



# Redes de primeira ordem

Experiência 7

Prof. Dr. Laisa Costa De Biase | Prof. Dr. Elisabete Galeazzo



# Objetivos da Experiência

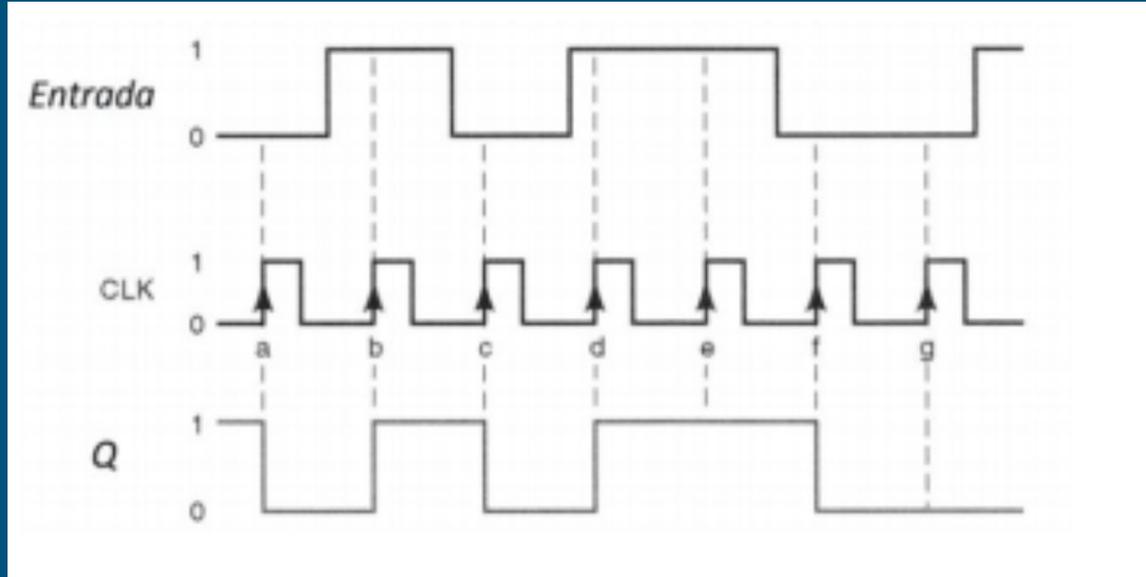
- Estudo no domínio do tempo de redes de 1ª ordem
- Tipos de resposta de redes de 1ª ordem
- Caracterização de redes de 1ª ordem



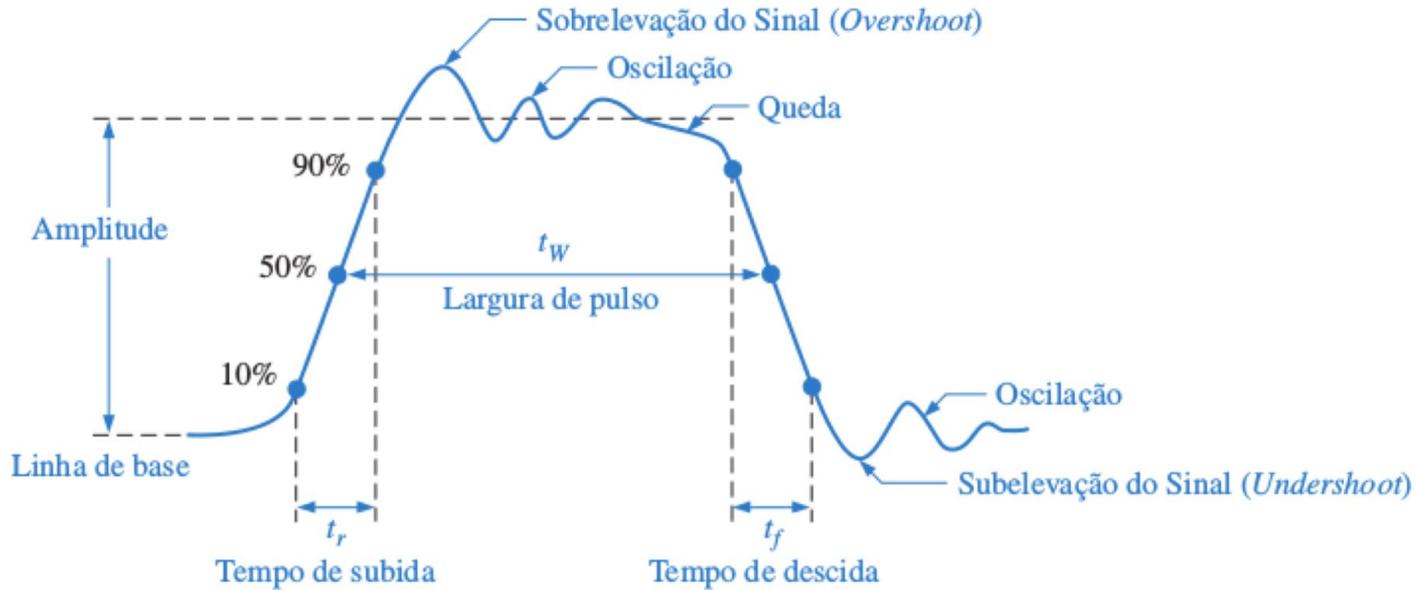
# Funcionamento de circuito digital ideal



# Funcionamento de circuito digital ideal

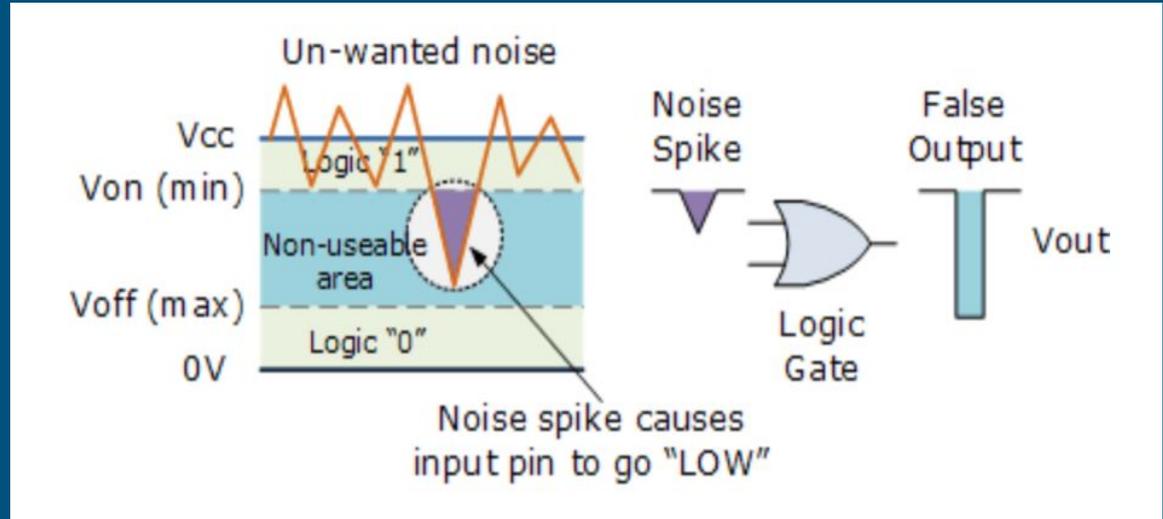
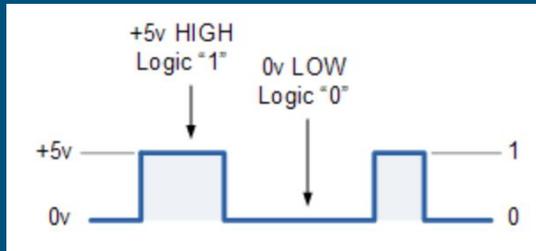


# Sinal real



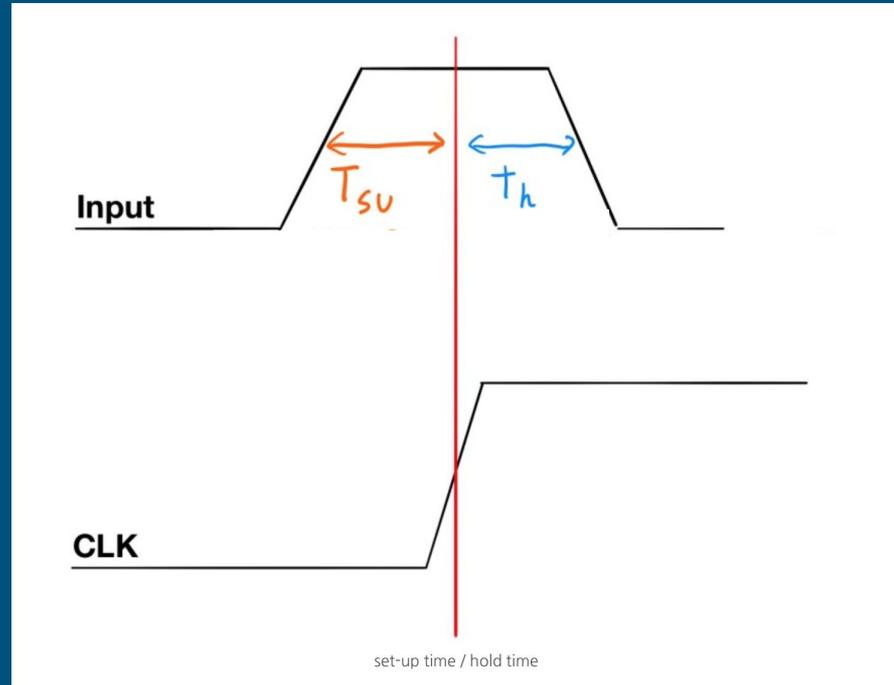
# Efeitos de respostas oscilatórias

- Podem causar respostas "instáveis" em circuitos digitais

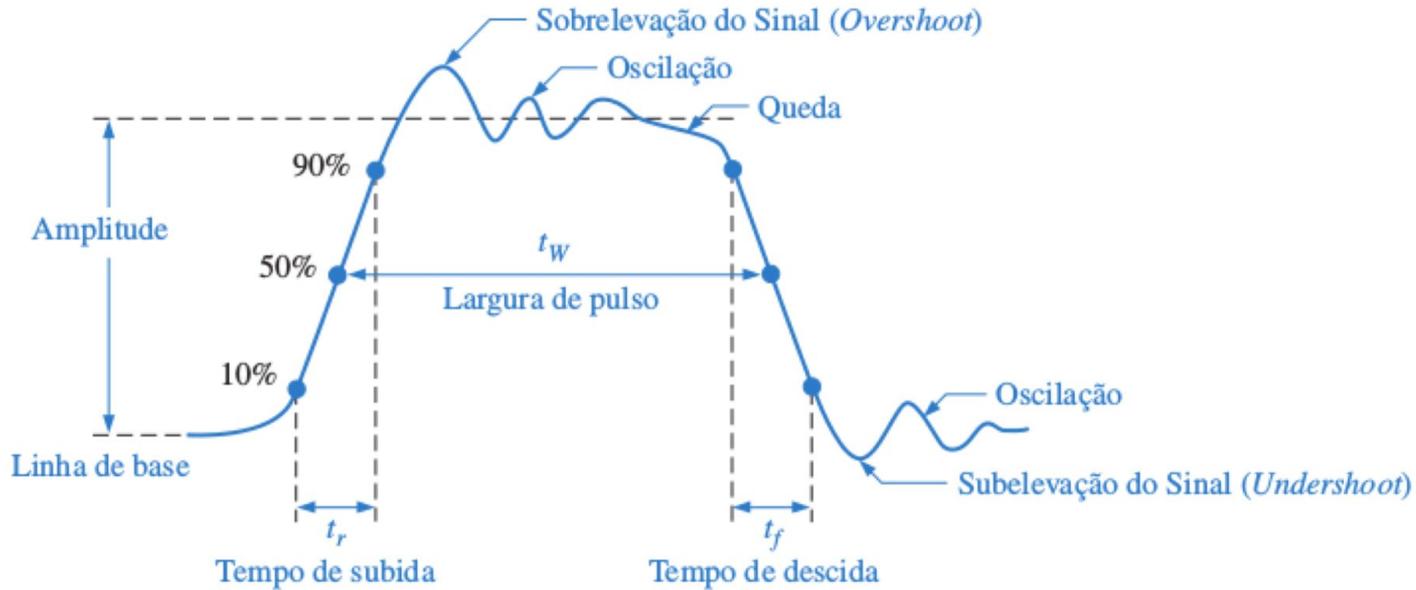


# Efeito dos tempos de subida e de descida

- Podem causar frequência de operação mais baixa (tempo de resposta mais lento)



# Sinal real





# Resposta no tempo

$$\text{Resposta} = \text{Transitória} + \text{Permanente}$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} = 0$



# Resposta no tempo

$$\text{Resposta} = \text{Transitória} + \text{Permanente}$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} = 0$

- Qual tipo de excitação poderia ser utilizada para apresentar o regime transitório e o permanente?

