



Universidade de São Paulo - USP

Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA

ZEB1058 Pesquisa Operacional e Otimização de Sistemas Agropecuários

• **Problema de mistura: “formulação de ração animal”**

| <i>Programação matemática</i>   | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|---|--|
| $\text{Min } Z = 65 m_1 + 30 m_2$ <p>Sujeito a:</p> $2 m_1 + 3 m_2 \geq 7$ $3 m_1 + 2 m_2 \geq 9$ $1 m_1 + 0 m_2 \geq 1$ $m_1 \geq 0, m_2 \geq 0$ | <p>Total de variáveis de decisão = 2</p> <p><math>m_1</math>: massa do ingrediente #1 na ração</p> <p><math>m_2</math>: massa do ingrediente #2 na ração</p> |

• **Problema de mistura: “fabricação de tintas”**

| <i>Programação matemática</i>   | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|---|--|
| $\text{Min } Z = 0,50(V_{AR} + V_{AU}) + 0,75(V_{BR} + V_{BU}) + 1,00(V_{SR} + V_{SU}) + 1,50(V_{OR} + V_{OU})$ <p>Sujeito a:</p> $V_{AR} + V_{BR} + V_{SR} + V_{OR} = 100$ $V_{AU} + V_{BU} + V_{SU} + V_{OU} = 250$ $0,6V_{AR} + 0,3V_{BR} + V_{SR} \geq 0,25(V_{AR} + V_{BR} + V_{SR} + V_{OR})$ $0,4V_{AR} + 0,7V_{BR} + V_{OR} \geq 0,50(V_{AR} + V_{BR} + V_{SR} + V_{OR})$ $0,6V_{AU} + 0,3V_{BU} + V_{SU} \geq 0,20(V_{AU} + V_{BU} + V_{SU} + V_{OU})$ $0,4V_{AU} + 0,7V_{BU} + V_{OU} \leq 0,50(V_{AU} + V_{BU} + V_{SU} + V_{OU})$ $V_{AR}, V_{BR}, V_{SR}, V_{OR}, V_{AU}, V_{BU}, V_{SU}, V_{OU} \geq 0$ | <p>Total de variáveis de decisão = 8</p> <p><math>V_{AR}</math>: volume de solução “A” para produzir tinta SR</p> <p><math>V_{BR}</math>: volume de solução “B” para produzir tinta SR</p> <p><math>V_{SR}</math>: volume de silicato puro para produzir tinta SR</p> <p><math>V_{OR}</math>: volume de óleo puro para produzir tinta SR</p> <p><math>V_{AU}</math>: volume de solução “A” para produzir tinta SU</p> <p><math>V_{BU}</math>: volume de solução “B” para produzir tinta SU</p> <p><math>V_{SU}</math>: volume de silicato puro para produzir tinta SU</p> <p><math>V_{OU}</math>: volume de óleo puro para produzir tinta SU</p> |

• **Problema de produção: “massas prontas para assar”**

| <i>Programação matemática</i>  | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|--|--|
| $\text{Max } Z = 22 N_{\text{pão}} + 20 N_{\text{pizza}}$ <p>Sujeito a:</p> $1 N_{\text{pão}} + 3 N_{\text{pizza}} \leq 60$ $2 N_{\text{pão}} + 0 N_{\text{pizza}} \leq 30$ $0 N_{\text{pão}} + 1 N_{\text{pizza}} \leq 18$ $N_{\text{pão}} \geq 0, N_{\text{pizza}} \geq 0$ | <p>Total de variáveis de decisão = 2</p> <p><math>N_{\text{pão}}</math>: quantidade de “pacotes de pão” a produzir</p> <p><math>N_{\text{pizza}}</math>: quantidade de “pacotes de pizza” a produzir</p> |

