Aula 3 – Análise de Sistemas Não Lineares

Estabilidade Lyapunov

Prof. Eduardo A. Tannuri

PMR 5014

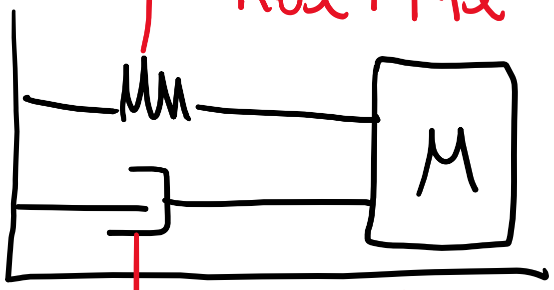
Controle Não Linear Aplicado a Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos

2º MÉTODO LYAPUNOV

DIRETO → ENERGIA

SE A ENERGIA TOTAL DO SISTEMA ESTIVER DISSIPANDO ⇒ ESTÁVEL

$K_0x + K_1x^3$



$K_0, K_1, b > 0$

$b\dot{x}|\dot{x}|$

$$M\ddot{x} = -b\dot{x}|\dot{x}| - K_0x - K_1x^3$$

$$M\ddot{x} + b\dot{x}|\dot{x}| + K_0x + K_1x^3 = 0$$

$$V(x) = \underbrace{\frac{1}{2}M\dot{x}^2}_{E_{cinética}} + \underbrace{\int_0^x (K_0x + K_1x^3)\,dx}_{E_{pot\,elástica}}$$

$$V(x) = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}K_0x^2 + \frac{1}{4}K_1x^4$$ → ENERGIA MECÂNICA

$$\dot{V}(x) = M\dot{x}\ddot{x} + K_0x\dot{x} + K_1x^3\dot{x}$$

$$\dot{V}(x) = \dot{x}\left(-b\dot{x}|\dot{x}| \cancel{-K_0x} \cancel{-K_1x^3}\right) + \cancel{K_0x\dot{x}} + \cancel{K_1x^3\dot{x}}$$

$$\dot{V}(x) = -b\dot{x}^2|\dot{x}| = -b|\dot{x}|^3$$

OU SEJA, $\dot{V}(x) < 0$ SEMPRE ATÉ QUE $\dot{x} = 0$

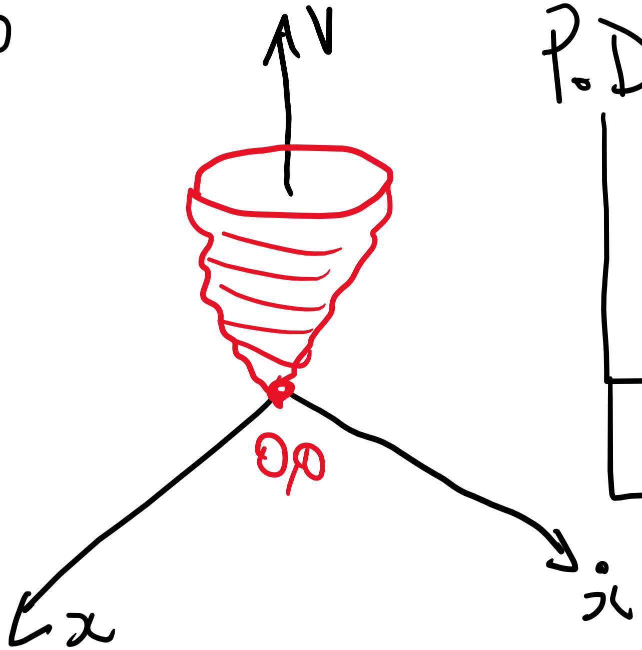
⇒ E_{MEC} IRÁ DIMINUIR DEVIDO AO AMORTECIMENTO ATÉ QUE $x = \dot{x} = 0$ (MOLA RELAX)

PROBLEMA → COMO DEFINIR A FUNÇÃO DE ENERGIA (FUNÇÃO DE LYAPUNOV)?

2 PROPRIEDADES)

① $V(x,\dot{x}) > 0$ → DEFINIDA POSITIVA

$x,\dot{x} \neq 0$



P.D. $\begin{cases} \underset{\sim}{x} \neq 0 \Rightarrow V(\underset{\sim}{x}) > 0 \\ \underset{\sim}{x} = 0 \Rightarrow V(\underset{\sim}{x}) = 0 \end{cases}$

→ SE FOR VÁLIDO P/ $\forall \underset{\sim}{x} \Rightarrow$ GLOBALMENTE PD

→ SE FOR VÁLIDO P/ $|\underset{\sim}{x}| < R_0 \Rightarrow$ LOCALMENTE P.D.

② $\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = \dfrac{\partial V(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}} \cdot \dot{\underset{\sim}{x}} = \dfrac{\partial V(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}} \cdot f(\underset{\sim}{x}) \quad \ldots \quad \dot{\underset{\sim}{x}} = f(\underset{\sim}{x})$

OU SEJA, $\dot{V}(\underset{\sim}{x})$ SÓ DEPENDE DE $\underset{\sim}{x}$ E

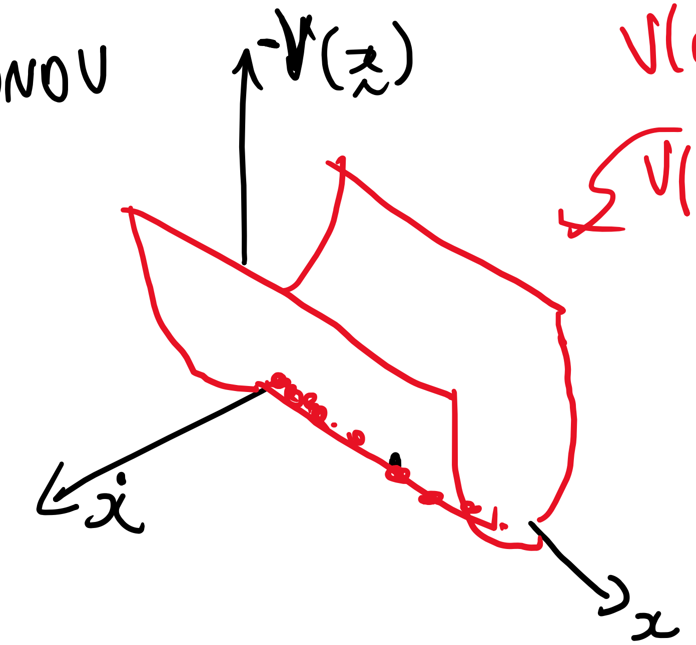
$\dot{V} = 0$ NA ORIGEM (OU PONTO EQUILÍBRIO) x^* POIS $f(x^*) = 0$

→ SE V FOR P.D E $\dot{V}$ FOR SEMI-DEFINIDA NEGATIVA $\dot{V}(x) \leq 0$, ENTÃO $V(\underset{\sim}{x})$ É UMA FUNÇÃO DE LYAPUNOV

EXEMPLO

$V(0,0) = 0$

$\dot{V}(x, \dot{x}) \leq 0$



OBS) $\dot{V}$ É SEMI DEFINIDA NEGATIVA $\begin{cases} \dot{V}(\underset{\sim}{0}) = 0 \\ \dot{V}(\underset{\sim}{x}) \leq 0 \end{cases}$

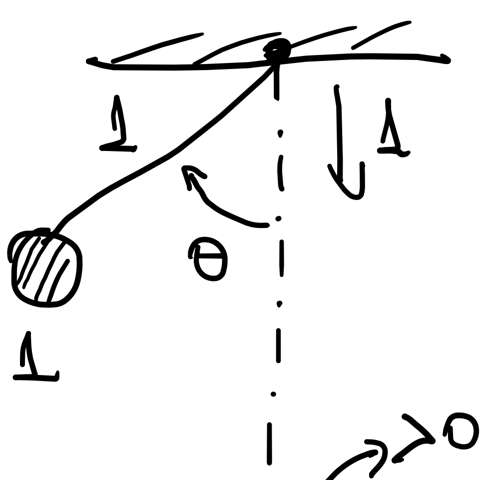
TEOREMA ESTABILIDADE LOCAL ⇒

SE NUMA REGIÃO B_{R_0} EM TORNO DO EQUILÍBRIO $\underset{\sim}{x}^*$ EXISTIR UMA FUNÇÃO $V(\underset{\sim}{x})$ DE LYAPUNOV ⇒

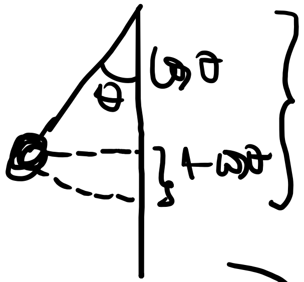
x^* É UM PONTO DE EQUILÍBRIO ESTÁVEL (NO SENTIDO DE LYAPUNOV).

