt, que coloca seu personagem-físico nuclear falando algo que nos dias atuais – vide a polêmica criada em torno da possibilidade do Irã vir a construir sua bomba atômica ou as experiências bombásticas da Coreia do Norte - ainda é muito significativo:

"Refletindo sobre mim mesmo, um cientista, um físico em nosso tempo, comecei a me perguntar se não ocorreu realmente, qualquer coisa como uma traição mental. (...) Quando penso que, para nós, se tornou fato corriqueiro que também as pesquisas fundamentais da física nuclear fiquem cercadas de um sigilo do mais alto grau, que os nossos laboratórios sejam pagos pelas administrações militares e vigiados, como objetos bélicos, quando penso no que se teriam transformado, num caso análogo, as idéias de Copérnico ou as descobertas de Newton, aí eu pergunto a mim mesmo se nós não praticamos, efetivamente, uma traição ao espírito da ciência, ao cedermos aos militares o nosso trabalho de pesquisa sem pensarmos nas consequências..."⁹⁸

Exemplos importantes entre ciência e literatura no teatro são as peças *Einstein, Copenhagen, Perdida ... uma comédia quântica, Quebrando códigos, After Darwin, A dança do universo, A culpa é da ciência*, entre outras, do grupo paulistano "Arte e Ciência no Palco".

Fica assim estabelecida a necessidade de complementar a visão internalista, essencialmente epistemológica, oferecida pelos historiadores da ciência, com a visão externalista, que pode ser encontrada nas mais variadas fontes que exploram os condicionantes sociais, econômicos, religiosos e culturais que marcam o espaço e o tempo da ciência.

Outro escritor que deixou inúmeras pontes entre a ciência e a literatura foi o italiano Ítalo Calvino (1923-1985), principalmente nos seus últimos escritos inacabados, *Seis propostas para o próximo milênio*, onde abordou os temas: leveza, rapidez, exatidão, visibilidade e multiplicidade. Dessa sua obra extraio o seguinte trecho representativo de seu pensamento:

⁹⁸ HEIMAR, Kipphardt. **O caso Oppenheimer**. Ed. Brasiliense, São Paulo, 1966, pág. 154.

"Será lícito extrapolar do discurso científico uma imagem do mundo que corresponda aos meus desejos? Se a operação que estou tentando me atrai, é porque sinto que ela poderia reatar-se a um fio muito antigo na história da poesia.

De rerum natura, de Lucrecio, é a primeira grande obra poética em que o conhecimento do mundo se transforma em dissolução da compacidade do mundo, na percepção do que é infinitamente minúsculo, móvel e leve. Lucrecio quer escrever o poema da matéria, mas nos adverte desde logo, que a verdadeira realidade dessa matéria se compõe de corpúsculos invisíveis. É o poeta da concreção física, entendida em sua substância permanente e imutável, mas a primeira coisa que nos diz é que o vácuo é tão concreto quanto os corpos sólidos. (...) A poesia do invisível, a poesia das infinitas potencialidades imprevisíveis, assim como a poesia do nada, nascem de um poeta que não nutre qualquer dúvida quanto ao caráter físico do mundo. "⁹⁹

Muitos outros exemplos extraídos da literatura universal poderiam ser aqui mencionados como, por exemplo, dois autores geniais do período renascentista mais diretamente vinculados aos temas que vínhamos tratando nos cinco capítulos precedentes, particularmente com relação às concepções geocentrista e heliocentrista de universo: o português Luís de Camões, essencialmente geocentrista, e o inglês John Milton (1608-1674). São eles os personagens das duas próximas seções deste capítulo.

6.2. "Os Lusíadas" e o sistema aristotélico-ptolomaico

Foi dito anteriormente que o sistema aristotélico-ptolomaico dominou o cenário da astronomia até pelo menos o século XVII. Esse domínio não se restringiu às áreas do conhecimento que lidam mais diretamente com os fenômenos naturais. Vamos encontrar influências explícitas do pensamento aristotélico em campos que aparentemente nada teriam a ver com a ciência, em particular nos textos literários do período histórico dominado por esse paradigma, ou seja, dos séculos IV AC até o século XVI em que viveu Copérnico. Por exemplo, nos séculos XIII e XIV, viveu o poeta Dante Alighieri (1265-1321), que escreveu seu poema **A divina comédia**, fortemente influenciado pelo geocentrismo, como podemos notar nesse brevíssimo trecho:

*“As partes deste céu são tão uniformes,
que eu não posso dizer qual Beatriz*

⁹⁹ CALVINO, Ítalo, **op. cit.**, nota 86, págs. 20/21.

*escolheu para meu lugar.
Mas ela, que via o meu desejo de saber,
começou, sorrindo tão alegre, que no seu rosto
parecia regozijar-se o próprio Deus:
deste céu começa a natureza do mundo como do seu princípio, fazendo que
a Terra seja firme no centro do universo e as outras partes em torno se
movam.*"¹⁰⁰

Vocês podem perceber também a presença religiosa (a menção a Deus), que já aparecera no trecho do texto de Platão reproduzido no início deste capítulo. Essa visão de mundo religiosa também estará presente Camões e Milton.

Esse foi o caso do poema épico **Os Lusíadas**, que foi escrito pelo grande poeta português Luís de Camões, que viveu entre 1524 e 1580, portanto dentro do período histórico do Renascimento.

Como tivemos oportunidade de estudar nos capítulos anteriores, o século XVI, no qual viveu o poeta Camões, foi de particular importância para a história da física e da astronomia, pois nele teve início o desmonte teórico, pouco "popular", do paradigma aristotélico-ptolomaico com os trabalhos de muitos estudiosos, como Copérnico. Foi também o século das grandes navegações, atividade em que os portugueses dessa época se notabilizaram. Camões procurou, entre outros assuntos, registrar e imortalizar os "feitos lusitanos" que estabeleceram uma ponte entre o Ocidente e o Oriente, "por mares nunca de antes navegados".

Camões não se restringiu, nessa sua obra maior, em narrar apenas os acontecimentos históricos, ao contrário, utilizou largamente de seus vastos conhecimentos em história universal, geografia, astronomia, mitologia clássica, entre outros campos do saber em que mostrava profunda familiaridade.

Do sistema aristotélico-ptolomaico encontramos inúmeras menções ao longo dos dez cantos em que se dividem **Os Lusíadas**. Quem não conhece a escrita de Camões o primeiro contato é surpreendente. Para exemplificar, reproduzo a seguir algumas oitavas pertencentes ao último canto do poema, onde o poeta descreve a visão do Cosmos segundo o sistema aristotélico-ptolomaico:

*"Depois que a corporal necessidade
Se satisfez do mantimento nobre,
E na harmonia e doce suavidade*

75

¹⁰⁰ ALIGHIERI, Dante. **A divina comédia**. Volume III (O paraíso). Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1958, pág 287.

*Viram os altos feitos que descobre,
Tethys, de graça ornada e gravidade,
Pera que com mais alta glória dobre
As festas deste alegre e claro dia,
Pera o felice Gama assi dizia:*

*'Faz-te mercê, barão, a Sapiência
Suprema de, cos olhos corporais,
Veres o que não pode a vã ciência
Dos errados e míseros mortais.
Sigue-me firme e forte, com prudência,
Por este monte espesso, tu cos mais.'
Assi lhe diz, e o guia por um mato
Árduo, difícil, duro a humano trato.*

76

*Não andam muito, que no erguido cume
Se acharam, onde um campo se esmaltava
De esmeraldas, rubis, tais que presume
A vista, que divino chão pisava.
Aqui um globo vem no ar, que o lume
Claríssimo por ele penetrava,
De modo que o seu centro está evidente
Como a sua superfície, claramente.*

77

*Qual a matéria seja não se enxerga,
Mas enxerga-se bem que está composto
De vários orbes, que a Divina verga
Compôs, e um centro a todos só tem posto.
Volvendo, ora se abaxe, agora se erga
Nunca se ergue ou se abaxa, e um mesmo rosto
Por toda a parte tem; e em toda a parte
Começa e acaba, enfim, por divina arte,*

78

*Uniforme, perfeito, em si sustido,
Qual, enfim, o Arquetipo que o criou
Vendo o Gama este globo, comovido
De espanto e de desejo ali ficou.
Diz-lhe a Deusa: 'O transunto, reduzido
Em pequeno volume, aqui te dou*

79

*Do Mundo aos olhos teus, pera que vejas
Por onde vas e irás e o que desejas.*

*'Vês aqui a grande máquina do Mundo
Etérea e elemental, que fabricada
Assi foi do Saber, alto e profundo,
Que é sem princípio e meta limitada.
Quem cerca em derredor este rotundo
Globo e sua superfície tão limada,
É Deus; mas o que é Deus, ninguém o entende,
Que a tanto o engenho humano não se entende.*

80

*'Este orbe que, primeiro, vai cercando
Os outros mais pequenos que em si tem,
Que está com luz tão clara radiando,
Que a vista cega e a mente vil também,
Empíreo se nomeia, onde logrando
Puras almas estão daquele Bem
Tamanho, que Ele só se entende e alcança,
De quem não há no mundo semelhança.*

81

*'Aqui, só verdadeiros, gloriosos
Divos estão, porque eu, Saturno e Jano,
Júpiter, Juno, fomos fabulosos,
Fingidos de mortal e cego engano.
Só pera fazer versos deleitosos
Servimos; e, se mais o trato humano
Nos pode dar, é só que o nome nosso
Nestas estrelas pôs o engenho vosso."¹⁰¹*

82

Notamos nas oitavas 75 e 76 que Thetys, a deusa do mar e esposa do Oceano, na mitologia grega, dirige-se a Vasco da Gama, o descobridor do caminho para as Índias. Na oitava 77 Camões começa a apresentar o Cosmos geocentrista grego. Na oitava 78 ele menciona os orbes que se encontravam depois das esferas do ar e do fogo, centradas na Terra imóvel, como pode ser visto na máquina do mundo do poema, a seguir reproduzida.