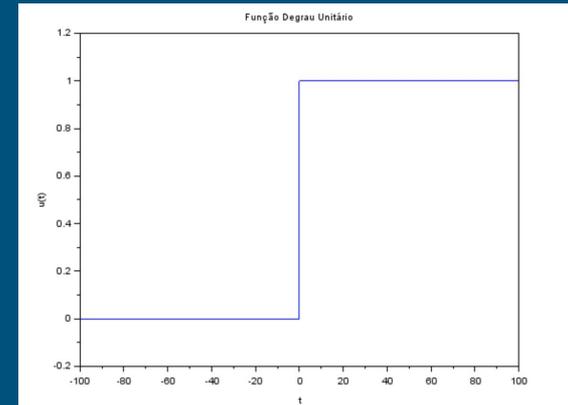


# Resposta no tempo

$$\text{Resposta} = \text{Transitória} + \text{Permanente}$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} = 0$

- Qual tipo de excitação poderia ser utilizada para apresentar o regime transitório e o permanente?



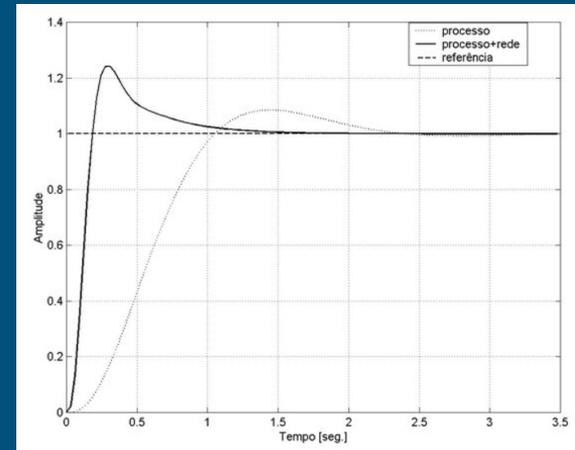


# Resposta no tempo

$$\text{Resposta} = \text{Transitória} + \text{Permanente}$$

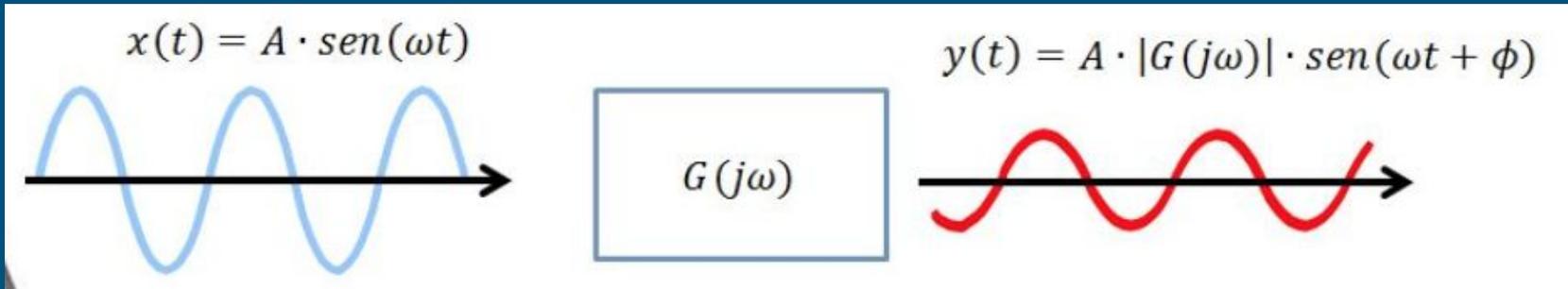
$\lim_{t \rightarrow \infty} = 0$

- Qual tipo de excitação poderia ser utilizada para apresentar o regime transitório e o permanente?



# Experiência de resposta em frequência

- Estudamos os mesmos circuitos, mas com excitação por cossenoides de várias frequências





# Caracterização de circuitos RC e RLC

## Resposta em frequência

- Caracterização
  - Frequência de corte
  - Frequência de ressonância
  - Faixa de passagem (intervalo: de  $f_1$  a  $f_2$ )
- Excitação
  - Ondas cossenoidais com várias frequências

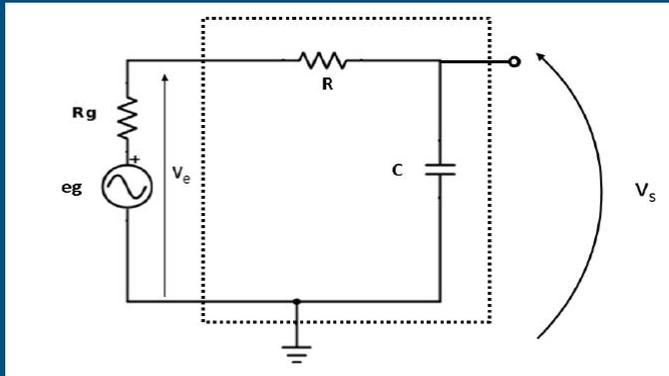
## Resposta temporal

- Caracterização
  - Tempo de subida e de descida, constante de tempo
  - Oscilação -> apenas 2ª ordem
- Excitação
  - Degrau -> onda quadrada com período suficiente para atingir o regime permanente

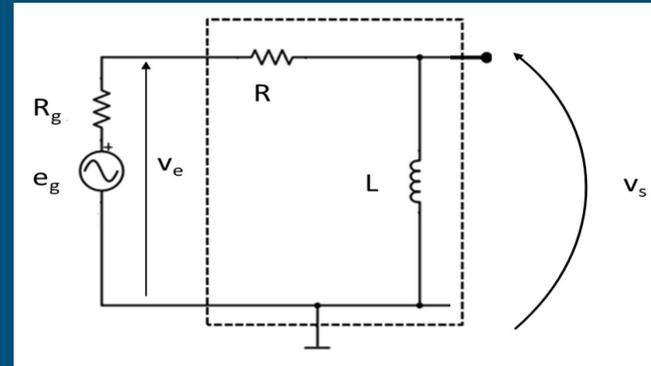
# Redes de primeira ordem

1. Possui um único elemento armazenador de energia (capacitor ou indutor)
2. Descrito por uma equação diferencial de primeira ordem (primeira derivada)

## Circuito RC

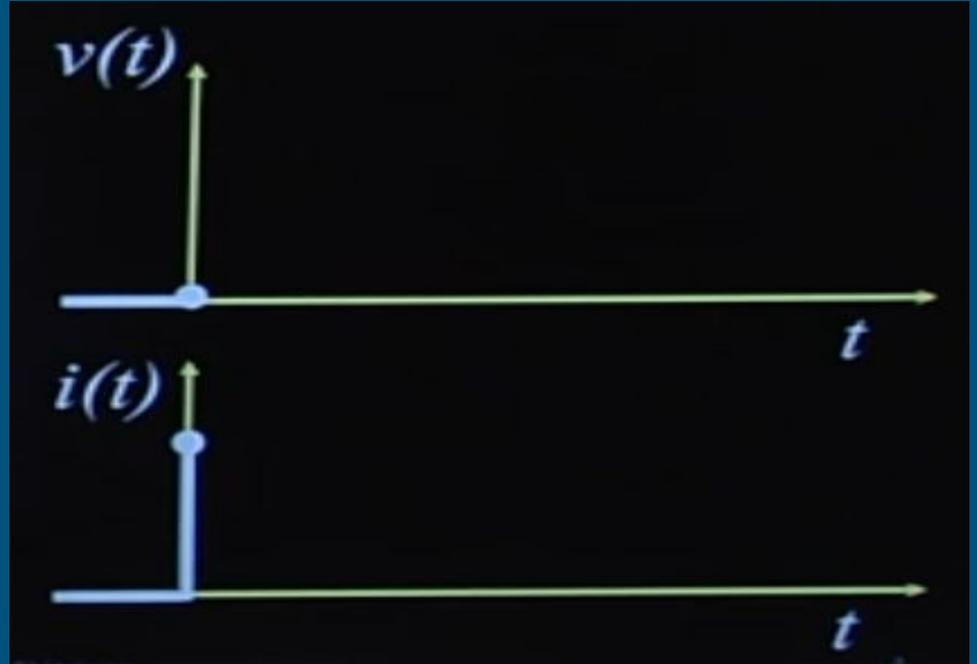
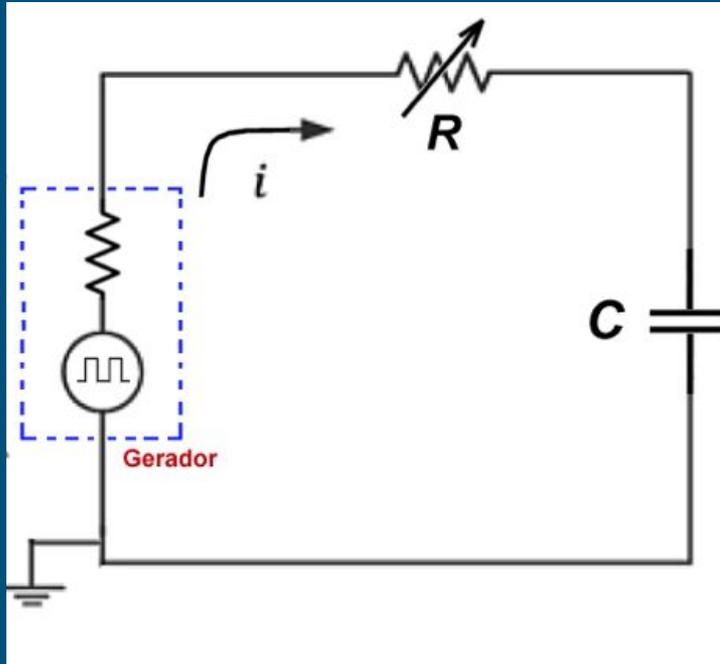


## Circuito RL



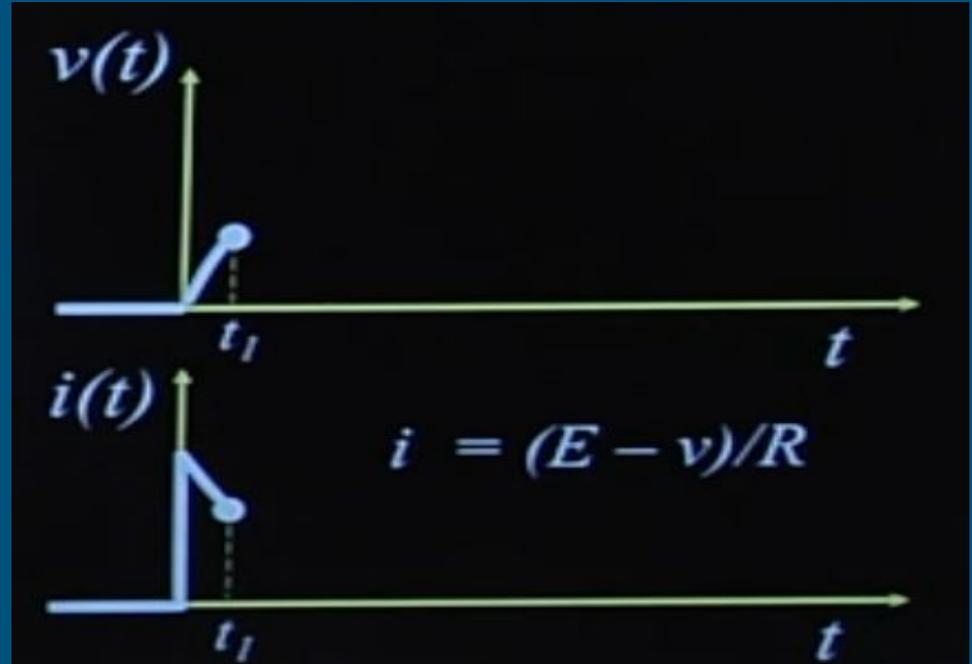
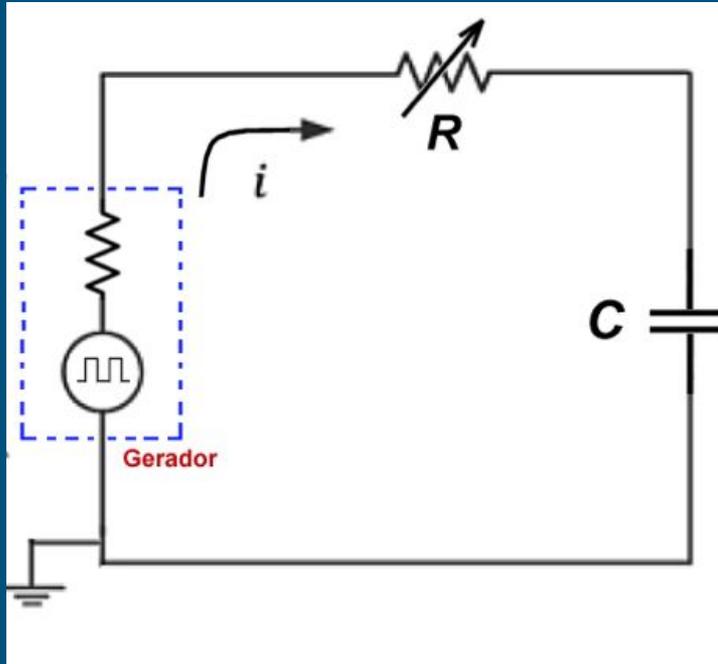
# Circuito RC

