Terceira avaliação presencial
Cálculo II
Biossistemas

Prof. Juan López Linares

14 de dezembro 2022

1 A24: Movimento no Espaço. Velocidade e Aceleração

Exercício 1. *Determinar os vetores velocidade e aceleração e a velocidade escalar (rapidez) da partícula quando:*

$$\overrightarrow{r(t)} = \langle \ln(t), \cosh(t), \sinh(t) \rangle \, .$$

1.1 Resolução do Exercício 1

O vetor velocidade coincide com a primeira derivada do vetor posição:

$$\overrightarrow{v(t)} = \overrightarrow{r'(t)} = \left\langle \frac{1}{t}, \sinh(t), \cosh(t) \right\rangle .$$

O vetor aceleração coincide com a primeira derivada do vetor velocidade, segunda do vetor posição:

$$\overrightarrow{a(t)} = \overrightarrow{v'(t)} = \left\langle -\frac{1}{t^2}, \cosh(t), \sinh(t) \right\rangle .$$

A velocidade escalar (rapidez) é a norma ou módulo do vetor velocidade:

$$v(t) = \sqrt{\frac{1}{t^2} + \sinh^2(t) + \cosh^2(t)}.$$

Uma resolução análoga encontra-se aqui.

2 A28: Planos Tangentes e Aproximações Lineares

Exercício 2. *Determinar uma equação do plano tangente à superfície*

$$z = f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{3x^2 + y^2}}$$

no ponto do domínio $(-1, 1)$.

2.1 Resolução do Exercício 2

A função

$$z = f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{3x^2 + y^2}} = \left(3x^2 + y^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

é bem definida, contínua e diferenciável no ponto $(-1, 1)$.

Avaliando f no ponto $(-1, 1)$ tem-se:

$$z_0 = f(-1, 1) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}.$$

A derivada parcial de f relativo a x é:

$$f_x(x, y) = \frac{-1}{2}\left(3x^2 + y^2\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot 6x = \frac{-3x}{(3x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Avaliando no ponto $(-1, 1)$ encontra-se:

$$f_x(-1, 1) = \frac{3}{(4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{(2^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}.$$

A derivada parcial de f relativo a y é:

$$f_y(x, y) = \frac{-1}{2}\left(3x^2 + y^2\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2y = \frac{-y}{(3x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Avaliando no ponto $(-1, 1)$ tem-se:

$$f_y(-1, 1) = \frac{-1}{(4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{(2^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{2^3} = \frac{-1}{8}.$$

A equação do plano tangente a superfície no ponto (x_0, y_0, z_0) é:

$$z = z_0 + f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0).$$

Ou seja, para o ponto $\left(-1, 1, \frac{1}{2}\right)$ e a superfície dada a equação do plano tangente é:

$$z = \frac{1}{2} + \frac{3}{8}(x + 1) - \frac{1}{8}(y - 1).$$

Uma exercício análogo encontra-se aqui.