• **Problema de produção: “dois modelos de geladeiras”**

| <i>Programação matemática</i>  | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>   |
|--|---|
| $\text{Max } Z = 100 N_{\text{lux}} + 50 N_{\text{ice}}$<br>Sujeito a:<br>$10 N_{\text{lux}} + 8 N_{\text{ice}} \leq 25000$<br>$N_{\text{lux}} + N_{\text{ice}} \leq 4500$<br>$0 \leq N_{\text{lux}} \leq 1500, 0 \leq N_{\text{ice}} \leq 6000$ | Total de variáveis de decisão = 2<br>$N_{\text{lux}}$ : quantidade de modelos “Lux” a produzir<br>$N_{\text{ice}}$ : quantidade de modelos “Ice” a produzir |

• **Problema de produção: “própria e/ou terceirizada”**

| <i>Programação matemática</i>  | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|--|--|
| $\text{Min } Z = 50P_1 + 90P_2 + 120P_3 + 65T_1 + 92T_2 + 140T_3$<br>Sujeito a:<br>$1,0 P_1 + 2,0 P_2 + 0,5 P_3 \leq 6000$<br>$2,5 P_1 + 1,0 P_2 + 4,0 P_3 \leq 10000$<br>$P_1 + T_1 = 3000$<br>$P_2 + T_2 = 2500$<br>$P_3 + T_3 = 500$<br>$P_1, P_2, P_3, T_1, T_2, T_3 \geq 0$ | Total de variáveis de decisão = 6<br>$P_1$ : quantidade do modelo 1 com fabricação própria<br>$P_2$ : quantidade do modelo 2 com fabricação própria<br>$P_3$ : quantidade do modelo 3 com fabricação própria<br>$T_1$ : quantidade do modelo 1 com fabricação 3 <sup>izada</sup><br>$T_2$ : quantidade do modelo 2 com fabricação 3 <sup>izada</sup><br>$T_3$ : quantidade do modelo 3 com fabricação 3 <sup>izada</sup> |

• **Problema de escalonamento: “funcionários em frigorífico”**

| <i>Programação matemática</i>  | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>   |
|--|---|
| $\text{Min } Z = N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7$<br>Sujeito a:<br>$N_4 + N_5 + N_6 + N_7 + N_1 \geq 11$<br>$N_5 + N_6 + N_7 + N_1 + N_2 \geq 18$<br>$N_6 + N_7 + N_1 + N_2 + N_3 \geq 12$<br>$N_7 + N_1 + N_2 + N_3 + N_4 \geq 15$<br>$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 \geq 19$<br>$N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 \geq 14$<br>$N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7 \geq 16$<br>$N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7 \geq 0$ | Total de variáveis de decisão = 7<br>$N_1$ : funcionários iniciando atividades no domingo<br>$N_2$ : funcionários iniciando atividades na 2ª feira<br>$N_3$ : funcionários iniciando atividades na 3ª feira<br>$N_4$ : funcionários iniciando atividades na 4ª feira<br>$N_5$ : funcionários iniciando atividades na 5ª feira<br>$N_6$ : funcionários iniciando atividades na 6ª feira<br>$N_7$ : funcionários iniciando atividades no sábado |

• **Problema de estoque multiperíodo: “planejamento de compra-venda de grãos”**

| <i>Programação matemática</i>   | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|---|--|
| $\text{Max } Z = \sum_{i=1}^{12} (\$venda_i \times V_i) - \sum_{i=1}^{12} (\$compra_i \times C_i)$ <p>Sujeito a:</p> $E_i = E_{i-1} - V_i + C_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 11, 12$ $V_i \leq E_{i-1} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 11, 12$ $E_0 = 8000$ $E_i \leq 200000 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 11, 12$ $V_i, C_i, E_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 11, 12$ | <p>Total de variáveis de decisão = 24</p> <p><math>V_i</math>: quantidade de grãos a vender no mês <math>i</math></p> <p><math>C_i</math>: quantidade de grãos a comprar no mês <math>i</math></p> <p>OBS-1: variáveis auxiliares</p> <p><math>E_i</math>: estoque ao final do mês <math>i</math> (<math>i = 0, 1, 2, \dots, 12</math>)</p> <p>OBS-2: identificação dos preços a serem praticados</p> <p><math>\\$venda_i = \text{venda}</math> , <math>\\$compra_i</math> ; <math>i</math> (<math>i = 1, 2, \dots, 12</math>)</p> |