¹⁰¹ CAMÕES, Luís de. *Os Lusíadas*. Porto Editora Ltda., Porto, s/ data, págs. 317/319.

A máquina do Mundo n' "Os Lusíadas"

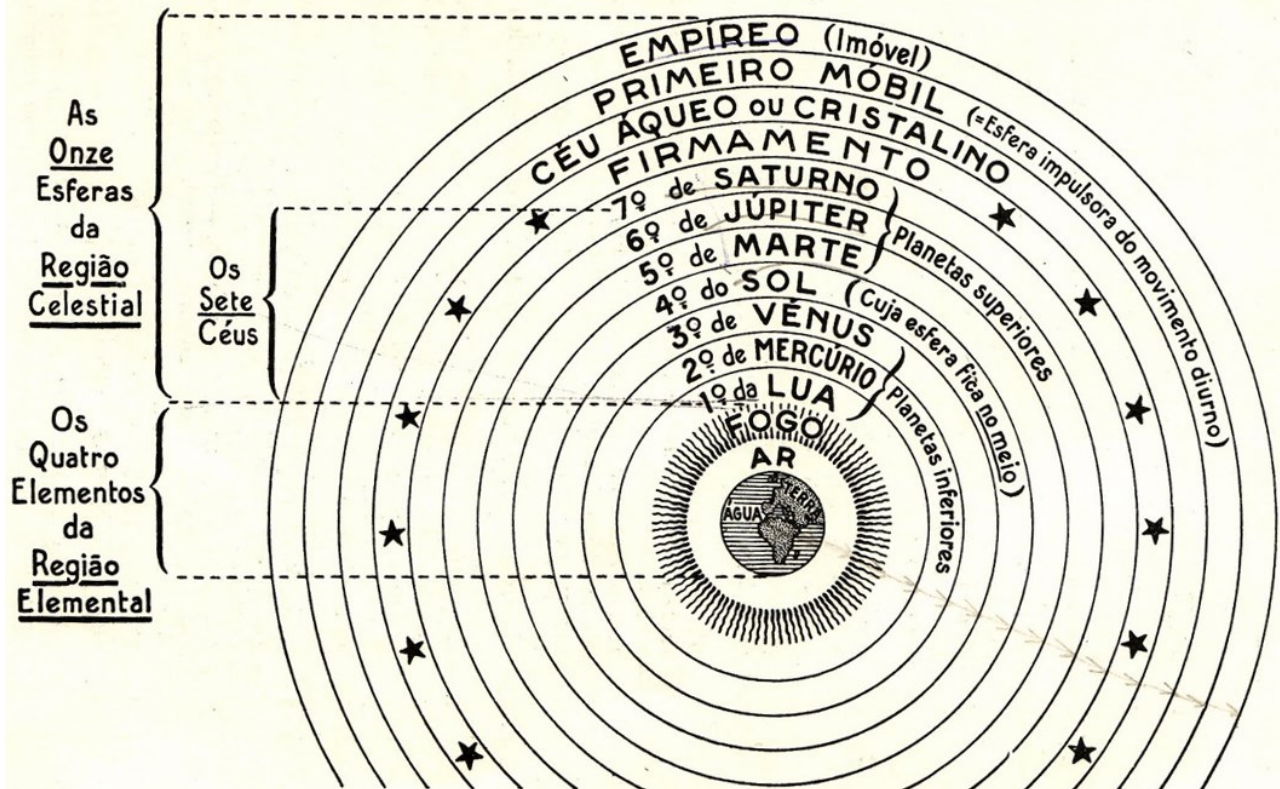


Figura 24¹⁰²

Na oitava 79 é dito que a Deusa fornece para Vasco da Gama um "trasunto", ou seja, uma miniatura do universo ptolomaico. Na oitava 80 é mencionada a utilização dos quatro elementos na composição do universo. Nas oitavas 81 e 82, Camões começa a descrever o conteúdo e posição dos diversos orbes.

6.3. "O Paraíso Perdido" e os sistemas celestes

Vou agora mencionar outro grande épico da literatura universal, o poema **O paraíso perdido**, de John Milton, publicado em 1667.

John Milton, nascido em Londres em 1608, foi um dos mais importantes poetas ingleses de todos os tempos. Desempenhou também as funções de professor primário quando teve oportunidade de ensinar o sistema ptolomaico. Possuidor de vasta cultura dedicou-se aos mais variados gêneros literários, como a poesia e o teatro, além de escrever ensaios sobre gramática e lógica. Foi fortemente influenciado pela cultura italiana do renascimento tendo, numa de suas viagens à Itália, travado contato com Galileu Galilei quando este estava preso a mando da Inquisição. Ficou, nesse contato, conhecedor

¹⁰² CAMÕES, Luís de. **Os Lusíadas**. Porto Editora Ltda., Porto, s/ data, págs.504.

das descobertas astronômicas de Galileu. Nas suas obras, entre as quais se destaca **O paraíso perdido**, encontram-se frequentes menções ao conhecimento científico dominante em sua época. John Milton faleceu em 1674.

Essa obra, como seu título dá claramente a entender, dedica-se a explorar como tema central, inspirado em passagens bíblicas, a perda do paraíso pelo primeiro casal humano provocada pela desobediência a uma ordem divina. Com essa motivação, John Milton, nesse seu poema, nos apresenta sua visão religiosa, política, social e científica do mundo.

O poema está dividido em 12 livros. No livro VII, encontramos um longo diálogo entre o anjo Rafael e Adão a respeito da criação do mundo realizada, segundo os ensinamentos bíblicos e, poeticamente descrita por Milton, em sete dias. Reproduzo a seguir parte desse diálogo:

"(...) Adão prossegue, interrogando o seu hóspede celeste:

'Grandes coisas, repletas de maravilhas bem diferentes das deste mundo, revelaste aos nossos ouvidos, intérprete divino! (...) digna-te, agora, a descer mais baixo e revelar-nos o que, talvez não seja menos útil, nos fazeres saber: como começou este céu que contemplamos tão distante e tão alto, adornado de inumeráveis fogos movediços; (...).'

Assim suplicou Adão (...) e assim o anjo (...) lhe respondeu (...):

'Esse seu pedido, feito com prudência, será satisfeito, se bem que, para contar as obras do Todo-Poderoso, que palavras ou que línguas de serafins serão suficientes, ou qual coração humano será capaz de compreendê-las? (...)

Ele [o Verbo Todo-Poderoso] pára, então, as rodas ardentes e toma nas suas mãos o compasso de ouro, preparado na eterna provisão de Deus, para traçar a circunferência deste universo e de todas as coisas criadas. Uma perna desse compasso, Ele a apóia no centro; percorre com a outra a vasta e obscura profundidade e diz:

- Estende-te até lá; até lá vão os seus limites; que isso seja a tua exata circunferência, ó mundo!

Assim criou Deus o céu, assim criou Ele a Terra, matéria informe e vazia: profunda escuridão cobriu o abismo; (...)

E disse Deus: - Faça-se a luz!

De repente a luz etérea, a primeira das coisas, pura quintessência, brotou do abismo e, saindo do seu oriente natal, começou a sua jornada através

da obscuridade aérea, dentro da radiante nuvem esférica, pois o sol ainda não existia; nesse tabernáculo nublado, ela permaneceu por algum tempo. Viu Deus que a luz era boa, e separou a luz das trevas por hemisférios: chamou à luz "Dia", e às trevas "Noite", e da tarde e da manhã, se fez o primeiro dia. (...)

De novo falou o Todo-Poderoso:

- Façam-se luzeiros na alta amplidão do céu, que dividam o dia da noite, e que sirvam de sinais para as estações, para os dias e para o curso dos anos (...)

Deus criou dois grandes luzeiros (grandes para a utilidade do homem); o maior para presidir o dia, o menor para presidir a noite. Criou as estrelas e colocou-as no firmamento, para iluminarem a terra e regularem o dia e a noite, nas suas alternativas, e limitarem a luz das trevas. Observando sua grande obra, viu Deus que isso estava bem.

Dos corpos celestes, o primeiro que ele criou, foi o sol, esfera poderosa, a princípio não luminosa, ainda que de substância etérea. Depois fez a lua esférica e as estrelas de todas as grandezas, e semeou o céu de astros como um campo. Tomou a maior parte da luz em seu tabernáculo de nuvens, transplantou-a e colocou-a na órbita do sol (...)

Primeiro, no seu oriente foi vista a gloriosa lâmpada, regente do dia, e todo o horizonte foi invadido pelos raios brilhantes, alegre de correr para o ocidente pelo grande caminho do céu; a pálida aurora e as plêiades dançavam diante dele, espalhando doce influência.

Menos brilhante, a lua estava suspensa do lado oposto, no mesmo nível, a oeste; espelho do sol, ela extraía dele a luz em cheio sobre o seu rosto; com esse aspecto não precisava de outra luz e assim guardou essa distância até a noite; (...).¹⁰³

O anjo Rafael concluiu sua explanação, acreditando ter satisfeito a curiosidade de Adão quanto à criação do mundo que vai até o momento da criação do próprio homem, no sexto dia, com as seguintes palavras:

"Penso agora, Adão, que o teu pedido foi plenamente satisfeito: sabes como este mundo e a face das coisas começaram, e o que foi feito antes da tua memória, desde o começo, para que a posteridade, instruída por ti,

¹⁰³ MILTON, John. **O paraíso perdido**. Ediouro, Rio de Janeiro, págs. 148/154.

possa sabê-lo também; se procuras alguma coisa mais, não ultrapassando os limites da inteligência humana, fala."¹⁰⁴

No livro VIII de seu poema, Milton realmente faz Adão falar e, mais uma vez, este expõe suas dúvidas ao anjo Rafael. Após agradecer a cuidadosa explicação sobre a criação do mundo, questiona o anjo a respeito do movimento dos corpos celestes. Diz ele:

" 'Quando contemplo esta excelente estrutura, este mundo composto do céu e da terra e quando calculo as suas grandezas, esta terra é uma mancha, um grão, um átomo, comparada ao firmamento e a todas as estrelas enumeradas, que parecem rolar em espaços incompreensíveis (pois a sua distância e a sua rápida volta diurna o provam), somente para ministrarem luz, no espaço de um dia e uma noite, em volta desta terra opaca, desta mancha, minúscula, elas, em toda a sua vasta inspeção, inúteis noutra parte! Raciocinando, admiro-me, muitas vezes, como a natureza sóbria e sábia pôde cometer tais desproporções, e, com mão pródiga, criar os corpos mais imponentes, multiplicar os maiores, para esta única utilidade (segundo parece) e impor aos seus orbes incessantes revoluções, repetidas dia por dia; enquanto a terra sedentária (que podia mover-se melhor num círculo bem menor), servida por mais nobre do que ela, atinge o seu fim sem o menor movimento e recebe, como tributo duma jornada incalculável, o calor e a luz trazidos com incorpórea velocidade, velocidade tal, que os números falham para descrevê-la.'