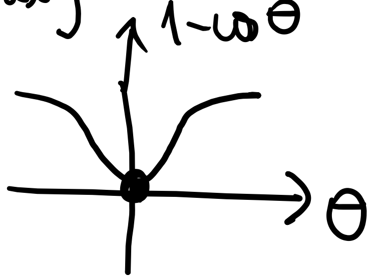
SE $\dot{V}(\underset{\sim}{x})$ FOR N.D. (NEGATIVA DEFINIDA), A ESTABILIDADE É ASSINTÓTICA

2)

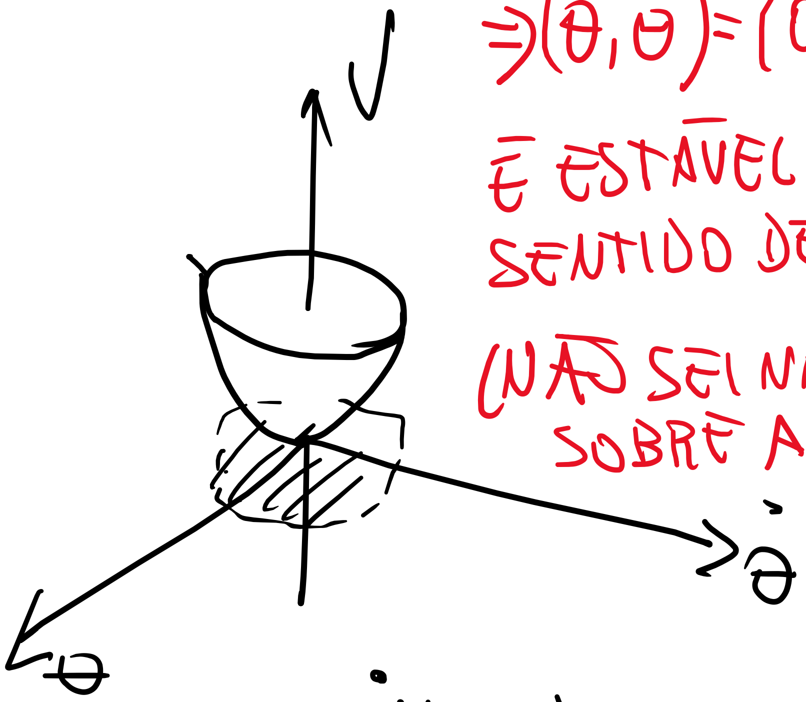


$$\underbrace{\ddot{\theta} + \dot{\theta} + \sin\theta = 0}$$





$$V(\theta,\dot{\theta}) = \underbrace{\frac{1}{2}\overset{>0}{\dot{\theta}^2}}_{\text{CINÉTICA}} + \underbrace{(1-\cos\theta)}_{\text{POT. GRAVITACIONAL}}$$

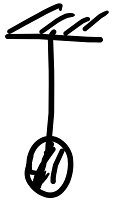


$\Rightarrow (\theta,\dot{\theta}) = (0,0)$

É ESTÁVEL NO SENTIDO DE LYAPUNOV

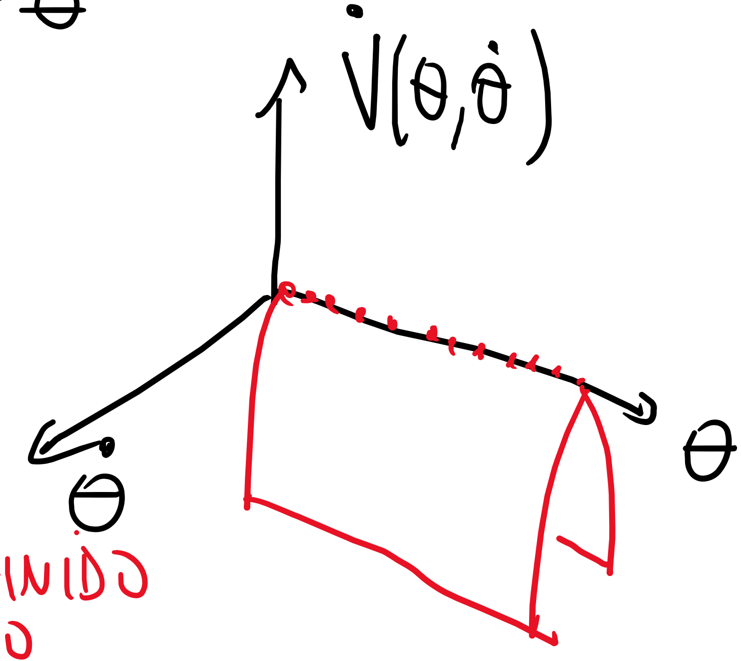
(NÃO SEI NADA SOBRE ASSINTOTICIDADE)

$x^* = (0,0)$



1) $V(x) = V(\theta,\dot{\theta})$ É P.D. NO ENTORNO DE x^*

2) $\dot{V}(x) = \dot{\theta}\cdot\ddot{\theta} + \sin\theta\,\dot{\theta} = -\dot{\theta}^2$ = SEMI-DEFINIDO NEGATIVO



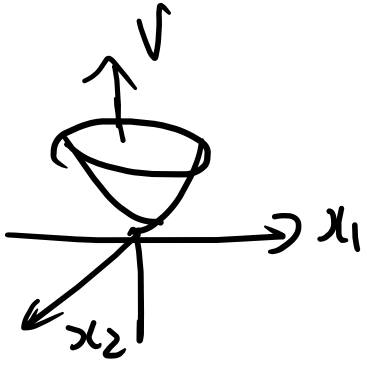
3) $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(x_1^2+x_2^2-2) - 4x_1x_2^2 \\ \dot{x}_2 = 4x_1^2x_2 + x_2(x_1^2+x_2^2-2) \end{cases}$

$(0,0)$ É EQUILÍBRIO

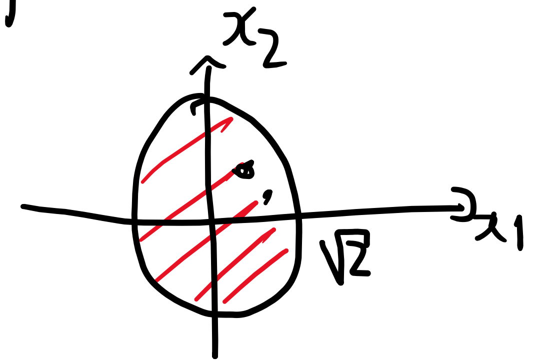
$(x_1,x_2)=(0,0)$ É ASSINTOTICAMENTE ESTÁVEL, A BACIA DE ATRAÇÃO É NO MÍNIMO O CÍRCULO $\underline{R=\sqrt{2}}$

CANDIDATA $\Rightarrow V(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2$

1) $V(\underset{\sim}{x})$ É P.D.? $\Rightarrow$ SIM POIS $\begin{cases} V(x_1,x_2)=0 \text{ p/ } (x_1,x_2)=(0,0) \\ V(x_1,x_2)>0 \text{ p/ } (x_1,x_2)\neq(0,0) \end{cases}$



2) $\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = 2x_1\dot{x}_1 + 2x_2\dot{x}_2 = \ldots = 2(x_1^2+x_2^2)\underbrace{(x_1^2+x_2^2-2)}_{<0}$