## Resposta no domínio do tempo



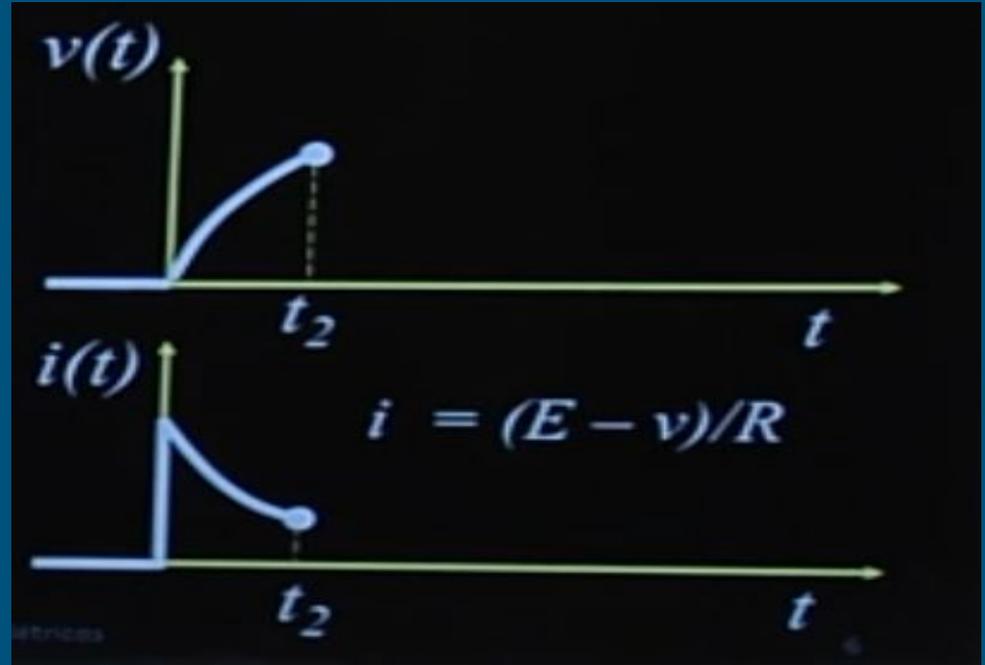
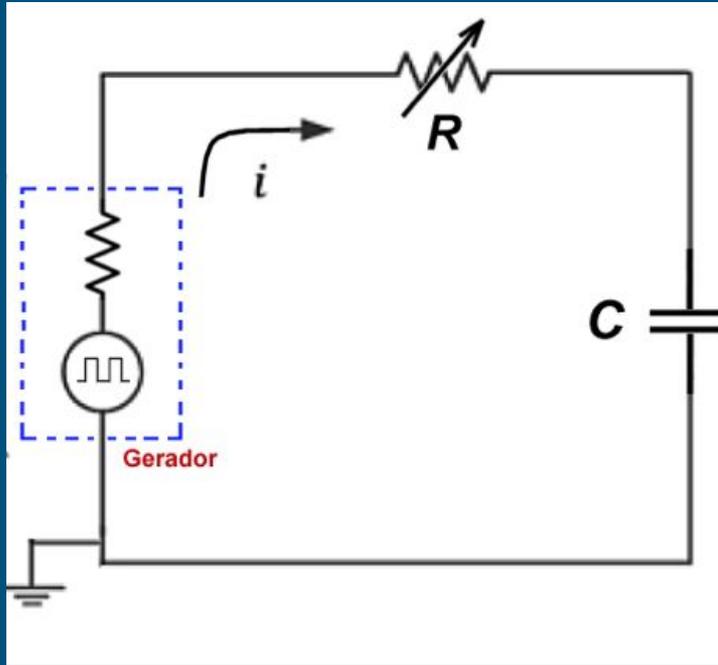
# Circuito RC

## Resposta no domínio do tempo



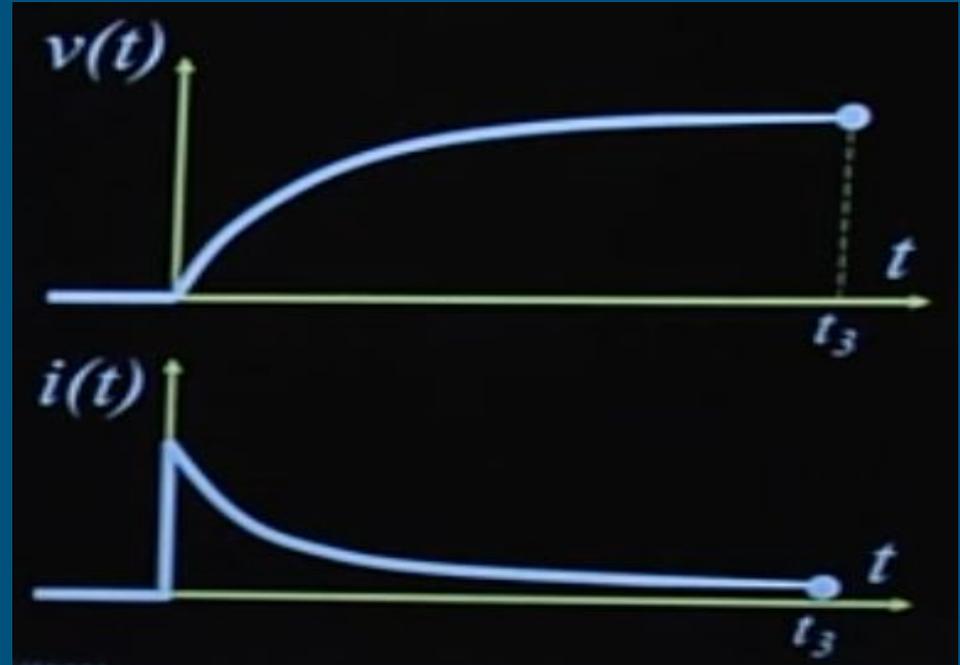
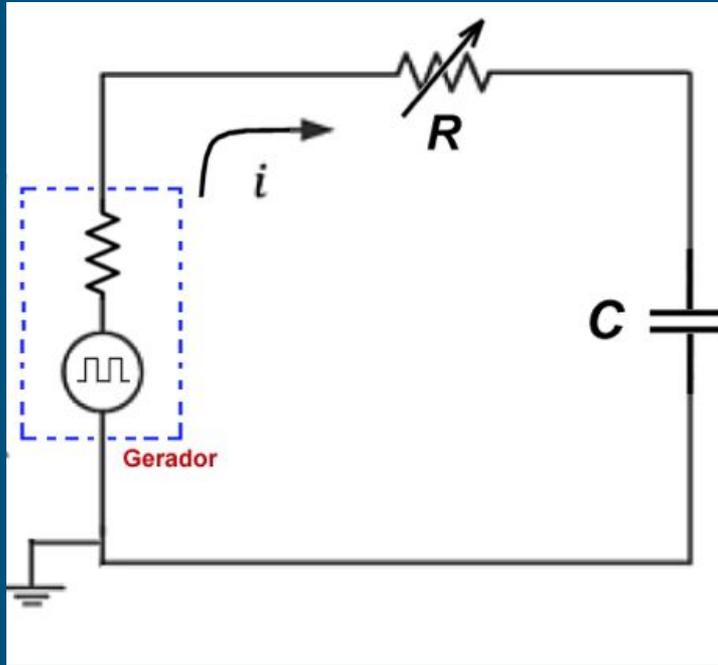
# Circuito RC

## Resposta no domínio do tempo



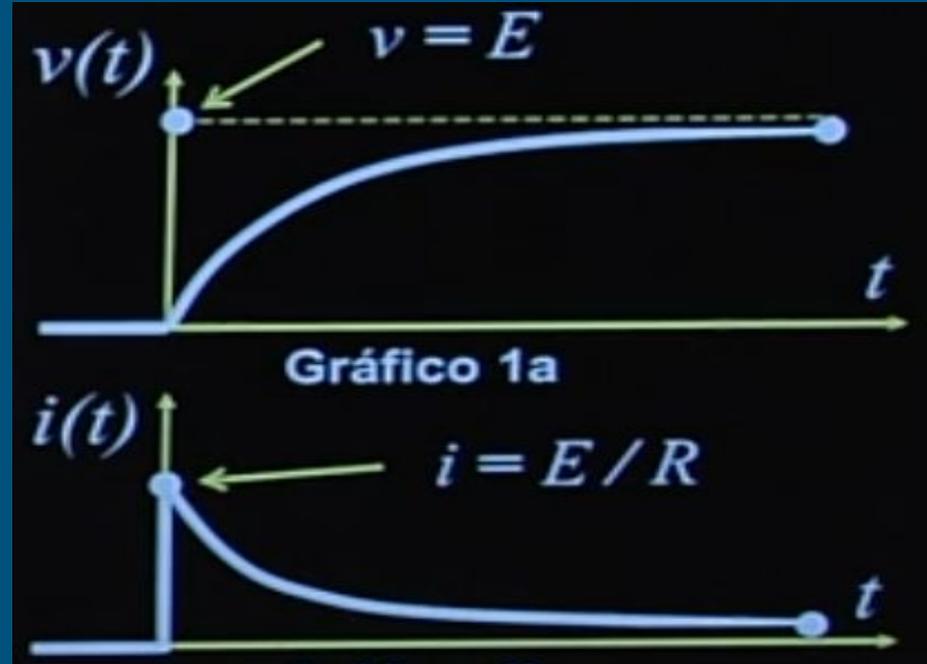
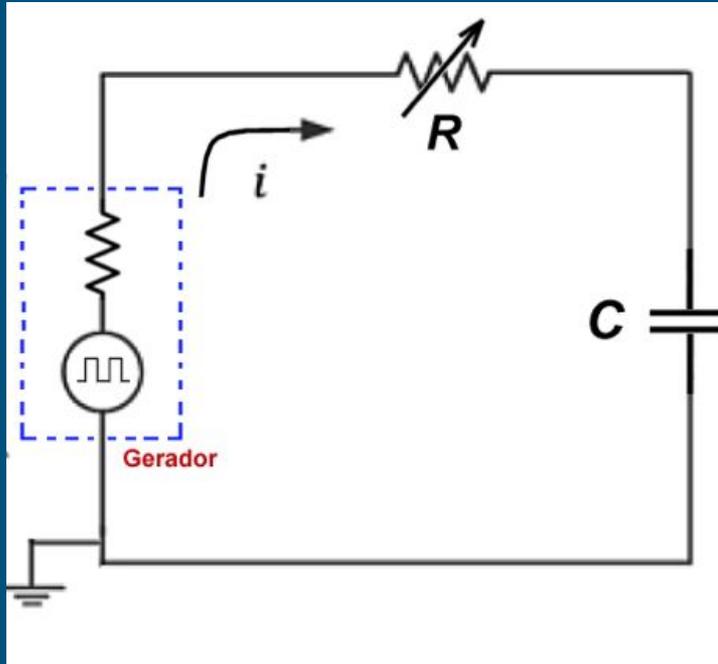
# Circuito RC