(...)

Rafael, benevolente e fácil, responde agora à dúvida, que Adão lhe expusera:

'Perguntar ou inquirir, não te censuro, pois o céu é como o livro de Deus aberto diante de ti, no qual podes ler as suas maravilhosas obras, e aprender as suas estações, suas horas, seus dias, seus meses ou seus anos; para atingir a isso, não importa que o céu e a terra se movam, se considerares isso bem. Seu grande arquiteto sabiamente ocultou o resto ao homem e ao anjo, para não divulgarem os seus segredos e para esses não serem escrutados por quem devia antes admirá-los, ou, se quiserem,

¹⁰⁴ MILTON, John, **op. cit.**, nota 103, pág. 161.

experimentar algumas opiniões. Ele deixou o edificio dos céus às suas disputas, talvez para excitar o seu riso, por suas opiniões vãs e sutis, quando, no futuro, vierem copiar o céu e calcular as suas estrelas. Como manejarão eles a poderosa estrutura! Como construirão, demolirão, diligenciarão para salvar as aparências! Como cingirão a esfera com círculos concêntricos e excêntricos, ciclos e epiciclos, orbes nos orbes, mal descritos sobre ela. Já adivinho isso pelo teu raciocínio; tu, que deves conduzir a tua descendência, supuseste que os corpos luminosos maiores não deviam servir aos menores privados de luz, nem o céu percorrer tais jornadas, enquanto a terra sentada, tranquila, recebe sozinha o benefício. Considera primeiro que a grandeza e o esplendor não significam excelência: a terra, ainda que, em comparação ao céu, tão pequena, sem luz, pode conter qualidades sólidas em maior abundância que o sol, que brilha estéril, e cuja virtude não opera efeitos sobre si próprio, mas sobre a terra fecunda; aí os seus raios recebidos (inativos em outra parte) encontram o seu vigor. Entretanto essas brilhantes luminárias não são serviçais à terra, mas a ti, habitante da terra.

Quanto ao amplo circuito do céu, que diga a alta magnificência do Criador, que construiu de maneira tão vasta, e estendeu as suas linhas tão longe, para que o homem saiba que não habita na sua própria casa; edificio grande demais para que ele o encha, alojado, como está, numa pequena parte: o resto foi formado para as utilidades mais conhecidas do seu Senhor. Atribui a velocidade desses círculos, apesar de inumeráveis, à onipotência de Deus, que podia acrescentar, às substâncias materiais rapidez quase espiritual; não me julgues lento, a mim, que, desde a hora matinal, parto do céu, onde Deus reside, e antes do meio-dia, cheguei ao Éden, distância inexprimível por números, que tenham nome.

Mas, adianto-me, admitido o movimento dos céus, para mostrar como é nulo o que te induz a duvidar, não que eu afirme esse movimento, ainda que tal te pareça, a ti que tens a tua morada aqui, na terra. Deus, para afastar os seus desígnios dos sentidos humanos, colocou o céu tão longe da terra, para que a vista terrena, se se aventurar, possa vaguear em coisas elevadas demais, sem obter a menor vantagem.

Que seria, se o sol, sendo o centro do mundo e se as outras estrelas (pela virtude dele, atraídas, e pelas suas próprias, incitadas), dançassem em volta dele em várias rotações? Tu vês, em seis planetas, o seu curso

errante, ora alto, ora baixo, oculto, progressivo, retrógrado, ou estacionário; o que seria, se o sétimo planeta, a terra (apesar de tão imóvel como parece), se movesse insensivelmente por três diferentes movimentos? Sem isso, debes atribuir esses movimentos a diversas esferas movidas em sentido contrário, cruzando as suas obliquidades, ou debes poupar ao sol o seu trabalho e a esse rápido losango suposto noturno e diurno, invisível noutra parte acima de todas as estrelas, roda do dia e da noite. Não necessitarias acreditar mais que a terra, industriosa por si mesma, procurasse o dia na sua viagem para o oriente, e que do seu hemisfério, oposto aos raios do sol, encontrasse a noite, estando o outro hemisfério ainda iluminado pelos raios do sol. (...)

Mas que essas coisas sejam ou não assim; que o sol, dominando o céu, se erga sobre a terra, ou que a terra se erga sobre o sol; que o sol comece no oriente o seu curso ardente, ou que a terra avance do ocidente a sua carreira silenciosa, com passos inofensivos, e durma no seu eixo suave enquanto caminha num passo igual a ti transporta delicadamente, com a atmosfera tranquila (...)' "105

Percebemos nos parágrafos finais dessa citação como John Milton, provavelmente influenciado por Galileu, apresenta tanto concepções geocentristas quanto heliocêntricas, que estavam em debate no período em que ele viveu.

No Capítulo 9 apresentaremos outros escritores que contemplarão a física que se desenvolveu desde o século XVI até o século XX.

¹⁰⁵ MILTON, John, **op. cit.**, nota 103, págs. 165/167.

Capítulo 7 - Do círculo perfeito à elipse

7.1. Introdução

Estudamos nos capítulos anteriores uma espécie de **pré-história da física clássica** que teve início com as contribuições dos filósofos gregos que, ao construírem seu diálogo com a natureza, introduziram novos elementos conceituais que foram agregados à síntese do conhecimento acumulado pelas diferentes civilizações que os precederam ou que deles foram contemporâneas.

Ressalvadas todas as diferenças metodológicas, conceituais, observacionais e também tendo o cuidado de não confundir iniciadores de um diálogo mais sofisticado com a natureza com precursores da ciência que prosperaria cerca de vinte séculos mais tarde, creio que encontramos no desenvolvimento do conhecimento produzido pelos gregos muitos dos elementos constitutivos da física que nasceria durante e após a revolução copernicana.

Junto com os elementos e a gênese do mundo, a articulação dos fenômenos com a geometria, o estudo do movimento, os modelos geométricos, o "salvar as aparências" e a medida das distâncias astronômicas, encontramos as células que ou gerariam a física astronômica e a mecânica ou estimulariam o aparecimento de outras células geradoras de conhecimento.

Muitos desses elementos constitutivos foram posteriormente alvos da contribuição dos físicos medievais na sua tentativa de refutar ou melhorar a física aristotélica, principalmente pela introdução do conceito de impetus e seus vários significados.

Após um breve voo sobre esses temas, estudamos a revolução copernicana que resolveu vários problemas não solúveis pelo paradigma geocêntrico e que marcou uma ruptura conceitual, um corte epistemológico, com a visão de mundo assentada sobre as concepções aristotélicas.

A **revolução copernicana** abriu as portas para a construção de modelos universais, a aplicação do paradigma da harmonia cósmica, a relatividade do movimento, o imaginário que acabaria rompendo com o cosmos fechado e único e, finalmente, o convite a sofisticadas personagens que, ao mesmo tempo em que iam minando as últimas resistências dos aristotélicos, articulavam uma visão de mundo mais abrangente, instigante e bela.

Alguns desses personagens ofereceram uma contribuição que pode ser situada muito mais no campo da filosofia que da física propriamente dita. Esse foi o caso de Giordano Bruno.

7.2. Rompendo com as esferas de cristal

Giordano Bruno, nascido em 1548, tornou-se dominicano em 1566 e, dez anos depois, devido às suas opiniões sobre os dogmas da imaculada concepção e da transubstanciação, foi obrigado a abandonar a ordem religiosa e deixar a Itália. Retornou em 1592 mas, denunciado, foi preso pela Inquisição. Levado a Roma, permaneceu encarcerado por sete anos, ao final dos quais foi excomungado e queimado vivo no Jardim das Flores, no dia 17 de fevereiro de 1600. É certo que, apesar de julgado por crimes de caráter religioso, o fato de ter sido copernicano e articulador desse paradigma facilitou a sua condenação pelo tribunal da Inquisição que, anos mais tarde, condenaria Galileu Galilei por acusações semelhantes.

Embora Bruno não tenha dado contribuições significativas para a articulação do candidato a paradigma copernicano, ele foi um excelente propagandista das novas idéias, na Itália e na França. Em particular, ele defendia a tese de que o universo era infinitamente povoado de estrelas, retomando as concepções de Thomas Digges que, como afirma Alexandre Koyré,

“(...) foi o primeiro Copernicano a substituir a concepção de seu mestre, a de um mundo fechado, pela de um mundo aberto (...)”¹⁰⁶

Mesmo sabendo que a visão de mundo apresentada por Bruno era caracterizada por uma mescla do sistema copernicano com ideias místicas, Koyré acreditava que

“(...) foi Bruno quem pela primeira vez nos apresentou o delineamento, ou o esboço, da cosmologia que se tornou dominante nos últimos dois séculos (...)”¹⁰⁷,

pois foi ele o introdutor da doutrina do universo descentralizado, infinito e infinitamente povoado e seu primeiro propagador. E Bruno fazia a defesa de seu universo infinito baseado no fato de que Deus não poderia agir de outra forma senão criando um mundo infinitamente rico e infinitamente extenso. Eis algumas citações de Bruno que dão uma ideia da sua forma de pensar o universo:

“(...) Assim, pois, a Terra não está no centro do Universo; ela só é central em relação ao espaço que nos circunda.(...)”

