

### Prova 3 - 4300372 – Eletromagnetismo - 13/12/2022

1) [3,0 pts] Reflexão e Interferência

a) Um feixe de luz monocromática, de comprimento de onda  $\lambda = 0,5\mu m$ , incide perpendicularmente sobre uma interface ar-vidro. Considerando que o índice de refração do vidro é  $n_v = 3,0$ , qual o coeficiente de reflexão, e qual a fração da potência refletida da luz incidente, comparada à potência total incidente

Considere agora que queremos minimizar a reflexão nesta interface, depositando um material isolante com um índice de refração  $n_I < n_v$ .

b) Se  $n_I = 1,5$ , qual o coeficiente de reflexão na interface isolante-vidro?

c) Qual a espessura do material para termos interferência destrutiva na reflexão?

d) Em primeira aproximação, qual a fração da potência refletida da luz incidente, comparada à potência total incidente?

Dado: coeficiente de reflexão de Fresnel

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2},$$

onde  $n_1$  é o índice de refração do meio incidente, e  $n_2$  o índice de refração do meio refratado.

---

2) [3,5] Temos dois dipolos oscilando na origem, descritos pelos momentos de dipolo

$$\vec{p}_1(t) = p_0 \cos(\omega t) \hat{x} \text{ e } \vec{p}_2(t) = p_0 \cos(\omega t + \pi/2) \hat{y}.$$

a) Qual a expressão para o campo elétrico gerado pelo dipolo  $\vec{p}_1$ , ao longo dos eixos x, y, z, ou seja  $\vec{E}_1(x, 0, 0, t)$ ,  $\vec{E}_1(0, y, 0, t)$ , e  $\vec{E}_1(0, 0, z, t)$ ?

b) Qual a expressão para o campo elétrico gerado pelo dipolo  $\vec{p}_2$ , ao longo dos eixos x, y, z, ou seja  $\vec{E}_2(x, 0, 0, t)$ ,  $\vec{E}_2(0, y, 0, t)$ , e  $\vec{E}_2(0, 0, z, t)$ ?

c) Qual a Intensidade do campo emitido nas direções x, y e z, e qual a polarização ao longo destas direções?

Dado: Campo elétrico gerado por um dipolo oscilante, onde o dipolo está na origem:

$$\vec{E} = \frac{\mu_0 p_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\sin\theta}{r} \cos(kr - \omega t + \phi) \hat{\theta}, \text{ para um dipolo orientado na direção } \hat{z}.$$

Campo magnético gerado pelo mesmo dipolo:  $\vec{B} = \frac{\mu_0 p_0 \omega^2}{4\pi c} \frac{\sin\theta}{r} \cos(kr - \omega t + \phi) \hat{\phi}$ .

Vetor de Poynting  $\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$ , Intensidade:  $I = \langle |S| \rangle$

Dica: Calcule o caso para o dipolo orientado na direção  $\hat{z}$  e depois troque os eixos conforme a conveniência.

3) [3,5 pts] Uma onda plana incide em um meio com um certo índice de refração dependente da frequência. Esta onda é composta de duas frequências,  $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$  e  $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$ , que dão origem a uma envoltória típica de um batimento:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0[\cos(k_1z - \omega_1t) + \cos(k_2z - \omega_2t)] = \frac{\vec{E}_0}{2} \cos(k_0z - \omega_0t) \cos(\Delta kz - \Delta\omega t).$$

O índice de refração do meio é dado por  $n(\omega) = n_R + n_1 \frac{x}{1+x^2}$ , e sua absorção por  $\alpha = \alpha_R \frac{1}{1+x^2}$ , onde  $x = 2 \frac{\omega - \omega_R}{\gamma}$ , sendo  $\omega_R$  a frequência de ressonância e  $\gamma$  a largura de absorção.

a) Se  $\Delta\omega \ll \gamma$ , qual é a velocidade da envoltória na ressonância? Como ela se compara à velocidade de grupo  $v_G = \frac{\partial\omega}{\partial k}$ ?

b) Se  $\Delta\omega = 2\gamma$ , qual é a velocidade da envoltória na ressonância? Como ela se compara à velocidade de grupo  $v_G = \frac{\partial\omega}{\partial k}$ ?

Dado: Velocidade de fase:  $v_\varphi = \omega/k$ ; Velocidade de grupo  $v_G = v_\varphi / (1 + \frac{\omega}{n^2} \frac{dn}{d\omega})$

Figura 1: Em azul,  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ . Em vermelho,  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