## Resposta no domínio do tempo



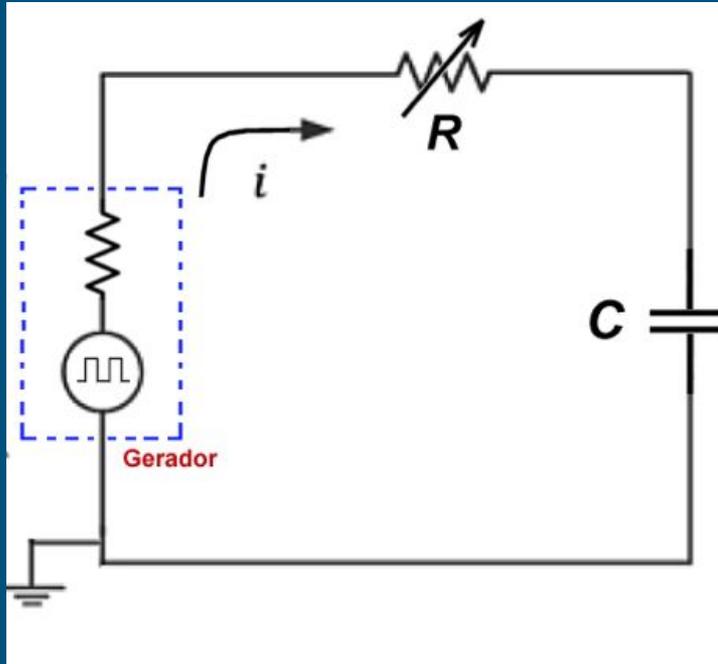
# Circuito RC

## Resposta no domínio do tempo

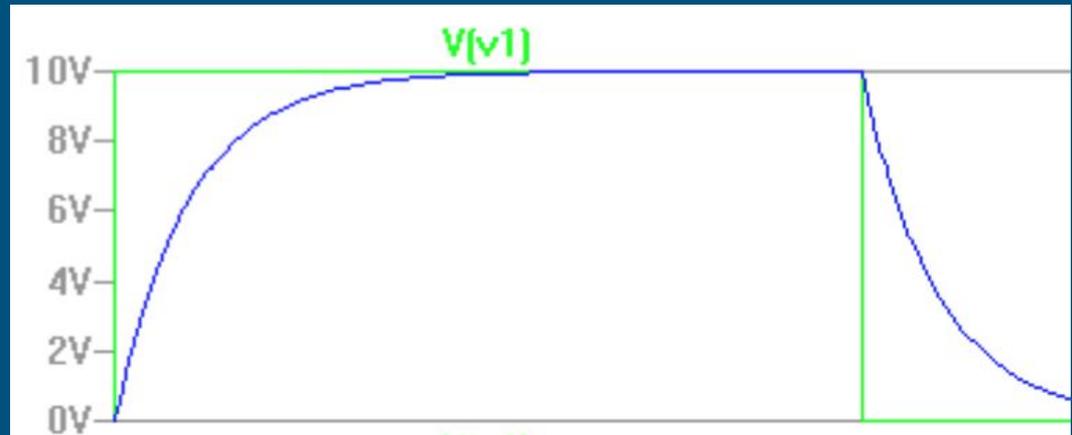


# Circuito RC

## Resposta no domínio do tempo



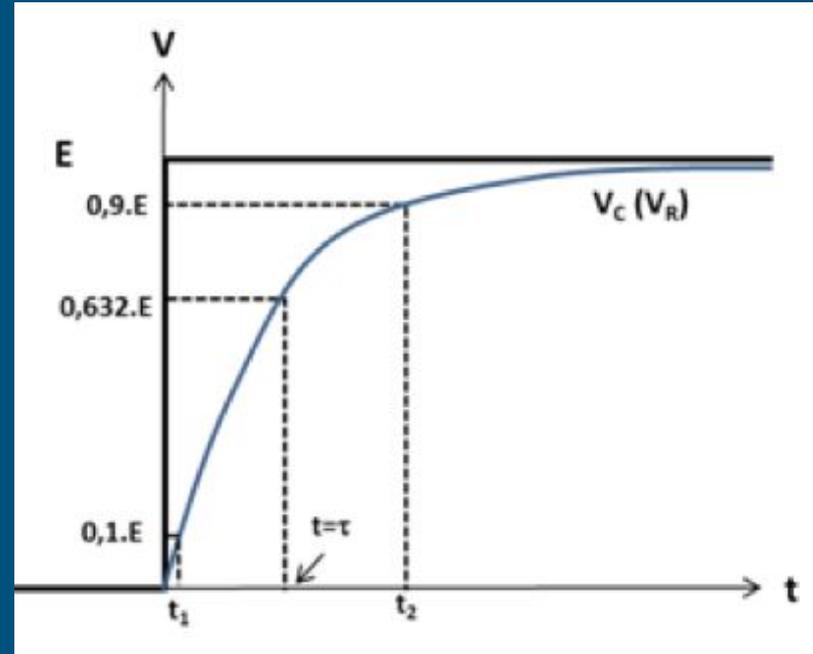
$$v_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau}), \text{ onde } \tau = \mathbf{RC}.$$



# Caracterização dos circuitos RC

- Constante de tempo ( $\tau$ )
  - Tempo para a extinção (parcial) do seu regime natural
    - Reduzidas a -37%
- Tempo de subida ( $t_r$ ) e descida ( $t_f$ )
  - intervalo de tempo onde a tensão de saída encontra-se entre 10% ( $t_1$ ) e 90% ( $t_2$ ) do valor final,

$$t_r = t_2 - t_1$$





# Caracterização dos circuitos

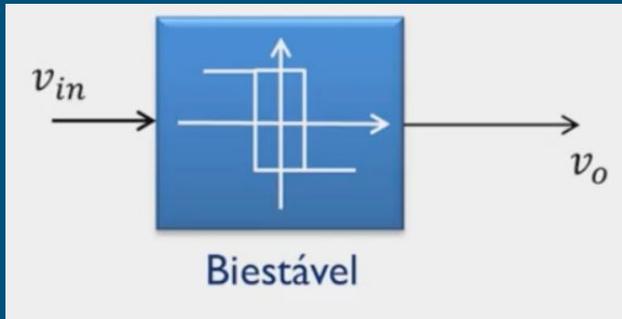
- Frequência de corte

$$f_c t_r = \frac{\ln(9)}{2\pi}$$

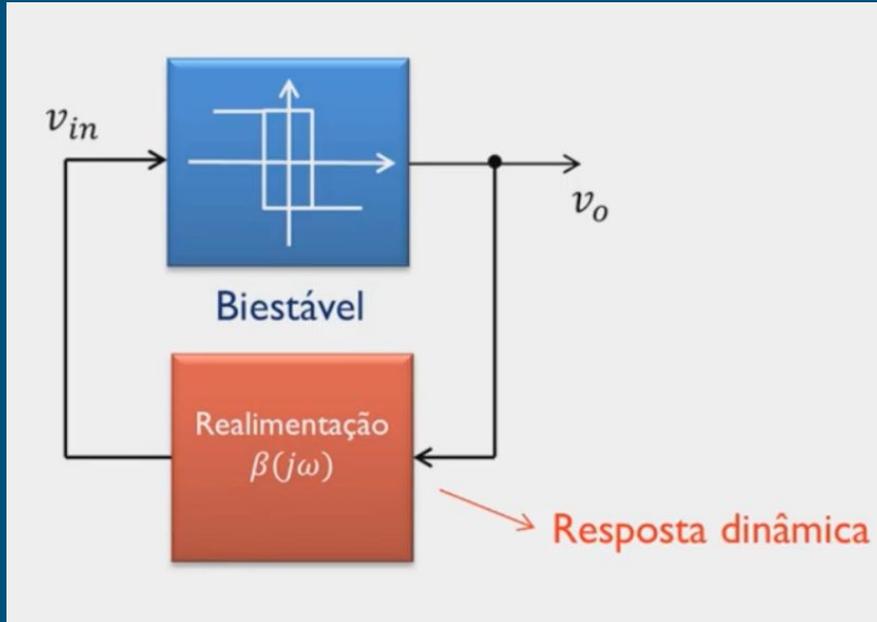
$$f_c = 1/(2\pi R.C)$$



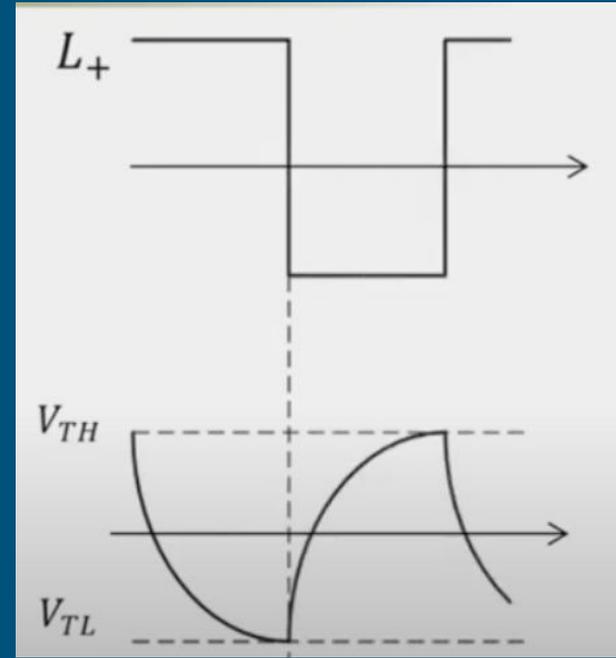
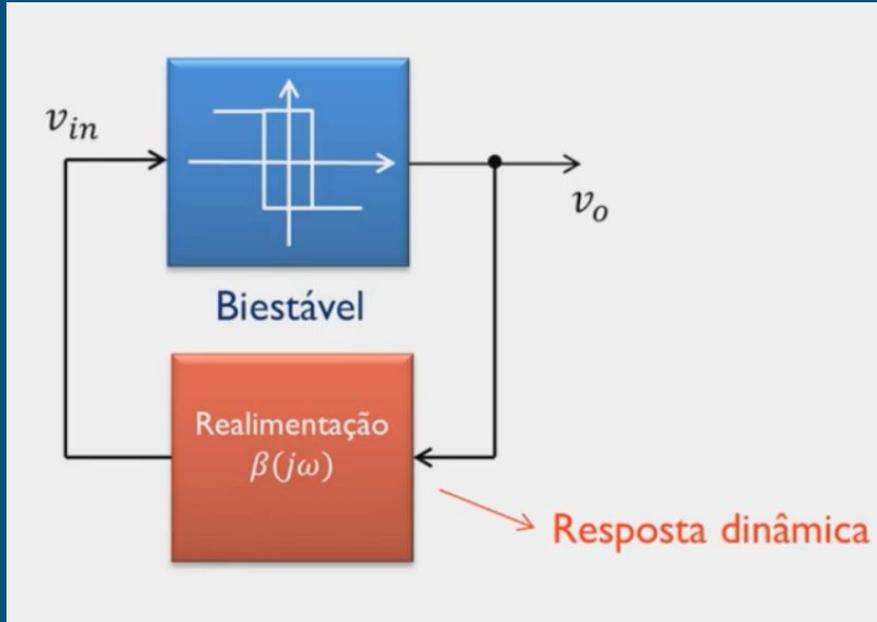
# Aplicação: Oscilador