“É assim que a excelência de Deus se exalta e que a grandeza de seu reino se manifesta; Ele é glorificado não em um único mas em incontáveis sóis;

¹⁰⁶ KOYRÉ, Alexandre, **op. cit.**, nota 79, pág. 43.

¹⁰⁷ KOYRÉ, Alexandre, **op. cit.**, nota 79, pág. 45.

não em uma única Terra, mas em mil, que digo? numa infinidade de mundos.

De sorte que não é vã essa pujança de intelecto que, sempre, quer e logra a adição de espaço a espaço, massa a massa, unidade a unidade, número a número, não é vã a ciência que nos liberta dos grilhões de um reino estreitíssimo e nos promove à liberdade de um império verdadeiramente augusto (...)

Não há fins, termos, limites ou muralhas que nos possam usurpar a multidão de coisas ou privar-nos dela. Por isso a Terra e o oceano são fecundos; por isso o clarão do Sol é eterno; por isso há eternamente provimento de combustível para as fogueiras vorazes e a umidade restaura os mares exauridos. Porque do infinito é engendrada uma abundância sempre renovada de matéria.

Assim, Demócrito e Epicuro, que sustentavam que tudo através do infinito sofria renovação e restauração, compreendiam essas questões melhor que aqueles que a todo custo mantêm a crença na imutabilidade do Universo, alegando um número constante e invariável de partículas de material idêntico que perpetuamente sofrem transformações, umas em outras."¹⁰⁸

Notamos nesse texto a presença de dois pensadores gregos que foram utilizados na argumentação contra a imutabilidade do universo, isto é, contra a visão de mundo oferecida pelo sistema aristotélico, ainda dominante nessa época.

Outros filósofos gregos foram os inspiradores de outros articuladores do paradigma copernicano. Os pitagóricos foram invocados por **Kepler**, enquanto **Galileu** contava com a metodologia de Arquimedes para desenvolver seus principais trabalhos.

7.3. A geometrização exagerada de Kepler

A utilização da geometria e da matemática enquanto linguagens preferenciais para dialogar com a natureza, para representar aspectos dessa natureza, superando, assim, a hegemonia da experiência espontânea, foi responsável pela substituição de uma física contemplativa e qualitativa por uma matematização da física. Kepler e, principalmente, Galileu foram os mais importantes pesquisadores, dessa época, que utilizaram essa forma de pensar e trabalhar a natureza, foram os precursores de uma nova epistemologia.

¹⁰⁸ BRUNO, Giordano, **De l'infinito universo e mondi**, escrito em 1584. Citado por Alexandre Koyré, **op. cit.**, nota 79, págs. 49/51.

Vamos abordar inicialmente a figura de Kepler e suas contribuições para a astronomia física.

“Johannes Kepler, Keppler, Khepler, Kheppler ou Keplerus, à moda latina, foi concebido em 16 de maio de 1571 depois de Cristo, às 4 horas e trinta e sete minutos da manhã, e nasceu em 27 de dezembro, às 2 horas e trinta minutos da tarde, após uma gravidez que durou 224 dias, 9 horas e 53 minutos. As cinco diversas grafias do nome são todas dele, como são também os números que dizem respeito à concepção, gravidez e nascimento, registrados num horóscopo feito para si próprio. O contraste entre o descuido acerca do nome e a extrema precisão acerca das datas reflete, desde o início, um espírito para quem a realidade essencial, a essência da religião, da verdade e da beleza, se continha na linguagem dos números.”¹⁰⁹

Notamos aí claramente a influência dos pitagóricos, a dança dos números devia estar ligada à dança dos planetas que, por sua vez, devia definir o ritmo da vida humana, dos seus sonhos como também da sua vida concreta. Essa inspiração, meio mística meio ciência moderna, refletia a forma de pensar dos que viveram à época da transição, da revolução do pensamento, naquele período em que Koestler situa o divisor de águas entre aquele **Cosmos** fixo e imutável e um Universo em contínua transformação, entre o misticismo puro e o empirismo mediatizado pela razão matemática e geométrica, entre o sonho e o racional. É o misticismo pitagórico redivivo. Esse procedimento está de acordo com aquele período de crise ou de início de articulação paradigmática como afirma Kuhn.

Nesse ritmo, Kepler, como fica transparente com o cuidado com as datas precisamente determinadas, preocupado com as suas atividades que levaram-no à preparação de um calendário anual de previsões astrológicas, voltava-se para os céus com olhos muito diferentes dos seus companheiros astrólogos contemporâneos. E tinha o modelo de Copérnico como guia espiritual e conceitual. Várias razões deviam tê-lo guiado a aceitar o universo copernicano, de que havia ouvido falar quando ainda era estudante através do seu mestre de astronomia. Concordara imediatamente com um modelo que situava o Sol no centro do Universo por razões inicialmente místicas. O Sol deveria ser privilegiado pois era o

"(...) símbolo do Deus pai, fonte de luz e calor, gerador da força que move os planetas nas órbitas, e por ser o universo heliocêntrico geometricamente mais simples e satisfatório. Parecem quatro razões

¹⁰⁹ KOESTLER, Arthur, **op. cit.**, nota 12, pág. 153.

diferentes, mas formam um conjunto único, indivisível no espírito de Kepler, uma nova síntese pitagórica de misticismo e ciência."¹¹⁰

Nessa época, 1593, Kepler fora nomeado professor de astronomia e *Mathematicus da província* da cidade de Gratz. Numa de suas aulas de geometria, segundo ele próprio registrou, ocorrida no dia 9 de julho de 1595, desenhou uma figura parecida com a que está reproduzida abaixo.

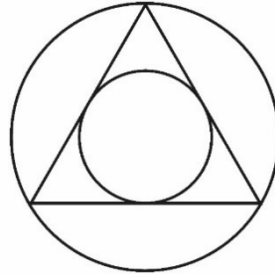


Figura 25: *A figura mostra um triângulo com um círculo inscrito e outro circunscrito; noutras palavras, o círculo exterior envolvia o triângulo, enquanto o círculo interior era envolvido pelo triângulo*¹¹¹.

*"Olhando para os dois círculos, Kepler, repentinamente, percebeu que as suas razões eram as mesmas que as das órbitas de Saturno e Júpiter. O resto da inspiração foi um relâmpago. Saturno e Júpiter são os "primeiros" (isto é, os dois planetas mais externos), e "o triângulo é a primeira figura da geometria. Tentei imediatamente inscrever no intervalo seguinte, entre Júpiter e Marte, um quadrado, entre Marte e a Terra, um pentágono, entre a Terra e Vênus, um hexágono (...). Não deu certo(...). É preciso procurar formas tridimensionais (...)"*¹¹²

Já por essa época uma questão fundamental inquietava o jovem Kepler: por que há exatamente seis planetas e não outro número qualquer? Os seis planetas então conhecidos eram a Terra, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno. Assim, Kepler procurava associar figuras geométricas planas a um sistema planetário. Essa foi a linha de investigação, em termos contemporâneos, o programa de pesquisa, que guiou os passos seguintes de Kepler.

Nesse ponto de seu trabalho, quando as tentativas de utilizar polígonos regulares não estavam dando certo, Kepler chegou a uma feliz coincidência: sua atenção foi despertada para os sólidos regulares perfeitos, os chamados sólidos pitagóricos ou platônicos que eram em número de cinco, mesmo número que os intervalos entre as órbitas dos

¹¹⁰ KOESTLER, Arthur, **op. cit.**, nota 12, pág. 178.

¹¹¹ KOESTLER, Arthur, **op. cit.**, nota 12, pág. 169.

¹¹² KOESTLER, Arthur, **op. cit.**, nota 12, pág. 169.

seis planetas. Aí está o insight kepleriano. Havia apenas seis planetas porque só existiam cinco sólidos regulares perfeitos que permitiam circunscrever ou inscrever as seis esferas correspondentes a cada um dos seis planetas. Só podia ser dessa forma, imaginou Kepler. A **figura 26** apresenta uma reprodução dessa construção fantástica obtida por Kepler.

Na esfera mais externa, correspondente à órbita de Saturno, Kepler inscreveu um cubo; neste, uma esfera da órbita de Júpiter na qual, por sua vez, inscreveu um tetraedro; no tetraedro ele inseriu a esfera de Marte; entre as esferas de Marte e da Terra localizou o dodecaedro; entre as da Terra e Vênus, Kepler colocou o icosaedro; finalmente, entre as de Vênus e Mercúrio, o octaedro. Eis um comentário significativo de Kepler:

"É assombroso! Embora eu não tivesse ainda uma idéia clara da ordem em que deviam ser dispostos os sólidos perfeitos, logrei êxito (...) em dispô-los tão felizmente que, mais tarde, ao verificar tudo, nada tive que alterar. Não lamentei mais o tempo perdido; não me senti mais cansado; não fugi a nenhum cálculo, por mais difícil que fosse. Dia e noite passei-os em cálculos para verificar se a minha afirmação se condizia com as órbitas copernicanas, ou se o meu júbilo seria levado pelos ventos (...) Ao cabo de alguns dias tudo caiu no devido lugar. Vi um sólido simétrico depois do outro adaptar-se tão precisamente entre as órbitas adequadas, que se um camponês te perguntar a que espécie de gancho estão presos os céus, para não caírem, ser-te-á fácil responder-lhe, a Deus!"¹¹³

¹¹³ KOESTLER, Arthur, **op. cit.**, nota 12, pág. 171.