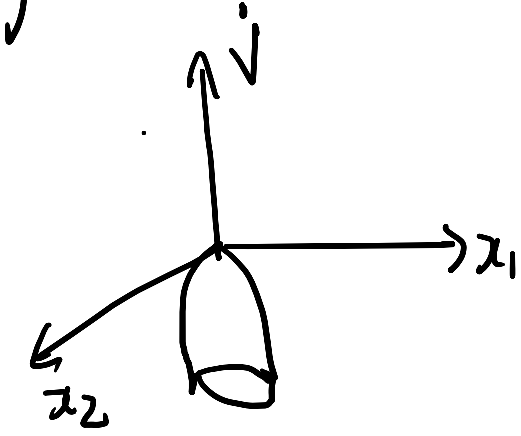


DENTRO DO CÍRCULO DE $R=\sqrt{2}$

$\dot{V}(0)=0$

$\dot{V}(\underset{\sim}{x})<0$ p/ $(x_1,x_2)\neq(0,0)$

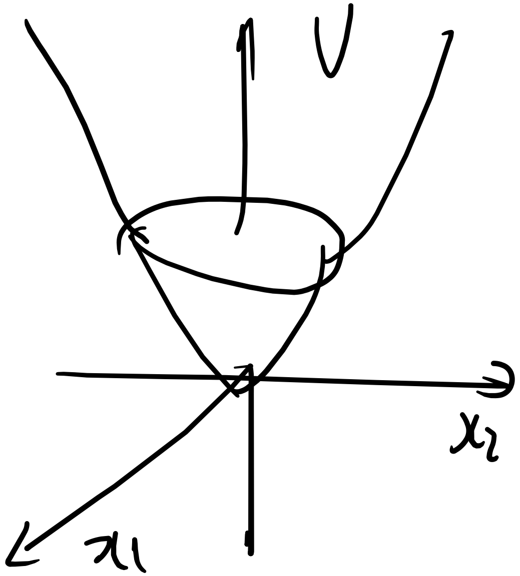
$\Rightarrow$ N.D.

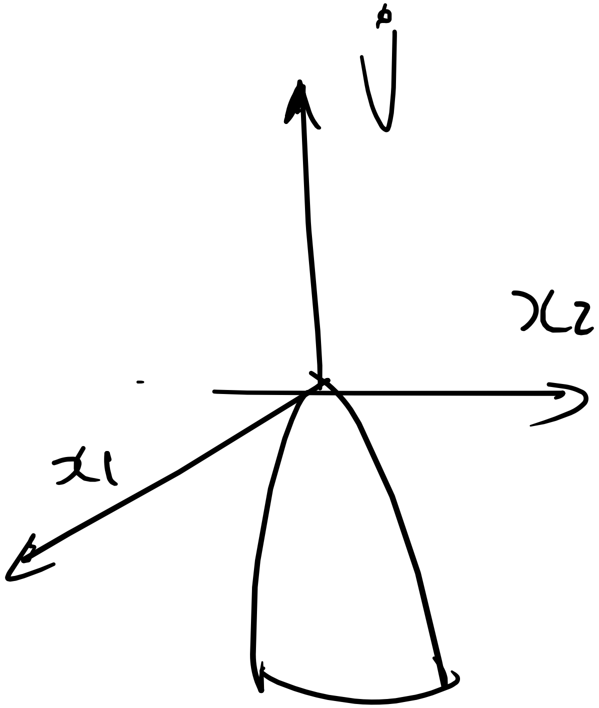


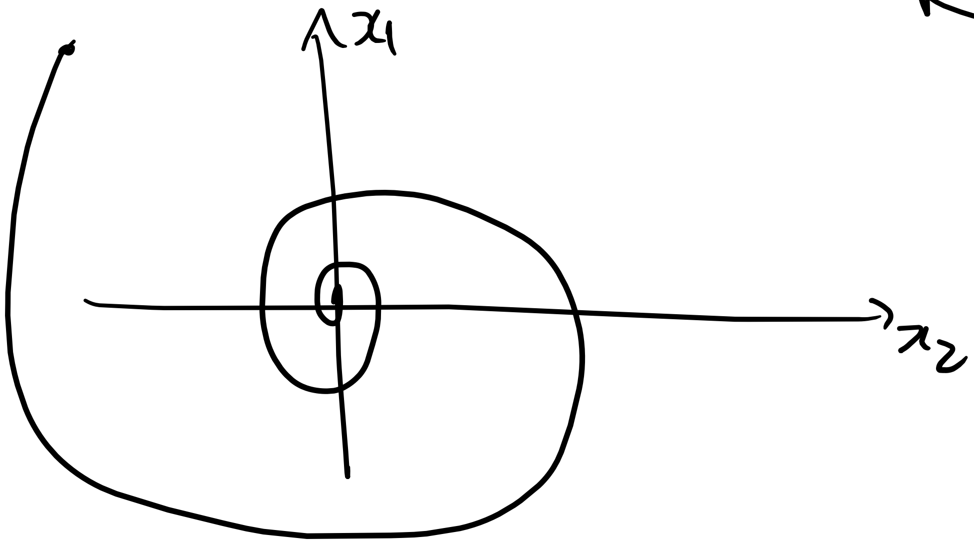
ESTABILIDADE GLOBAL

O PONTO $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0}$ SERÁ GLOBALMENTE ESTÁVEL SE EXISTIR

$$\begin{cases} V(\underset{\sim}{x}) = P.D. \\ \dot{V}(\underset{\sim}{x}) = N.D. \\ \boxed{V(\underset{\sim}{x}) \to \infty \ P/\ x \to \infty} \end{cases}$$







PROJETO DE SISTEMA USANDO LYAPUNOV

$$\boxed{\ddot{x} + b(\dot{x}) + c(x) = 0}$$

AMORT. NÃO LINEAR

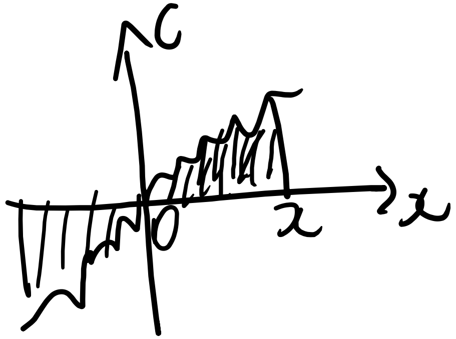
RESTAURAÇÃO NÃO LINEAR

→ CLASSE DE SIST. 2º ORDEM

ONDE $\begin{cases} b(\dot{x})\dot{x} > 0 \\ c(x)\cdot x > 0 \end{cases}$

→ MOLA RESTAURA

→ AMORT. DISSIPA



$$V(x) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \int_0^x c(y)\,dy$$

1) $V(\underset{\sim}{x})$ É P.D.? SIM POIS

$V(0,0) = 0$

$V(x,\dot{x}) > 0$ se $(x,\dot{x}) \neq 0$ POIS $\int c(y)\,dy$

SEMPRE SERÁ > 0 se $x \neq 0$

2) $\dot{V}(x) = \dot{x}\ddot{x} + c(x)\cdot\dot{x} =$

$$\frac{d}{dt}\int_0^x c(y)\,dy = \frac{d}{dx}\int_0^x c(y)\,dy \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= c(x)\cdot\dot{x}$$

$$V(\underset{\sim}{x}) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \int_0^x c(y)\,dy$$

1) $\boxed{V(\underset{\sim}{x}) \text{ É P.D.}}$? SIM POIS

$V(0,0) = 0$

$V(x,\dot{x}) > 0$ se $(x,\dot{x}) \neq 0$ POIS $\int c(y)\,dy$ SEMPRE SERÁ > 0 se $x \neq 0$

2) $\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = \dot{x}\ddot{x} + c(x).\dot{x} =$

$$\frac{d}{dt}\int_0^x c(y)\,dy = \frac{d}{dx}\int_0^x c(y)\,dy \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= c(x).\dot{x}$$