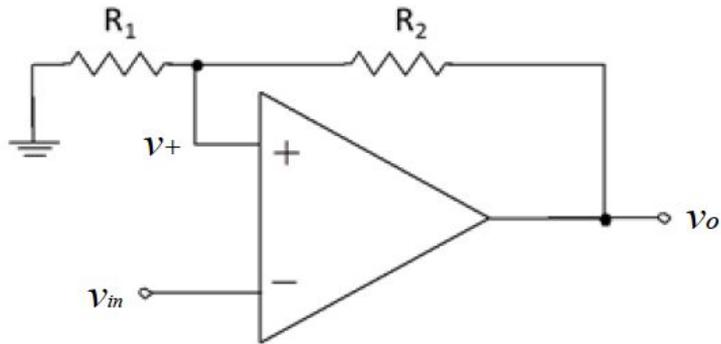
# Aplicação: Oscilador



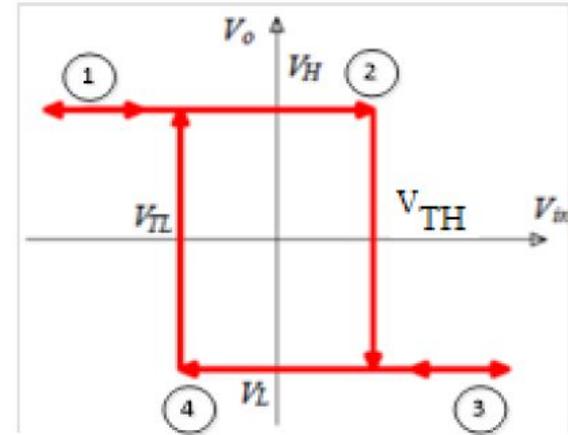
# Aplicação: Oscilador



# Amplificador Operacional como Comparador

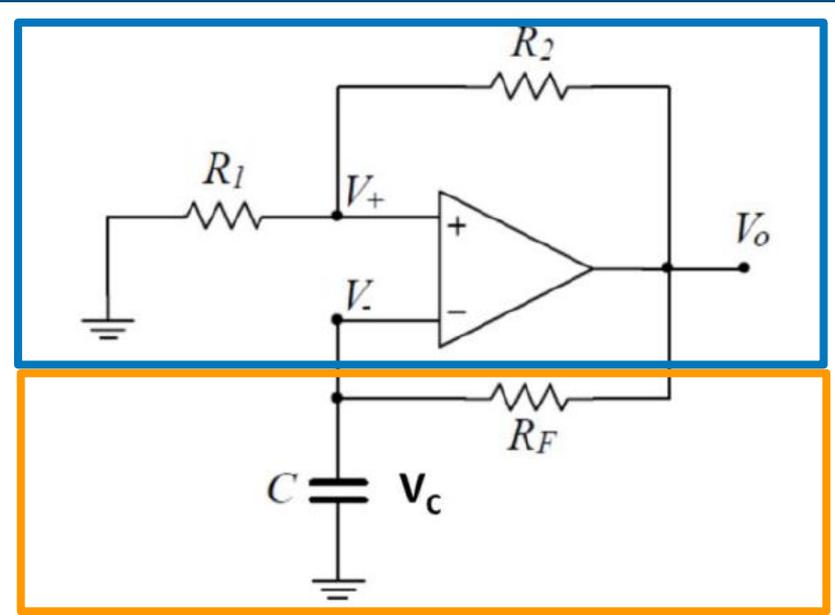
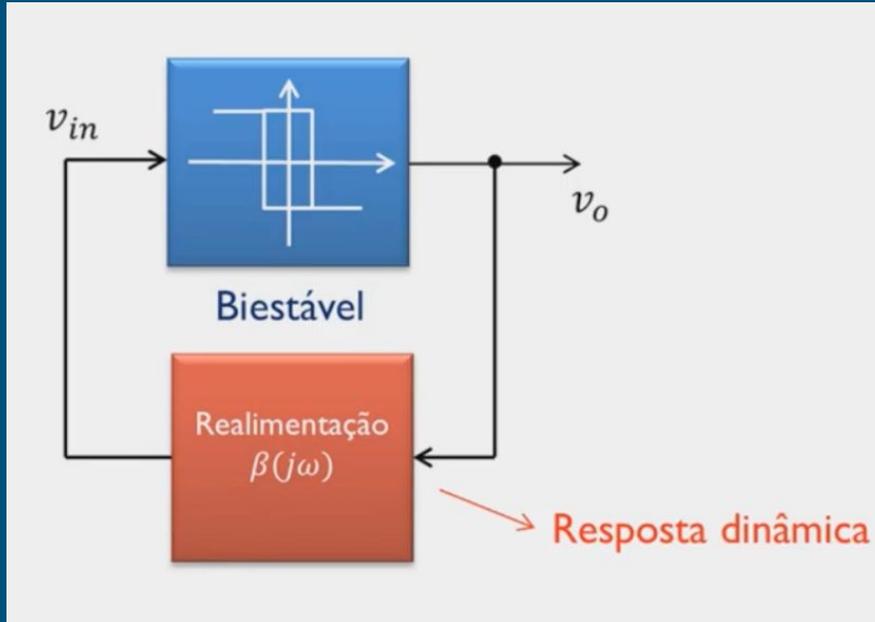


**Circuito de um amplificador na configuração "comparador".**

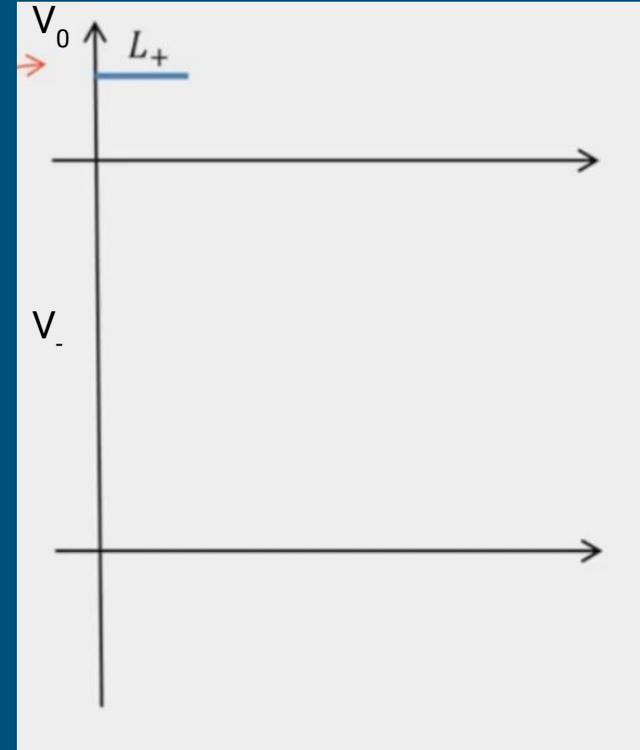
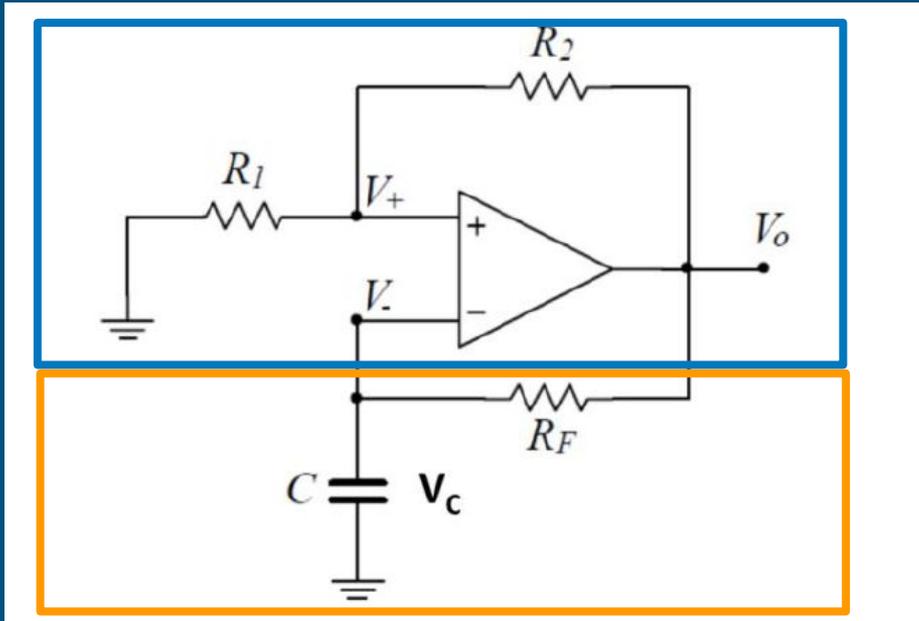


**Curva de histerese do "comparador".**

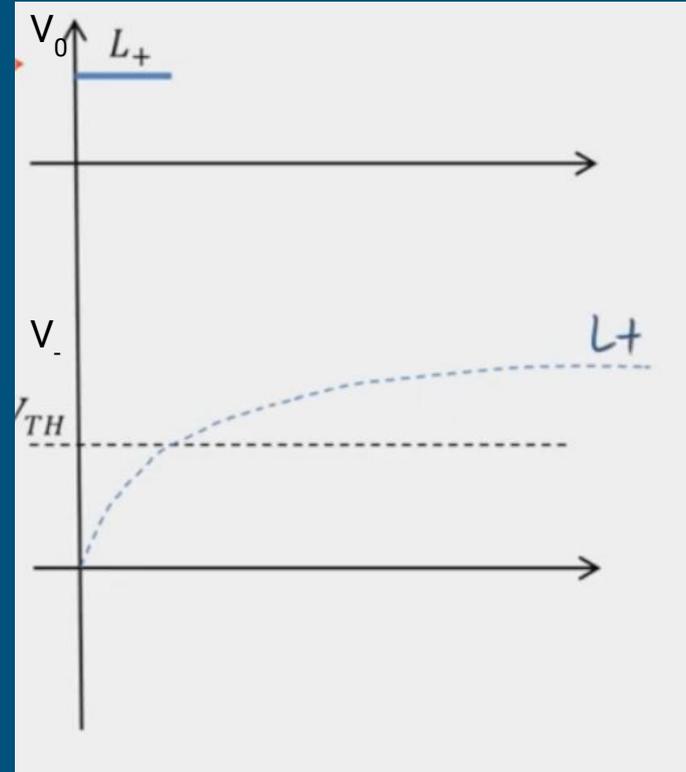
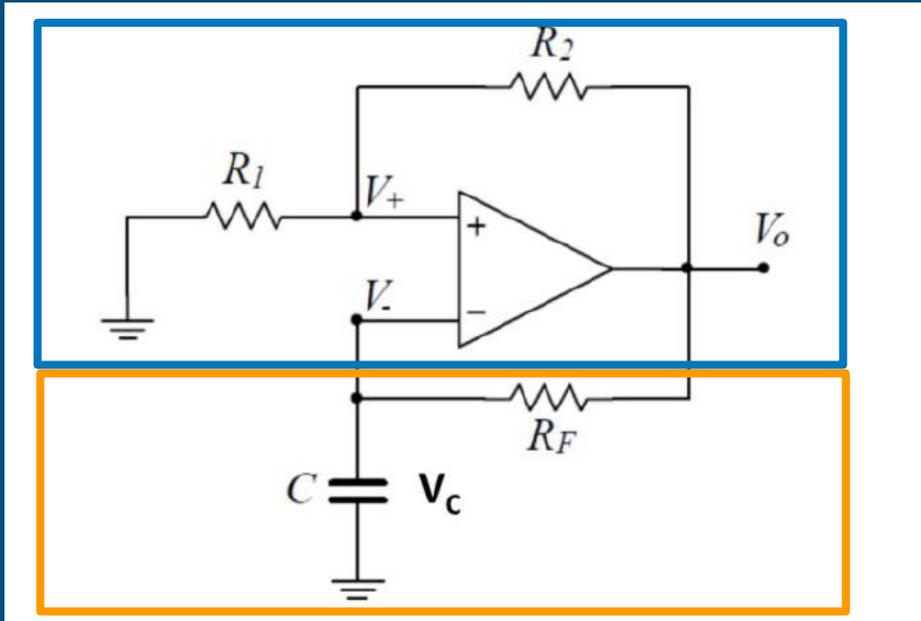
# Oscilador com AmpOp + RC