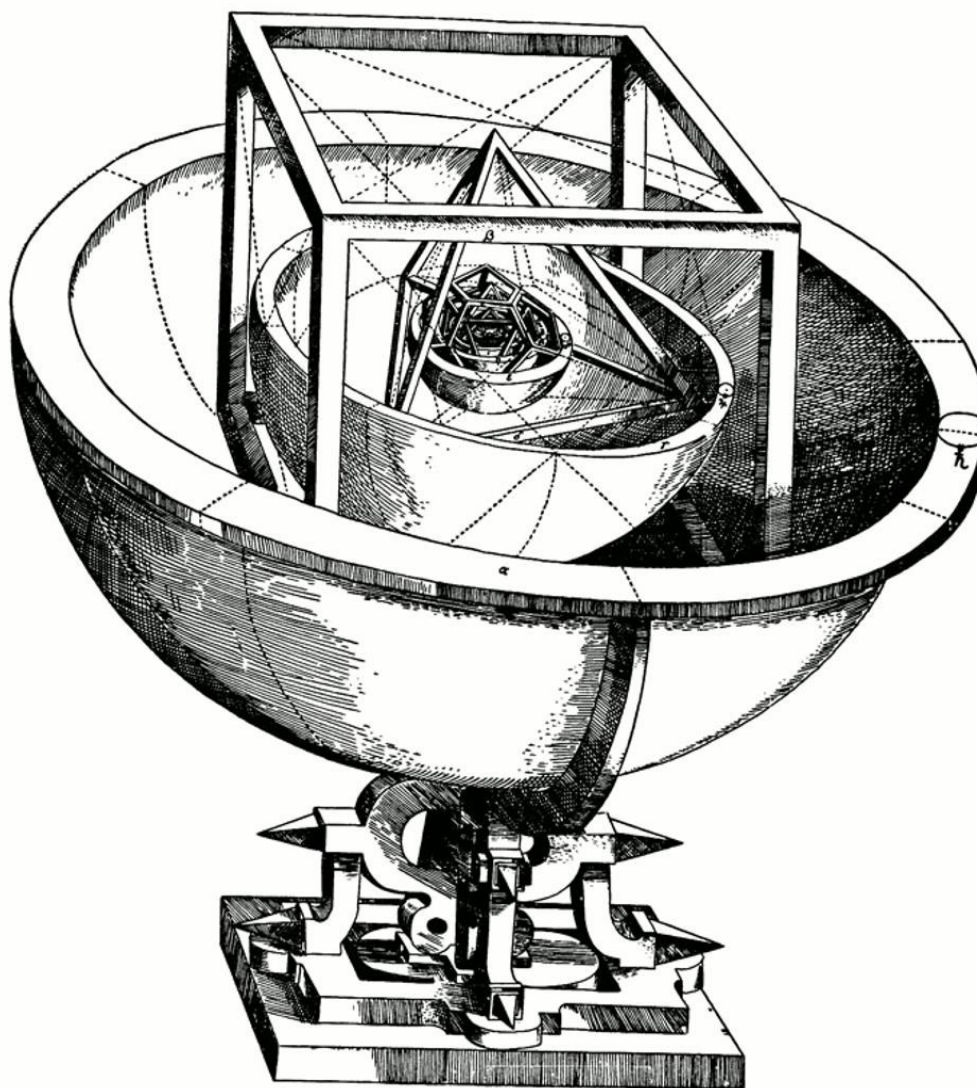


Figura 26. Modelo do universo: a esfera mais externa é a de Saturno. Ilustração do *Mysterium Cosmographicum* de Kepler.

A forma de proceder de Kepler exemplifica a influência fantástica que determinada visão de mundo exerce sobre a tentativa de explicar determinadas situações observacionais. Realmente não se olha de modo neutro para a natureza. O olhar carregado de teoria tanto pode levar-nos à construção de propostas que, mais tarde, vão se mostrar descabidas como a outras propostas que vão sobreviver e alimentar novos imaginários. Por outro lado, como sugeria Bachelard, o olhar carregado de teoria pode impedir-nos de captar os tênues sinais significantes que a natureza nos emite, ou seja, a teoria pode funcionar como um obstáculo epistemológico.

Como estabelecer um razoável equilíbrio entre essas duas condições? Feyerabend¹¹⁴ propõe a proliferação de teorias e o princípio do tudo vale, Popper¹¹⁵ estabelece a racionalidade crítica do princípio de refutabilidade, Kuhn fala da funcionalidade da ciência normal guiada por paradigmas e Bachelard discursa sobre a construção do conhecimento envolvendo continuidades e rupturas.

7.4. Kepler e a gravidade

Uma outra inquietação fundamental estava presente no primeiro livro de astronomia de Kepler, o seu **Mysterium cosmographicum**: a procura de uma relação matemática entre a distância de um planeta ao Sol e a duração de seu período. Observou que os períodos aumentavam com a distância dos planetas ao Sol. Quanto mais distantes do Sol mais lentos eram os planetas, observara Kepler. Com esse tipo de observação chegou à concepção de uma alma que emanava do Sol e que conduzia, empurrava, os planetas nas suas órbitas. Era uma espécie de energia radiante que forçava os planetas no seu movimento ininterrupto. Kepler não se contentava com a mera descrição dos movimentos dos corpos celestes em termos geométricos, o salvar as aparências dos gregos, ele buscava uma **causa física** para esse movimento. Era o nascimento hesitante e ousado dos conceitos modernos de **força**, **energia radiante**, e **causa – e – efeito**.

Kepler estava empenhado em estabelecer uma unidade entre a geometria e as observações, em busca de alguma espécie de **harmonia cósmica** mais sofisticada que aquela buscada e construída por Copérnico. Com esse empenho, Kepler pode ser considerado, como destacou J. D. Bernal, um dos pioneiros da física teórica e experimental pois, embora pudesse ter liberdade total para produzir teorias, estas precisavam concordar com as observações.¹¹⁶

¹¹⁴ Paul Feyerabend (1924-1994) foi um filósofo austríaco que baseava seus argumentos epistemológicos no anarquismo metodológico, dedicando-se ao que ele denominava de resgate do humanismo na ciência. Ele argumentava que a ciência utilizava diferentes métodos e que nenhum deles tinha validade em todas as tarefas que se propunha resolver. Seu livro mais conhecido: **Contra o método**, Ed. da Unesp, 2004.

¹¹⁵ Karl Popper (1902-1995) foi também um filósofo austríaco que criticava fortemente o método científico baseado na indução e que dizia que era impossível estabelecer a validação de uma teoria científica pelo critério da verificação, substituindo-o pela racionalidade crítica baseada na refutação. Sua obra mais conhecida: **A lógica da pesquisa científica**, Ed. Cultrix/Edusp, 1975.

¹¹⁶ BERNAL, J. D., **op. cit.**, nota 6, pág. 166.

Em função do seu livro **Mysterium Cosmographicum**, a fama de Kepler chegou até Tycho Brahe que o convidou a trabalhar com ele em Uraniemburgo. Kepler para lá se dirigiu em 1600. Trabalharam juntos por apenas um ano pois, em 1601, Tycho faleceu. Kepler recebeu de herança, como já havia mencionado, os dados e tabelas compiladas em décadas de trabalho por esse exímio e obsessivo astrônomo.

Kepler passou, então, a estudar, nos anos seguintes, as órbitas dos planetas, dando mais atenção à órbita de Marte para a qual dispunha de muito mais informação. Procurou encontrar possíveis órbitas circulares que combinassem com os dados de que dispunha. A hegemonia do círculo e da esfera persistia. Nessa ocasião essa hegemonia, ou paradigma, constituía-se num verdadeiro **obstáculo epistemológico**.

Embora preso a essa restrição, que o levava a procurar acomodar seus dados e os de Tycho Brahe a órbitas circulares e a utilizar excêntricos e equantes, como fizera Copérnico, Kepler não lançava mão do artifício representado pelo epiciclo.

Por que tal implicância?

Para responder de forma mais adequada a esta questão, devemos fazer um breve intervalo nesta nossa abordagem sobre Kepler e comentar brevemente alguns resultados obtidos por William Gilbert, 1540-1603, no seu estudo sobre os ímãs e suas propriedades.

Em 1600, Gilbert publicou seu principal trabalho sobre o magnetismo, **De magnete**, que teve forte influência sobre vários físicos desse período, particularmente atingindo a figura de Kepler. Por analogia com experimentos que realizou com ímãs esféricos, Gilbert imaginou que o motor básico que comandava o sistema solar era de origem magnética. Chegou a pensar a própria Terra constituindo um gigantesco ímã que atrairia todos os corpos à sua volta. Essa *gravidade magnética* se propagaria pelo espaço afora, atuando sobre todo o sistema solar.

Gilbert não era copernicano. Ele aceitava a visão de Tycho segundo a qual todos os planetas girariam ao redor do Sol e este orbitaria em torno de nosso planeta, acrescentando uma razão física, a atração magnética, que era responsável pela manutenção de todo o sistema interligado.

Influenciado por esse modo de raciocinar, Kepler recusou-se a utilizar epiciclos nas suas construções geométricas das órbitas dos planetas. Isto porque não podia conceber um planeta girando em torno de um ponto geométrico *vazio*, que não podia responder pela causa física do movimento do planeta.

Para poder se avaliar mais apropriadamente o novo raciocínio que estava adentrando o reino da ciência, eis um breve trecho do livro **Astronomia Nova**¹¹⁷, publicado por Kepler em 1609:

"Logo, é claro que a doutrina tradicional acerca da gravidade está errada (...) A gravidade é a tendência corpórea mútua entre corpos cognatos (isto é, materiais) para a unidade ou contacto de cuja espécie é também a força magnética, de modo que a Terra atrai uma pedra muito mais do que uma pedra atrai a Terra (...)

Supondo que a Terra estivesse no centro do mundo, os corpos pesados seriam atraídos, não por estar ela no centro, mas por ser um corpo cognato (material). Segue-se que, independentemente de onde colocarmos a Terra (...) os corpos pesados hão de procurá-la sempre (...)

