Desempenho de Aeronaves

Manobras

Simétricas

$$V_{S_{1g}} = \sqrt{\frac{2W}{\sigma \rho_0 C_{L_{max}} S}}$$

C_{Lmax} é o máximo coeficiente de sustentação com a aeronave trimada

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2W}{\sigma \rho_0 C_{L_{max_C}} S}}$$

C_{LmaxC} é o máximo coeficiente de sustentação para o qual a aeronave é controlável.

$$n = \frac{L}{W}$$

n é o fator de carga. Também pode ser escrito como:

$$n = \frac{\sum Forcas\ (menos\ W)}{W}$$

$$n = \left(\frac{V^2}{gR} + 1\right)$$

Ou de forma mais geral:

$$n = \left(\frac{V^2}{gR}\right) + cos(\gamma)$$

Manobras

Simétricas

Próximo ao estol, os efeitos dinâmicos fazem com que o fator de carga reduza para um valor entre n=0.9 a 0.95. Define-se:

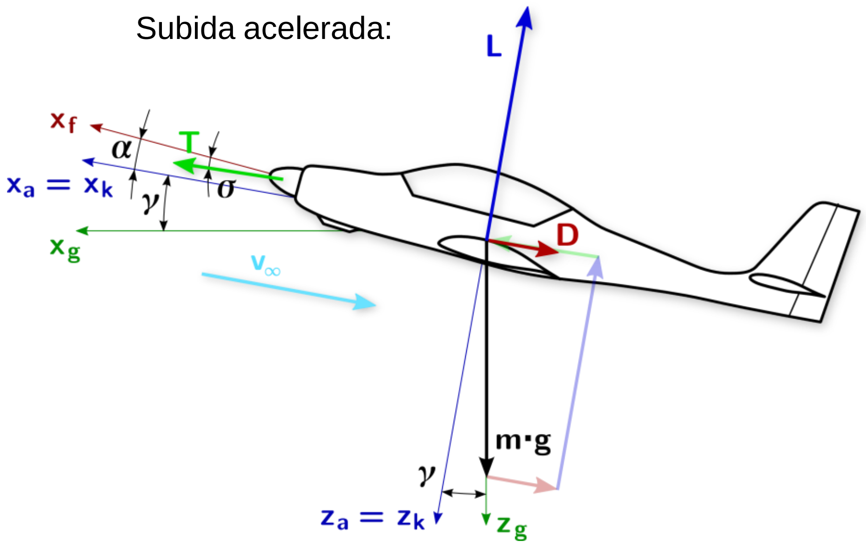
$$C_{L_{max\ efetivo}} = \frac{C_{L_{max_{n=1}}}}{n}$$

Como visto anteriormente, os regulamentos (FAR 25.203) define como a velocidade de estol deve ser obtida experimentalmente (redução da velocidade a uma taxa de 1 kt/s, etc), e que a velocidade de estol deve ser corrigida para a condição mais desfavorável do CG (no caso é o dianteiro).

Manobras

Simétricas

Subida acelerada:



$$T cos(\alpha - \sigma) - C_D q S - W sen(\gamma) = \frac{W}{g}\frac{dV}{dt}$$

$$T sen(\alpha - \sigma) - C_L q S - W cos(\gamma) = \frac{W}{g} V\dot{\gamma}$$

Pull-up simétrico

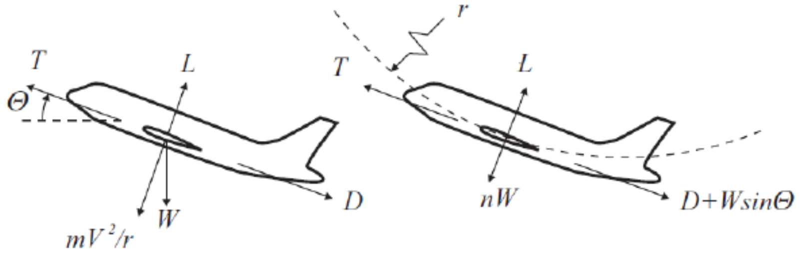
$$n_{max} = \frac{L_{max}}{W} = \frac{\frac{1}{2}\sigma\rho_0 V^2 C_{L_{max}} S}{\frac{1}{2}\sigma\rho_0 V_S^2 C_{L_{max}} S} = \frac{V^2}{V_S^2} = \frac{C_{L_{max}}}{C_L}$$