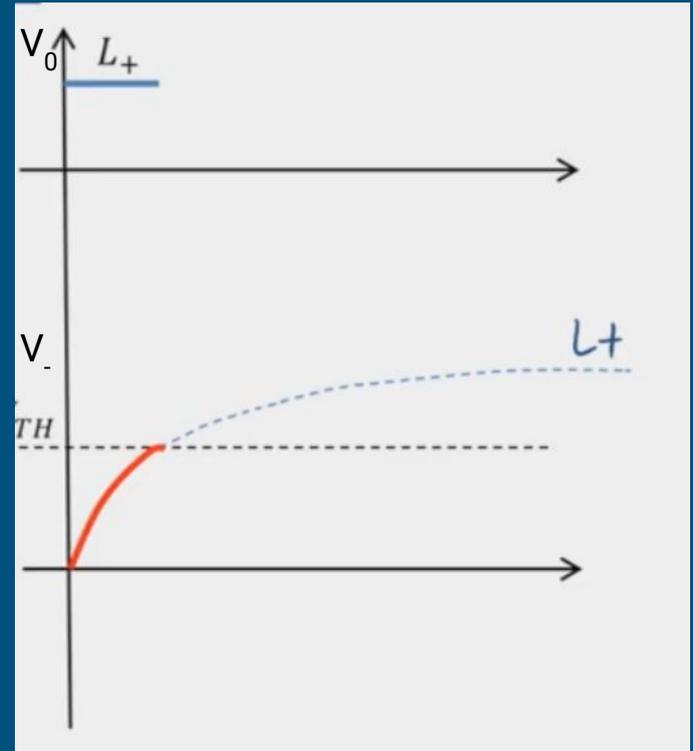
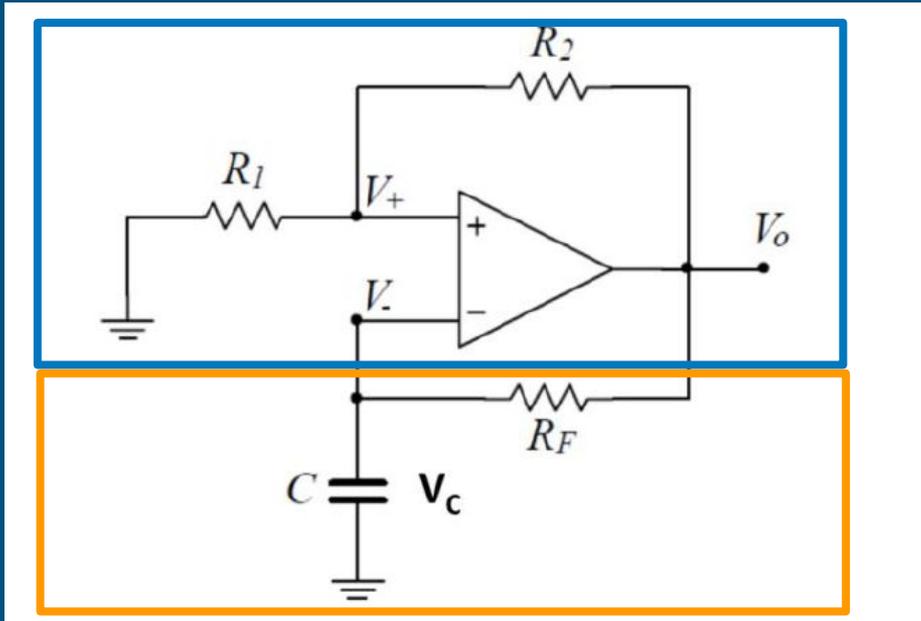
# Aplicação: Oscilador



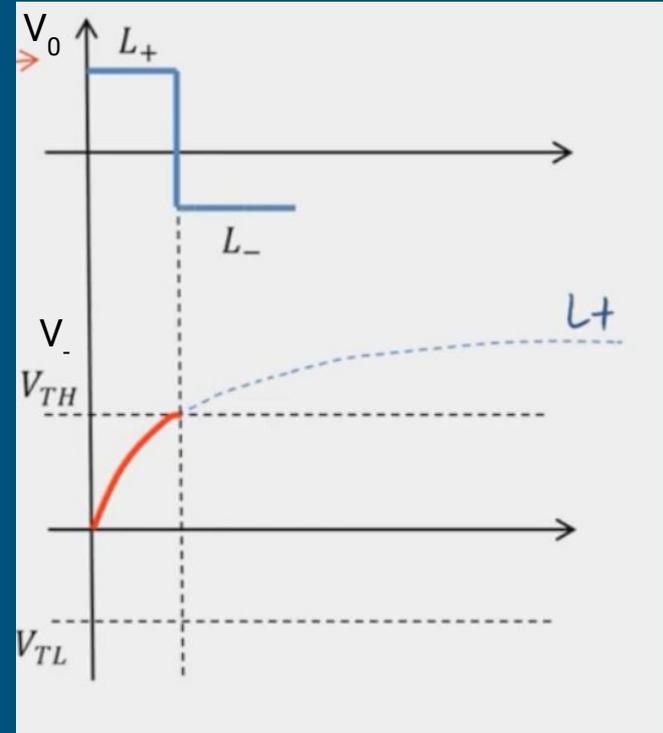
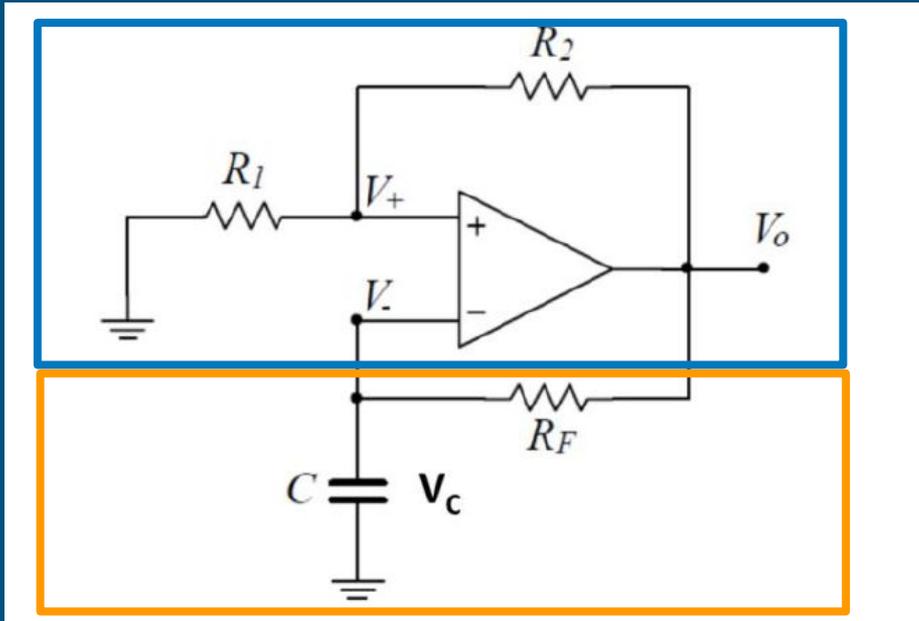
# Aplicação: Oscilador



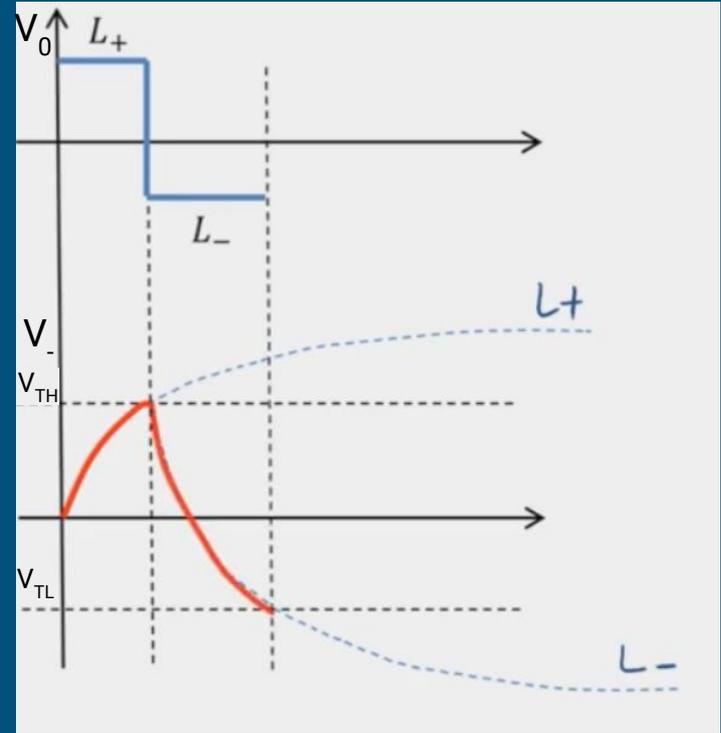
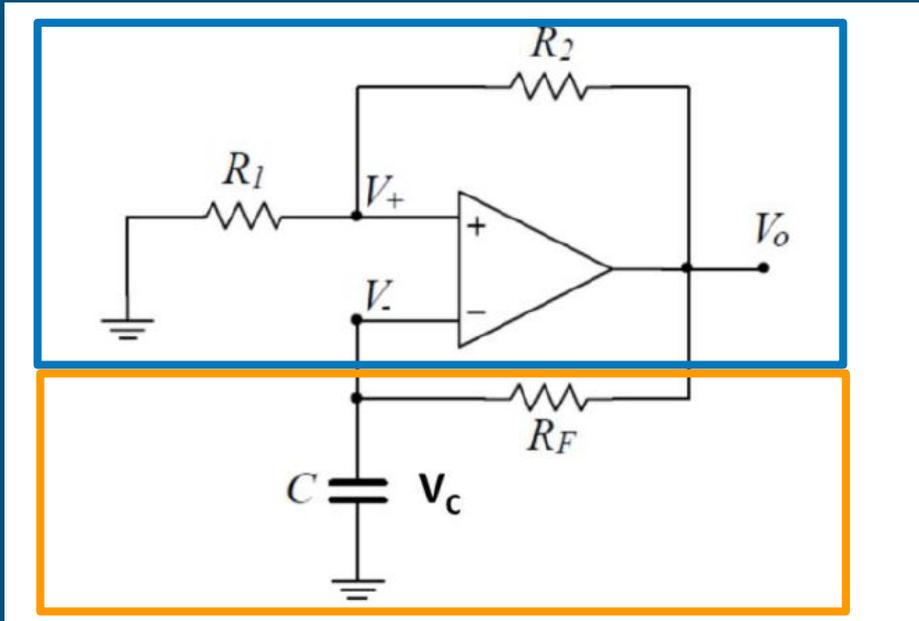
# Aplicação: Oscilador



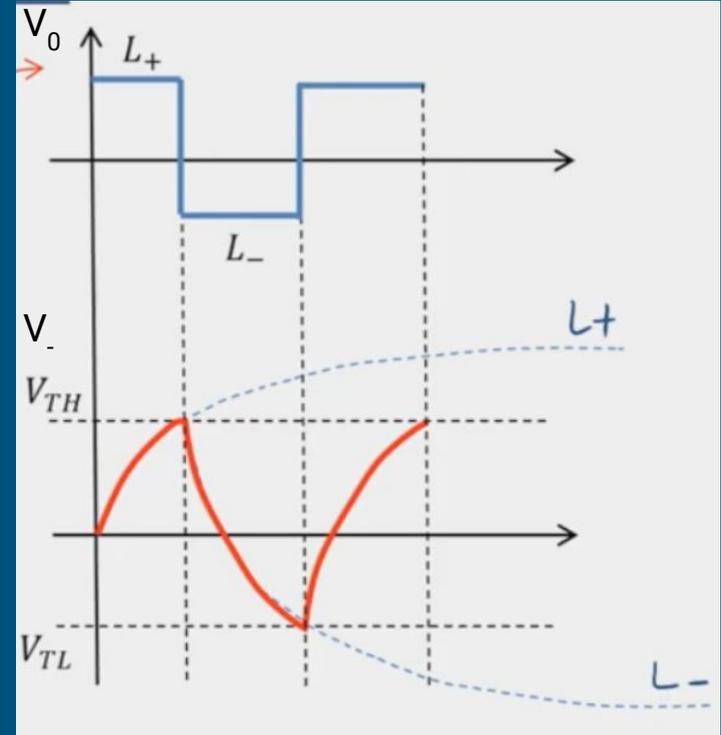
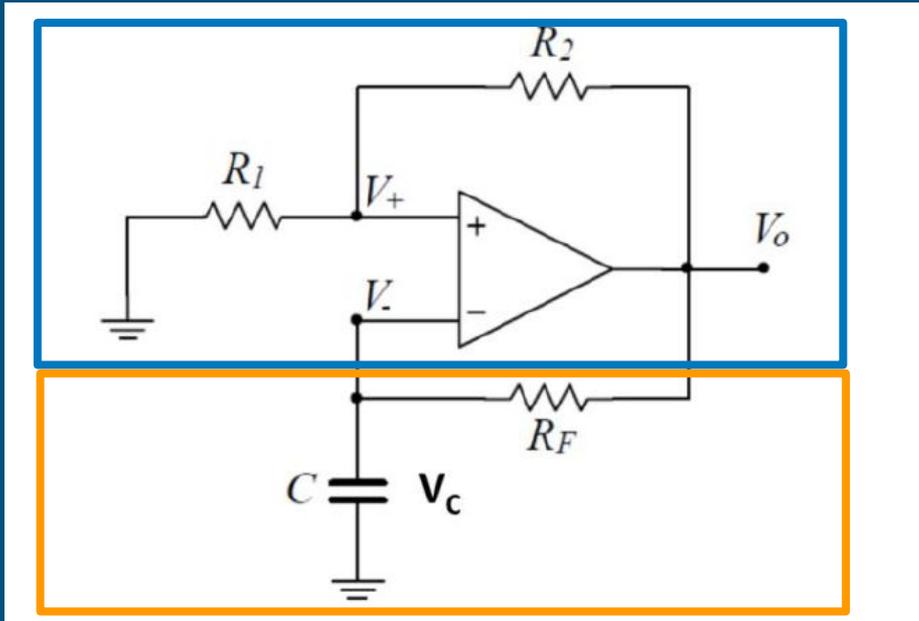
# Aplicação: Oscilador