• **Problema em área financeira: “carteira de investimentos”**

| <i>Programação matemática</i>   | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|---|--|
| $\text{Max } Z = i_1 \left( \frac{P_1}{100} \right) + i_2 \left( \frac{P_2}{100} \right) + i_3 \left( \frac{P_3}{100} \right) + i_4 \left( \frac{P_4}{100} \right) +$ $+ i_5 \left( \frac{P_5}{100} \right) + i_6 \left( \frac{P_6}{100} \right)$ <p>Sujeito a:</p> $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 100$ $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 \leq 25$ $P_1 + P_2 + P_5 > 50$ $P_3 + P_5 + P_6 \leq 50$ $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 \geq 0$ | <p>Total de variáveis de decisão = 6</p> <p><math>P_1</math>: percentual do total a aplicar no título tipo “1”</p> <p><math>P_2</math>: percentual do total a aplicar no título tipo “2”</p> <p><math>P_3</math>: percentual do total a aplicar no título tipo “3”</p> <p><math>P_4</math>: percentual do total a aplicar no título tipo “4”</p> <p><math>P_5</math>: percentual do total a aplicar no título tipo “5”</p> <p><math>P_6</math>: percentual do total a aplicar no título tipo “6”</p> <p>OBS: identificação das taxas de retorno (ao ano)</p> <p><math>i_1 = 0.087</math> , <math>i_2 = 0.095</math> , <math>i_3 = 0.120</math> , <math>i_4 = 0.090</math> , <math>i_5 = 0.130</math> , <math>i_6 = 0.200</math> (todas em formato decimal)</p> |

• **Problema em área financeira: “fluxo de caixa multiperíodo”**

| <i>Programação matemática</i>   | <i>Identificação das variáveis de decisão</i>  |
|---|--|
| $\text{Min } Z = A_1 + B_1 + C_1 + D_1$ <p>Sujeito a:</p> $(1 + i_A) A_1 - A_2 = 0$ $(1 + i_A) A_2 + (1 + i_B) B_1 - A_3 - B_3 = 150000$ $(1 + i_A) A_3 + (1 + i_C) C_1 - A_4 - C_1 = 0$ $(1 + i_A) A_4 + (1 + i_B) B_3 - A_5 - B_5 = 0$ $(1 + i_A) A_5 - A_6 = 150000$ $(1 + i_A) A_6 + (1 + i_B) B_5 + (1 + i_C) C_4 - A_7 = 0$ $(1 + i_A) A_7 + (1 + i_D) D_1 = 200000$ $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, B_1, B_3, B_5, C_1, C_4, D_1 \geq 0$ | <p>Total de variáveis de decisão = 13</p> <p><math>A_i</math>: valor a alocar no início do mês <math>i</math> na aplicação <math>A</math> (<math>i = 1</math> a <math>7</math>)</p> <p><math>B_i</math>: valor a alocar no início do mês <math>i</math> na aplicação <math>B</math> (<math>i = 1, 3, 5</math>)</p> <p><math>C_i</math>: valor a alocar no início do mês <math>i</math> na aplicação <math>C</math> (<math>i = 1, 4</math>)</p> <p><math>D_i</math>: valor a alocar no início do mês <math>i</math> na aplicação <math>D</math> (<math>i = 1</math>)</p> <p>OBS: taxas de retorno (todas em formato decimal)</p> <p><math>i_A = 0.015</math> , <math>i_B = 0.032</math> , <math>i_C = 0.045</math> , <math>i_D = 0.090</math></p> |