(Instantâneo)

Manobras

Simétricas

- Para a Manobra de Pull-out pode-se escrever:



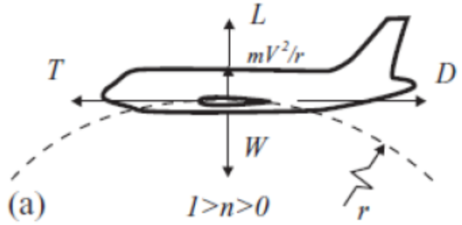
$$L - W\cos\Theta - m\frac{V^2}{r} = 0$$

$$T = D + W\sin\Theta$$

$$q = V/r$$

$$n = \cos\Theta + \frac{V^2}{gr}$$

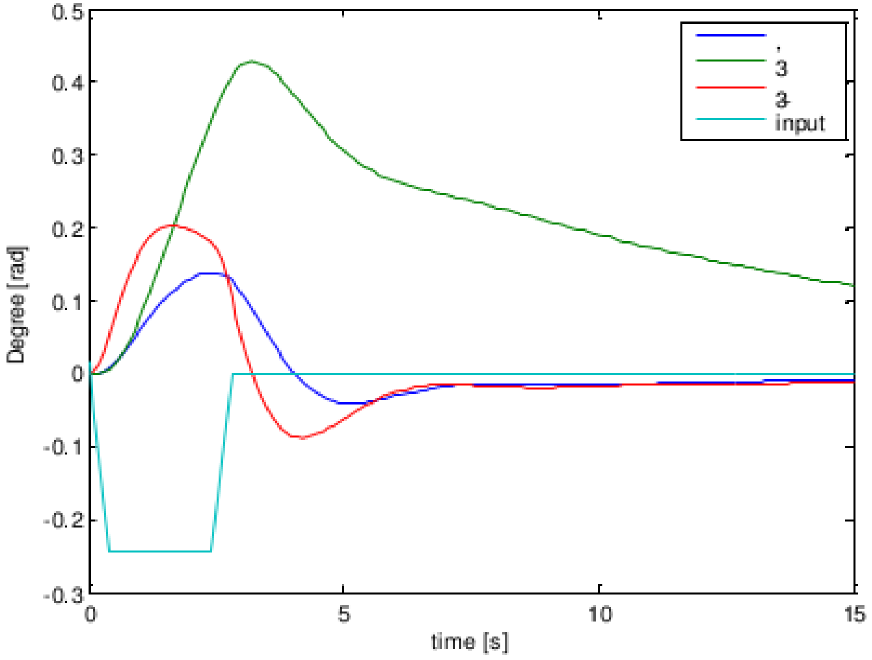
- Analogamente, para a Manobra de Bunt (q<0):