# Aplicação: Oscilador



# Aplicação: Oscilador





# Análise teórica

---



# Análise teórica

Solução  
Completa

=

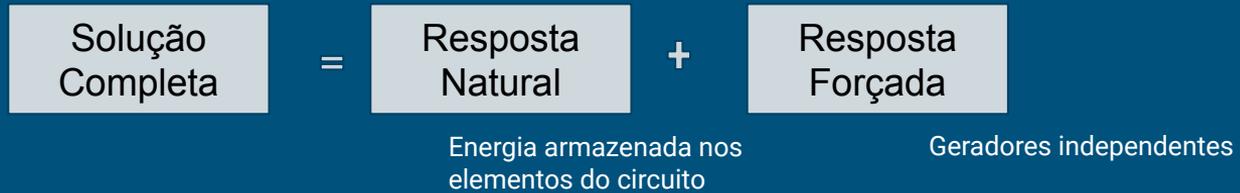
Resposta  
Natural

+

Resposta  
Forçada



# Análise teórica





# Análise teórica

Solução  
Completa

=

Resposta  
Natural

+

Resposta  
Forçada

Resposta

=

Transitória

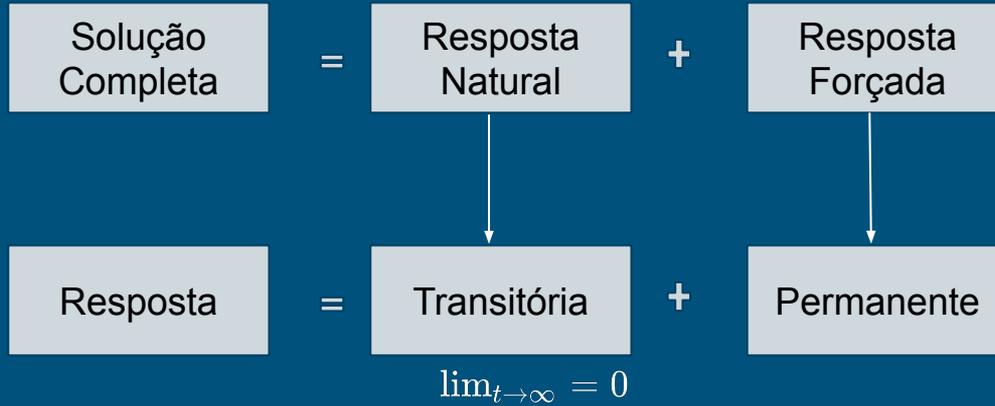
+

Permanente

$$\lim_{t \rightarrow \infty} = 0$$



# Análise teórica





# Resolução de equações diferenciais

#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

#2 Aplicar relação constitutiva dos elementos da rede

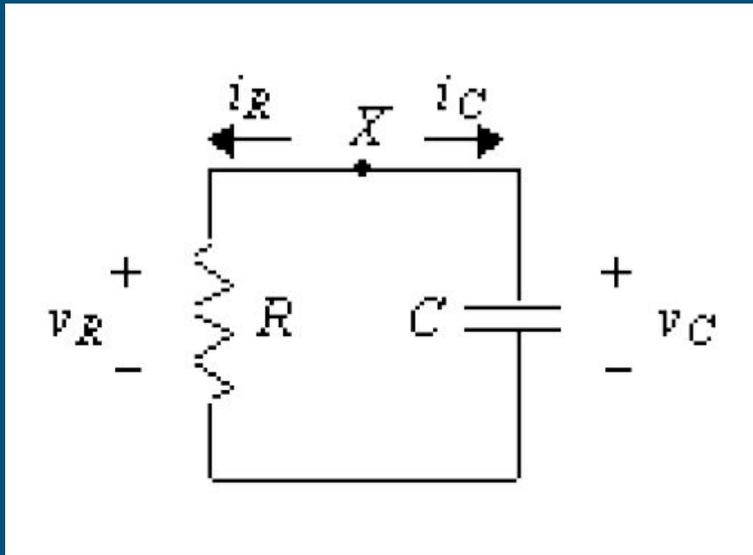
#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária



# Análise teórica do circuito RC

---

# Resposta Natural do Circuito RC

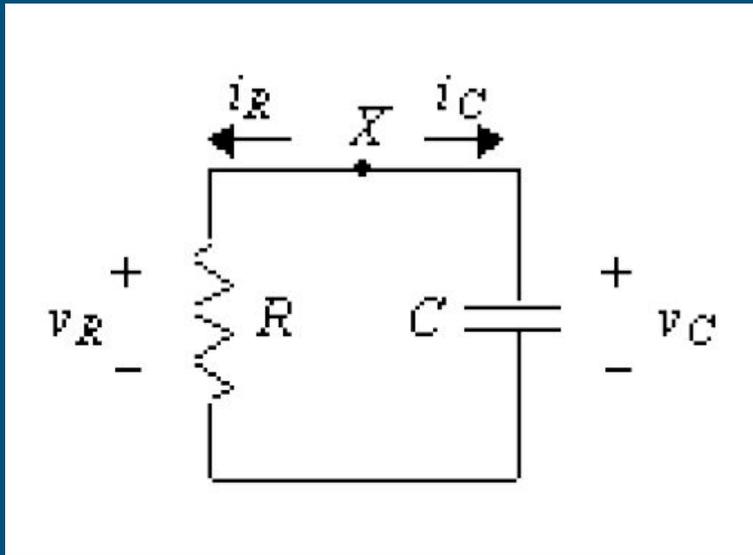


#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

#2 Aplicar relação constitutiva da capacitor

#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária

# Resposta Natural do Circuito RC



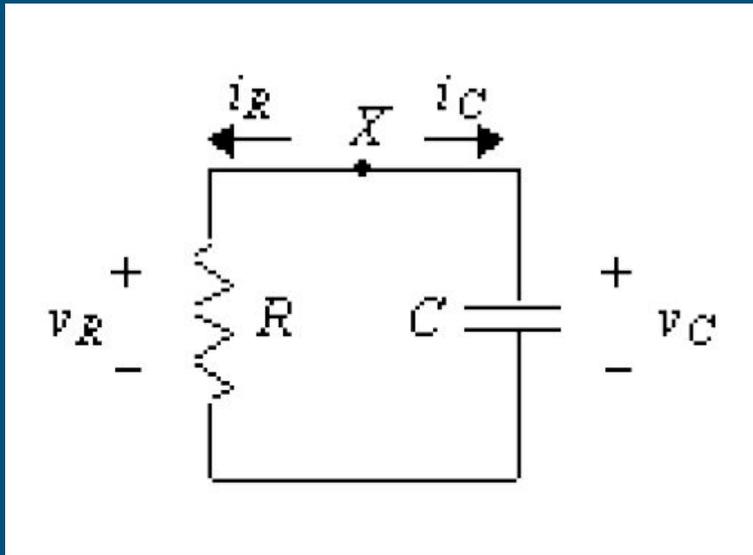
#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

$$R \cdot i(t) + v(t) = 0$$

#2 Aplicar relação constitutiva da capacitor

#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária

# Resposta Natural do Circuito RC



#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

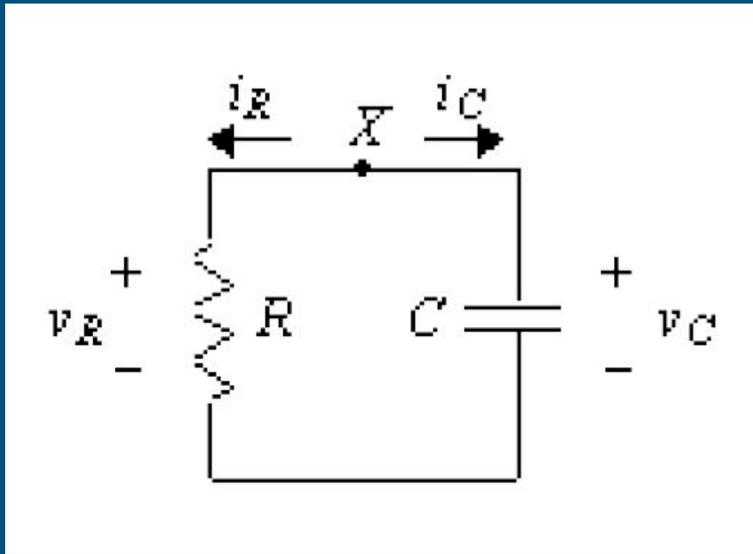
$$R \cdot i(t) + v(t) = 0$$

#2 Aplicar relação constitutiva da capacitor

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária

# Resposta Natural do Circuito RC



#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

$$R \cdot i(t) + v(t) = 0$$

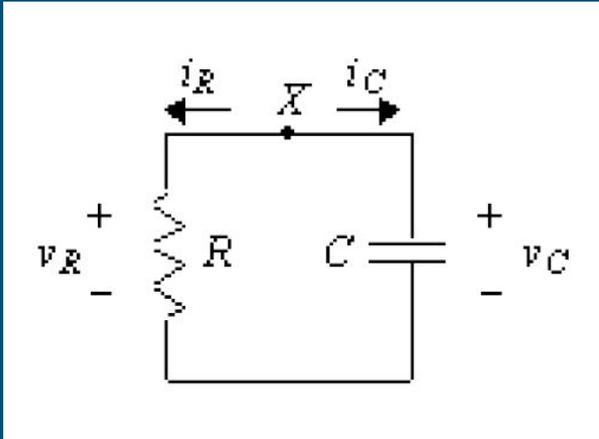
#2 Aplicar relação constitutiva da capacitor

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária

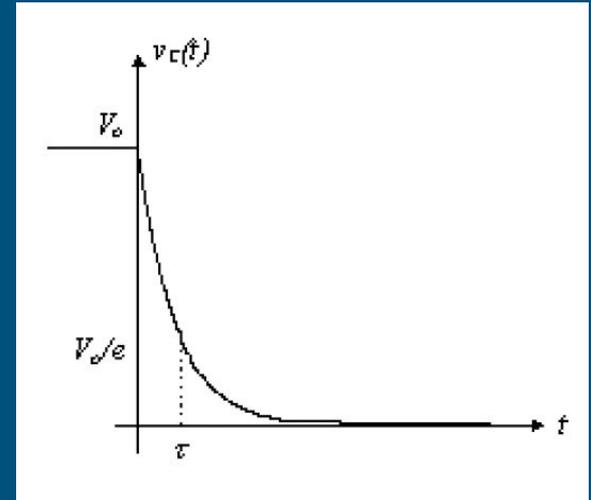
$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} v_c(t) = 0$$