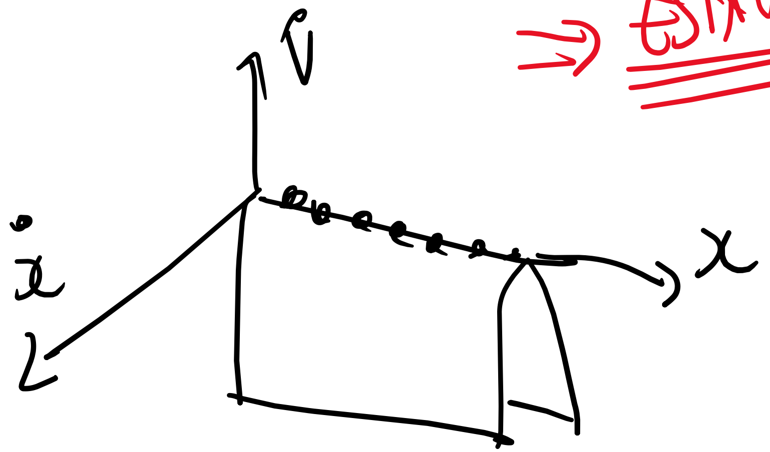
$$\Rightarrow \dot{V}(\underset{\sim}{x}) = \dot{x}\left(-b(\dot{x}) - \cancel{c(x)}\right) + \cancel{c(x)}\dot{x}$$

$$\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = -\underline{b(\dot{x}).\dot{x}} < 0$$

$\Rightarrow \boxed{\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = \text{SND}}$ POIS

$$\begin{cases} \dot{V}(\underset{\sim}{x}) = 0 & p/\ \underset{\sim}{x} = 0 \\ \dot{V}(\underset{\sim}{x}) < 0 & p/\ \underset{\sim}{x} \neq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ ESTÁVEL



PROJETE UM CONTROLADOR POR REALIMENTAÇÃO QUE ESTABILIZE

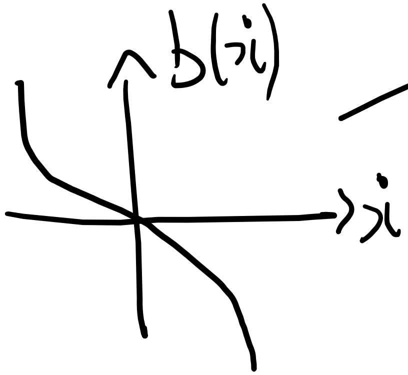
$$\boxed{\ddot{x} - \dot{x}^3 + x^2 = u}$$

sem controle $u=0$

É INSTÁVEL

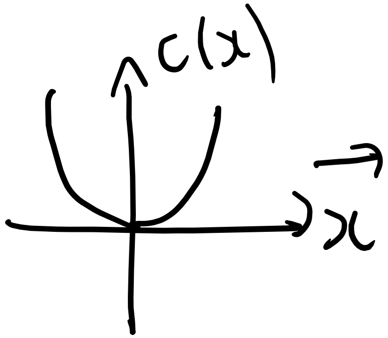
$$b(\dot{x}) = -\dot{x}^3$$

$$c(x) = x^2$$

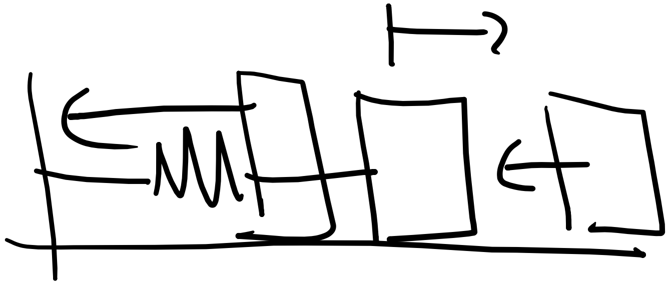


→ NÃO ESTÁ NO 1º E 3º QUADRANTE

⇒ AMORT. QUE FORNECE ENERGIA!!!



→ MOLA QUE RESTAURA P/ $x>0$ E REPULSA P/ $x<0$



$$\boxed{\ddot{x} - \dot{x}^3 + x^2 = u}$$

$$\boxed{u(x,\dot{x}) = -2\dot{x}^3 - 5x|x|}$$

$-\dot{x}$

$$u(x,\dot{x}) = u_1(\dot{x}) + u_2(x)$$

EM M.F.

$$\ddot{x} - \dot{x}^3 + x^2 = -2\dot{x}^3 - 5x|x| \quad -\dot{x}$$

$$\boxed{\ddot{x} + \dot{x}^3 + x^2 + 5x|x| = 0}$$

$\cancel{+x^2}$

EM MALHA FECHADA FICA:

$$\ddot{x} + \left(-\dot{x}^3 - u_1(\dot{x})\right) + \left(x^2 - u_2(x)\right) = 0$$

P/ SER ESTÁVEL

$$\begin{cases} \left(-\dot{x}^3 - u_1(\dot{x})\right)\cdot\dot{x} > 0 \rightarrow u_1(\dot{x}) = -2\dot{x}^3 \rightarrow \left(-\dot{x}^3 + 2\dot{x}^3\right)\dot{x} = \dot{x}^4 > 0 \\ \left(x^2 - u_2(x)\right)\cdot x > 0 \rightarrow u_2(x) = -5x|x| \rightarrow \left(x^2 + 5x|x|\right)\cdot x = x^3 + 5x^2|x| > 0 \end{cases}$$

$\times\dot{x}$ $\quad\times\dot{x}$ $\quad\times\dot{x}^2$

$\hookrightarrow x > 0 \quad 6x^3 > 0$

$\hookrightarrow x < 0 \quad x^3 - 5x^3 = -4x^3 > 0$

TEOREMA DOS CONJUNTOS INVARIANTES (LA SALLE)

Em geral, conseguimos mostrar que Vponto é SND e não conseguimos mostrar estabilidade assintótica.

CONJUNTO INVARIANTE

↳ É UMA GENERALIZAÇÃO DO CONCEITO DE PONTO DE EQUILÍBRIO

CONJUNTO G É UM CONJ. INVARIANTE SE ~~P~~ TODA TRAJETÓRIA QUE SE INICIA EM G, CONTINUARÁ EM G p/ $\forall t \geq 0$

Ex1) $G = \{\text{PTO EQUILÍBRIO}\} = \{x^*\}$

POR DEFINIÇÃO DE EQUILÍBRIO

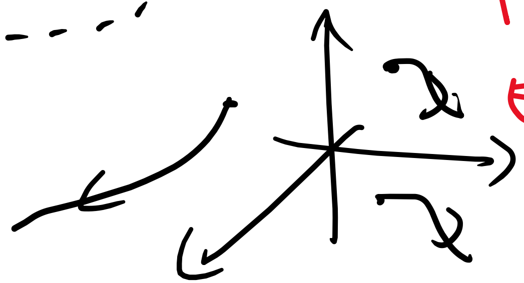
x^*

SE $x = x^*$, $\underset{\sim}{x}$ NUNCA SAIRÁ DE x^* POIS $\dot{\underset{\sim}{x}} = f(\underset{\sim}{x}^*) = 0$

Ex2) $G = \{$ DOMÍNIO DE ATRAÇÃO DE UM PTO DE EQUILÍBRIO $\}$

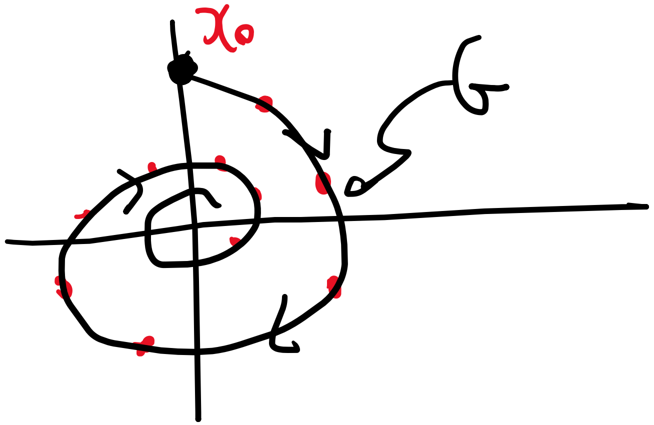
Ex3) $G = \{\mathbb{R}^n\}$

TODO ESPAÇO DE ESTADO



Ex 4) $G = \{$TRAJETORIA DE UM SISTEMA AUTONOMO$\}$

$\dot{\underset{\sim}{x}} = f(\underset{\sim}{x})$



TEOREMA DO CONJ. INVARIANTE

- VERSÃO PARTICULAR
- SEJA $\dot{\underset{\sim}{x}} = f(\underset{\sim}{x})$ AUTÔNOMO
- E $V(\underset{\sim}{x})$ UMA FUNÇÃO ESCALAR COM DERIVADA 1° CONTÍNUA
- ASSUMA QUE EM Ω, REGIÃO EM TORNO DA ORIGEM