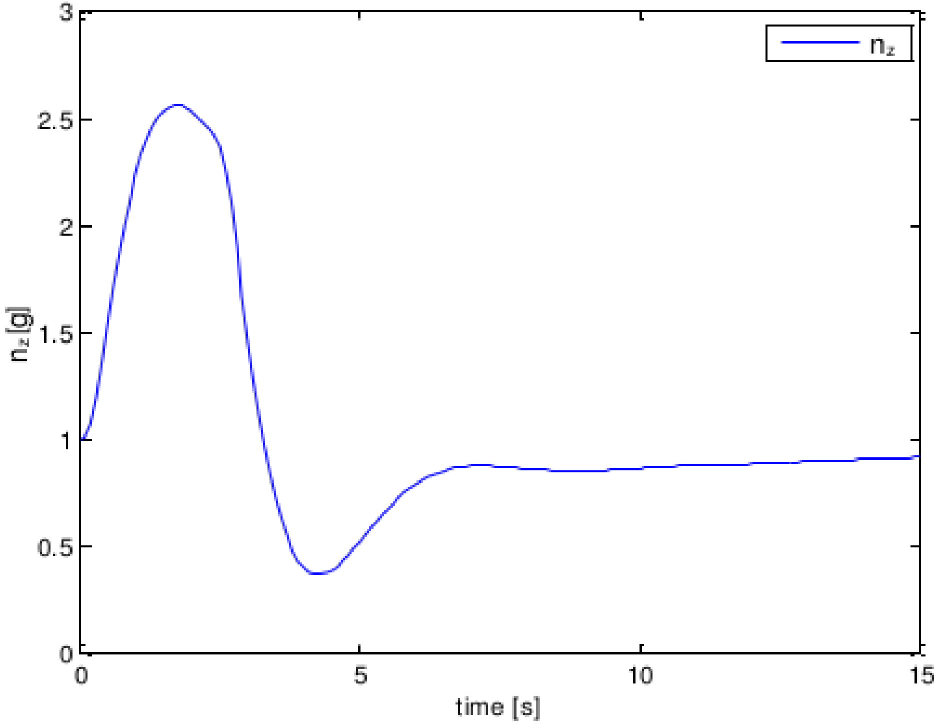


$$n = \cos\Theta - \frac{V^2}{gr}$$

Manobras

Simétricas





Manobras

Simétricas

Pull-up sustentado: é necessário que a tração seja suficiente para vencer o arrasto devido ao C_L mais elevado!

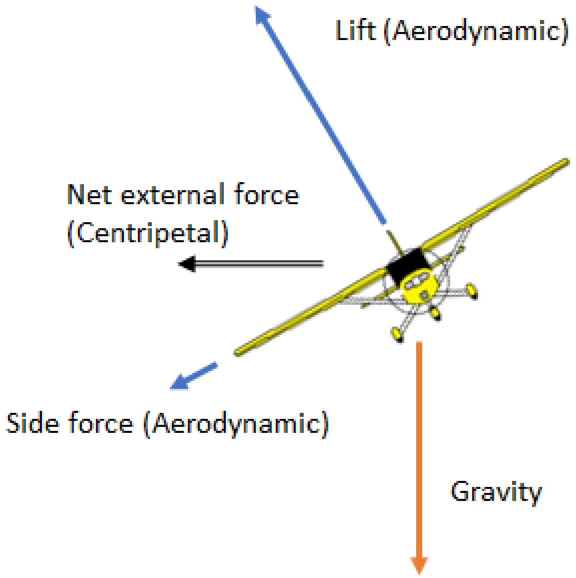
$$T_R = D_{N-g} = C_D q S = \left(C_{D_0} + \frac{nC_L^2}{\pi A e} \right)$$

Looping

$$R_{asas\,niveladas} = \frac{V_T^2}{g(n_z - cos(\gamma))} \qquad \dot{\gamma} = \frac{V}{R} = \frac{g(n_Z - cos(\gamma))}{V_T}$$

Manobras

Curvas



Considerando curvas realizadas a velocidade e altitude constante, sem derrapar e rotação em torno de um eixo fixo, do equilíbrio de forças temos:

$$T - D = 0$$

$$Lsen\phi - \frac{W}{g}V\omega = 0$$

$$Lcos\phi - W = 0$$

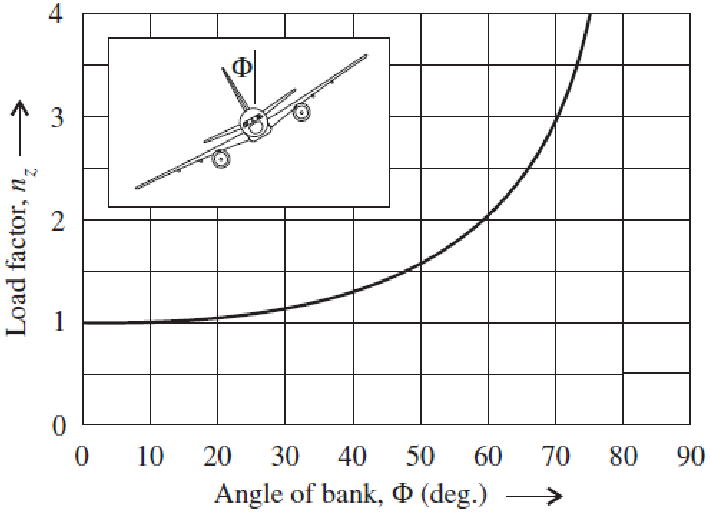
Onde: ϕ é o ângulo de inclinação da curva;
ω é a velocidade angular da aeronave

