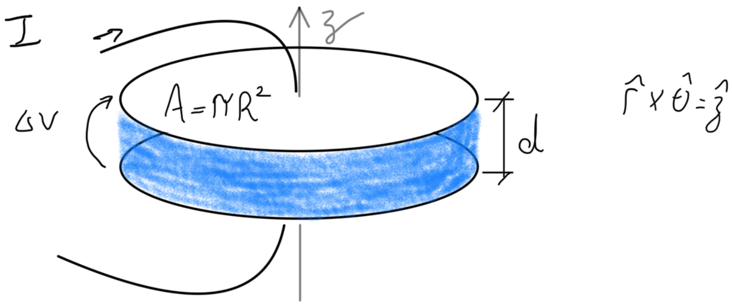
Prova 3 Sub - 4302303 - Eletromagnetismo I - 2022 - 26/07/2022

1) [4,0 pts] Um capacitor plano com um dielétrico de permissividade ε está submetido a uma diferença de potencial alternada $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$.



a) Calcule o vetor campo elétrico $\vec{E}$ entre as placas do capacitor.
b) Calcule o vetor $\vec{H}$ na superfície cilíndrica de raio R entre as placas do capacitor.
c) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$ na superfície do capacitor.
d) Qual a energia total do campo eletromagnético no interior do capacitor ao longo do tempo?
Dado: $cos\theta \cdot sen\theta = sen(2\theta)/2$

---

2)[3,0 pts] Sabendo que uma onda eletromagnética, de campo elétrico

$$\vec{E} = Re\{\vec{E}_0 exp[i(kz - \omega t)]\}$$

incide perpendicularmente em um plasma, definido por uma frequência ω_P, qual é expressão para a onda que penetra no plasma, e qual a fração da potência total refletida, sabendo que no interior do plasma temos a relação

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_P^2}{c^2}$$

nos seguintes casos:
a)$\omega \ll \omega_P$
b) $\omega \gg \omega_P$
Dados: Coeficiente de reflexão para incidência normal: $r = \frac{n_I - n_R}{n_I + n_R}$. Considere que a onda incide do vácuo ($n_I = 1$). Velocidade de fase: $v = \omega/k$

---

3)[3,0 pts] Uma onda plana incide em um meio com um certo índice de refração dependente da frequência. Esta onda é composta de duas frequências, $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ e $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$, que dão origem a uma envoltória típica de um batimento:

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \vec{E}_0[\cos(k_1 z - \omega_1 t) + \cos(k_2 z - \omega_2 t)] = \frac{\vec{E}_0}{2}\cos(k_0 z - \omega_0 t)\cos(\Delta k z - \Delta\omega t)$$

O índice de refração do meio é dado por $n(\omega) = n_R + n_1 \frac{x}{1+x^2}$, e sua absorção por $\alpha = \alpha_R \frac{1}{1+x^2}$, onde $x = 2\frac{\omega - \omega_R}{\gamma}$, sendo ω_R a frequência de ressonância e γ a largura de absorção.

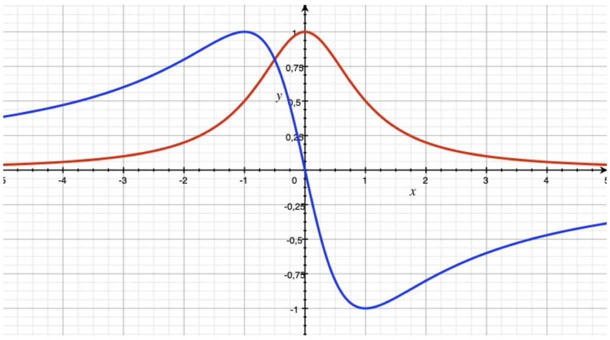


Figura 1: Em azul, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$. Em vermelho, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

a) Se $\Delta\omega \ll \gamma$, qual é a velocidade da envoltória na ressonância? Como ela se compara à velocidade de grupo $v_G = \frac{\partial\omega}{\partial k}$?

b) Se $\Delta\omega = 2\gamma$, qual é a velocidade da envoltória na ressonância? Como ela se compara à velocidade de grupo $v_G = \frac{\partial\omega}{\partial k}$?

Dado: Velocidade de fase: $v_\varphi = \omega/k$; Velocidade de grupo $v_G = v_\varphi/(1 + \frac{\omega}{n^2}\frac{dn}{d\omega})$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \vec{B} = \mu\vec{H} \qquad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\rho \qquad \nabla \cdot \vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}(u_E + u_B) \qquad u_B = \frac{\vec{B}\cdot\vec{H}}{2} \qquad u_E = \frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2}$$

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A} \qquad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{free,enc} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_o}\vec{B} - \vec{M} \qquad \Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a} \qquad \mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Phi$$

$$\nabla \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}F_z - \frac{\partial}{\partial z}F_\theta\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial}{\partial z}F_r - \frac{\partial}{\partial r}F_z\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\theta) - \frac{\partial}{\partial\theta}F_r\right)\hat{k}$$