Se duas pedras fossem colocadas em qualquer lugar do espaço, uma perto da outra, e fora do alcance da força de um terceiro corpo cognato, unirse-iam, à maneira dos corpos magnéticos, num ponto intermediário, aproximando-se cada uma da outra em proporção à massa da outra.

Se a Terra e a Lua não estivessem mantidas nas respectivas órbitas por uma força espiritual ou qualquer outra força equivalente, a Terra subiria em direção à Lua um cinquenta e quatro avos da distância, cabendo à Lua descer as restantes cinquenta e três partes do intervalo, e assim se uniriam. Mas o cálculo pressupõe terem os dois corpos a mesma densidade.

Se a Terra cessasse de atrair as águas do mar, os mares se ergueriam e iriam ter à Lua (...)

Se a força de atração da Lua chega à Terra, segue-se que a força de atração da Terra, com maior razão, vai até à Lua e ainda mais longe (...)

Nada do que é feito de substância terrestre é inteiramente leve; mas a matéria menos densa, quer por natureza quer pelo calor, é relativamente mais leve (...)"¹¹⁸

¹¹⁷ ASTRONOMIA NOVA AITIIOLOGETOS, sev PHYSICA COELESTIS, tradita commentariis DE MOTIBUS STELLAE MARTIS, Ex observationibus, G. V. TYCHONIS BRAHE. Tradução: *NOVA ASTRONOMIA baseada nas causas ou FÍSICA DO CÉU derivada das investigações dos MOVIMENTOS DO ASTRO MARTE fundamentada nas Observações DO NOBRE TYCHO BRAHE*. Essa foi a principal obra de Kepler. Segundo Koestler, ele trabalhou nela de 1600 a 1606. Ela contém as duas primeiras leis planetárias de Kepler.

¹¹⁸ KEPLER, J. *Astronomia Nova*. Citação extraída de KOESTLER, Arthur, *op. cit.*, nota 12, págs. 231/232.

7.5. Rompendo com a hegemonia do círculo

Voltemos à órbita de Marte. Kepler afirmara que:

"Marte sozinho possibilita-nos penetrar os segredos da astronomia."

Kepler permaneceu durante vários anos tentando ajustar os dados de Tycho a órbitas circulares. Após toda uma série de tentativas, parecia-lhe que havia conseguido um ajuste quase perfeito com uma diferença máxima de menos de 8 minutos de arco. Kepler ficou exultante.

Durou pouco sua alegria. Como os dados de Tycho tinham uma precisão melhor do que o desvio de 8 minutos - os dados de Tycho possuíam um desvio da ordem de um décimo de grau - Kepler concluiu que a órbita de Marte não poderia ser circular. Eis seu desabafo:

"Mas quanto a nós, que, pela bondade divina, podemos dispor de um observador exato como Tycho Brahe, quanto a nós convém reconhecamos essa dádiva divina e a usemos (...) Logo, irei para o alvo segundo as minhas próprias ideias, porque se tivesse acreditado podermos ignorar os oito minutos, teria remendado, de acordo, a minha hipótese. Visto, porém, não ser possível ignorá-los, esses oito minutos apontam o caminho para uma completa reforma da astronomia; tornaram-se o material de construção de grande parte desta obra (...)"¹¹⁹

Nesse meio tempo, Kepler ficou manipulando todos os dados que tinha à sua disposição. Chegara à conclusão, por exemplo, que a Terra não se movia uniformemente ao longo de sua órbita, mas que sua velocidade dependia da distância ao Sol, reforçando sua concepção de que o movimento dos planetas era comandado pelo grande astro.

Imaginara que o tempo necessário para percorrer um pequeno trecho da órbita também deveria ser proporcional àquela distância. Assim, dividiu toda a área da órbita em 360 partes e calculou as respectivas distâncias ao Sol. Imaginou que a soma das distâncias num determinado trecho da órbita daria o tempo necessário para percorrê-lo. Daí acabou chegando à sua famosa lei das áreas, hoje conhecida como **segunda lei de Kepler**, que podia ser assim enunciada: **a linha que une o planeta ao Sol varrerá áreas iguais em tempos iguais**. Dessa forma, Kepler estava esboçando uma lei de conservação. Essa lei permitia determinar a variação da velocidade do planeta em diferentes pontos da órbita, mas não dizia nada a respeito do formato que a órbita deveria ter.

¹¹⁹ KEPLER, J. **Astronomia Nova**. Citação extraída de KOESTLER, Arthur, **op. cit.**, nota 12, pág. 221.

Tendo já abandonado a ideia da órbita circular, Kepler começou a trabalhar com uma forma bastante inusitada para quem era movido pela busca da harmonia matemática: a oval. Após muitas tentativas de ensaio e erro, Kepler finalmente abandonou a oval e passou a trabalhar com elipses tendo o Sol localizado num dos focos. Foi assim que ele chegou à sua outra lei, hoje denominada primeira **lei de Kepler: as órbitas dos planetas são elípticas**.

Essas duas leis de Kepler foram publicadas na sua já mencionada obra **Astronomia Nova**, de 1609.

A terceira lei de Kepler, ou lei dos períodos, foi apresentada no livro **Harmonia dos Mundos**, publicada em 1618. Após a publicação de suas duas leis, Kepler buscava relacionar, numa única expressão matemática, dados dos diferentes planetas, porque que estava convencido, desde sempre, que deveria haver alguma regularidade ou ordem especial que ligaria o movimento dos diferentes componentes do sistema solar. Ele nunca deixara de ser um pitagórico convicto.

A terceira lei de Kepler também foi fruto de cálculos pacientes e obstinados. Em linguagem moderna essa lei diz o seguinte: **os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol**. Essa terceira lei mostrou-se básica, algumas décadas mais tarde, para Newton na formulação do princípio universal da gravitação.

Estudamos até aqui alguns dos trabalhos de Kepler: suas primeiras tentativas em associar figuras geométricas planas, os polígonos, ou tridimensionais, os poliedros regulares, aos corpos celestes conhecidos, até a enunciação das hoje conhecidas **três leis de Kepler**, publicadas entre 1609 a 1618.

Vimos também como encontramos em Kepler algo do que seria o prenúncio da concepção de **atração gravitacional**, exemplificado pelas citações do seu livro **Astronomia Nova**, influenciado pelo livro **De magnete** de William Gilbert.

Tudo isso fazia parte do caldo de cultura do qual se serviu Newton ao elaborar o seu **princípio de atração gravitacional**.

Uma questão que Kepler considerava enigmática estava relacionada com a inexplicada preferência que a natureza tinha pela elipse. Essa questão só teria uma resposta adequada após os trabalhos gravitacionais de Newton.

7.6. Uma homenagem de Einstein a Kepler

Kepler, com seu trabalho, rompeu amarras que nem Copérnico havia ousado tocar. Ele procurou *explicar* o movimento dos corpos celestes, não se contentando em

salvar as aparências. Buscou equações matemáticas que representassem seus achados. Ele procurou causas físicas, *causas dinâmicas* para o movimento dos planetas. Era o início da articulação da mecânica que estava começando a se tornar realidade.

Einstein se incluía entre os muitos admiradores do introdutor das cônicas na física como pode ser evidenciado pelo belo depoimento que fez sobre o gênio de Kepler num texto, por diversos motivos, extremamente atual:

"Em nosso tempo, justamente nos momentos de grandes preocupações e de grandes tumultos, os homens e suas políticas não nos fazem muito felizes. Por isso estamos particularmente comovidos e confortados ao refletirmos sobre um homem tão notável e tão impávido quanto Kepler. No seu tempo a existência de leis gerais para os fenômenos da natureza não gozava de nenhuma certeza (...) ele descobre que é preciso tentar determinar o movimento da própria Terra (...) Kepler encontra um processo admirável para resolver o dilema (...)

(...) Imaginemos uma lanterna M, colocada em algum lugar no plano da órbita, e que lança viva luz e conserva uma posição fixa, conforme já o verificamos. Ela constituirá então, para a determinação da órbita terrestre, uma espécie de ponto fixo de triangulação ao qual os habitantes da Terra poderiam se referir em qualquer época do ano. Precisemos ainda que esta lanterna estaria mais afastada do Sol do que da Terra. Graças a ela pode-se avaliar a órbita terrestre. Ora, cada ano, existe um momento em que a Terra T se situa exatamente sobre a linha que liga o Sol S à lanterna M. Se, neste momento, se observar da Terra T a lanterna M, esta direção será também a direção SM (Sol - lanterna). Imaginemos esta última direção traçada no céu. Imaginemos agora uma outra posição da Terra, em outro momento. Já que, da Terra, se pode ver tão bem o Sol S quanto a lanterna M, o ângulo em T do triângulo STM se torna conhecido. Mas conhece-se também pela observação direta do Sol a direção ST em relação às estrelas fixas, ao passo que anteriormente a direção da linha SM em relação às estrelas fixas fora determinada de uma vez por todas. Conhece-se igualmente no triângulo STM o ângulo em S. Portanto, escolhendo-se à vontade uma base SM, pode-se traçar no papel, graças ao conhecimento dos dois ângulos em T e em S, o triângulo STM. Será então possível operar assim várias vezes durante o ano e, de cada vez, se desenha no papel uma localização para a Terra T, com a data correspondente e sua posição em relação à base SM, fixa de uma vez por todas. Kepler determina assim, empiricamente, a órbita terrestre. Simplesmente ignora sua dimensão absoluta, mas é tudo!

Porém, objetarão, onde é que Kepler encontrou a lanterna M? Seu gênio, sustentado pela inesgotável e benéfica natureza, o ajudou a encontrar.