Manobras

Curvas

Temos que o fator de carga é dado por: $$n = \frac{1}{cos\phi} = \frac{T}{W}E$$

Não pode haver curva coordenada com altitude constante sem inclinar a aeronave!



For a level (constant height), coordinated turn

Manobras

Curvas

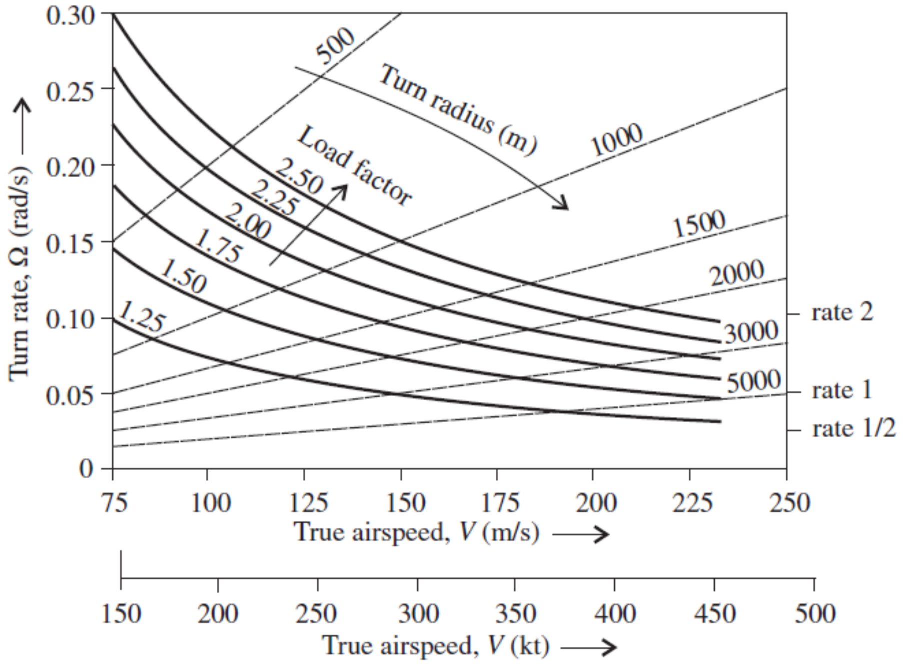
Quando Φ=90º, n=∞, a aeronave não pode manter uma curva com essa inclinação mantendo a altitude, mas pode manter essa inclinação, derrapando ou mudando de altitude!

A velocidade angular, ω, pode ser escrito como:

$$\omega = \frac{g tan\phi}{V} = \frac{g\sqrt{n^2-1}}{V}$$

O raio da curva é dado por:

$$r = \frac{V}{\omega} = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2-1}}$$



Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Enquanto a aeronave manobra, é bastante interessante, em alguns casos, que a aeronave realize curvas com o menor raio possível, e com a maior taxa possível. Essa condição (ver as equações e a figura do slide anterior) é atingida quando o fator de carga é o maior com a menor velocidade!

Temos que o maior fator de carga é um limite estrutural e a menor velocidade é a de estol, portanto temos:

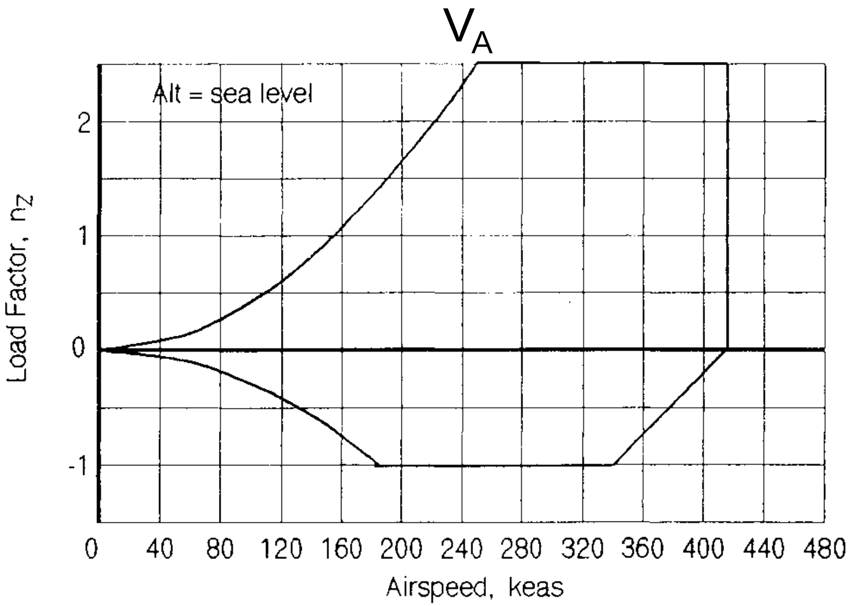
$$L = nW$$

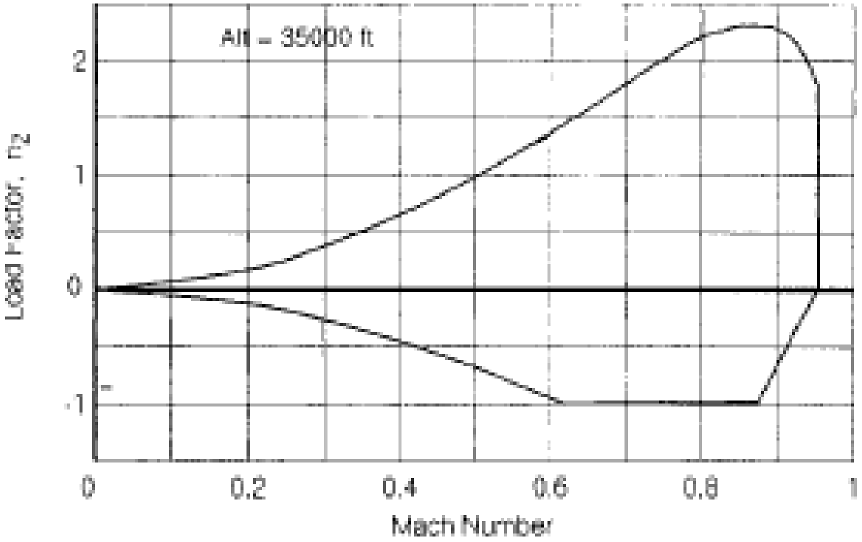
$$V_s = \sqrt{\frac{2nW}{\sigma \rho_0 S C_{L_{max}}}} = \sqrt{n} V_s$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

O diagrama V vs n apresenta os limites estruturais para os fatores de carga positiva e negativa para diversas velocidades.