1 ↳ $V(\underset{\sim}{x})$ LOCALMENTE PD

2 ↳ $\dot{V}(\underset{\sim}{x})$ SND

1 e 2 ⇒ $\underset{\sim}{x}^* = \underset{\sim}{0}$ É ESTÁVEL LYAPUNOV

3 → O CONJUNTO R DEFINIDO POR $\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = 0$ NÃO CONTÉM OUTRA TRAJETÓRIA DE $\dot{\underset{\sim}{x}} = f(\underset{\sim}{x})$ A NÃO SER A TRIVIAL $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0}$

↳ A MAIOR INVARIANTE DENTRO DE R É O PONTO $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0}$

1, 2, 3 ⇒ $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0}$ É ASSINTOTICA/E ESTÁVEL

$$M\ddot{x} + b\dot{x}|\dot{x}| + K_0 x + K_1 x^3 = 0$$

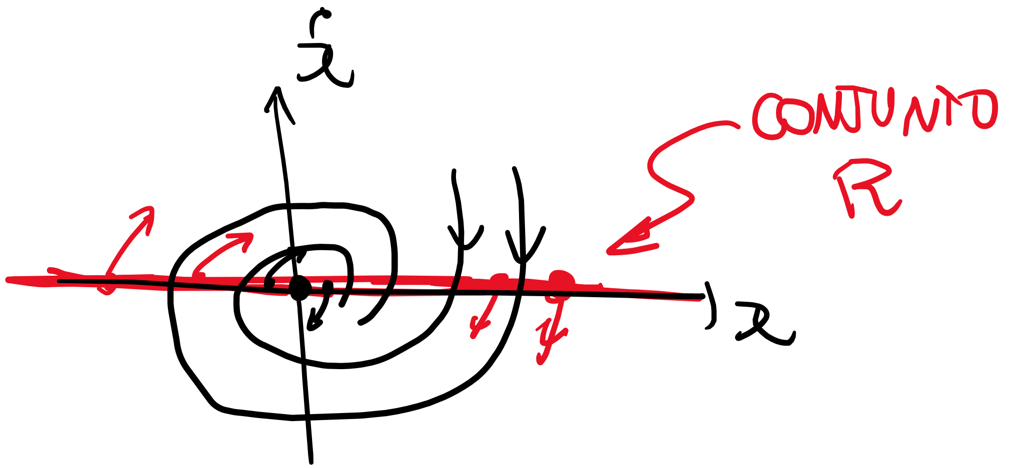
↳ O CONJUNTO R DEFINIDO POR $\dot{V}(\underset{\sim}{x})=0$ NÃO CONTÉM OUTRA TRAJETÓRIA DE $\dot{\underset{\sim}{x}}=f(\underset{\sim}{x})$ A NÃO SER A TRIVIAL $\underset{\sim}{x}=\underset{\sim}{0}$

$$V(\underset{\sim}{x}) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{2}K_0 x^2 + \frac{1}{4}K_1 x^4$$

1) ↳ $V(\underset{\sim}{x}) = $ P.D. $\begin{cases} V(\underset{\sim}{x})=0 & p/\ (x,\dot{x})=(0,0) \\ V(\underset{\sim}{x})>0 & p/\ (x,\dot{x})\neq(0,0) \end{cases}$

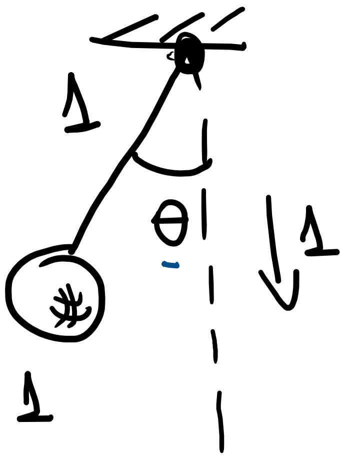
2) ↳ $\dot{V}(x) = -b|\dot{x}|^3$

↳ SND $\begin{cases} \dot{V}(x,\dot{x})=0 & p/\ \underset{\sim}{x}=0 \\ \dot{V}(x,\dot{x})\leq 0 & p/\ \underset{\sim}{x}\neq 0 \end{cases}$



3) O CONJUNTO R p/ $\dot{V}(\underset{\sim}{x})=0 \Rightarrow \dot{x}=0$

$R=\{\dot{x}=0\}$ → ÚNICO INVARIANTE DE R $\underset{\sim}{x}=\underset{\sim}{0} \Rightarrow x^* = (0,0) =$ ASSINT. ESTÁVEL



$$\ddot{\theta} + \dot{\theta} + \sin\theta = 0$$

$$V(\theta,\dot{\theta}) = \underbrace{\frac{1}{2}\dot{\theta}^2}_{\text{CINÉTICA}} + \underbrace{(1-\cos\theta)}_{\text{POTENCIAL GRAVITACIONAL}}$$

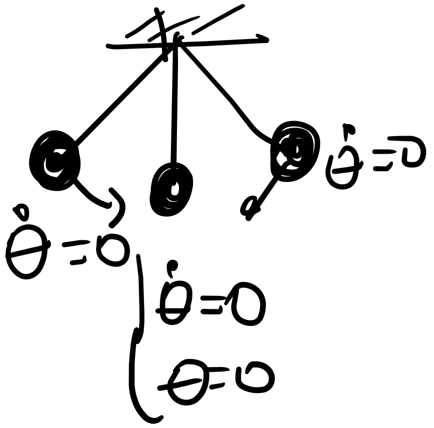
$\underset{\sim}{x}^* = (0,0)$

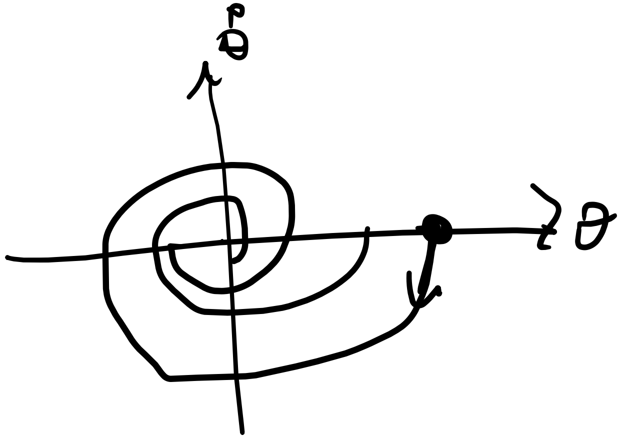
1) $V(\underset{\sim}{x}) = V(\theta,\dot{\theta})$ é P.D. NO ENTORNO DE x^*

2) $\dot{V}(\underset{\sim}{x}) = \dot{\theta}\cdot\underbrace{\ddot{\theta}}_{(-\dot{\theta}-\sin\theta)} + \sin\theta\cdot\dot{\theta} = -\dot{\theta}^2$ ↳ S.N.D

3) $\dot{V}(x) = 0 \Rightarrow \dot{\theta} = 0$

$R = \{\dot{\theta} = 0\}$





UNICO CONJ. INVAR.

É $(\dot{\theta},\theta) = (0,0)$

→ ESTÁVEL ASSINT.