Podia, por exemplo, utilizar o planeta Marte. Sua revolução anual, quer dizer, o tempo que Marte leva para realizar uma volta ao redor do Sol, era conhecida. Pode acontecer o caso em que o Sol, Terra, Marte se encontram exatamente na mesma linha. Ora, esta posição de Marte se repete a cada vez depois de um, dois, etc. anos marcianos, porque Marte realiza uma trajetória fechada. Nestes momentos conhecidos, SM apresenta sempre a mesma base, ao passo que a Terra se situa sempre em um ponto diferente de sua órbita. Portanto, nestes momentos, as observações sobre o Sol e Marte oferecem um meio para se conhecer a verdadeira órbita da Terra, pois o planeta Marte reproduz nesta situação a função da lanterna imaginada e descrita acima (...)

A razão humana, eu o creio muito profundamente, parece obrigada a elaborar antes e espontaneamente formas cuja existência na natureza se aplicará a demonstrar em seguida. A obra genial de Kepler prova esta intuição de maneira particularmente convincente. Kepler dá testemunho de que o conhecimento não se inspira unicamente na simples experiência, mas fundamentalmente na analogia entre a concepção do homem e a observação que faz."¹²⁰

7.7. As leis de Kepler em detalhe

Até aqui tratamos dos trabalhos de Kepler do ponto de vista essencialmente histórico, desde as primeiras tentativas em que ele procurava associar figuras geométricas planas, os polígonos, ou tridimensionais, os poliedros regulares, aos corpos celestes conhecidos, até a enunciação das hoje conhecidas **três leis de Kepler**, publicadas entre 1609 a 1618.

Nestas breves notas de aula vamos explorar com mais detalhes como se dá a passagem das três leis de Kepler para essa elaboração mais completa realizada por Newton. Para tanto vamos utilizar um formalismo que surgiu muito tempo depois da enunciação por Kepler de suas três leis do movimento dos planetas.

1. Sobre a primeira lei de Kepler.

O enunciado da primeira lei de Kepler pode ser assim formulado:

¹²⁰ EINSTEIN, Albert. **Como vejo o mundo**. Ed. Nova Fronteira, São Paulo, 7ª edição, 1981, págs. 176/180.

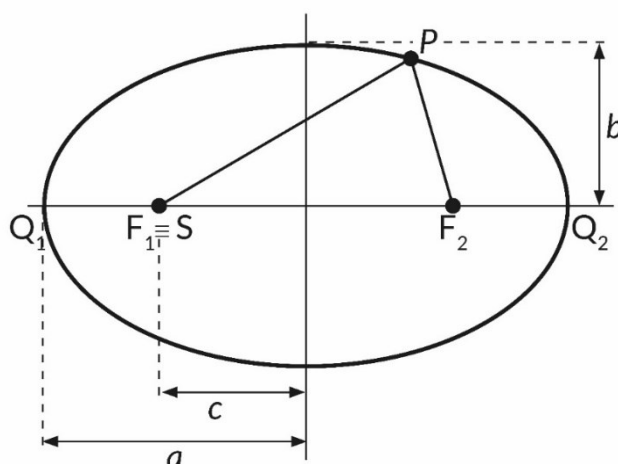


Figura 27. 1ª lei: as órbitas dos planetas são elípticas com o Sol localizado num dos seus focos.

Assim, na figura acima, o Sol coincidiria com o foco F_1 . Nessa figura ainda encontramos outros elementos característicos da elipse:

a = semi-eixo maior

b = semi-eixo-menor

c = distância focal

Q_1 = periélio, ponto da elipse mais próximo do Sol

Q_2 = afélio, ponto da elipse mais distante do Sol.

Qualquer ponto da elipse, como o P indicado na figura, apresenta a seguinte propriedade:

$$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$$

A medida da excentricidade da elipse, isto é, do seu “afastamento” da forma circular, é dada por $e = c/a$.

Se a história das contribuições de Kepler para o nascimento da física moderna é repleta de incidentes e fatos memoráveis como, por exemplo, sua obsessão por associar figuras geométricas ao número e dimensões das órbitas dos planetas, a felicidade de ter tomado conhecimento dos dados de Tycho Brahe e sua meticulosidade em estabelecer a unidade entre a geometria e os dados de observação, não menos notável é a coincidência dele poder dispor de dados sobre um planeta que se mostrou mais apropriado para o tipo de empreitada a que ele se propusera. Para perceber isso basta analisar a comparação entre os valores de excentricidade dos planetas:

Tabela 2: As excentricidades das órbitas planetárias¹²¹

¹²¹ Esta tabela foi extraída do **Harvard Project Physics**, Texto 2, **Motion in the Heavens**, 1968, pág. 57.

Planeta	Excentricidade	Notas
Mercúrio	0,206	Poucas observações para Kepler estudar
Vênus	0,07	Órbita particularmente circular
Terra	0.017	Pequena excentricidade
Marte	0,093	Máxima excentricidade entre os planetas que Kepler poderia estudar
Júpiter	0,048	Movimento muito vagaroso no céu
Saturno	0,056	Movimento muito vagaroso no céu
Urano	0,047	Não descoberto até 1781
Netuno	0,009	Não descoberto até 1846
Plutão	0,249	Não descoberto até 1930

Não é por outro motivo que Kepler escreveu que:

*“Marte sozinho possibilita-nos penetrar os segredos da astronomia.”*¹²²

Veremos mais adiante que a questão enigmática, para Kepler, do porque da preferência da natureza pela elipse só terá resposta adequada após os trabalhos de Newton.

2. Sobre a segunda lei de Kepler.

2^a lei: a linha reta que liga o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.

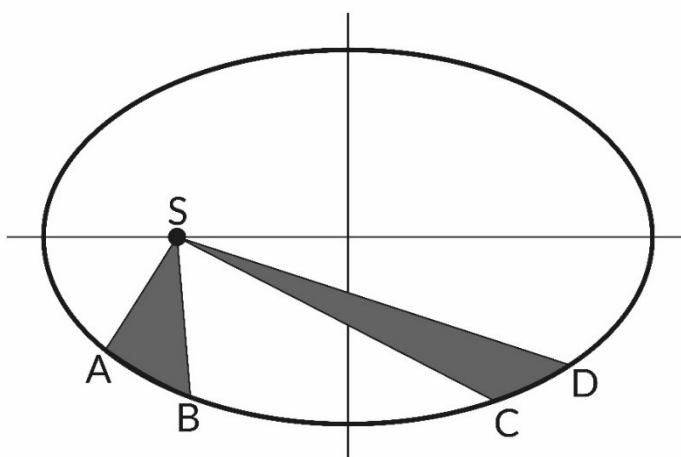


Figura 28

Vamos procurar uma expressão matemática para a lei das áreas que relacione explicitamente a velocidade do planeta com sua respectiva distância ao Sol.

¹²² Idem nota 121.

Hipótese simplificadora: vamos supor que os trechos de órbitas, acima indicados, \overline{AB} e \overline{CD} são tão pequenos que podemos considerá-los delimitando dois setores de círculos, de tal forma que:

$$\begin{aligned}\overline{SA} &= \overline{SB} = R_1 \\ \overline{SC} &= \overline{SD} = R_2\end{aligned}$$

Como setores de círculos, as áreas dos mesmos são dadas por:

$$\begin{aligned}\text{Área}(SAB) &= \frac{1}{2} \overline{AB} R_1 \\ &\text{e} \\ \text{Área}(SCD) &= \frac{1}{2} \overline{CD} R_2\end{aligned}$$

Vamos considerar as distâncias \overline{AB} e \overline{CD} percorridas num mesmo intervalo de tempo Δt . Assim, pela segunda lei de Kepler:

$$\text{Área}(SAB) = \text{Área}(SCD)$$

Portanto,

$$\overline{AB} R_1 = \overline{CD} R_2$$

Se dividirmos ambos os membros da igualdade acima por Δt , no limite de Δt tendendo a zero, as razões $\overline{AB}/\Delta t$ e $\overline{CD}/\Delta t$ serão, respectivamente, as velocidades instantâneas v_1 e v_2 .

Dessa forma, finalmente chegamos à expressão:

$$v_1 R_1 = v_2 R_2 = \text{constante}$$

Generalizando esse resultado seríamos tentados a escrever a expressão para qualquer ponto da órbita:

$$vR = \text{constante} \quad (4)$$

Se multiplicarmos ambos os lados dessa expressão pela massa do planeta, m , obteríamos o módulo do **momento angular**, também conhecido por **momento orbital** ou

momento da quantidade de movimento: $L = mvR$. Trataremos logo mais abaixo deste assunto.

Porém, aqui, é necessário prestar atenção na **hipótese simplificadora** acima utilizada. Ao considerar pequenos setores de círculos estávamos considerando as velocidades tangenciais a esses setores de círculo, portanto, ortogonais aos raios orbitais. Embora para a maioria dos planetas, dadas as suas excentricidades, a aproximação é boa, faremos a seguinte correção por rigor conceitual e devido ao resultado singular que essa correção implica no caso do momento angular, como veremos mais adiante.

Assim, apenas as componentes perpendiculares aos raios orbitais devem ser consideradas. Ou seja, a expressão (4) só é perfeitamente correta para o caso de órbitas circulares. Para órbitas elípticas tal resultado só tem validade nos pontos extremos do periélio e do afélio. Nos demais pontos da órbita elíptica a velocidade é tangencial à elipse podendo, assim, ser desdobrada em duas componentes, uma perpendicular e a outra paralela ao raio orbital, como ilustra a figura abaixo.

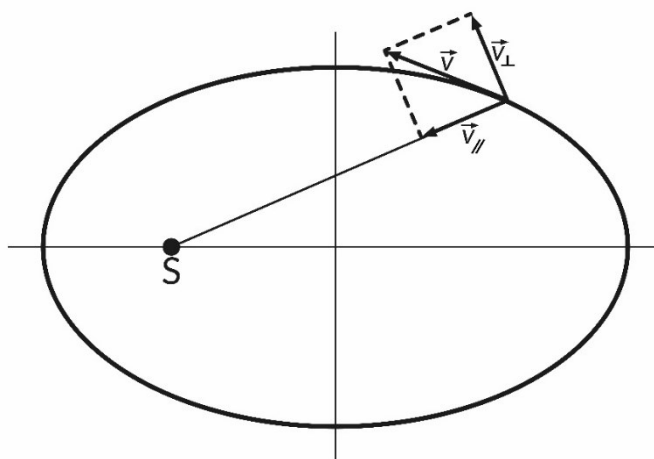


Figura 29

Desta forma, a expressão (4), bem como a expressão para o momento angular deveriam ser assim escritas:

$$vR = \text{constante} \qquad L = mv_\perp R \qquad (5)$$

Voltaremos a este assunto mais adiante.