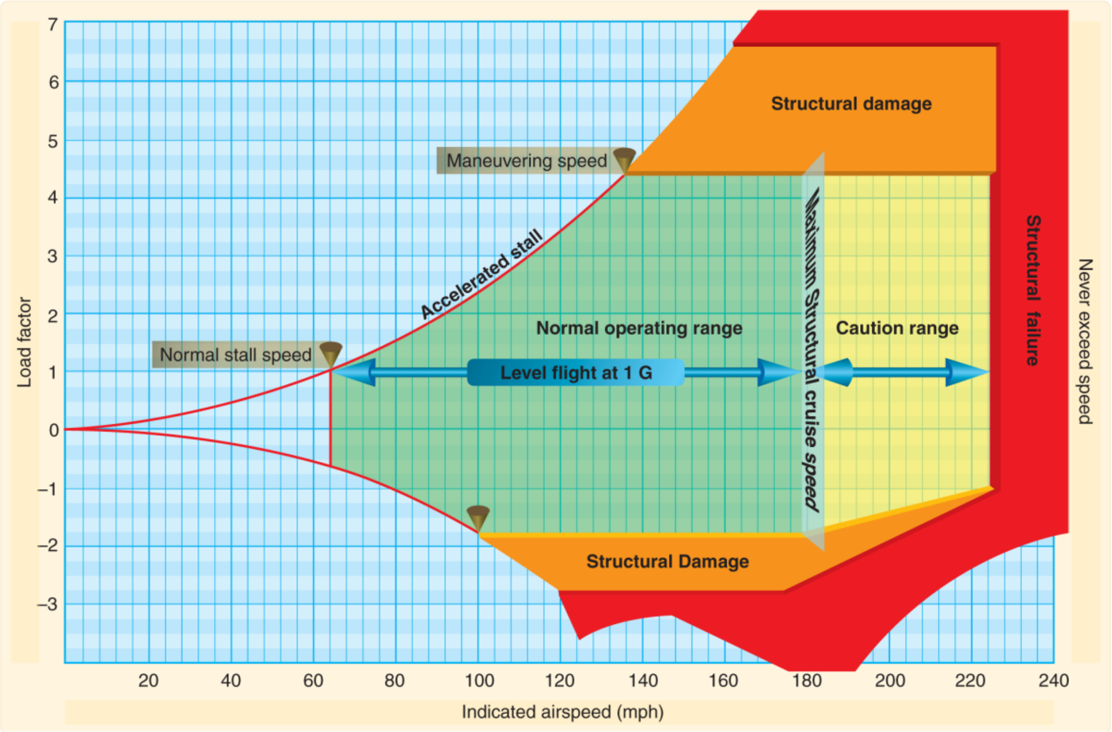




Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

O diagrama V vs n apresenta os limites estruturais para os fatores de carga positiva e negativa para diversas velocidades.



Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Na V_A, o raio de curva é o mínimo e a taxa de curva será máxima. Segue que:

$$V_A = \sqrt{\frac{2 n_{max} W}{\sigma \rho_0 S C_{L_{max}}}}$$

$$\omega = \frac{g\sqrt{n_{max}^2 - 1}}{V_A}$$

$$r_A = \frac{V_A^2}{g\sqrt{n_{max}^2 - 1}}$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Esses valores podem ser atingidos e mantidos pela aeronave, caso a mesma possua empuxo suficiente.
Do equilíbrio, temos:

$$S^2 C_{D_0} q^2 - TSq + Kn^2 W^2 = 0$$

Resolvendo para a pressão dinâmica, temos:

$$q = \frac{\frac{T}{S}}{2C_{D_0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4KCD_0 n^2}{\left(\frac{T}{W}\right)^2}} \right]$$

Portanto, a velocidade em uma curva é dada por:

$$V = \sqrt{\frac{\frac{T}{S}}{\rho_0 \sigma C_{D_0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{n^2}{\left(E_{max} \frac{T}{W}\right)^2}} \right]}$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Esses valores podem ser atingidos e mantidos pela aeronave, caso a mesma possua empuxo suficiente.
Do equilíbrio, temos:

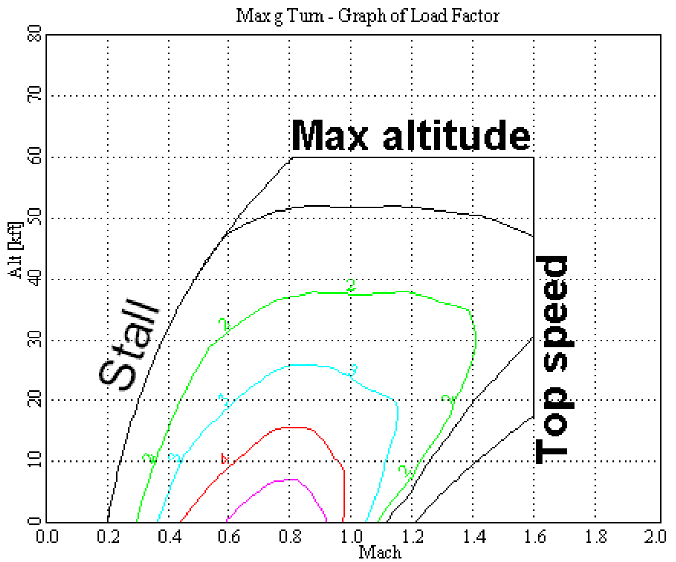
$$S^2 C_{D_0} q^2 - TSq + Kn^2 W^2 = 0$$