Aula 3 – Análise de Sistemas Não Lineares

Funções Descritivas

Prof. Eduardo A. Tannuri

PMR 5014

Controle Não Linear Aplicado a Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos

FUNÇÃO DESCRITIVA

- ANALOGIA À FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA P/ SIST. NÃO LINEAR

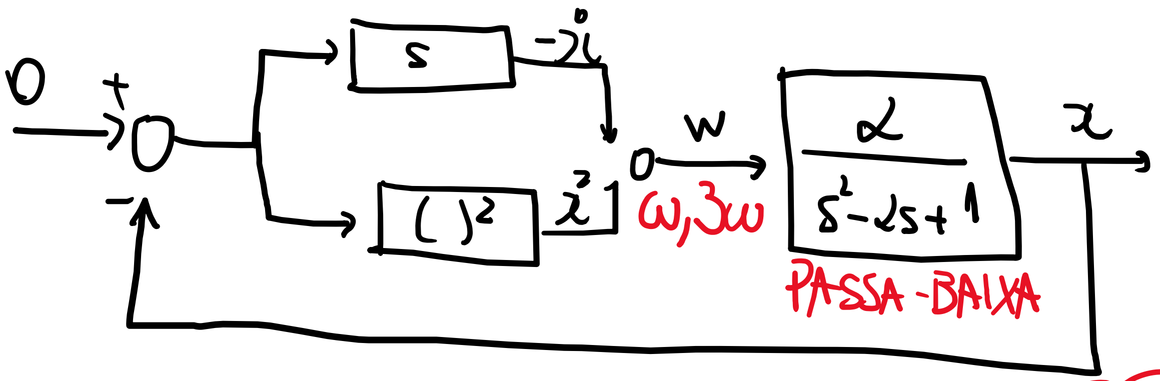
- 1ª HARMÔNICA DAS OSCILAÇÕES NÃO LINEARES

$$\boxed{\ddot{x} + \alpha(x^2-1)\dot{x} + x = 0}$$

EXCITAÇÃO NÃO LINEAR

$$\underbrace{\ddot{x} - \alpha\dot{x} + x}_{\text{PARTE LINEAR DO SISTEMA}} = \overbrace{-\alpha x^2\dot{x}} = \alpha . w$$

c/ $w = -x^2 \cdot \dot{x}$



$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos(\omega t)$$

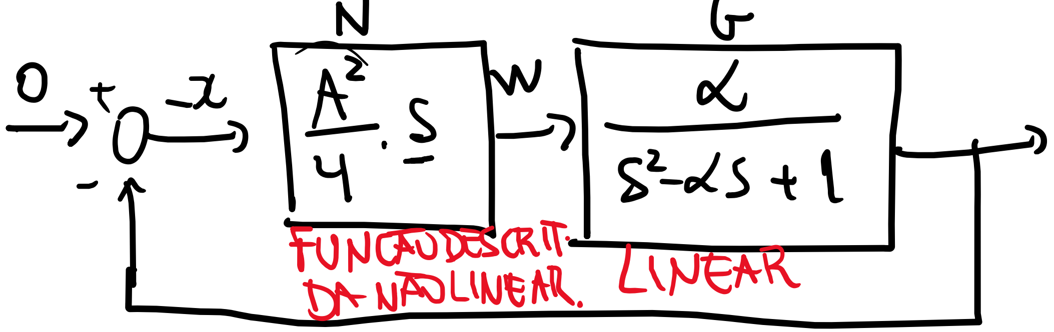
$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

$$w = -x^2 \cdot \dot{x} = -A^2 \sin^2 \omega t \, A\omega \cos\omega t$$

$$\boxed{w = -\frac{A^3\omega}{4}(\cos\omega t - \cos 3\omega t)}$$

CONSIDERANDO QUE A PARTE LINEAR DO SISTEMA VAI ATENUAR MAIS A HARMÔNICA EM $\underline{3\omega}$

$$\boxed{w \cong -\frac{A^3\omega}{4} . \cos\omega t} = \frac{A^2}{4} . d\,[-A \sin\omega t]$$



$$W = N(A,\omega) \cdot (-x)$$

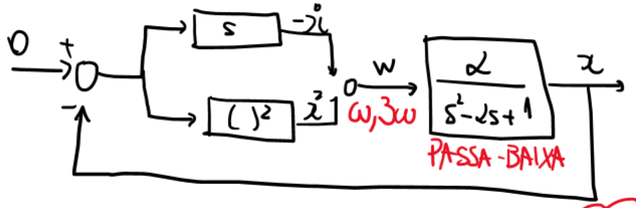
CONSIDERANDO QUE O SIST. IRÁ OSCILAR NUM CICLO LIMITE

$$F.T.M.F = \frac{N \cdot G}{1 + N \cdot G} \rightarrow$$

P/ TER CICLO LIMITE POLOS DEVEM SER $\pm j$

LOGO: $1 + \frac{A^2}{4} \cdot j\omega \left(\frac{\alpha}{-\omega^2 - \alpha j\omega + 1} \right) = 0$

$$-4\omega^2 - 4\alpha\omega j + 4 + A^2 \alpha j \omega = 0 \rightarrow \begin{cases} -4\omega^2 + 4 = 0 \\ -4\alpha\omega + A^2 \alpha \omega = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \omega = 1 \\ A = 2 \end{matrix} \Rightarrow \boxed{sol = 2 \sin t}$$



ÇÃO
ÃO LINEAR

$x(t) = A \sin(\omega t)$

$\dot{x}(t) = A\omega \cos(\omega t)$

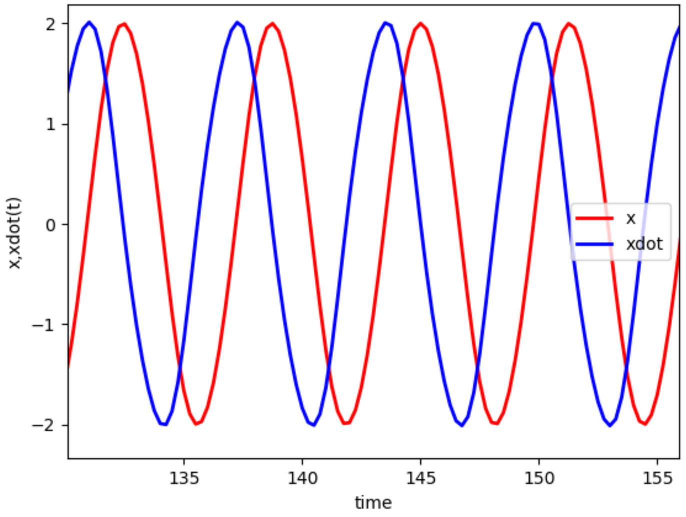
$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$

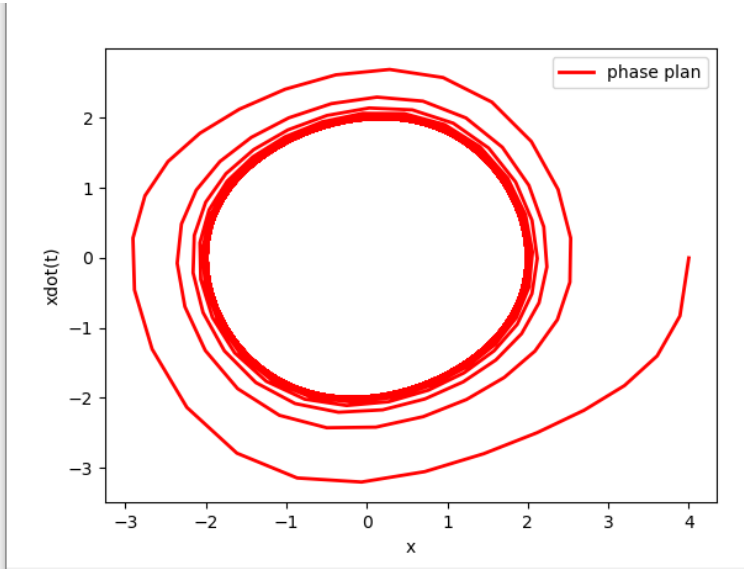
$w = -x^2 \cdot \dot{x} = -A^2 \sin^2 \omega t \, A\omega \cos \omega t$

