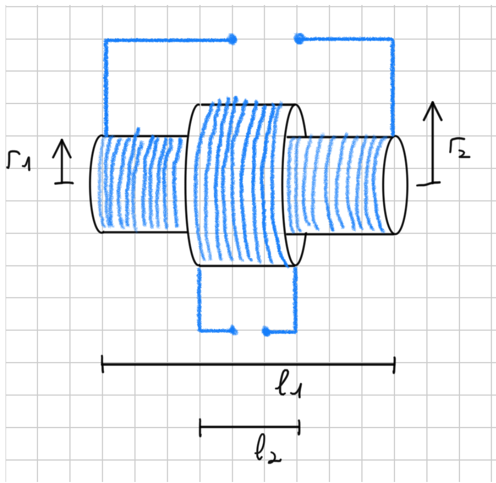
2) [4,0] Um indutor 1 de comprimento l_1 e raio r_1, com N_1 espiras densamente enroladas, está inserido em um indutor 2 de comprimento $l_2 < l_1$ e raio $r_2 > r_1$, com N_2 espiras densamente enroladas.



a) Ao circular uma corrente $I_1(t) = I_1 \cos(\omega t)$ pelo indutor L_1, qual a força eletromotriz $\mathcal{E}_{\in}$ gerada nos terminais do indutor 2?

b) Qual a indutância do indutor L_1? E qual a diferença de potencial em V_1 nos terminais deste indutor?

c) Ao circular uma corrente $I_2(t) = I_2 \cos(\omega t)$ pelo indutor L_2, qual a força eletromotriz $\mathcal{E}_{\infty}$ gerada nos terminais do indutor 1?

d) Qual a indutância do indutor L_2? E qual a diferença de potencial em V_2 nos terminais deste indutor?

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi) \qquad \mu = \mu(1+\chi_M)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\rho \qquad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A} \qquad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{free,enc} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_o}\vec{B} - \vec{M}$$

$$u_B = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \qquad u_E = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a} \qquad \mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Phi \qquad U_B = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{LI^2}{2} \qquad \Phi = L \cdot I$$

Lei de Stokes: $\int_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{a} = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$

Lei de Gauss: $\oint_V (\nabla \cdot \vec{F})\, dv = \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{a}$

2 a) FEM: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon} = \int \vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{d}{dt}\phi$

$L_1 \rightarrow \quad \vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} I_1$

$\phi_{21} = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{a}_2 = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} I_1 \cdot \pi r_1^2$ en una espira

$\mathcal{E}_{2e} = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} \pi r_1^2 w I_1 \operatorname{sen} wt$

Espiras acopladas: $N_2' = N_2 \cdot \frac{l_1}{l_2}$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_2 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_2} \cdot \pi r_1^2 w I_1 \operatorname{sen}(wt)$$

b) $L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{l_1} \pi r_1^2$ $\qquad V_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{l_1} \pi r_1^2 w I_1 \operatorname{sen}(wt)$

Note que $\frac{V_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{l_1} \cdot \frac{l_2}{N_2}$

c) $B_2 = \mu_0 \frac{N_2}{l_2} I_2$

$\phi_{12} = \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{a}_1 = \mu_0 \frac{N_2}{l_2} I_2 \cdot \pi \cdot r_1^2$ em uma espira

$$\mathcal{E}_{1e} = \mu_0 \frac{N_2}{l_2} \pi r_1^2 \frac{d}{dt} I_2 = \mu_0 \frac{N_2}{l_2} \pi r_1^2 \, \omega I_2 \operatorname{sen}(\omega t)$$

Espiras acopladas: $N_1' = \frac{N_1}{l_1} \cdot l_2$

$$\underline{\mathcal{E}_1 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_1} \pi r_1^2 \, \omega I_2 \operatorname{sen}(\omega t)}$$

d) $L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{l_2} \pi r_2^2$ $\qquad$ $\underline{V_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{l_2} \pi r_2^2 \, \omega I_2 \operatorname{sen}(\omega t)}$

Note que $\frac{V_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \frac{l_1}{l_2} \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$