Teste 1 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_3(\mathbb{R})$ a matriz dada por:

$$A = \begin{pmatrix} a & 4 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

A matriz A é diagonalizável se, e só se:

A $a \neq 1$

B $a = -1$

[redacted] $a \neq -3$ e $a \neq 1$

D $a \neq -3$

E $a = 1$ ou $a = -3$

Teste 2 Seja $A \in M_n(\mathbb{R})$. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se A é não diagonalizável, então A^n é não diagonalizável para todo natural $n > 0$.

(II) Se A é diagonalizável, então A é invertível.

(III) Se $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ é definida por, $T(u) = A.u$, então $Ker(T - I) \cap Ker(T - 2I) = \{\vec{0}\}$.

A apenas a afirmação (II) é verdadeira

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras

C apenas a afirmação (I) é verdadeira

D todas as afirmações são verdadeiras

[redacted] apenas a afirmação (III) é verdadeira

Teste 3 Considere as bases $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ e $\mathcal{C} = \{1 + 2t, 1 + t, t^2 - t - 1\}$ de $P_2(\mathbb{R})$ e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ o operador linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

Assinale a alternativa correta.

■ T é diagonalizável e a soma de seus autovalores é 3

B T é diagonalizável e a soma de seus autovalores é 4

C T não é diagonalizável e a soma de seus autovalores é 4

D T não é diagonalizável e a soma de seus auovalores é 5

E T não é diagonalizável e a soma de seus autovalores é 3

Teste 4 Fixado um sistema ortogonal de coordenadas para o $\mathbb{R}^2$, o conjunto solução da equação $x^2 - 2xy + y^2 = 1$ é:

A uma parábola

B uma hipérbole

C um par de retas concorrentes

■ um par de retas paralelas

E uma elipse

Teste 5 Considere $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual e seja T o operador linear de $\mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x, 2x + 2y + z, y + 2z)$. Assinale a alternativa verdadeira:

■ T não é simétrico, não é diagonalizável, mas é invertível

B T é simétrico e não invertível

C T não é simétrico, é diagonalizável e invertível

D T é simétrico e invertível

E T não é simétrico, não é diagonalizável e nem invertível

Teste 6 Considere $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual e seja T um operador simétrico de $\mathbb{R}^3$ com $Ker(T-2I) = [(1,2,0),(0,1,1)]$, em que I denota o operador identidade de $\mathbb{R}^3$. Se $\lambda = 1$ é autovalor de T, então $T(3,4,4)$ é:

■ $(4,9,7)$

[B] $(1,3,1)$

[C] $(0,4,7)$

[D] $(5,8,6)$

[E] $(2,1,1)$

Teste 7 Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se M é uma matriz 3×3 tal que $M^{-1}AM = D$, em que D é uma matriz diagonal, então:

[A] $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

■ $M = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

[C] $M = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

[D] $M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

[E] $M = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Teste 8 Considere $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador simétrico tal que $Ker(T) = [(1,1,0),(2,0,3)]$. Se $\lambda \in \mathbb{R}$ é um autovalor de T não nulo, então:

- [A] $Ker(T - \lambda I) = [(3,-3,0)]$
- ■ $Ker(T - \lambda I) = [(-3,3,2)]$
- [C] $Ker(T - \lambda I) = [(0,3,0)]$
- [D] $Ker(T - \lambda I) = [(3,1,-2)]$
- [E] $Ker(T - \lambda I) = [(3,1,-2)]$

Teste 9 Seja $T : M_{2\times 3}(\mathbb{R}) \to M_{2\times 3}(\mathbb{R})$ um operador linear com polinômio caracteristico dado por $p_T(t) = t(t-1)^2(t-2)^3$ e seja I o operador identidade de $M_{2\times 3}(\mathbb{R})$. Considere as seguintes afirmações:

(I) T não é invertível.

(II) Se $dim(Ker(T - I)) = 2$, então T é diagonalizável.

(III) Se $dim(Im(T - I)) = 4$ e $dim(Ker(T - 2I)) = 3$, então T é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras
- [B] apenas a afirmação (I) é verdadeira
- [C] todas as afirmações são verdadeiras
- [D] apenas a afirmação (III) é verdadeira
- [E] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras

Teste 10 Se $x(t), y(t) \in C^1(\mathbb{R})$ são soluções do sistema

$$\begin{cases} x'(t) = 5x(t) - 2y(t), \\ y'(t) = 6x(t) - 2y(t), \end{cases}$$

com condições iniciais $X(0) = (3,5)$, então $2x(t) - y(t)$ é igual a:

- ■ e^{2t}
- [B] $e^{3t} - e^{2t}$
- [C] $e^t - 2e^{2t}$
- [D] $e^{2t} - e^{3t}$
- [E] $4e^t$

Teste 11 Se que o polinômio característico da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

é $p_{_A}(t) = -(t-2)^2(t+1)$ e $Ker(T-2I) = [(-1,1,0),(1,1,2)]$, então uma equação reduzida para a quádrica $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2xz + 2yz + 2x - 2y + 1 = 0$ é:

- A $2u^2 + 2v^2 - w^2 = 3$
- B $2u^2 + 2v^2 - w^2 = 4$
- ■ $2u^2 + 2v^2 - w^2 = 0$
- D $2u^2 + 2v^2 - w^2 = 1$
- E $2u^2 + 2v^2 - w^2 = 2$

Teste 12 Seja $A \in M_3(\mathbb{R})$ tal que $det(A-I) = det(A-2I) = 0$, em que I denota a matriz identidade de ordem 3. Se $detA = 8$, então:

- ■ $\lambda = 4$ é autovalor de A
- B $\lambda = 6$ é autovalor de A
- C $\lambda = 7$ é autovalor de A
- D $\lambda = 8$ é autovalor de A
- E $\lambda = 5$ é autovalor de A