# Resposta Natural do Circuito RC



$$v_C(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC$$





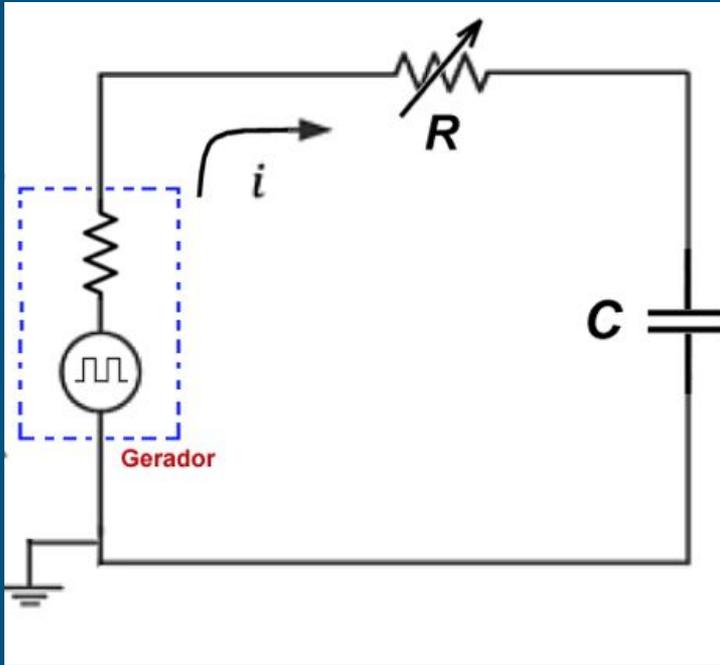
# Solução teórica do Sistema de Primeira Ordem: Resposta forçada

$$\text{Solução Completa} = \text{Resposta Natural} + \text{Resposta Forçada}$$

Energia armazenada nos elementos do circuito

Geradores independentes

# Resposta teórica do RC ao degrau

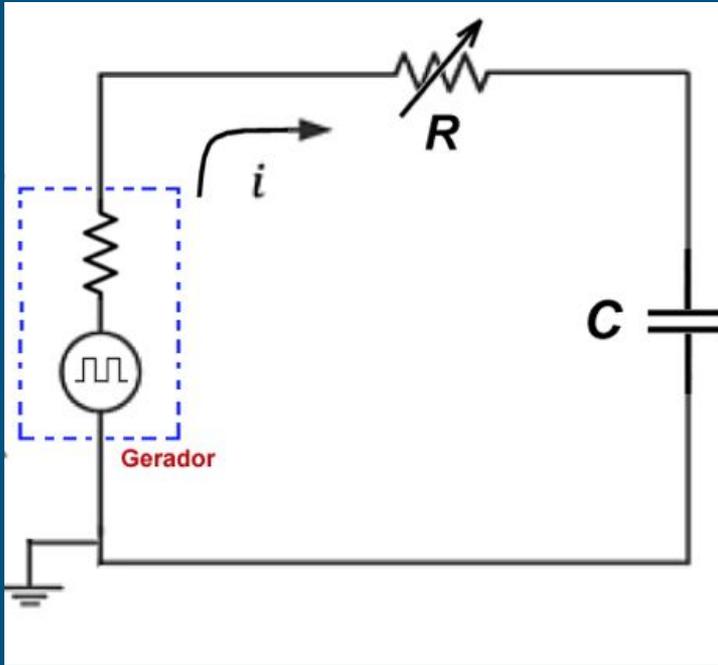


#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

#2 Aplicar relação constitutiva da capacitor

#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária

# Resposta teórica do RC ao degrau



#1 Aplicar 2a Lei de Kirchhoff

$$R \cdot i(t) + v(t) = E$$

#2 Aplicar relação constitutiva da capacitor

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

#3 Resolver Equação Diferencial Ordinária

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} i(t) = 0$$

# Resolvendo a EDO

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = 0$$
$$i(t) = Ae^{pt}$$
$$\frac{d}{dt} (Ae^{pt}) + \frac{A}{\tau} e^{pt} = 0$$
$$Ae^{pt} \left( p + \frac{1}{\tau} \right) = 0$$
$$p = -\frac{1}{\tau}$$
$$A = \frac{E}{R} \text{ (C.I.)}$$



# Resolvendo a EDO

**Obtemos:**

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

**Mas sabemos que:**

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$v(t) = \frac{1}{C} \int \frac{E}{R} e^{-t/\tau} dt$$

$$v(t) = \frac{1}{RC} (-\tau) (e^{-t/\tau}) \Big|_0^t$$

**Finalmente:**

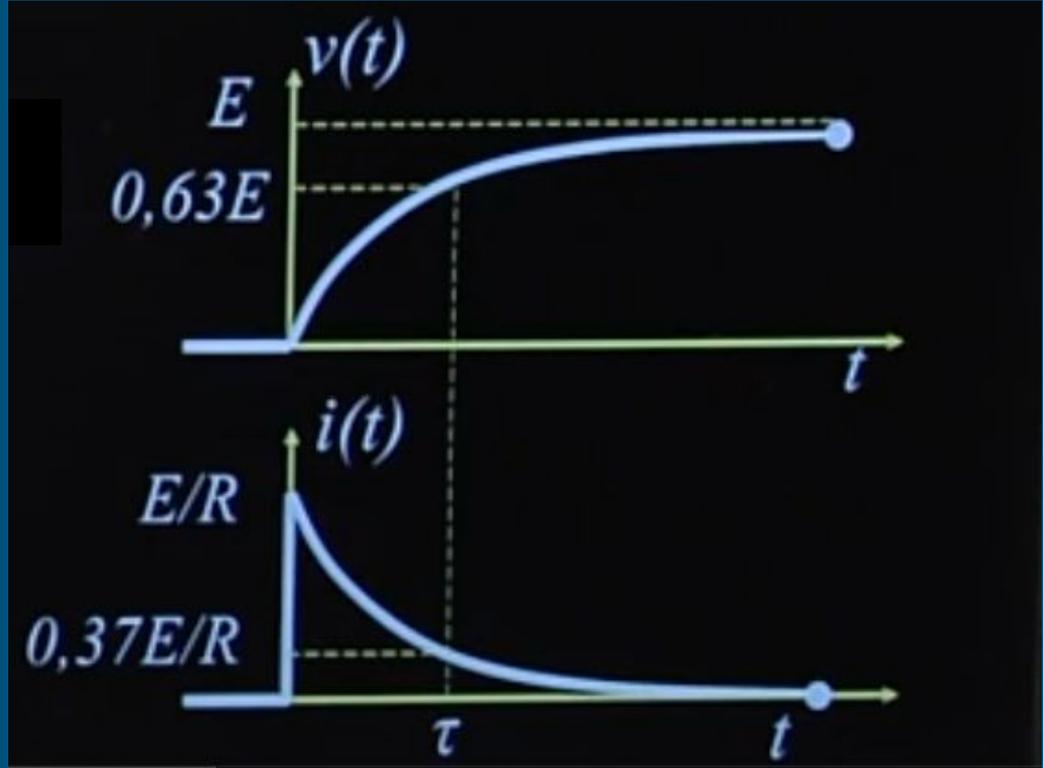
$$v(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$$

# Resposta teórica do RC ao degrau

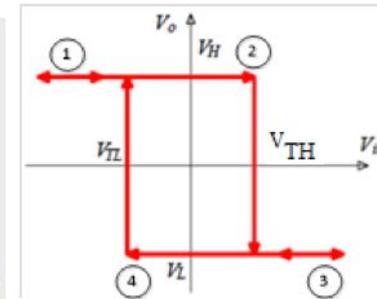
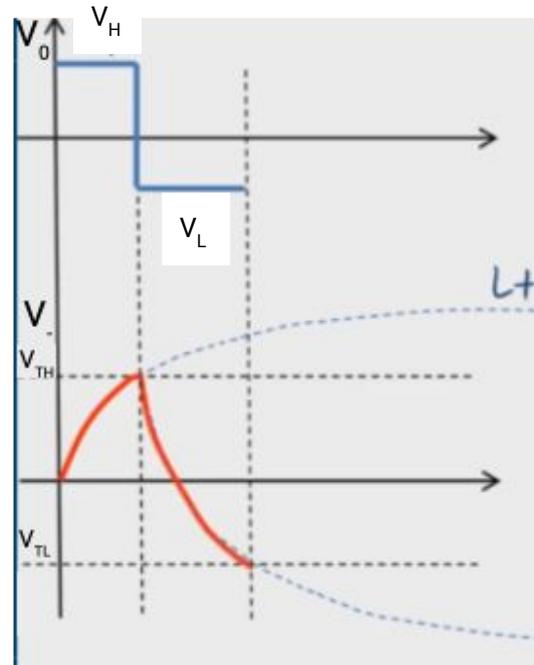
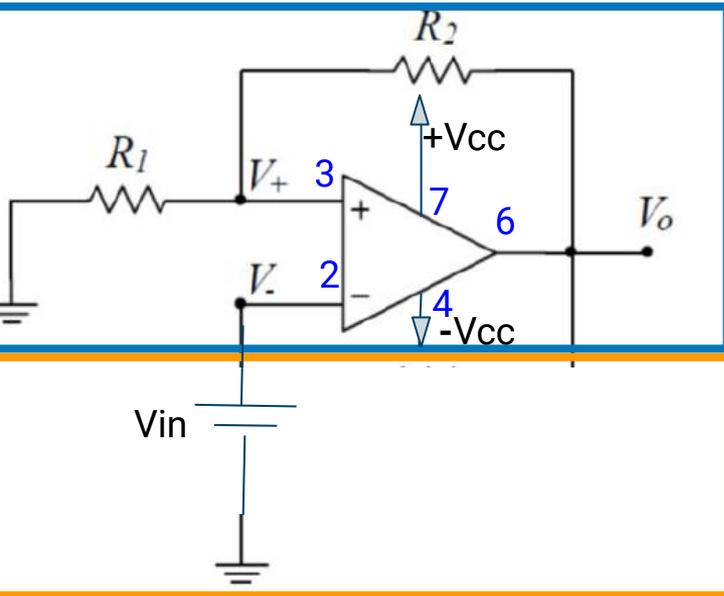
$$v(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$e^{-1} = 0,37$$



# Experiência - Parte 2 Gerador de onda quadrada com circuito RC e AmpOp

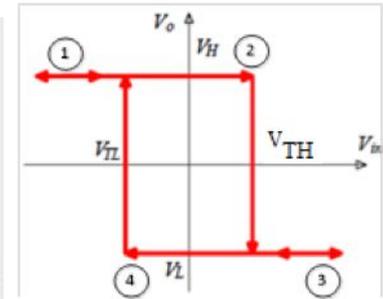
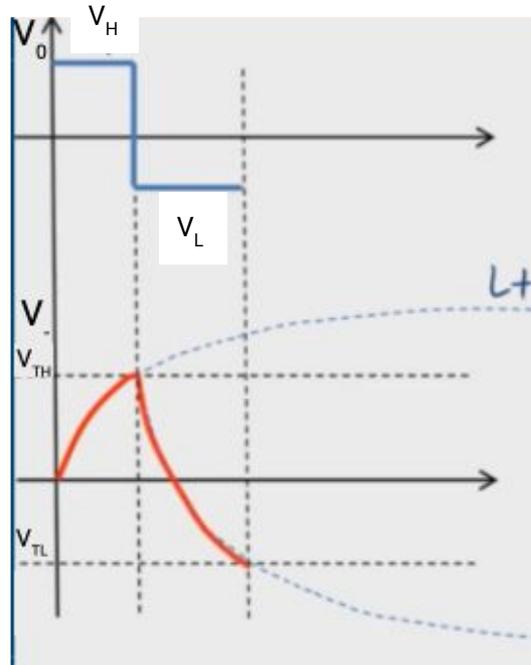
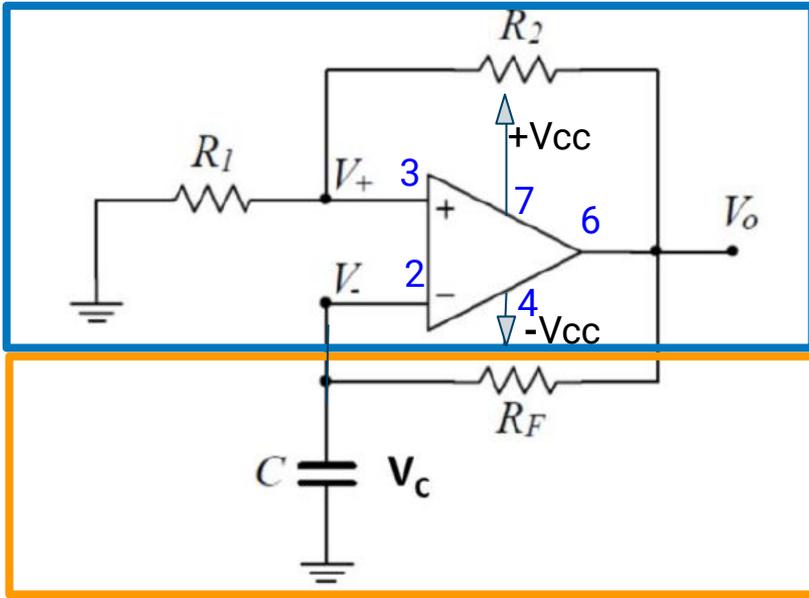


$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_0$$

$$V_{in} = V_{TH} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H$$

$$V_{in} = V_{TL} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L$$

# Experiência - Parte 2 Gerador de onda quadrada com circuito RC e AmpOp



$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_0$$

$$V_{in} = V_{TH} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H$$

$$V_{in} = V_{TL} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L$$