Resolvendo para a pressão dinâmica, temos:

$$q = \frac{\frac{T}{S}}{2C_{D_0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4KCD_0 n^2}{\left(\frac{T}{W}\right)^2}} \right]$$

Portanto, a velocidade em uma curva é dada por:

$$V = \sqrt{\frac{\frac{T}{S}}{\rho_0 \sigma C_{D_0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{n^2}{\left(E_{max}\frac{T}{W}\right)^2}} \right]}$$



Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Quando o empuxo não é suficiente, a desaceleração da aeronave é calculada:

$$T - D = \frac{W}{g}\frac{dV}{dt} \Rightarrow \frac{dV}{dt} = g\frac{T_A - T_R}{W}$$

A falta de empuxo irá resultar em uma diminuição da velocidade, ou perder altitude caso se deseje manter a velocidade.

A potencia específica instantânea fica:

$$\underbrace{V\frac{T_A - T_R}{W}}_{\text{Excesso de empuxo}} - \underbrace{\frac{dh}{dt}}_{\text{Mudança de energia potencial}} - \underbrace{\frac{V}{g}\frac{dV}{dt}}_{\text{Mudança de energia cinética}} = 0$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Reescrevendo a equação:

$$S^2 C_{D_0} q^2 - TSq + Kn^2 W^2 = 0$$

Resolvendo para o fator de carga n:

$$n = \frac{q}{\frac{W}{S}} \sqrt{\frac{1}{K}\left[\frac{\frac{T}{S}}{q} - C_{D_0}\right]}$$

O fator de carga sustentável máximo ocorre quando T/W e E forem máximos:

$$n_{max} = \frac{T_{max}}{W} E_{max}$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Reescrevendo a equação:

$$S^2 C_{D_0} q^2 - TSq + Kn^2 W^2 = 0$$

Resolvendo para o fator de carga n:

$$n = \frac{q}{\frac{W}{S}} \sqrt{\frac{1}{K} \left[\frac{\frac{T}{S}}{q} - C_{D_0} \right]}$$

O fator de carga sustentável máximo ocorre quando T/W e E forem máximos:

$$n_{max} = \frac{T_{max}}{W} E_{max}$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Máxima taxa de curva sustentável:

Considerando: $$\frac{\partial \omega}{\partial V} = 0$$

$$\omega = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial V} = \frac{g}{\sqrt{n^2 - 1}} 2n \frac{\partial n}{\partial V} V - g\sqrt{n^2 - 1} = 0$$

$$n^2 - 1 - 2nV \frac{\partial n}{\partial V} = 0$$

Em termos de pressão dinâmica:

$$n^2 - 1 - 2n\rho V^2 \frac{\partial n}{\partial q} = 0$$

Manobras

Curvas instantâneas vs. sustentadas

Resolvendo a equação do slide anterior para a pressão dinâmica, obtém-se a pressão dinâmica para a mais rápida curva sustentada.

$$q_{FT} = \frac{W}{S}\sqrt{\frac{K}{C_{D_0}}}$$

$$V_{FT} = \sqrt{\frac{2\frac{W}{S}}{\sigma\rho_0}}\left(\frac{K}{C_{D_0}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$n_{FT} = \sqrt{2\frac{T_{max}}{W}E_{max} - 1} = \sqrt{2n_{max} - 1}$$