$$\boxed{w = -\frac{A^3 \omega}{4} (\cos \omega t - \cos 3\omega t)}$$

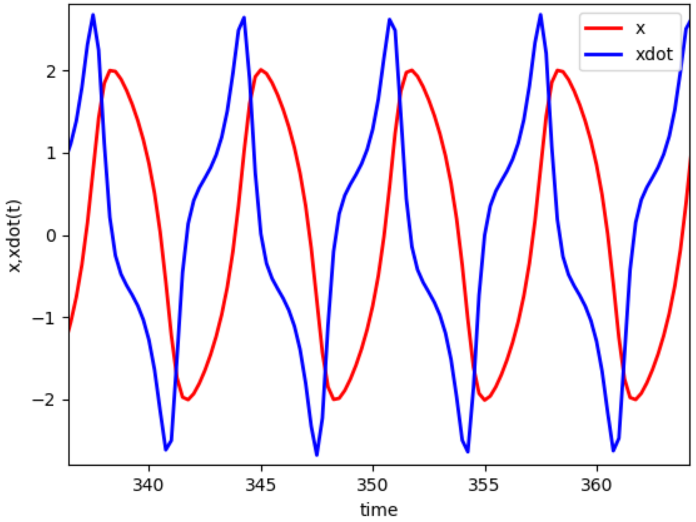
CONSIDERANDO QUE A PARTE LINEAR DO SISTEMA VAI ATENUAR MAIS A HARMÔNICA EM 3ω

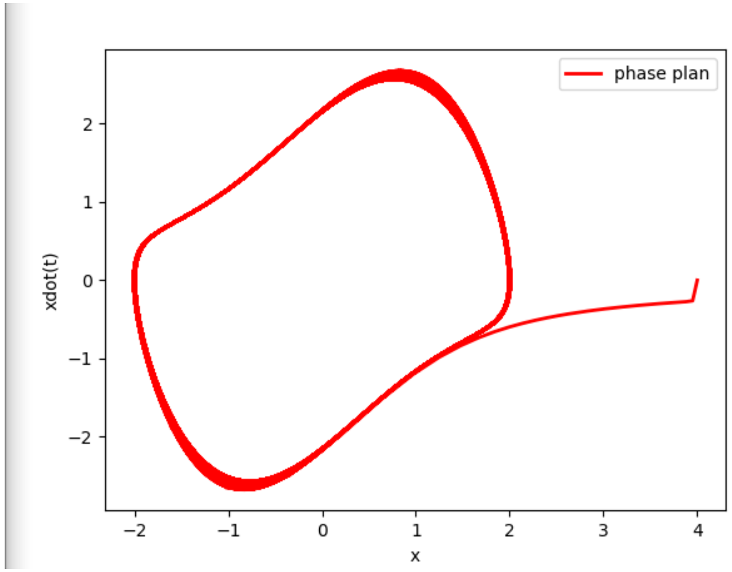
$$\boxed{w \cong -\frac{A^3 \omega}{4} \cdot \cos \omega t} = \frac{A^2}{4} \cdot d[-A \sin \omega t]$$





$\alpha = 0{,}1$





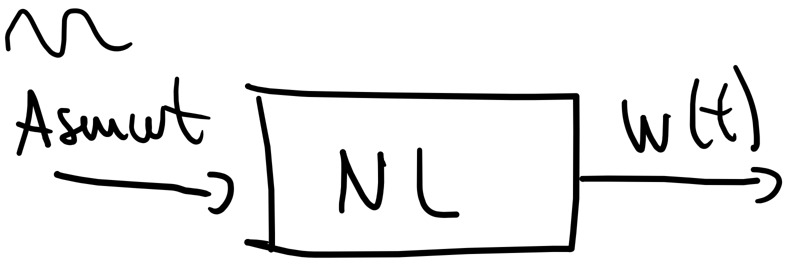
$\alpha = 1$

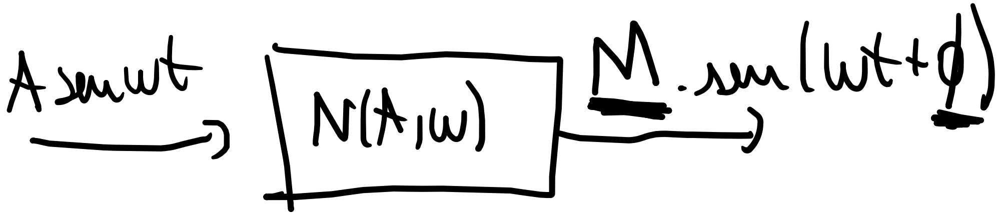
GENERALIZANDO

$$w(t) = M(A,\omega) \cdot \text{sen}(\omega t + \phi(A,\omega))$$

$$N(A,\omega) = M(A,\omega) \underline{| \phi(A,\omega)}$$

$\uparrow$ F. DESCRITIVA





$$M(A,\omega) = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cdot \cos \omega t \, d\omega t$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cdot \text{sen}\, \omega t \, d\omega t$$

P/ CASO ANTERIOR $x^2 \cdot \dot{x}$

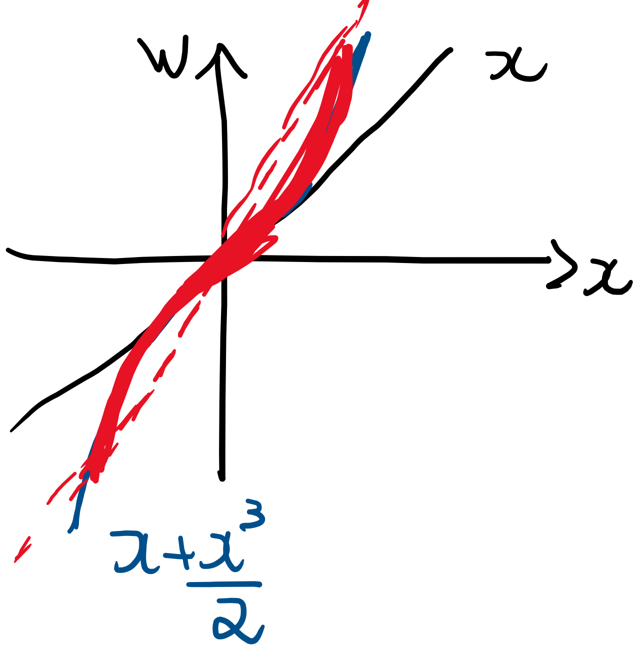
$$w(t) = \frac{-A^3 \omega}{4} (\cos \omega t - \cos 3\omega t)$$

$$\left.\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x \, dx &= \pi \\ \int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}^4 x \, dx &= \frac{3}{4}\pi \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} a_1 &= \frac{-A^3 \omega}{4} \cdot \pi \frac{1}{\pi} = \frac{-A^3 \omega}{4} \\ b_1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{w(t) = -\frac{A^3 \omega}{4} \cos \omega t}$$