3. Sobre a terceira lei de Kepler.

3ª lei: os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol.

Após a publicação de suas duas leis, Kepler busca relacionar, numa única expressão matemática, dados dos diferentes planetas porque estava convencido, desde sempre, que deveria haver alguma regularidade ou ordem especial que ligaria o movimento dos diferentes componentes do sistema solar. Nunca deixa de ser um pitagórico convicto.

A terceira lei de Kepler pode também ser assim expressa:

$$T^2 = kR^3 \quad (6)$$

A constante k tem o mesmo valor para todos os planetas do sistema solar. Se considerarmos o raio orbital médio da Terra, cerca de 15×10^7 quilômetros, como a unidade astronômica (UA) e tomarmos o período orbital terrestre de 1 ano, a constante k pode ser calculada:

$$k = 1 \frac{\text{ano}^2}{UA^3}$$

Questão: Qual seria o valor da constante k para o sistema Terra-Lua?

7.8. Um parêntesis: momento de uma força e momento angular

Antes de passarmos a tratar das contribuições de Galileu à articulação do paradigma copernicano, e também antes de apresentarmos a forma como Isaac Newton utilizou os resultados sintetizados nas três leis de Kepler, vou introduzir alguns conceitos que foram criados muito depois do trabalho desses vários personagens, mas que se mostrarão muito importantes na articulação plena do nascimento da mecânica e, particularmente do princípio da atração gravitacional de Newton.

1. Momento de uma força com relação a um ponto O.

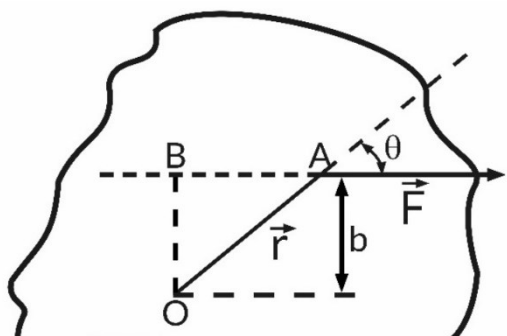


Figura 30

Na figura ao lado, \vec{F} é uma força capaz de fazer girar um corpo em torno de um ponto O. Temos isso no cotidiano: por exemplo, o ato de abrir uma porta. Sabemos, a partir da prática, que a efetividade dessa ação depende da magnitude e orientação da força \vec{F} e da posição de seu ponto de aplicação (a maçaneta).

Assim, é útil introduzir um conceito que depende de \vec{F} e da distância ao ponto de aplicação, ou seja:

$$\tau = bF \quad (7)$$

Como $\text{sen } \theta = \frac{b}{r}$, portanto, temos o seguinte:

$$b = \text{sen } \theta r \quad (8)$$

Substituindo a expressão (8) em (7), obtemos:

$$\tau = r F \text{sen } \theta \quad (9)$$

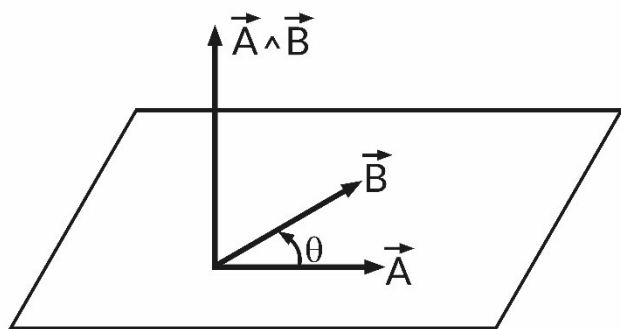


Figura 31

Produto vetorial. Sabemos que se \vec{A} e \vec{B} são dois vetores como indicados na figura ao lado, temos o seguinte resultado vetorial

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \text{sen } \theta \quad (10)$$

Daí, por comparação entre as expressões (9) e (10), obtemos:

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \text{sen } \theta \quad \vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad (11)$$

Deve-se frisar que o momento da força \vec{F} , ou torque da força \vec{F} , foi definido com relação a um ponto referencial O. Se alterarmos o ponto de referência para O' o torque poderá mudar de valor.

2. Momento angular ou momento orbital

Vamos agora considerar o movimento de uma partícula de massa m segundo uma trajetória curva qualquer contida num plano. Em qualquer posição \mathbf{r} , referenciada a um ponto O no plano, a partícula terá uma velocidade \mathbf{v} que pode variar tanto em módulo, seu valor numérico, quanto em direção.

Como a partícula descreve uma trajetória curva ela está sujeita a uma aceleração \mathbf{a} que é responsável pela variação do módulo e da direção de sua velocidade. A segunda lei de Newton nos diz que haverá uma força na direção da aceleração e proporcional a ela. A constante de proporcionalidade é a massa m da partícula.

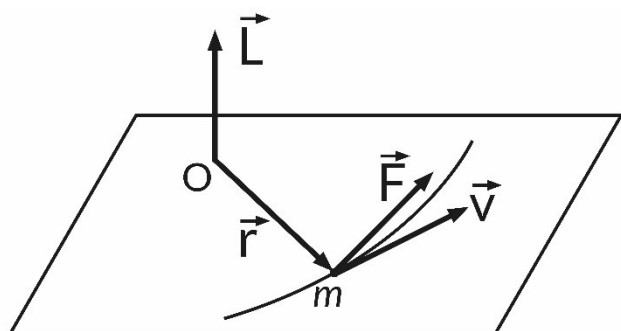


Figura 32

$$\text{Assim, temos: } \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Ou, } \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\text{Ou, ainda: } \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Onde o produto $m\vec{v}$, presente no estudo da física desde os trabalhos de Buridan, é o **momento linear** ou **quantidade de movimento**, representado por \vec{p} . Assim, a 2ª lei de Newton pode ser escrita como:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (12)$$

Com relação ao movimento dessa partícula é útil definir uma nova grandeza que meça a quantidade de movimento de rotação da partícula com relação ao ponto O. É fácil perceber que essa grandeza dependerá da massa m da partícula, de sua velocidade \vec{v} e de sua posição \mathbf{r} . Essa grandeza é denominada **momento angular** ou **momento orbital** da partícula com relação a O e convencionalmente representada por \vec{L} .

Aqui também é necessário fazer uma observação análoga à que fizemos no caso do torque de uma força: caso mudemos o ponto de referência para O' o momento angular do mesmo movimento com relação a este novo referencial poderá mudar de valor.

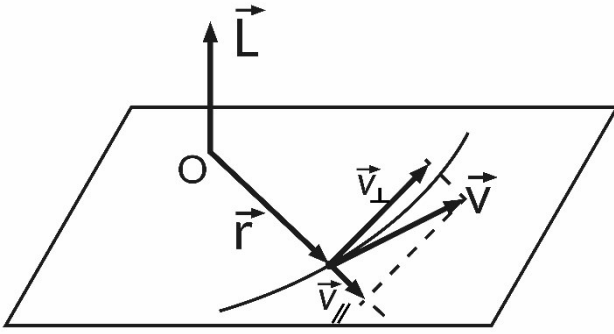


Figura 33

Por analogia ao que fizemos quando introduzimos o torque, esse momento angular será dado por:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} \quad \vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v} \quad (13)$$

Como já vimos, a velocidade \vec{v} pode ser decomposta em duas componentes: uma paralela ao vetor posição, $\vec{v}_{//}$, e outra perpendicular ao mesmo, \vec{v}_{\perp} .

Como $\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}$, a expressão (13) pode ser assim escrita:

$$\vec{L} = m \vec{r} \wedge (\vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp})$$

Porém, como o ângulo entre $\vec{v}_{//}$ e \vec{r} é nulo, $\vec{r} \wedge \vec{v}_{//} = 0$. Assim,

$$\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}_{\perp}$$

Finalmente, como \vec{r} e \vec{v}_{\perp} formam um ângulo reto, o módulo do momento angular da partícula com relação ao ponto O será dado por:

$$L = m |\vec{r}| |\vec{v}_{\perp}|$$

Esse resultado confirma o obtido na seção 7.7 e sintetizado na expressão (4).

3. Variação do momento angular

Como o momento angular, dependendo da particular trajetória descrita pela partícula, pode variar em cada instante, vamos estudar sua variação em função do tempo. Para tanto derivamos a expressão (13) com relação ao tempo t , ou seja:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{p} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Agora, como $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ e utilizando a relação (12), a derivada do momento angular com relação ao tempo, fica:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{v} \wedge \vec{p} + \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Como $\vec{v} \wedge \vec{p} = \vec{v} \wedge m\vec{v} = 0$, chegamos a

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad (14)$$

Ou,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad (15)$$

Expressando tal resultado em palavras podemos escrever o seguinte:

“quando referenciados a um mesmo ponto O, a taxa de variação no tempo do momento angular de uma partícula é igual ao torque que atua sobre a mesma”.

Compare as expressões (12) e (15). Podemos concluir dessa comparação que o torque está para a força assim como o momento angular está para o momento linear. A expressão (15) é também conhecida como a segunda lei de Newton para as rotações.

Todos estes conceitos e resultados discutidos neste parêntesis serão utilizados mais adiante quando tratarmos da articulação realizada por Newton dos resultados obtidos por Kepler.

Por tudo isso que foi dito a respeito das contribuições de Kepler para a construção da chamada teoria gravitacional newtoniana é que devemos ser mais cuidadosos ao apresentar a construção dessa teoria. Kepler deve aparecer com destaque nessa construção.