$$\omega_{FT} = \frac{g\sqrt{n_{FT}^2 - 1}}{V_{FT}}$$

Manobras

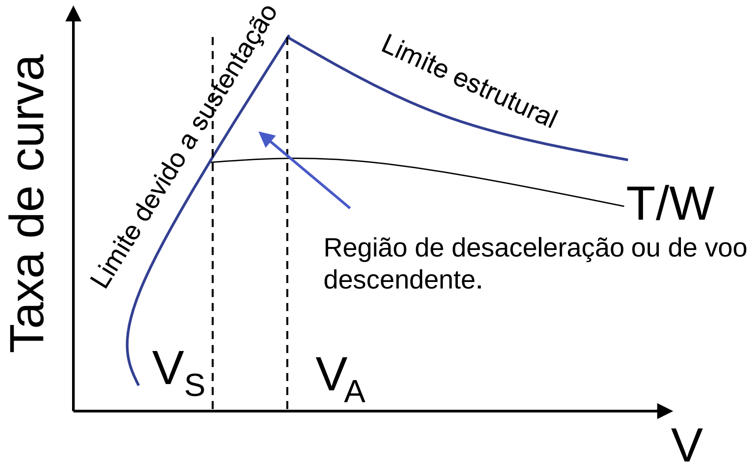
Curvas instantâneas vs. sustentadas

Segue que para altas taxas de curva, a aeronave necessita de T/W alta, baixa carga alar (W/S), K pequeno (AR e e alto) e C_{D0} baixo.

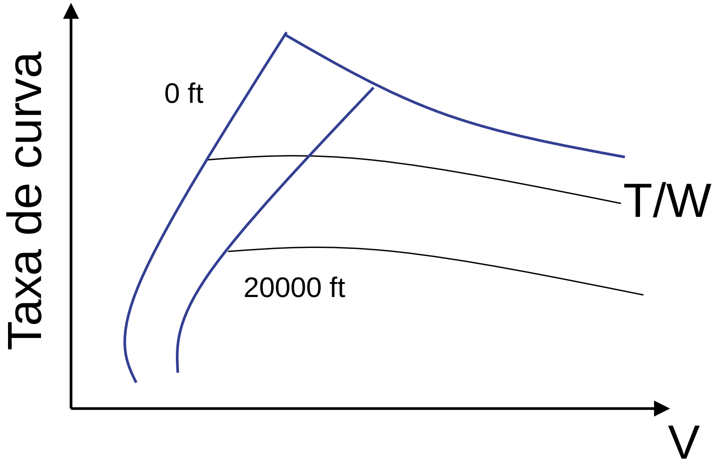
Como as equações anteriores não consideram o C_L, para aeronaves com T/W elevado, pode ocorrer que os valores para uma curva rápida caiam fora do envelope limitado por C_{LMAX}.

Também não é considerado o fator de carga máximo que a aeronave suporta!

A região onde sustentação e limite estrutural são altos, mas T/W inadequado, é uma região de desaceleração ou perda de atitude. Essa região é chamada de região de desempenho instantâneo de curva.



Efeito da altitude



Manobras

Raio mínimo de curva sustentada

Fazendo: $$\frac{\partial r}{\partial V} = \left(n^2 - 1 - qn\frac{\partial n}{\partial q}\right)_{FT} = 0$$

$$q_{TT} = \frac{2\frac{W}{S}K}{\frac{T}{S}} \qquad V_{TT} = 2\sqrt{\frac{\frac{W}{S}K}{\sigma\rho_0\frac{T}{W}}} \qquad n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{n_{max}^2}} \qquad r_{TT} = \frac{V_{TT}^2}{g\sqrt{n_{TT}^2 - 1}} = \frac{4K\frac{W}{S}}{\sigma\rho_0 g\frac{T}{W}\sqrt{1 - \frac{1}{n_{max}^2}}}$$

Manobras

Raio mínimo de curva sustentada

Um raio de curva pequeno pede T/W elevado, W/S pequeno, um K baixo (alto AR e e) e baixa altitude.

Infelizmente, a velocidade teórica para raio mínimo de curva é usualmente menor que a velocidade de estol. Portanto o raio mínimo de curva é desempenhado com a aeronave voando o mais próximo possível do estol com máxima potencia.

Com T=D no estol:

$$V_s = \sqrt{\frac{2\frac{T_{max}}{S}}{\rho_0 \sigma (C_{D_0} + K C_{L_{max}}^2)}}$$

$$n_s = \frac{\frac{T_{max}}{W} C_{L_{max}}}{C_{D_0} + K C_{L_{max}}^2}$$