MOLA NÃO LINEAR

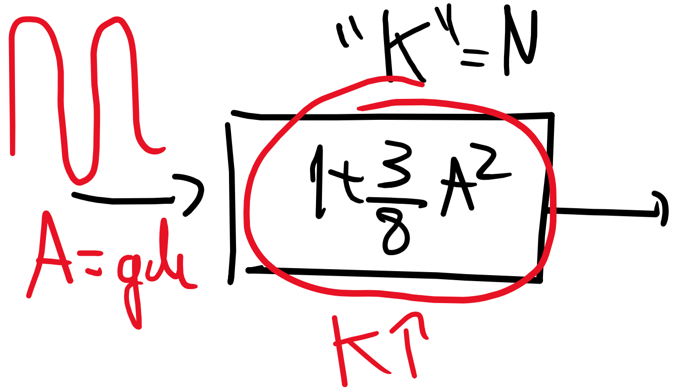
$$W = x + \frac{x^3}{2}$$



$$W = A\,\text{sen}\,\omega t + \frac{A^3}{2}\,\text{sen}^3\,\omega t$$

$\hookrightarrow a_1 = 0$

$b_1 = A + \frac{3}{8}A^3$

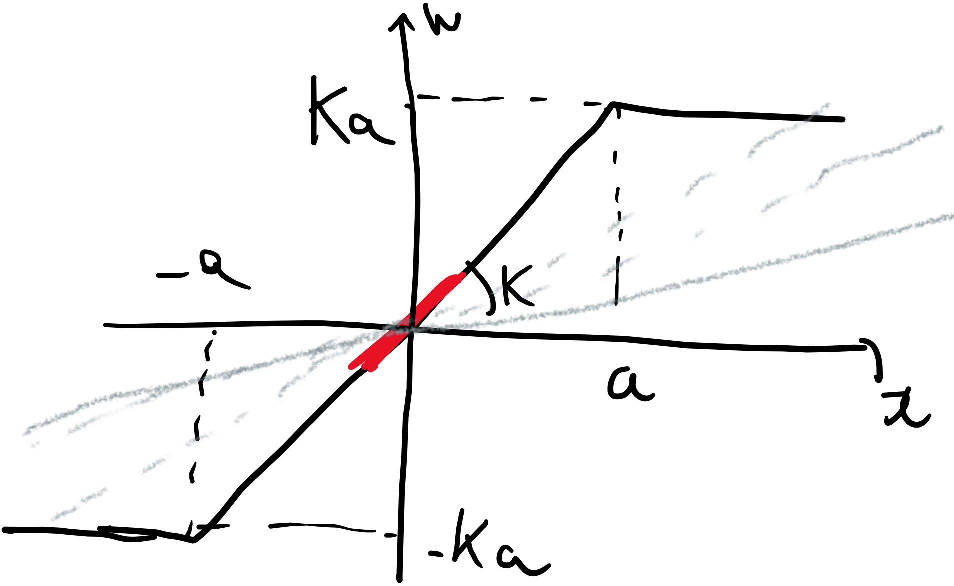


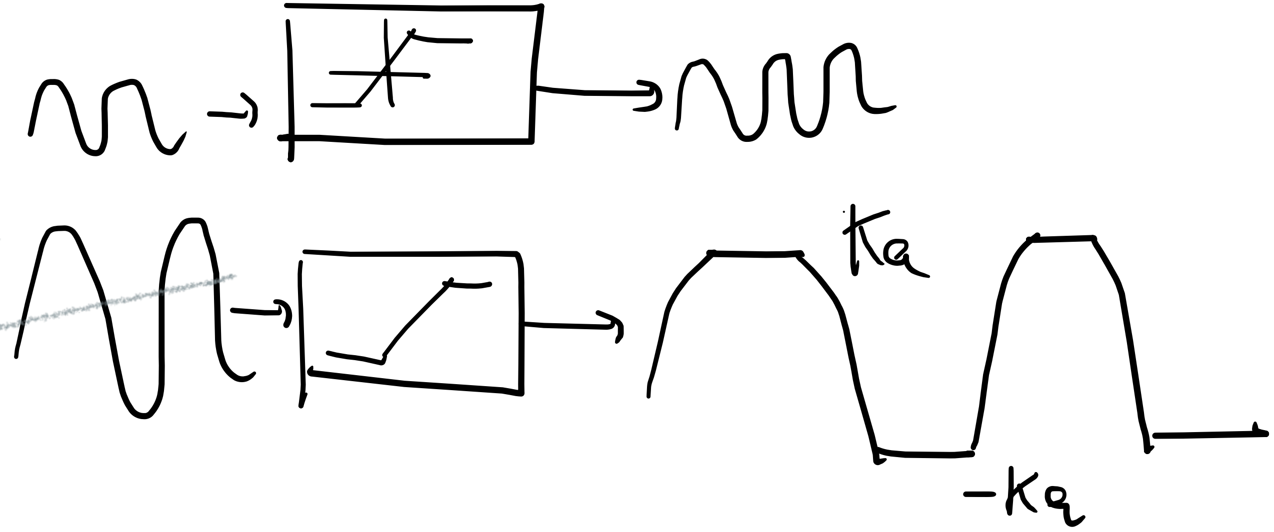
$$\Rightarrow W = \left(A + \frac{3}{8}A^3\right)\text{sen}\,\omega t = \left(1 + \frac{3}{8}A^2\right) \cdot A\,\text{sen}\,\omega t = \left(1 + \frac{3}{8}A^2\right) \cdot x$$

$$\Rightarrow \boxed{N(A,\omega) = 1 + \frac{3}{8}A^2}$$

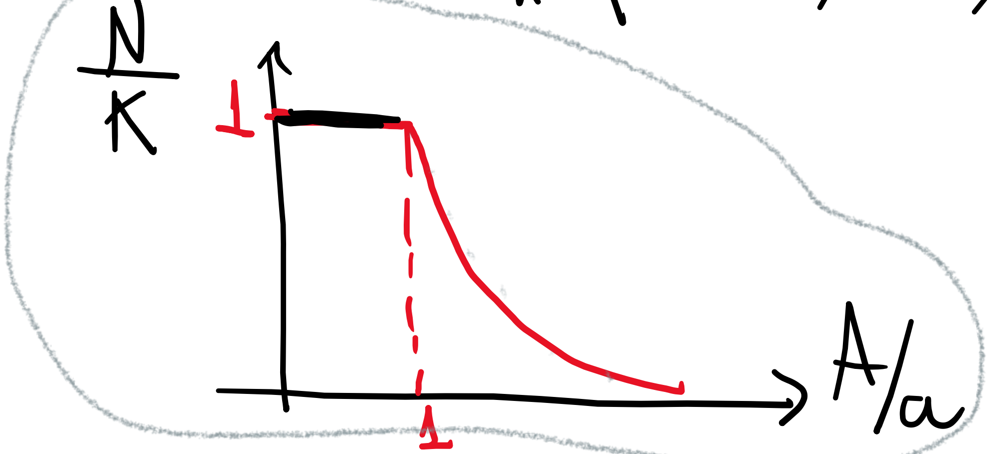
NÃO LINEARIDADES COMUNS

SATURAÇÃO





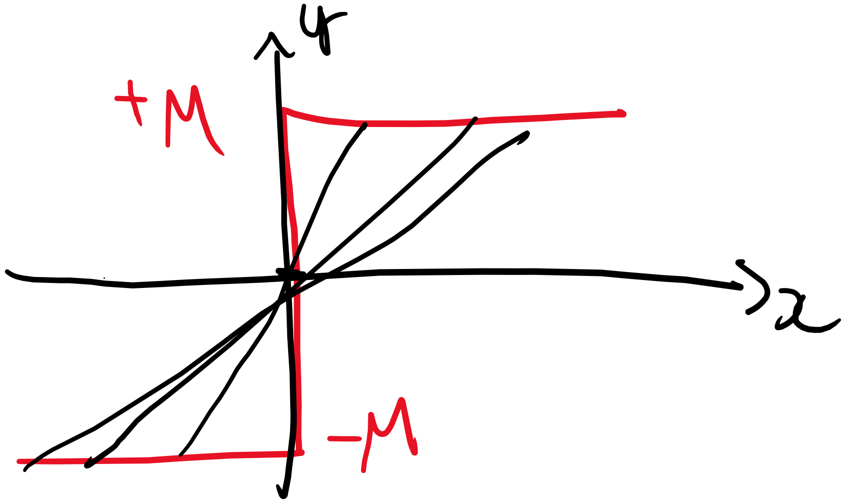
$$N(A,\omega) = \frac{2K}{\pi}\left(\text{asen}\frac{a}{A} + \frac{a}{A}\sqrt{1-\frac{a^2}{A^2}}\right)$$



$$x(t) = A \operatorname{sen} \omega t$$

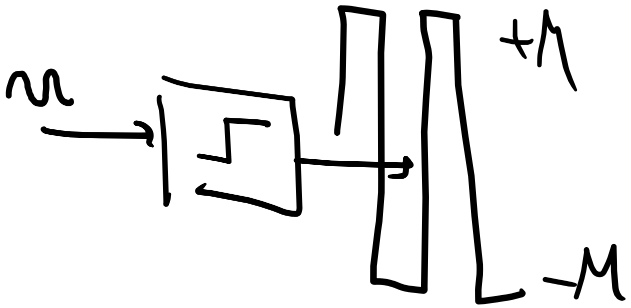
$$w = \begin{cases} kA \operatorname{sen} \omega t & p/\ 0 \leq \omega t < \gamma \\ ka & p/\ \gamma \leq \omega t \leq \pi/2 \\ kA \operatorname{sen} \omega t & \text{se } A < a \ * \end{cases}$$

ON-OFF



$$N(A) = \frac{4}{\pi}\frac{M}{A}$$

P/ $A \cong 0 \rightarrow \frac{N}{M} \rightarrow \infty$



DEAD-ZONE